

数学理解に関する研究

新潟大学教育人間科学部和田ゼミナール

中澤 啓介 鈴木 瞬

伊藤 大輔

はじめに

2004 年に報告された, 国際学力調査である「生徒の学習到達度調査」(PISA 2003) の結果報告書で, 文部科学省は以下のように述べている。「数学では, 基本的な概念の理解(意味理解)が十分でなければ, 状況(問題の文脈)が変わったとき, 身につけた知識や技能を活用できなくなる可能性があり, いろいろな状況で問題の解決に数学的リテラシーを活用する力を育てるには, 算数・数学科で基本的な概念の理解(意味理解)を一層重視すべきである」(文部科学省, 2005, p.53)。ゆえに, 算数・数学の学習において, 「計算ができる」, 「公式を知っている」, 「式をかくことができる」という用具的理解だけでなく, 「どうしてこのようになるだろう」という関係的理解も重視していくべきであると考えられる。

数学教育では, 古くから理解の本性やメカニズムの解明が重要な研究テーマの 1 つになっている(小山, 2000)。理解過程そのものは人間の内面で生起する複雑な力動的現象であるため, それを外面化させる何らかの方法と, 理解の構造や機能を間接的にではあるがより明確に捉えるための理論的枠組みとしての「理解のモデル」が必要になる(小山, 2000)。これまでの数学教育における理解研究では, いろいろな方法と様々なモデルが提唱されてきている(小山, 2000)。これまでに提案された理解モデルの多くは, 児童・生徒が数学をどのように理解しているかということ, すなわち理解の様相や過程を説明することにその力点が置かれていた(小山, 1997, p.137)。

しかし, 算数・数学の授業というものは教師の働きかけと児童・生徒の学習活動の 2 つから構成されている。教師が授業を行うにあたり, 児童・生徒の理解をどのように深化させるべきかという, 教育的な視点も兼ね備える必要があると考えられる。そのため, 算数・数学の指導では, 数学理解の様相や過程を記述する特性だけでなく教育的な特性を兼ね備えたモデルが求められる。

よって本研究では, 両者を兼ね備えた小山氏の提唱する「数学理解の 2 軸過程モデル」(以下, 「2 軸過程モデル」)に基づき, 実際に教室で算数・数学指導を行う際の具体的な授業の流れや手立てを提案し, その有効性を考察する。具体的には, 第 1 章では数学の理解とその研究について概観する。次に, 第 2 章では小山氏の「2 軸過程モデル」に基づき, 理解の水準をさらに明確化した後に, 一般的な授業の流れとその際の手立てについて提案する。そして, 第 3・4 章で「2 軸過程モデル」を基にした一般的な授業の流れとその手立ての有効性について実践的に検討する。

第 1 章 数学理解について

ここでは, 理解の定義づけをし, 理解のモデル化の必要性とその分類, 課題について述べ, 小山(2006b)の「数学理解の 2 軸過程モデル」について概観する。

1. 理解の基本的なとらえ方

小山は, 「理解」を次のようにとらえている(小山, 2006b, p.61)。

- (1) あることを理解するとは, それを既存のシエマあるいは認知構造と認知的に関係づけることである。
- (2) 理解は本質的には個人的な心的活動であり, 複雑で力動的な現象である。
- (3) 算数, 数学の理解にはいくつかの階層的水準がある。

本研究においてもこれらを理解研究の前提としている。

2. 理解のモデル化について

(1) 理解のモデルの必要性

理解するということは児童・生徒の内面的な複雑な活動である。それをとらえるためには, 直接見ることができない理解という現象を, 何らかの方法によって顕在化させる必要がある。しかし, いかなる方法によっても, 理解を直接とらえることはほとんど不可能であるといってもよい。そのため, 理解の構造や機能を間接的にとらえるための理論的・解釈的枠組みとして「理解のモデル」が必要となる(小山, 2006b, p.61-62)。

(2) 理解のモデルの観点

理解のモデルには 2 つの観点がある。1 つは児童・生徒が既に理解している状態, すなわち理解の様相を記述しようとする「様相モデル」であり, もう 1 つは児童・生徒が理解しつつある過程を記述しようとする「過程モデル」である(小山, 2006b, p.62)。

これまでの理解のモデルの多くは, 児童・生徒が算数・数学をどのように理解しているかということを説明すること, すなわち理解の様相や過程を説明することにその力点が置かれていた(小山, 2006a, p.71)。それらの理解のモデルは児童・生徒の算数・数学の理解にはどのような種類があるのかを記述したり, 理解という内面的な現象がどのように起こっているのかを記述したりしていることから「記述的特性」を備えている。

しかし, 数学教育においては, 「記述的特性」だけでは不十分である。なぜなら, 算数・数学の授業は本来, 教師が教えるという教授活動と児童・生徒が学ぶという学習活動の 2 つの活動によって成り立っているからである。ゆえに, 児童・生徒に数学を理解させるにはどのような状況を設定すればよいか, また, 理解をどのような方向に深化させればよいかといった「規範的特性」も備えている必要がある(小山, 2006a, p.71)。

(3) 理解の深化における反省的思考の役割

小山は, 反省的思考について以下のように述べている。「反省的思考とは, 学習者が

自らの活動や操作に注意を向け,それらやその結果を意識化して,図や言葉によって表現することを目的とする思考である」(小山,2006a,p.71)。また,小山は「記述的特性」と「規範的特性」の両方を備えた数学理解の過程モデルを構築する際には,「反省的思考」に注目するべきであるとし,児童・生徒の数学理解の深化における「反省的思考」の役割としての次の3点が特に重要であるとしている(小山,2006a,p.71)。

反省的思考は,学習者自身による活動や操作をその前提とする。

反省的思考の対象は,その活動や操作およびその結果である。

反省的思考の目的は,自らの活動や操作を意識化し,それを表現することである。

3. 数学理解の2軸過程モデル

(1) 2軸過程モデルについて

小山(2006a)は,「記述的特性」と「規範的特性」の両方を備えた理解のモデルとして「2軸過程モデル」を構築した。「2軸過程モデル」では理解をどのような方向に深化させればよいのか,つまり 数学理解はどのような水準に沿って深化するかと,数学を理解させるにはどのような状況を設定すればよいか,つまり ある水準においてどのように思考が展開するか,という2点を明らかにするため縦軸と横軸の2軸を設定している。ここでの は縦軸, は横軸にそれぞれ対応している。

このモデルでは,縦軸は理解水準に関するもので,「数学的对象の理解」,「対象間の関係の理解」,「関係の一般性の理解」などのいくつかの階層的水準から成っている。一方,横軸は学習段階に関するもので,各理解水準に「直観的段階」,「反省的段階」,「分析的段階」の3つの学習段階から成る。さらに,数学理解は必ずしも直線的にではないが,これらの段階を経て,ある水準から次の水準へと上昇(深化)し得る。

3つの学習段階はそれぞれ次のように規定されている(小山,2006a,p.72)。

- (1) 直観的段階 : 学習者が具体物あるいは概念や性質などの数学的对象を操作する直観的思考を働かせる段階。
- (2) 反省的段階 : 学習者が自らの活動や操作に注意を向け,それらやその結果を意識化して,図や言葉などによって表現することを目的とする反省的思考を働かせる段階。
- (3) 分析的段階 : 学習者が表現したものをより洗練して数学的に表現したり,他の例で確かめたりそれらのつながりを分析することによって,統合を図ることを目的とする分析的思考を働かせる段階。

このような2軸過程モデルのイメージ図は,下の図1のように表すことができる。

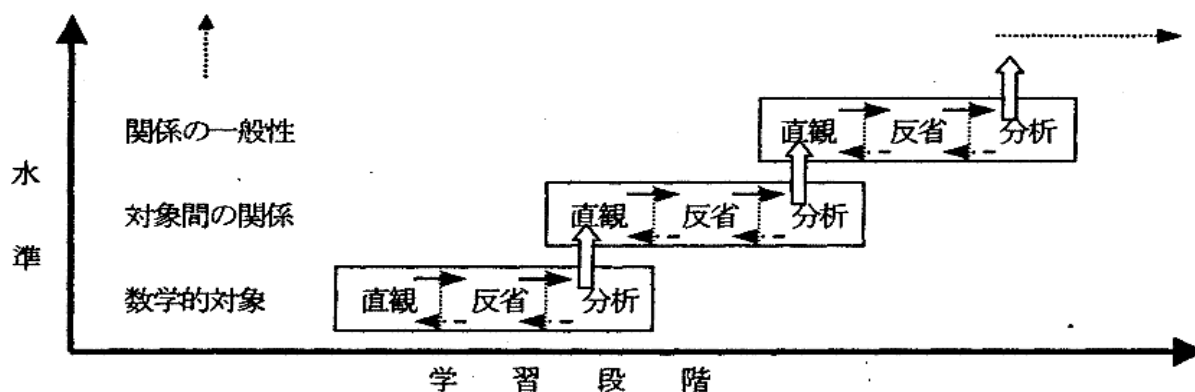


図 1. 2 軸過程モデルのイメージ図 (小山, 2006b, p. 63)

2 軸過程モデルの縦軸の「階層的水準」は算数・数学の 1 単元に対応し, 横軸の「学習段階」は 1~3 時間程度の授業に対応している。また, 前述したように数学理解は必ずしも直線的でないため実際の授業では各学習段階を再帰することも考えられる。

(2) 授業における個人的構成と社会的構成の重視

小山 (2006b) は, 数学的知識は伝達によって受動的に受け取られるものではなく, 認識主体によって能動的に構成されるものであるという立場から, 個人的構成活動を 2 軸過程モデルに基づく教授学習活動の基本としている。また, 児童・生徒の理解過程はその教室の中の教師や他の児童・生徒との社会的相互作用の影響を受けることが明らかになっている (小山, 2006b, p. 65)。そのため, 児童・生徒同士や教師との相互作用を通して, 社会的構成活動も授業に組み込むとしている。小山 (2006b, p. 65) を参考に, 各学習段階と 2 つの教授学習活動を対応させると図 2 のように示すことができる。

学習段階	直観的段階	反省的段階	分析的段階
教授学習活動	個人的構成活動		
	社会的構成活動		

図 2. 各学習段階と教授学習活動の対応

第 2 章 数学理解の 2 軸過程モデルに基づいた授業構成

ここで, 「2 軸過程モデル」に基づく算数・数学における授業構成を行っていく際に, 小山氏は次の M1~M3 を提案している (小山, 2006b, p. 65)。

- M1: 理解の階層的水準の明確化
- M2: 理解の程度の実態把握
- M3: 理解の学習段階の具体化

小山氏の提案により, 「2 軸過程モデル」に基づく授業構成の方法は明確になった。しかし, M1 については階層的水準の定義付け, M3 については授業構成の一般化の点で, まだ明確にすべき余地があるといえる。したがって, 以下にその点を示す。

理解の階層的水準(「数学的対象の理解」, 「対象間の関係の理解」, 「関係の一般性の理解」)の定義

「2 軸過程モデル」に基づく具体的な授業の流れ

について

このモデルの「縦軸」は理解水準に関するもので, 数学的対象の理解, 対象間の関係の理解, 関係の一般性の理解などのいくつかの階層的水準から成る(小山, 2006a, p.72)。

しかし, 「縦軸」の理解水準に関する明確な定義付けがなされていないため, 授業を構築する際に, 各水準を判断することが困難である。そこで, Pirie&Kieren の「超越的再帰モデル」(中原忠男, 1995, pp.123-128)を参考に「縦軸」の理解水準を以下のよう

数学的対象の理解 : 具体的な 1 つの例について, その性質や考え方などを表出することができる。

対象間の関係の理解 : 数学的対象の理解の水準で用いた具体例に類するいくつかの例について, それぞれの性質や考え方などをその対象間内で関連付けることができる。

関係の一般性の理解 : 対象間の関係の理解の水準で用いた考え方や性質などを利用して, より数学的抽象度の高い性質や考え方などを表出することができる。

について

小山氏は M3 について以下の点を述べている(小山, 2006b, p.67)。

:3 つの学習段階の具体化

:児童・生徒の個人的構成と社会的構成の両方の活動の授業での位置付け

なお, については, 図 3, 図 4 で提案する授業構成を参照すれば明らかであるため, の個人的構成と社会的構成の両方の活動について言及する。3 つの学習段階のうち反省的段階と分析的段階では社会的構成活動としての話し合いが活動の中心となる。また, 話し合いにおいてはそれぞれの児童・生徒が様々な視点で意見を述べ合い, 話し合いを進めていく必要がある。ここで, 1 章でも述べた, 授業での個人的構成と社会的構成を具体化するために, 古藤他(1990)の「多様な考え」と「練り上げの場」を用いる。なぜなら, 個人的活構成活動で, ある課題に対して様々な視点を持ち, その後の話し合いで他者と意見の共有を図ることに「多様な考え」が対応し, 社会的構成活動で話し合いを進めていくことに「練り上げの場」が対応しているからである。

以上の , に基づいた, 2 軸過程モデルに基づく授業の一般的な流れと手立てを以

下に示す。

< 一般的な流れ >	
直観的段階	<p>課題を捉える。</p> <p>既習知識をもとに, 直観的活動(具体物操作, 念頭操作, 記号操作)を行う。</p>
反省的段階	<p>自らの直観的活動を振り返り, で得た各自の考えを説明するために表現方法を変える活動を通して, 反省的思考を働かせる。</p> <p>反省的思考を表現し, 発表し, それぞれの考えの妥当性を共有する。</p>
分析的段階	<p>によって共有されたそれぞれの考えを比較し, その考えのよさや不十分さを指摘したり, 互いの考えの関連を検討したりする。(練り上げ)</p> <p>練り上げられた考えの妥当性を検証する問題に取り組み, 洗練する。</p> <p>* 課題...多様な考え・表現を促す主発問につながる課題, もしくはそれ自体が主発問となる課題。</p>

図 3. 一般的な授業の流れ

また, これに対する主な手立ては次のようになる。

学習段階	流れ	手立て
直観的段階		場面設定, 具体物からの導入
		半具体物, ワークシートの使用
反省的段階		ワークシートの工夫
		黒板を使い, 児童・生徒自身に説明をさせる
分析的段階		板書の工夫, 児童・生徒の考えや前時の内容をできるだけ板書に残し, 話し合いの道具にできるように工夫する, 発問の工夫
		ワークシートの工夫, 課題の工夫

図 4. 一般的な授業の流れに対応する手立て

以上のような流れと手立てを用いて授業を構成することで, 理解の水準を深めていくことができると考える。

第 3 章 実践的検討

小学校授業実践

1. 目的

第 2 章で述べた小山の「2 軸過程モデル」に基づいて授業実践を行うために, 理解水準の定義と一般的な流れと手立てを提案した。これらに沿った授業を行うことで児童の理解は深化すると考えた。そこで, 具体的な手立てを用意し, それらを検討することを目的とし, 小学校の授業実践を行った。以下に, 具体的な手立てを取り入れた 3 時間の授業案を示す。

単元名 「小数」

(1 時間目)

数学的対象の理解の水準: 1 dl より小さい量は, 1 dl を何等分かする考え方をを用いて表わすことができ, 10 等分した単位いくつ分で表わしたものが小数であるとわかる水準

流れ	学習活動	具体的な手立て
	<p data-bbox="280 898 663 1043">課題: 黄色の水筒の水のかさ(2.2 dl)を正しく表しましょう。</p> <p data-bbox="312 1111 679 1234">ワークシートの 1 dl マスのモデル図を利用して水のかさを表す。</p> <p data-bbox="312 1290 679 1413">それぞれの考え方をワークシートを見て振り返り, 言葉で記述する。</p> <p data-bbox="312 1514 679 1637">それぞれの意見を発表し, 黒板のモデル図を用いて妥当性を説明する。</p> <p data-bbox="312 1693 679 1861">発表された意見に対して質問や反対を行い, 等分の考え方に意見をまとめる。</p>	<p data-bbox="711 875 815 909">手立て</p> <p data-bbox="711 920 1430 1088">はしたの量「ちょっと」を正しく表す必要性をもたせるために, 実物の水筒と水筒の中身を移し替えた 1 dl マス(1 dl マスのモデル図も)を提示する。</p> <p data-bbox="711 1099 815 1133">手立て</p> <p data-bbox="711 1144 1430 1223">直観的思考を促すために, ワークシートの 1 dl マスのモデル図を 10 cm x 10 cm にする。</p> <p data-bbox="711 1279 815 1312">手立て</p> <p data-bbox="711 1323 1430 1447">自らの操作を振り返りやすくするために, ワークシートの自分の考えを記述する欄を操作するモデル図の下に設置する。</p> <p data-bbox="711 1458 815 1491">手立て</p> <p data-bbox="711 1503 1430 1637">それぞれの考えの妥当性を共有させるために, 児童に発表させる際, 黒板にモデル図を貼り, かき込みさせながら説明させる。</p> <p data-bbox="711 1693 815 1727">手立て</p> <p data-bbox="711 1738 1430 1861">それぞれの考えを比較したり, 不十分さを指摘したりしやすくするために, 流れでの意見と説明に使ったモデル図を黒板に残しておく。</p>

<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> 検証問題：青い水とうの水のかさ(2.9 dl)を正しく表しましょう。 </div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 5px;"> 手立て </div> 10 等分の考え方にまとまるように, 青色の水のかさを 2.9 dl に設定する。
---	--

(2 時間目)

対象間の関係の理解の水準：dl とは別の量単位(, cm)でも量単位に関わらず, 1 を 10 等分した 1 つ分が 0.1 であることを使って, いろいろな量単位を小数で表すことができる水準

流れ	学習活動	具体的な手立て
	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> 課題: 鈴木先生のジュース(1.4)は何残っているでしょうか。 </div> <p>ワークシートにかかれたモデル図をもとに, 残っているジュースの量を調べる。</p> <p>それぞれの考え方をワークシートを見て振り返り, 言葉で記述する。</p> <p>それぞれの考えを発表し, 黒板を用いて考えの妥当性を説明する。</p> <p>板書された考えの中から題意に即したものを, 練り上げの中で見つける。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> 検証問題：鈴木先生の食べられるポッキー(8.4 cm)は何cm残っているでしょうか。 </div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 10px;"> 手立て </div> <p>以下のような場面設定をし, 興味をもって課題をとらえさせる。 (場面) コンビニからジュースを買ってきたところ, 教室に置いておいたら, 中澤先生にジュースを飲まれてしまう。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 10px;"> 手立て </div> <p>ワークシートのマスのおおきさを 20 cm × 5 cm にすることで, 既習知識の 10 等分する考え方の必要性を高める。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 10px;"> 手立て </div> <p>ワークシートの右側に「自分の考えを友達に説明して見よう」のスペースを設け, 結果と照らし合わせて振り返らせる。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 10px;"> 手立て </div> <p>考えを全体で共有するために, 抽出した児童に発表させ, その時に黒板を使って説明させる。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 10px;"> 手立て </div> <p>黒板に前時の dl の結果と, 課題を掲示しておくことで, 生徒がそれをもとに説明したりすることができる板書の工夫をする。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> 手立て </div> <p>cm の課題でも小数が使えることを検証する問題を与えることで, 小数が長さでも使え, 他の単位でも小数が使えるのではと考えさせる。</p>

(3 時間目)

関係の一般性の理解の水準: 量単位を伴う小数を「0.1 を単位とした量単位がいくつ分か」という相対的な見方で表すことができ, 小数の意味がわかる水準。

流れ	学習活動	具体的な手立て
	<p data-bbox="277 454 683 633">課題: 1 dl マスと 0.1 dl マスを使って, 1.8 dl マスの目盛りまで水をうつしましょう。</p> <p data-bbox="296 701 683 779">1.8 dl マスの目盛りまで水を入れる方法を考える。</p> <p data-bbox="309 969 683 1093">1.8 dl マスに水を, 2 つのマスを使って入れる方法を振り返る。</p> <p data-bbox="309 1149 683 1317">自分のワークシートの記述をもとに発表して水の入れ方の妥当性の検討を行う。</p> <p data-bbox="309 1373 683 1451">発表で挙げた意見の仲間分けを行う。</p> <p data-bbox="277 1574 683 1798">検証問題: テープのはしから 0.9cm のところと, はしから 1.2cm のところにしるしをつけましょう。</p>	<p data-bbox="715 421 850 454">手立て</p> <p data-bbox="715 465 1442 633">児童が課題をとらえやすくするために, 具体物である 1 dl マス(プリンカップ)と 0.1 dl マス(ミルクカップ), メスシリンダー, バケツでイメージをもたせる。</p> <p data-bbox="715 701 850 734">手立て</p> <p data-bbox="715 745 1442 958">児童が操作を行いやすくするために, メスシリンダーのモデル(10cm×20cm)がかいてあるワークシートと, 1 dl マスの水のモデル(10cm×10cm)と 0.1 dl マスの水のモデル(10cm×1cm)の付箋を配布する。</p> <p data-bbox="715 969 850 1003">手立て</p> <p data-bbox="715 1014 1442 1137">振り返りをしやすくするために, ワークシートの構成を, 左側は操作をするためのスペース, 右側は自分の考えを記述するスペースにする。</p> <p data-bbox="715 1149 850 1182">手立て</p> <p data-bbox="715 1193 1442 1317">黒板に 1 dl マスの水のモデルと 0.1 dl マスの水のモデルのマグネットを貼って説明する場面を設定する。</p> <p data-bbox="715 1373 850 1406">手立て</p> <p data-bbox="715 1417 1442 1496">黒板に貼られたマグネットを用いて, 考えの類似点や同じ点に着目させる発問を行う。</p> <p data-bbox="715 1552 850 1585">手立て</p> <p data-bbox="715 1597 1442 1776">小数で表された量を構成的な見方・相対的な見方ができることを検証するために, 検証問題は異なる量単位の cm に設定し, 0.9cm と 1.2cm と数値設定を工夫する。</p>

2.3 時間目の授業の概要

小学校の小数の 3 時間目では, 小数の構成的な見方(1 と 0.1 の 2 つを基準にその組み合わせとして小数を見る)と相対的な見方(0.1 がいくつ分かとして小数を見る)が

できるように, 「1 dl マスと 0.1 dl マスを用いて, 1.8 dl の目盛りまで水に移す。」という課題を導入に設定した。

直観的段階(流れ)では, 「課題の意味を正しくとらえさせる」ために, 教師は, 1 dl マス・0.1 dl マス, 水の入ったバケツ, メスシリンダー型の縦長の容器(以下, 「縦長容器」)などの具体物を提示した。その後, 縦長容器に 1 dl マスや 0.1 dl マスを使って 1.8 dl の目盛りまで水に移すという課題を提示した。

直観的段階(流れ)では, 「1 dl の水のモデルと 0.1 dl の水のモデルの付箋を用いて, ワークシートに考えを表現させることを促す」ために, 教師は, 付箋で大きさを揃えて作った 1 dl・0.1 dl の水のモデルや, 縦長容器のモデルのかかれたワークシートを児童全員に配布した。その後, 2 種類の付箋を使って 1.8 dl の目盛りまで貼っていくように指示した。教師が当初期待していた(a)「1 dl マス 1 杯と 0.1 dl マス 8 杯(1 dl マスを最初, 途中, 最後に入れる 3 通りが考えられる)」と(b)「0.1 dl マス 18 杯」の考えは, 児童から挙がった。その他の考えに「1 dl マス 2 杯入れた後に 0.1 dl マス 2 杯を取り除く方法」も挙げられた。しかし, 付箋が水の代わりであると, とらえていない児童も見られた。例えば, 付箋をワークシートの縦長容器の図に上から貼っているものや, 付箋の向きを横ではなく縦にして貼っているものがあつた。

反省的段階(流れ)では, 「ワークシートに付箋を使って表した考えを見て, 振り返り, 自分の考えを記述させる」ために, 教師は, 流れの途中でワークシートの記述欄に付箋の貼り方を自分の言葉でかくように指示した。ほぼ全員がワークシートの記述欄に自分なりに表現していた。文章で記述するもの, 計算式で表すもの, 図や絵で説明するものがあつた。

反省的段階(流れ)では, 「発表時に挙がったそれぞれの考えを聴き, 自分の考えの妥当性を検討させる」ために, 教師は, 机間支援の際に抽出した児童に対し, ワークシートに付箋をどのように貼ったか, マグネットで作った 1 dl・0.1 dl の水のモデルを黒板に貼って表すように指示し, その考えを他の児童の前で発表させた。教師が発表した児童の考えが分かったか確認した際には, 返事を返したり頷いたりする児童もいればそうではない児童もいた。

分析的段階(流れ)では, 「発表時に挙がったそれぞれの考えの同じ点や類似点に着目させ, 考えを練り上げさせる」ために, 教師は, 流れで黒板に貼ったマグネットを見て, 考えを仲間分けしたり, 統一したりするように児童に促した。児童は, 入れる順番を考えなければ「1 dl マス 1 杯と 0.1 dl 8 杯」の考えに統一できることや「1 dl マスを使ったかどうか」ということまでは考えを練り上げることはできたが, 期待した小数の構成的・相対的な見方までは考えを練り上げることはできなかった。

分析的段階(流れ)では, 「課題を通して得られた考えを, 他の状況でも使えるか検討させる」ために, 教師は, 飾り付けのリボンを切り取るという設定で, 「はしから 0.9cm とはしから 1.2cm のところにするしをつける」という検証問題を提示した。また, どうしてその場所にするしをつけたか理由をかくように指示した。しるしをつけることはできたが理由をかけない児童や, cm だけではなく mm を使うことで小数の考え方を使っていない児童もいた。

3. 分析方法

本授業実践で, 「2 軸過程モデル」と「多様な考え」, 「練り上げの場」を基に提案した手立てが, 個人的構成活動と社会的構成活動を促進させ, 理解の深化に有効にはたらいたかを分析する。その際には, クラス全体の児童を総合して分析する。また, 担当教諭に, 算数の成績で上位群, 下位群に属する児童の中から 1 人ずつ抽出してもらい, その 2 人を観察対象児童とする。そして, 授業中における発言やつぶやき, 取り組みなどの様子に加え, ワークシートの記述からも分析を行う。

4. 考察

(1) 手立ての有効性

ここでは特に 3 時間目「関係の一般性の理解の水準」の手立ての有効性について分析する。

手立て

手立て は, おおむね有効であったといえる。具体物を, 半具体物である付箋やワークシートにかかれた縦長容器のモデル図と対応させた上で課題をとらえさせた。しかし, 児童の中には, 付箋が水の代わりであるとイメージできなかつた児童もいたようである。そのため, ワークシートや机間支援では, 付箋をハサミで切る・手でちぎる・折る・違う向きで貼るといった水のイメージができていないと判断される姿が見られた。例えば, 観察対象児童(上位)は付箋をちぎっており, 観察対象児童(下位)は付箋を上から貼っていた。正しく水のイメージをもって付箋の操作を行った児童は 38 名中 25 名であった。

手立て

手立て は, 有効であったといえる。児童は全員ワークシートに自分の考え方を表すことができていた。2 つ以上の考えを出していた児童は 38 名中 31 名以上であった。観察対象児童(上位)は 3 つ以上, 観察対象児童(下位)は 2 つの考えを出していた。

手立て

手立て は有効であったといえる。流れ の操作を振り返り, その考えを文章や式で表現していた児童は 38 名中 36 名であった。観察対象児童は両者とも自分の考えを説明する記述をしていた。

手立て

手立て は, おおむね有効であったといえる。それぞれの考えの児童が黒板に貼ったモデル図を用いて説明し, その説明を他の児童も聴いていた。観察対象児童は両者とも, つぶやきなどの反応から積極的に発表に参加していたといえる。しかし, クラスの一部の児童からしか, 他の児童の考えの妥当性を共有していた姿は見られなかった。

手立て

手立て は有効でなかったといえる。流れ の終わりに教師が「小数で表された量はいろいろな言い方ができるね。」と言った際に, 観察対象児童(上位), 観察対象児童(下位)も含め児童の反応がなかったことから判断できる。児童たちは流れ で拳がった考えの仲間分けは行った。しかし, 「1 dl マスが何杯と 0.1 dl マスが何杯」と「0.1 dl マスが何杯」の仲間分けられるという意見は出なかった。

手立て

手立て はおおむね有効であったといえる。ワークシートの分析から構成的・相対的な見方をした記述のある児童は 38 名中 33 名であった。観察対象児童(上位), 観察対象児童(下位)のワークシートからも構成的・相対的な見方をした記述があった。しかし, その 33 人のうち 1cm と 0.1cm を基準にいくつ分かという記述をしている児童は 7 名であった。また, 観察対象児童(上位), 観察対象児童(下位)を含む残りの 26 名は 1 cm と 1 mm を基準にいくつ分かという記述をしていた。

なお, 1 時間目と 2 時間目の手立ての有効性については以下の表の通りである。

1 時間目		2 時間目	
手立て	有効性	手立て	有効性
手立て	有効	手立て	有効
手立て	有効	手立て	やや有効
手立て	おおむね有効	手立て	おおむね有効
手立て	有効	手立て	有効
手立て	有効でない	手立て	有効でない
手立て	おおむね有効	手立て	有効

(2) 総合的考察

この授業実践で用いた手立て ・ は課題をとらえ, 既習知識を活用して直観的活動を促すために, 有効であったといえる。手立て ・ は自らの直観的活動を振り返り反省的思考を働かせるものとして, おおむね有効であったといえる。手立て ・ は発表で拳がった考えの練り上げを行い, さらに検証・洗練をすることを促すためのものとして, あまり有効でなかったといえる。

直観的段階では, ほとんどの児童が課題をとらえ, 直観的活動に取り組むことができている。このことから, 課題を提示する際に具体物を用いたり, 演示したりして場面設定することが課題をとらえるために有効であるといえる。また, 操作が行いやすいようにワークシートの構成を工夫することが直観的活動に取り組むために有効であるといえる。

反省的段階では, 直観的活動を通して得られた考えを振り返り, 自分の言葉で記述することができていた。しかし, 教師が児童から考えを引き出せなかったり, 発表した児童の考えのよさを他の児童にも伝えるような場を設けることができなかつたりす

ると，児童たちは考えの妥当性を教室全体で共有することができない。ゆえに，教師が児童に対して，発表時にさまざまな意見が挙がったり，他の児童の考えを聴く際にその考えのよさに着目したりするような指示をする必要がある。

分析的段階では，反省的段階の発表で挙げた考えをまとめ，検証問題でその考えを活用することはできなかった。教師が指示や発問を効果的に行わないと発表時に挙げた考えをまとめることができず，発表で考えを多く出しただけになる。その状態で検証問題に取り組んでも，課題から得られた考えを活かすという点で効果が低いと考えられる。

(3) 問題点

1 点目は，手立て で児童が課題をとらえる際に，課題の把握がまだ十分でない点である。教師が教具を提示する時機やその見せ方を，児童により強く訴えるようなものにする必要がある。どのような言葉をかけるかによって，イメージをさらにもちやすくすると考えられるので検討が必要である。

2 点目は，手立て で配布された教具やワークシートなどが，児童によって効果的に使用されていない点である。原因として児童が，教具やワークシートなど使い方を十分把握していないためであると考えられる。児童に「どこに，何を，どのように」かけばいいか伝わるような具体的な説明をしていきたい。単に時間をかけるだけでなく，実際に教師がワークシートや教具を使っている姿を見せて半具体物の使い方を指導する必要がある。

3 点目は，反省的段階の流れ で振り返りができなかった児童が，分析的段階の流れ の発表で挙げた意見をそのまま書いてしまう点である。色ペンの使用や下線などで他の児童の意見と区別してワークシートに記入するように指示するといった具体的な指示を行う必要がある。

4 点目は，流れ で考えの練り上げが深まりづらい点である。これが最大の問題点である。児童が主体となりつつも考えが深まる発表にするためには，机間支援で児童の見取りを行い，できるだけ多くの児童の意見を取り上げるようすべきである。他の児童にも挙手を促したり，問いかけをしたりして教室全体で考えを共有するようになる必要がある。例えば，手立て としては黒板の使い方を工夫したり，教師が考えの本質を問う的確な発問を行ったりすることが考えられる。

5 点目は，手立て の検証問題が課題で得られた考えの検証になっていない場合がある点である。たとえば，3 時間目では数値設定の工夫は構成的・相対的な見方をするために有効に働いたが，0.1 を量単位とする小数とした見方をするために有効に働いていなかった。検証問題では，状況設定をさらに工夫する必要がある。また，検証問題は，難しさ・量ともに多くないものにして授業時間内で終わるようにする必要がある。

中学校授業実践

1. 目的

小学校授業実践と同様に，第 2 章で提案した理解水準の定義と一般的な流れと手立てに基づいて各時に具体的な手立てを用意し，それらを検討することを目的とし，中

学校の授業実践を行った。以下に, 具体的な手立てを取り入れた 3 時間の授業案を示す。

(1 時間目)

数学的対象の理解の水準: 反比例の表から, 正と負両方の範囲で反比例の定義や性質がわかる水準

流れ	学習活動	具体的な手立て
	<p data-bbox="264 533 683 846">課題: 面積が 12 cm^2 の長方形があります。面積が変らないように横の長さを変えていくと縦の長さはどうなるでしょうか。表にまとめましょう。</p> <p data-bbox="264 880 683 958">反比例の具体例からワークシートに表をかく。</p> <p data-bbox="264 1059 683 1093">表の特徴を見つける。</p> <p data-bbox="264 1238 683 1317">見つけた反比例の特徴を発表する。</p> <p data-bbox="264 1417 683 1451">反比例の関係を式で表す。</p> <p data-bbox="264 1753 683 1977">検証問題: x の変域が 0 や負の数まで広がったときの $y = 12/x$ の表を完成させて, その表の特徴を書きましょう。</p>	<p data-bbox="715 510 850 544">手立て</p> <p data-bbox="715 577 1433 667">(発問) 横の長さを x, 縦の長さを y として, x と y の関係を式で表しましょう。</p> <p data-bbox="715 678 1441 757">課題を捉えやすいように, 黒板に課題と共に画用紙で作った長方形を提示する。</p> <p data-bbox="715 992 850 1025">手立て</p> <p data-bbox="715 1037 1441 1160">実際に面積 12 cm^2 の長方形をかいたり, 式を使ったりして表をかくために, ワークシートに方眼やフリースペースを用意しておく。</p> <p data-bbox="715 1171 850 1205">手立て</p> <p data-bbox="715 1216 1441 1350">表の横方向や縦方向の特徴を見つけやすいように, 黒板やワークシートなど生徒の目に付きやすい所に表がかかっている状態にしておく。</p> <p data-bbox="715 1361 850 1395">手立て</p> <p data-bbox="715 1406 1441 1529">横方向に関する性質, 縦方向に関する性質を, 黒板の表にかき込んで, 各自が見つけた特徴を共有しやすくする。</p> <p data-bbox="715 1541 850 1574">手立て</p> <p data-bbox="715 1585 1441 1709">表を横方向や縦方向に見て得られた多様な考えの中から, 表の対応関係へと視点に移す発問をする。</p> <p data-bbox="715 1765 850 1798">手立て</p> <p data-bbox="715 1809 1441 1888">反比例の負の範囲で検証問題を行うために, 比例の表 (負まで含む) を提示する。</p>

(2 時間目)

数学的对象の理解の水準 : 反比例のグラフが x 軸と y 軸を漸近線とする滑らかな曲線であることがわかり, グラフがかける水準

流れ	学習活動	具体的な手立て
	<p data-bbox="280 394 667 663">課題 : 反比例 $y = 6/x$ のグラフをかきたいと思えます。比例のときにグラフをかいた手順をもとにしてグラフをかきましょう。</p> <p data-bbox="296 696 647 730">反比例のグラフをかく。</p> <p data-bbox="296 831 679 1043">反比例のグラフをかいた際に, 点同士をなぜそのような線で結んだのかをワークシートの右側にかいて振り返る。</p> <p data-bbox="312 1111 679 1178">かいたグラフとその理由を発表する。</p> <p data-bbox="296 1290 679 1357">5 人グループで反比例のグラフの先を考える。</p> <p data-bbox="280 1760 667 1973">検証問題 : 反比例のグラフのかき方を使って, $y = 6/x$ の x が負になる範囲のグラフもかきましょう。</p>	<p data-bbox="715 371 850 416">手立て</p> <p data-bbox="715 421 1437 544">前時の学習で用いた 6 種類の面積 12 cm^2 の長方形の画用紙を重ねあわせて, 反比例のグラフをイメージしやすくする。</p> <p data-bbox="715 689 850 734">手立て</p> <p data-bbox="715 739 1437 817">ワークシートの方眼のマス目を大きくして, 直線・曲線の考え方が出やすいようにする。</p> <p data-bbox="715 828 850 873">手立て</p> <p data-bbox="715 878 1437 1001">振り返りをしやすくするためにワークシートの構成を, 左側は方眼に右側は自分の考えを記述するスペースにする。</p> <p data-bbox="715 1102 850 1146">手立て</p> <p data-bbox="715 1151 1437 1274">黒板に貼った模造紙に, 2 種類のグラフを生徒にかかせ, それをもとにかき方と根拠を説明する場面を設定する。</p> <p data-bbox="715 1285 850 1330">手立て</p> <p data-bbox="715 1335 1437 1458">反比例のグラフの先について以下の発問を行うことで, グラフをかく際に点同士を直線と曲線のどちらかで結ぶべきか議論する場面を設定する。</p> <p data-bbox="730 1491 1422 1671">(発問) $y = 6/x$ のグラフでは, x がどんどん 0 に近づいたときや, x がどんどん大きくなったとき, グラフはどこへのびていくでしょうか。</p> <p data-bbox="715 1693 850 1738">手立て</p> <p data-bbox="715 1742 1437 1865">反比例のグラフの性質の妥当性を確認するために, 変域や比例定数が負である場合のグラフをかく検証問題を提示する。</p>

(3 時間目)

対象間の関係の理解の水準 : 反比例の表・式・グラフが関連しており, 場面に応じ, それぞれのよさがあることがわかる水準

流れ	学習活動	具体的な手立て
	<p data-bbox="264 394 667 667">課題 : A 君の移動する速さや向きが変わると, チェックポイントを通る時間はどのように変わるでしょう。表であらわしてみよう。</p> <p data-bbox="312 696 687 819">反比例の具体的な事象から速さと時間の関係を表で表現する。</p> <p data-bbox="312 880 687 1048">この表がどんな速さのときも表現できているか, またその理由を記述する。</p> <p data-bbox="344 1104 663 1137">での理由を発表する。</p> <p data-bbox="264 1491 667 1906">課題 : 速さを時速 1 km から 2 km までだんだん速くします。そのとき, チェックポイントの通過時間はどのように変わっていくか表しましょう。また, 表すときに何を利用したのかと, それを利用した理由もかきましょう。</p>	<p data-bbox="711 371 919 416">手立て</p> <p data-bbox="711 421 1445 544">課題を捉えやすくするために, 既習の速さと時間の関係を移動中の A 君の移動速度とチェックポイントの通過時間の関係として場面設定する。</p> <p data-bbox="711 696 919 741">手立て</p> <p data-bbox="711 745 1445 824">既習知識をスムーズに活用させるために, 速さから通過時間を求める方法を事前に確認する。</p> <p data-bbox="711 880 919 925">手立て</p> <p data-bbox="711 929 1445 1097">流れ でかいた表を振り返りやすくするために, ワークシートの表の下に, この表では速さの記述が十分であるか否か理由をかくスペースを設置する。</p> <p data-bbox="711 1104 919 1149">手立て</p> <p data-bbox="711 1153 1445 1276">それぞれの考えの妥当性を共有させるために, ワークシートで操作したものと同じ表を黒板に掲示し, 生徒の説明を補助する。</p> <p data-bbox="711 1469 919 1514">手立て</p> <p data-bbox="711 1518 1445 1597">問題意識をもたせるために, 課題の前に表では不十分な点があることを述べさせる。</p>

	ワークシートに変わり方の結果を記述する。	<p>手立て</p> <p>計算やグラフがかきやすくするために,ワークシートに通過時間がどのように変わっていくのか結果をかくスペースを大きめに設置する。</p>
	ワークシートに利用したもの, 利用した理由を記述する。	<p>手立て</p> <p>流れ ' の結果を振り返りやすくするために, ワークシートの結果をかくスペースの隣に, 利用したものと理由をかくスペースを設定する。</p>
	それぞれの変わり方の結果, 利用したもの, 理由を発表する。	<p>手立て</p> <p>それぞれの考えの妥当性を共有させるために, 生徒に説明させる際に黒板を補助的に使用させる。</p>
	表・式・グラフそれぞれの利点が活かされる場面を整理する。	<p>手立て</p> <p>それぞれの考えを比較しやすくするために, 流れ ' で述べられた生徒の意見の板書を黒板に残しておく。</p>
	検証問題に取り組む。	<p>手立て</p> <p>考えの妥当性を検証しやすくするために, 表・式・グラフそれぞれの利点が活かされる場合をまとめた表を黒板に残しておく。</p>

2.3 時間目の授業の概要

中学校の反比例の3時間目では, 反比例の具体的な事象として「東西にのびる道をA君が移動している。A君が今いる地点から東に10kmの地点にチェックポイントがある。A君がチェックポイントを通過する(した)のはいつだろうか。」という状況を設定した。

直観的段階(流れ ,)では, まず, 「A君が西から東へ向かって時速5kmで移動した場合」と「A君が東から西に向かって時速2kmで移動した場合」を例示し, 速度や時間を正負の数に直し, 既習である位置と速度から時間を導く方法を確認した。次に, 「A君の移動する速さや向きが変わると, チェックポイントを通過する時間はどのように変わるでしょう。表であらわしてみよう。」という課題に取り組ませた。この課題に対しては, どの生徒も表に数値を正確に記入することができていた。

反省的段階(流れ ,)では, まず, 「できた表がどんな速さのときも表現できているかどうか, またその理由」をワークシートに記述させた。ワークシートにはおよそ3分の2の生徒が自分の考えを記述することができていた。次に, 表の速度と時間の関係が反比例であることを確認した後, 生徒にそれぞれの意見を発表させた。他の生徒が黒板で発表する様子を注視し, 自分に無い考えをワークシートにかき加える生徒もみられた。

直観的段階(流れ ' , ')では, まず, 表では表現が不十分であることを確認し

た後, 時速 1 km と 2 km の間を例示し, 「速さを時速 1 km から 2 km までだんだん速くします。そのとき、チェックポイントの通過時間はどのように変わっていくか表しましょう。また, 表すときに何を利用したのかと、それを利用した理由もかきましよう。」という課題に取り組みさせた。この課題に対しては, 時速が 1.1 km のとき時間は 9.090 時間, 時速が 1.2 km のとき時間は 8.333 時間というように反比例の式を利用して計算する生徒やグラフをかいて表現する生徒がみられた。

反省的段階(流れ ,)では, まず, 続けて先程の課題の後半部分「利用したものと, 利用した理由」をワークシートに記述させた。しかし, 生徒には指示文の意味がうまく伝わっておらず, 記入できている生徒は少数であった。次に, 生徒にそれぞれの意見を発表・説明させた。他の生徒の説明を注意深く聴く生徒の姿は見られたものの, 自分に無い考えをワークシートにかき加える生徒の姿はほとんどみられなかった。

分析的段階(流れ ,)では, 「式を使ったほうが便利な場合やグラフを使ったほうが便利な場合はないのでしょうか」という発問に対し, 一部の生徒からではあったが, 式・グラフそれぞれの便利な場面を述べさせることができた。最後に表に関しても同様の利点がないかを述べさせ, 黒板に表・式・グラフそれぞれの利点をまとめた。検証問題は, 時間の関係上実施することができなかった。

3. 分析方法

本授業実践で, 「2 軸過程モデル」と「多様な考え」, 「練り上げの場」を基に提案した手立てが, 個人的構成活動と社会的構成活動を促進させ, 理解の深化に有効にはたらいたかを分析する。その際には, クラス全体の生徒を総合して分析する。また, 担当教諭に数学の成績で上位群, 下位群に属する生徒の中から 1 人ずつ抽出してもらい, その 2 人を観察対象生徒とする。そして, 授業中における発言やつぶやき, 取り組みなどの様子に加え, ワークシートの記述からも分析を行う。

4. 考察

(1) 手立ての有効性

ここでは特に, 3 時間目「対象間の関係の理解の水準」の手立ての有効性について分析する。

手立て

「既習の速さと時間の関係を移動中の A 君の移動速度とチェックポイントの通過時間の関係として場面設定する」ことは, 手立てとして有効であったといえる。それは, 観察対象生徒 2 名を含めクラス全員がワークシートの表をきれいに記述することができていたからである。よって, 具体的な場面を設定することにより課題を捉えやすくすることができたといえる。

手立て

「速さから通過時間を求める方法を事前に確認する」ことは, 手立てとして有効であったといえる。それは, 観察対象生徒 2 名を含めクラス全員がワークシートの表の

数値を正確に記述することができていたからである。よって, 既習事項の確認を事前に行うことにより, 直観的活動を行う際に既習知識を利用しやすくすることができたといえる。

手立て

「ワークシートの表の下に, この表では速さの記述が十分であるか否か理由をかくスペースを設置する」ことは, 手立てとしておおむね有効であったといえる。それは, ワークシートに理由を記述できていた生徒が 37 名中 22 名いたことや, 観察対象生徒 2 名とも自分の考えを記述することができていたからである。

手立て

「ワークシートで操作したものと同じ表を黒板に掲示し, 生徒の説明を補助する」ことは, 手立てとしておおむね有効であったといえる。それは, 観察対象生徒 2 名とも黒板で説明している生徒の様子を注視し, ワークシートに自分に無かった理由をかき加えていたからである。クラス全体では 37 名中 17 名が記述していたが, これは自分に無かった理由を記述するように指示していなかったからであると考えられる。

手立て

「課題の前に表では不十分な点があることを述べさせる」ことは, 手立てとして有効であったといえる。それは, しばらく手をつけられなかった生徒も見られたが, 最終的には対象観察生徒 2 名を含むクラス全員がワークシートのチェックポイントの通過時間がどのような変わり方をしているのかをかくスペースに記述することができていたからである。

手立て

「ワークシートに通過時間がどのように変わっていくのか結果をかくスペースを大きめに設置する」ことは, 手立てとして有効であったといえる。それは, クラス全体で 38 名中 32 名が結果をかくスペースに, 速さが 1~2 の間の数値になるときの通過時間を求めるための計算や反比例のグラフを記述していたことからうかがえる。また, 観察対象生徒も 2 名ともスペースを広く使い, 計算やグラフをかくことに活用できていた。

手立て

「ワークシートの結果の隣に, 利用したものと理由をかくスペースを設定する」ことは, 手立てとして有効ではなかった。それは, 利用したものと理由の両方を記述していた生徒が 38 名中 12 名しかおらず, 観察対象生徒は上位・下位の 2 名とも記述することができていなかったからである。

手立て

「生徒に説明させる際に黒板を補助的に使用させる」ことは, 手立てとしてあまり

有効ではなかった。それは, 観察記録とワークシートの記述から観察対象生徒は 2 名とも生徒の説明を注意深く聴き, 自分に不足していた記述をかき加えていたが, クラス全体としては 38 名中 8 名しか, かき加えていなかったからである。これは自分に無かった理由を記述するように指示していなかったからだと考えられる。

手立て

「流れ」で述べられた生徒の意見を黒板に残しておく」ことは, 手立てとしてあまり有効でなかったといえる。それは, ビデオの記録から反比例の式・グラフ・表それぞれに対してどのような時に使うと便利であるかという教師の問いに対して 1 部の生徒からしか反応が返ってこなかったことや, 38 名中観察対象生徒 2 名を含む 26 名がまとめを記述していなかったからである。流れ」の発表の場面が教師と発表する生徒とのやり取りになってしまっていたため, 生徒は説明の板書に注目できていなかったと考えられる。

手立て

「表・式・グラフそれぞれの利点が活かされる場合をまとめた表を黒板に残しておく」ことは, 検証問題を授業では実施できなかったため手立てとしての有効性に言及することができない。

なお, 1 時間目と 2 時間目の手立ての有効性については以下の表の通りである。

1 時間目		2 時間目	
手立て	有効性	手立て	有効性
手立て	有効	手立て	有効
手立て	おおむね有効	手立て	有効
手立て	おおむね有効	手立て	おおむね有効
手立て	おおむね有効	手立て	有効でない
手立て	有効でない	手立て	おおむね有効
手立て	有効でない	手立て	やや有効

(2) 総合的考察

この授業実践で用いた手立て・ は課題をとらえ, 既習知識を活用して直観的活動を促すために有効であったといえる。手立て・ は自らの直観的活動を振り返り反省的思考を働かせそれぞれの考えの妥当性の共有を促すためにおおむね有効であったといえる。手立て・ は練り上げを行い, さらに検証・洗練をすることを促すためにはあまり有効でなかったといえる。

直観的段階では, ほとんどの生徒が課題を捉え, スムーズに直観的活動に取り組むことができた。このことから, 課題を提示する前に場面設定をし, ワークシートを工夫することで既習の知識を理解の道具として用いることができることがわかる。

しかし, 直観的段階の手立てが有効に機能していても, 分析的段階の手立てが有効に機能していなかった 2 時間分については理解水準の上昇が確認できなかった。よって, 分析的段階やその前段階である反省的段階の社会的相互作用を働かせる場の工夫が必要である。

(3)問題点

理解水準を上昇させるには, 分析的段階とその前段階の反省的段階が重要な役割を果たしている。

反省的段階では, 直観的活動でかいた表を振り返るためのスペースを設けたり, その位置を工夫したりすることによって, ある程度は反省的思考を促すことができている。また, 考えを発表しその妥当性を共有する場面では, 黒板に直観的段階でつくった表などを掲示するだけでは, 説明する生徒が掲示物を活用するとは限らず, 他の生徒にとっても妥当性が共有できたとはほとんどいえなかった。したがって反省的段階では, 単に振り返りのスペースを設定したり, 黒板に表などを掲示するだけではなく, 記述する視点を指示したり, 発表する生徒には黒板に掲示してあるものは説明に活用してよいことなどを指示したりする必要がある。

また, 分析的段階では, 検証課題について説明が不足していたために正の範囲で明らかになったことを負の範囲で確認できている生徒はいなかった。課題やワークシートを工夫するだけではなく, 正の範囲で明らかになった性質を負の範囲まで拡張した表でも確認するよう指示するなど, 検証の視点を明確にする指示も必要になる。

第 4 章 総合的考察

第 3 章においてそれぞれ考察してきた, 小学校実践と中学校実践について総合的に考察する。ここでは, 2 軸過程モデルの学習段階を具体化した授業の一般的な流れの妥当性とその手立ての有効性について総合的に考察する。

1. 一般的な流れについて

本研究では, 3 つの学習段階を具体化し, 個人的構成と社会的構成の両方の活動を授業の流れの中で位置付けた。その結果, 下位の児童・生徒にとって, 周りの発表を聴くことが自力解決できない課題において, 他の児童・生徒と考えを共有するのに役立っていた。また, 上位の児童・生徒にとっても多くの考えを挙げることできていただけでなく, どの考えが適当であるか練り上げる姿勢が身についたことが, 1 時間目と 3 時間目の授業中の様子からわかった。

したがって, 個人的構成と社会的構成の両方の活動を授業の流れに取り入れたことは妥当であった。

2. 手立てについて

本研究では, 一般的な授業の流れを基に設定した手立てが有効であったかを考察す

ることを目的としていた。その結果, 以下のことが成果として示された。

- ・ 直観的段階における手立てでは, 具体物を用いたり, 場面設定をしたりすることにより課題が捉えやすくなり, さらに既習事項の確認やワークシート・教具を工夫することにより直観的活動がスムーズに進む点で有効であること
- ・ 反省的段階や分析的段階における手立てでは, ワークシートを工夫したり, 掲示物を貼って説明させたりするだけでなく, 発表や検証問題を解決する際に児童・生徒に掲示物の利用や検証の視点をもたせる必要があること

これらは, 学習段階において固有の手立てを講じることによって理解を深化させることができることを示している。今後は, 特に分析的段階における手立てをさらに検討し, 社会的相互作用を活用させることによって理解を深化させる指導が行われることが期待できる。

おわりに

本研究では, 児童・生徒が算数・数学での概念を深く理解するために, 実際の教室での算数・数学指導を行う際の具体的な授業構成について考察してきた。その結果, 本研究の成果として以下の 2 点が挙げられる。

「2 軸過程モデル」に基づいた一般的な授業の流れとその手立てを提案したこと

「2 軸過程モデル」に基づいた授業を行う際に, 授業構成は明確にされていたものの, 具体的に授業内でどのような活動を設定すればいいか明確にされていない面があった。これに対し, 本研究では「2 軸過程モデル」に基づいた一般的な授業の流れとその手立てを明確にすることを目的とし, それを達成できた。

小・中学校の授業実践を通して, 提案した一般的な授業の流れとその手立ての有効性を検証したこと

児童・生徒が数学理解を深めるための授業実践を行うにあたり, 授業に合わせ, 一般的な授業の流れとその手立てをより具体化した。本研究では, ワークシートやビデオ記録の分析を通して, 手立ての有効性を検証したあとに問題点を挙げ, 課題を明確にした。

今後の課題は, 発表で挙げられた考えを生かすために, 反省的段階では発表時に黒板や模造紙を使って児童に説明させることで考えの共有を促すこと, 分析的段階では発表での練り上げや検証問題を行う際に, 発表で挙げられた考えの関連にどのように気づかせるかということである。発問・指示を一層精錬する必要がある。

最後に, 授業実践にあたり, 平山誠先生, 渡部智和先生, 金山光宏先生をはじめとする実践に協力していただいた先生方には, お忙しい中, 温かく御指導と御協力をし

ていただき,心より感謝申し上げます。また,指導教員である和田信哉先生には,日頃から多くの御指導をしていただき,本研究をここまですすめることができました。併せて感謝申し上げます。

【引用及び参考文献】

- 小山正孝(1997),「10. 数学理解と理解過程」,日本数学教育学会編集,『日本の算数・数学教育 1997 学校数学の授業構成を問い直す』,pp.135-144,産業図書.
- 小山正孝(2000),「理解」,中原忠男編集,『算数・数学科重要用語 300 の基礎知識』,p.69,明治図書.
- 小山正孝(2006a),「数学学習における理解過程に関する研究()」,全国数学教育学会誌,『数学教育学研究』,第 12 卷,2006,pp.71-81.
- 小山正孝(2006b),「数学理解の 2 軸過程モデルに基づく授業構成の原理と方法」,『日本教科教育学会誌』,第 28 卷,第 4 号,pp.61-70.
- 古藤怜 新潟算数教育研究会(1990),『算数科多様な考え方の生かし方まとめ方』,東洋館出版社.
- 中原忠男(1995),「算数・数学教育における構成的アプローチの研究」,聖文社.
- 文部科学省(2006),「小学校算数・中学校数学・高等学校数学指導資料～PISA 2003(数学リテラシー)及び TIMSS2003(算数・数学)結果の分析と指導改善の方向～」,東洋館出版社.