

図的表現を用いた児童の学習活動に関する研究

新潟大学大学院教育学研究科
院生 川又 由香

はじめに

近年の数学教育における認識論である急進的構成主義, 相互作用主義, 社会文化主義は, それぞれの立場をもっているが, 共通点として学習者主体の認識論, 学習論を提起している⁽¹⁾。また, 仲間との社会的相互作用を学習の重要な方法論とする点も共通している。つまり, 算数の学習においては, 児童が学習へ主体的に関わり学級の仲間とともに学習を創っていくことが求められる。

したがって, 児童一人ひとりが問題を自分のものとしてとらえ, 解決までの見通しを付け解決に向かい, 学級の仲間とともに算数の学習を創っていくことが必要である。そして, 問題に示された状況を把握し, 問題の構造を自ら問うことで児童の思考力は深まっていく。

児童にとっての難しさは, この思考の過程を式や数量などの記号として表していく部分にある。記号として表し一般化して表現・思考できる点があるが, 算数のよさの一つである。しかしそれを式として表すと, 厳密性は高いが抽象性も強く, そのために児童にとっては理解が難しいものとなる。

また, 算数の授業では, 問題の提示が文章でなされることが多い。IEA(国際教育到達度評価学会)による国際数学・理科教育調査の2003年調査での計算問題と文章題の比較では, 文章題は計算問題より正答率が低くなること, それは国際的にも低くなるということが報告されている⁽²⁾。このことから, 問題を解決する過程で場面や構造をイメージし, それを式として表すことの難しさがうかがえる。

このような中で, 算数の授業において図的表現を用いることは, 問題を把握し問題解決に至る助けとなる⁽³⁾。つまり, 自分の把握した状況を視覚的に表し, イメージを確認し, それを操作し思考することができる。また, 図的表現を用いることで各自の考えを他の人と共有することもでき, それぞれの考えを認め合い, 思考を高め合うことができる。

中でも, 小学校第2学年では学習指導要領解説⁽⁴⁾に例示されているように, 加法と減法についての理解を深めるためにテープ図が用いられ, 加法と減法の間を児童にとらえさせようとする場合が多い。しかし, 図的表現を用いようとしても途中で思考が止まってしまい, 解決に至ることができない児童もいる。児童一人ひとりが図的表現を活用し, 算数の授業を創っていくことができるよう, 教師がどのようなはたらきかけを行っていくべきか検討する必要がある。

本研究は, 文章題に焦点を当て, それに示される現実的な場面と形式化された式とをつなぐ図的表現の役割に着目し, 図的表現を思考の道具としてとらえ, その変化の段階を明らかにするとともに, 構造及び抽象の段階を上げるためのはたらきかけを明

らかにすることを目的とする。

特に, 本稿では小学校 2 年生を対象にした事例研究をもとに, 児童が図的表現を変化させる要因を明らかにし指導への示唆を得るとともに, これまでの本研究を考察し図的表現を活用するための指導原理を構築することを目的とする。

第 1 章 これまでの本研究の概要

これまで本研究では先行研究を考察し, 問題解決に至るまでの構造と抽象の段階及び児童が用いる図的表現の枠組みを表 1 のように設定⁽⁵⁾した。

表 1 構造と抽象の段階

		抽象の段階		
		1 具体的な段階	2 半抽象的な段階	3 抽象的な段階
構造の段階	文脈に含まれる数値の段階	具体的な図に文脈から読み取れる要素が表現されている。	半抽象的な図に文脈から読み取れる要素が表現されている。	抽象的な図に文脈から読み取れる要素が表現されている。
	関係を表す要素が現れた段階	具体的な図に未知量を仮定し知識をもとにした判断を加えた要素が表現されている。	半抽象的な図に未知量を仮定し知識をもとにした判断を加えた要素が表現されている。	抽象的な図に未知量を仮定し知識をもとにした判断を加えた要素が表現されている。
	構造を表す要素が現れた段階	具体的な図に2量の関係が表され, 問題の構造が明らかとなっている。	半抽象的な図に2量の関係が表され, 問題の構造が明らかとなっている。	抽象的な図に2量の関係が表され, 問題の構造が明らかとなっている。

また, 抽象の変化に関する調査研究を行い, 1 年生の児童が次の困難点をもつことを明らかにした⁽⁶⁾。

半抽象的な図的表現として や による図, テープ図を併せて考えていたが, そこには, さらに や による図 テープ図という段階の異なるものがあり, そこに操作等を結びつける必要がある。

テープ図へ抽象化する際に長さの学習を行っておく必要があるが, 教科書によってはテープ図を用いた学習が先に出てくることもあるので, その点も考慮しなければならない。

このような具体的困難点を解消するために, 初めて抽象的な図的表現を用いる学年において操作を用いた中間段階を設定し変化をうながすこととした。

第 2 章 小学校第 2 学年における実践研究

1 研究の方法

児童が図的表現を変化させる要因を明らかにし, 指導への示唆を得ることを目的とし, 平成 18 年 10 月, 新潟市内公立小学校 2 年生を対象に事例研究を行い, 抽出児童

2名の授業記録を取り, 分析した。記録は3台のビデオによる記録(1台は全体記録, 2台は抽出児童2名の記録)及びレコーダー2台(児童の机上)で行った。本稿では, そのうちの1名の図的表現の変化を追ってそれを検証していく。

本授業は, 単元全体を「たし算とひき算(2)」のための中間段階とし, 現実的表現, 操作的表現との関連をもたせた抽象的な図的表現の導入を行い, 抽象化に児童による意味づけを保障する。

2 抽出児に見られた図的表現の変化

ここでは, 図的表現の変化が特徴的に現れた「求残の問題」「求差の問題」「他の表現様式との関連」に分けて授業実践の概要を述べていく。

(1) 求残の問題

抽出児は初めての求残の問題(第2時)で, テープ図に表すように教師から指示された際, 抵抗感を示さずにかき始めた。前時にブロック操作と関連づけたテープ図の導入をしたことで, テープの長さで量を表すことが児童に理解されたためと考えられる。調査研究の示唆を受け, 「長さ」の学習を先に行ったことで, 測定的な見方を児童にもたせることができた。

しかし, 抽出児は求残のテープ図の表現をする際, 全体量をまずかいて, そこに取り去る量を付けたした。テープ図は, 部分と全体の量の関係が異なったものになっていた。

① テープ図にかいてみましょう。



図 3-9 増加の問題

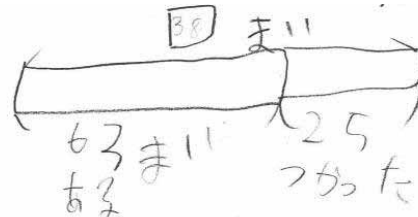


図 3-10 求残の問題

(2) 求差の問題

抽出児は同種の2量を表すことに困難を示した。クラスの人気数の問題では, 初め, 1本のテープ図で表そうとして二つの長四角を横につないでかいたが, そこで止まったまま図をかかなかった。そして, 最初にかいた図を消し, 式をかいた後も図はかかずに机の上に突っ伏した。その後, 2本のテープ図で表した友だちの発表を聞き, 教師にうながされて2本のテープ図をかいた(図 3-11)。



図 3-11 求差の問題

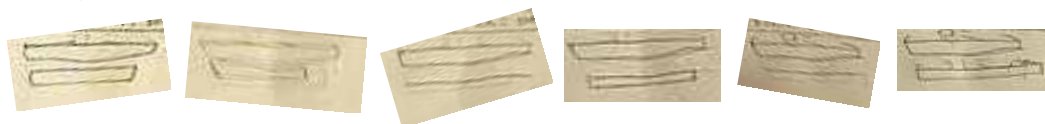


図 3-12 空き缶の問題での図の変化

次の時間の空き缶の問題では, 「昨日のKさんの方法を使えばできる」と発話し, 2本のテープ図に表した。

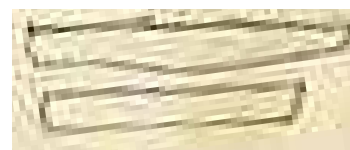


図 3-13 求小の問題1

初め，2 本目のテープが短いものをかいていたが，消したりかいたりをして 3 度繰り返した（図 3-12）。かかれたものは長さの異なる 2 本のテープだけだったが，上のテープを私の数の 個としたかったために，下が短いこのテープ図では，自分の把握と異なってしまうことに気が付き，消したりかいたりをして繰り返したものと考えられる。最後には 2 本目のテープが長いものをかいた（図 3-14）。

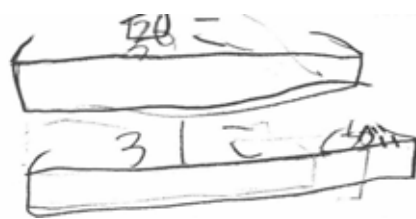


図 3-14 求小の問題 2

(3) 他の表現様式との関連

式からテープ図を表す 4 時間目には，抽出児は求差を表す 2 本のテープ図をまずかいた。それをかいて満足した様子だった。その後，友だちが求残を表す 1 本のテープ図を紹介したことで，自分でも 1 本の図をかきたいとして 1 本のテープ図をかいた。「おれ K ちゃんのやってみてえ」と，式から他のテープ図が表されることに驚きを感じていた。

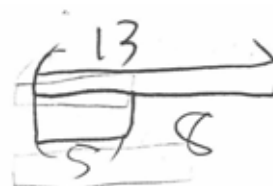


図 3-15 2 本のテープ図

その後，抽出児は折り紙のお話を作った。教師がどちらの図を使ったのか尋ねると，最初にかいた 2 本のテープ図の方を指した。教師からテープ図とお話の不整合を指摘され，図にあったお話をかくように言われると，棒人間をかき始めた。隣の児童から，絵もかくのかと聞かれると「おれ，一応かく」と答え，引き続き棒人間をかいた。棒人間を 13 人かいた後，最初にかいたお話に対応する折り紙の四角を 13 個かいた。その後棒人間に対応する求残のお話を「公園に 13 人いました。6 時になって 5 人かえりました。のこりは 8 人です。」とかいてから，棒人間の絵図に「かえり」のこばを付け，おりに「つかい」を付けた。

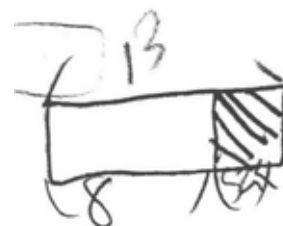


図 3-16 1 本のテープ図



図 3-17 公園の絵図

その後，学級では 4 種類のテープ図それぞれにあったお話を紹介しあい，その過程で，テープ図とお話の中の「違いは」の整合性について触れられた。抽出児は，公園の問題を消し，「ゴウカザルが 13 ひきいました。もうかザルが 5 ひきいます。ちがいは 8 ひきです。」と書き直した。「2 本のテープ図を使ったけど，ぼくのは，お話が“ のこりは ” になっている」という他の児童の発言に対し，「おれ，違い」と発話した。



図 3-18 折り紙の絵図

3 授業実践の分析

抽出児は図的表現を変化させながら抽象的な図的表現について理解を進めていった

が, この過程をさきに設定した構造と抽象の段階の枠組みと照らし合わせながら分析する。

構造と抽象の段階の枠組みに図 3-9 から図 3-18 を当てはめると表 3-3, 表 3-4, 表 3-5 のようになる。また, これらの表中の段階の変化を追うことで, 図的表現の変化とその要因を見ることができる。

抽出児の図的表現は, 求残の問題 (表 3-3) では抽象の段階 2 の中を 2 2 と変化し, 求差の問題 (表 3-4) では抽象の段階 2 の中を 2 2 2 と変化した。また, 式からテープ図を表す時間 (表 3-5) には 2 2 1 1 と変化した。

表3-3 抽出児の図的表現の変化

		抽象の段階		
		1 具体的な段階	2 半抽象的な段階	3 抽象的な段階
構造の段階	文脈に含まれる数値の段階		図 3-10	
	関係を表す要素が現れた段階			
	構造を表す要素が現れた段階		図 3-9	

表3-4 抽出児の図的表現の変化 2

		抽象の段階		
		1 具体的な段階	2 半抽象的な段階	3 抽象的な段階
構造の段階	文脈に含まれる数値の段階		図 3-13	
	関係を表す要素が現れた段階			
	構造を表す要素が現れた段階		図 3-11 図 3-14	

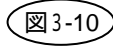
表3-5 抽出児の図的表現の変化3

		抽象の段階		
		1 具体的な段階	2 半抽象的な段階	3 抽象的な段階
構造の段階	文脈に含まれる数値の段階			
	関係を表す要素が現れた段階	 ↓ 		
	構造を表す要素が現れた段階		 ↓ 	

(1) 2 2の変化(図 3-9 図 3-10)

第 2 時には, 第 1 時の増加の構造を表した図 3-9 から, 図 3-10 へと変化した。段階は前時の 2 から 2 へと下がった。この変化は, 新しい問題に出会ったことと求残の表現ができなかったことが要因と考えられる(表 3-6)。

表3-6 抽出児の図的表現の変化

		抽象の段階		
		1 具体的な段階	2 半抽象的な段階	3 抽象的な段階
構造の段階	文脈に含まれる数値の段階			
	関係を表す要素が現れた段階		<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> 新しい問題 求残の表現 </div>	
	構造を表す要素が現れた段階			

抽出児は, 部分と全体の関係が明らかとなっている他の児童の発表を聞いた後も, 自分のかいたテープ図をかき直したり黒板のテープ図を見てかいたりしようとはしなかった。自分のテープ図と紹介されたテープ図との違いに気付かず修正する必要感が

なかったものと考えられる。また, この抽出児は, 単元の評価問題でも全体量の右側に部分量を付けたテープ図をかき, 矢印で取り去る表現をしていた。

このことから, 抽出児にとっては「63 枚ある中から 25 枚つかった」と表現したかったものが, テープ図に表現する際に適切に表現できなかつたと考えられる。抽出児はイメージとして問題の構造を把握しているけれども, テープ図の表現としてかく際にうまく表現できていないものと考えられる。

第 1 時のテープ図の導入時には, 中間段階として操作を伴った活動を行ったが, 第 2 時の求残の学習ではブロック操作をせずにテープ図の表現をさせたため, 抽出児は図的表現と操作的表現を関連づけて表現できなかつたと考えられる。テープ図を導入する時間だけでなく, 新しい関係のテープ図を表現する際にブロック操作を行い, 関連を確認する場を設定する必要がある。

(2) 2 2 2 の変化 (図 3-11 図 3-13 図 3-14)

前時のテープ図とこの時間のテープ図を構造と抽象の段階の枠組みに当てはめると, 半抽象的な段階 2 の中で構造の段階が変化している (表 3-7)。

表3-7 抽出児の図的表現の変化2

		抽象の段階		
		1 具体的な段階	2 半抽象的な段階	3 抽象的な段階
構造の段階	文脈に含まれる数値の段階		図 3-13	
	関係を表す要素が現れた段階	図と把握とのずれ		新しい問題
	構造を表す要素が現れた段階		図 3-11 図 3-14	

前時には, 抽出児は 2 本のテープ図をかこうとせず, 教師にうながされてかいた (図 3-11)。そして, 本時に新しい問題に出会ったことで, 図 3-13 ではとりあえず昨日のやり方を使えそうだと見通しをもってかいた。新しい問題に出会ったことがこの変化の要因であった。

その後, 何度かかき直した後, 図 3-14 へと変化した。図に表現されたものを見たときに, 自分の把握とずれていると感じたことがこの変化の要因と考えられる。これは, 児童が図的表現を何度かかき直し, 2 本目のテープが長くなったところで安定し他の要素をかき加えたことから考察される。抽出児は, 最初の図的表現が自分の把握と異なることに気付いたことで, 図的表現を変化させ自分の把握を表した。

そして, この次の石の問題では, 抽出児は二つの量を表す必要に気付き, 2本のテープ図に表すことができた。また単元の評価問題でもテープ図を用いることができた。抽出児は求差の問題はとらえられるようになった。

このことから, 児童がとりあえずかいた図的表現をもとに, それを変化させることで, 量同士の関係に気付き, それまで用いることのなかった抽象的な図的表現を自分のものとして活用し, 構造を表すことができるようになることが示唆される。

(3) 2 2 1 1 の変化 (図 3-15 図 3-16 図 3-17 図 3-18)

構造と抽象の段階の枠組みの中では, 抽出児の図的表現は 2 の中で変化した後, そこから 1 へと変化し, 1 の中でも変化した (表 3-8)。

図 3-15 から図 3-16 の変化は他の児童の紹介が変化の要因だった。

図 3-16 から図 3-17 への変化は教師のはたらきかけがきっかけとなった。これは, テープ図とお話の不整合をうまく整合させることができなかつた抽出児が, 具体的な絵図での表現を用いてお話の場面と整合させようとしていたと考えられる。このとき,

表3-8 抽出児の図的表現の変化3

		抽象の段階		
		1 具体的な段階	2 半抽象的な段階	3 抽象的な段階
構造の段階	文脈に含まれる数値の段階	他のお話も図で表現		
	関係を表す要素が現れた段階	図3-17 ↓ 図3-18	教師の働きかけ テープ図とお話の不整合	
	構造を表す要素が現れた段階		図3-15 ↓ 図3-16	他の児童の紹介

具体的な図的表現を用いたことによって, お話と絵図のつながりが強く児童は自分のイメージを表現することができた。図 3-17 から図 3-18 への変化は, 他のお話についても絵図で表現することでイメージを表現しようとしたためと考えられる。

この時間にお話の場面とテープ図とのつながりについて考えた抽出児は, 単元終了後に行った評価問題では求差と求残の場面の違いを明確にとらえ, 求差のテープ図を表現することができた。

このことから, 言語的表現と抽象的な図的表現の間のつながりが強くなく, 場面の把握に困難が見られるときには, 児童が抽象の段階を下げて表現しやすい具体的な表現を用いることで, 理解を深め, 抽象的な図的表現を用いることができるようになることが示唆される。

また，式 図 場面という方向の表現を経験することで，それまで活用していたものの曖昧だったテープ図についての更なる意味理解をうながし，記号的表現と図的表現，現実的表現とのつながりをさらに深めることができることが示唆される。

(4) 授業実践の評価

「たし算とひき算(1)」の単元全体を中間段階として設定したため，単元の学習終了後に授業実践の評価を行った。評価の目的は，「たし算とひき算(1)」の単元の学習内容を理解できたかどうか，言語的表現と図的表現，記号的表現が相互に結びついてきたか調べるためである。平成 18 年 10 月上旬，単元の学習終了時に，授業実践を行った学級の小学校第 2 学年の児童 27 名（男子 15 名，女子 12 名）を対象に実施した。評価は質問紙法を用いて行った。

評価問題

評価の問題は次の通りである。

評価問題 1 テープ図であらわしてみましよう。

赤い花が 28 本，黄色い花が 15 本あります。花をあわせて何本あるでしょうか。

じてん車が 16 台とまっています。13 台くると，ぜんぶで何台になるでしょうか。

おりがみが 25 まいありました。つるをおるのに 10 まいつかいました。のこりはなんまいでしょうか。

女の人が 26 人，男の人が 30 人います。どちらが何人多いでしょうか。

評価問題 2 式からテープ図とお話をつくる

$12 + 14 = 26$ の式になるテープ図をかきましよう。上の式，テープ図からお話をつくりましよう。

$23 - 5 = 18$ の式になるテープ図をかきましよう。上の式，テープ図からお話をつくりましよう。

評価の分析と考察

評価問題 1 では，加法（合併・増加）の達成率が 96.3%と高かった。しかし，加法（合併・増加）に比べ減法（求残・求差）のテープ図の意味理解が求残で 81.5%，求差で 92.6%と低い。求残と求差でもブロックを操作し関連づける必要があったと思われる。また，求残問題での誤りが多いのは，求差のテープ図を知った後，求残と求差の場面の違いを理解しないまま使ったためと思われる。

全体として見ると，80%以上の児童がテープ図をかいて立式することができており，おおむねテープ図を活用することができるようになってきているといえる。中間段階を設定した授業の枠組みが有効に働いたと考えられる。

評価問題 2 では，加法の問題の達成率が 92.6%であるのに対し，減法の問題の達成率が 77.8%となっていた。求残と求差のテープ図とお話の不整合が見られた。

3 授業実践の検討

以上から, テープ図を用いた児童の学習活動においては, 次のような要因のもとに児童が図的表現を変化させることが明らかとなった。

自分の理解を表したつもりで構造を表していない図的表現をする。

図的表現と自分の把握の不整合に気付くことで, 量同士の関係に気付き, 図的表現を変化させる。問題把握の状態に応じ, 児童は抽象の度合いを変化させた図的表現を活用する。

抽象的な図的表現の理解が進んでいない場合, 図的表現と言語的表現の不整合に気付くことで, 図的表現をより具体的なものへ変化させる。

について

前時にかいたテープ図から, 本時のテープ図への変化は, 加法の問題から減法の問題へと新しい問題が与えられたことと, 求残の表現が必要だったことがきっかけとなった。

抽出児は演算が変わったことで, 構造をテープ図に表現することができなかった。しかし, 抽出児は, 単元の評価問題でも同じように全体量の右側に部分量を付けたテープ図(図 3-19)をかき, 矢印で取り去る表現をし立式した。このことから, 抽出児はイメージとして問題の構造を把握しているけれども, テープ図の表現としてかく際にうまく表現できていないものと考えられる。

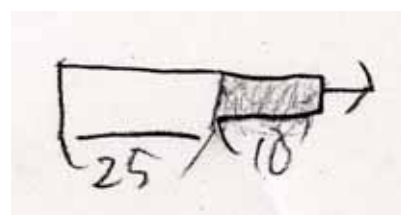


図 3-19 評価問題 1-

これと似た表現は, 1年生での調査研究⁽⁵⁾でも見られた。そこでは, 状況を表し, 構造よりも自分の理解を優先させる児童の様子が示され, 操作と関連をさせながら抽象化が進められるべきであることを指摘した。

児童は, 前学年で様々な演算について操作的表現を経験しているが, 抽象的な図的表現が導入される際, それを想起することが難しい。

単元の初めの抽象的な図的表現の導入時だけではなく, 演算が変わる際にも操作的表現との関連をもたせた抽象的な図的表現を行い, 抽象化に児童による意味づけを保障する必要がある。

について

抽出児は, 前時の終わりに友だちが紹介した2量のテープ図を使えそうだととして, 上が長く下が短い2量のテープ図をかいた。

しかし, 問題を読んだときのずれから, 何度も図をかき直し自分の納得する長さの関係になったとき, 数値や を入れた。

このとき抽出児は文脈の中に現れる数値などの要素を表し, それを見て不整合を感じたのではなく, 場面を長さで表し, そこから量同士の関係の不整合に気付いている。このことから, テープ図がもつ特性を生かした問題解決を抽出児がしていることが分かる。

抽出児は, 新しく獲得した図的表現を変化させることで, 量同士の関係に気付くとともに, それまで用いることのなかった図的表現を自分のものとして活用し, 場面に

ついでに理解を深めた。

について

式からテープ図を作り，さらにお話を作った抽出児は，式とテープ図，式とお話の構造は整合するが，テープ図とお話の構造が異なるものを表現した。

テープ図とお話の不整合を教師から指摘され，抽出児は具体的な絵図をかいた。この絵図は現実的表現であるお話と密接に関連しており，児童にとって分かりやすく表現しやすいものであった。この表現をしたことで，抽出児は「のこり」や「つかい」の求残の場面であることを確認し，この後，テープ図に合う別のお話を作り直した。

図的表現と現実的表現の間のつながりが強くなく，場面の把握に困難が見られるときには，児童が抽象の段階を下げて表現しやすい具体的な表現を用いることで，抽象的な図的表現についての理解を深め，用いることができるようになることが示される。

以上の分析から，指導への示唆として次の 3 点が得られた。

異なる演算を行う際にも，操作を取り入れる必要がある。

とりあえずかいた図的表現をもとに量同士の関係に気付くことができる。

一旦抽象の段階を下げることで，表現様式の相互の関連を確認し，抽象的な図的表現の理解が深まる。

第 3 章 実践研究の総合的考察

これまで本研究では，抽象的な図的表現が導入される第 5 学年の小数の乗法の単元での実践を行い，図的表現の変化の要因を分析し指導への示唆を得ている⁽⁷⁾。そこで導かれた示唆は次のようなものであった。

抽象化に児童による意味づけを保障する必要がある。

中間段階を設定することは，抽象化を進めるだけでなく，より具体的な図的表現とのつながりをつくり，相互変換を可能にする。

図的表現を用いた構造の段階の変化が進まない場合，他者との交流によって新たな理解が生じ図的表現に対するはたらきかけが変容する。

本章では，前章において得られた示唆とこれらの示唆とを総合的に考察していく。

(1) 中間段階の設定

実践研究では，抽象的な図的表現を初めて使うとき児童が抱く困難点を解消するために，中間段階を設定した。

授業実践を行った第 2，第 5 学年ともに，他の表現と関連をもたせる場を設けたことは，抽象化された図的表現に意味づけをするとともに，表現間のつながりを強くし場面の構造の理解をより深くするのに役立つことが示された。

そして，二つの実践研究からは，中間段階がいくつかの機能をもつことが示された。つまり，これまで中間段階を図的表現の抽象化を進める機能として想定していたが，実践研究では，この他に図的表現の抽象と具体に相互のつながりをもたせるものとし

て機能し, さらに操作的表現など表現間のつながりをもたせるものとして機能した。
これをまとめると次のように三つの機能をもつことが示される。

- 中間段階の機能
- 1 図的表現の抽象化を進める
 - 2 図的表現内の具体と抽象に相互のつながりをもたせる
 - 3 他の表現様式とのつながりをもたせる

これらの機能をもつ中間段階の設定によって, 表現間のつながりとともに図的表現内のつながりが強くなり, 構造・抽象の把握に困難が見られる場合に, より具体的な図的表現に戻ることを可能にし, それにより構造・抽象の把握ができるようになることが示された。

(2) 児童による図的表現の変化

以上のような中間段階の機能を同時に経験することで, 児童自身が図的表現に意味づけをし, 理解に応じて図的表現の段階を自ら変化させて抽象化をすすめることができることが明らかとなった。

さらに, 抽象的な図的表現を正確に活用していないように見えても, 児童はその図的表現や他の児童の図的表現を手がかりに少しずつ問題の構造や新しい学習内容の理解を深め, それによって抽象的な図的表現を用いることができるようになることが示された。抽象化は一度に進むものではなく, 児童は一旦抽象的な図的表現を使えるようになったように見えても, 自分の理解に応じ図的表現を変化させ, それにより更に理解を深め抽象化も進む。

したがって, 図的表現の変化と数学的な考え方の獲得や意味理解とが, 進んだり戻ったりしながらも, 徐々に進むことを教師が分かっておく必要がある。

第 4 章 授業構成についての原理と方法

1 授業構成についての原理

これまで本研究で行った理論研究, 調査研究, 実践研究での検討から, 次のような授業構成についての原理が導き出される。

図的表現は, 児童自身がはたらきかけ, 問題に対する理解を表すものでなければならない

実践研究では, 変化のためには児童が不整合に気付き修正や方針の転換を行ったことが有効であった。また, 先行研究から得られた示唆の他に他の児童との交流によっても新たな理解が生じ, 図的表現へのはたらきかけが変化することが示された。

現実的表現や操作的表現, 言語的表現, 記号的表現と関連をもちながら構造的・抽象的に変化するものでなければならない

調査研究では, 初めて抽象的な図的表現を活用しようとするとき, 児童がいくつかの困難点を示すことが明らかとなった。

得られた具体的な困難点を解消するために, 初めて抽象的な図的表現を用いる第 2 学年と第 5 学年において中間段階の指導を行った。中間段階として, 当初, 図的表現に抽象化を進めるための機能を想定したが, 実践研究からは中間段階の授業を行い操作との関連をもたせたことで, 図的表現内の相互の関連をもたせることができることが示唆された。また, 中間段階の設定によって他の表現様式とのつながりが強くなり, 抽象的な図的表現の理解が深まることが示された。

したがって, 図的表現の変化が大きい単元の前には, 中間段階を設定し, 表現相互の関連をもたせる必要がある。

図的表現は, 児童による意味理解に応じ変化するものでなければならない

本稿では中間段階のもつ三つの機能が明らかとなったが, これを同時に経験することで, 児童自身が図的表現に意味づけをし, 理解に応じて図的表現の段階を自ら変化させて抽象化を進めることができる。

したがって図的表現は, 与えられるものを活用するだけでなく, 児童自身が図的表現にはたらきかけ, 問題に対する表現を表すものである必要がある。

2 授業構成についての方法

前節の授業構成についての原理では, 図的表現を活用する際の大きな前提を示した。ここでは, それを具体化し, 授業を行う際の教師のはたらきかけのあり方について述べる。

図的表現は, 児童自身がはたらきかけ, 問題に対する理解を表すものでなければならない

- 1 構造を把握するための教材の分析をすること
- 2 図的表現を用いる必要感のある課題を提示すること
- 3 問題に対する理解を表すようにさせ, 問題解決の手がかりを得させること

図的表現を活用する授業では, その表現の中に構造が現れてくる。例えば, 乗・除法の学習中に児童の線分図と対応数直線の活用に混乱が見られる場合がある。この場合, 加法的な見方をしている児童と, 乗法的な見方をしている児童との違いが現れていると考えられる。

したがって, 授業にあたっては, 教師がまず構造を把握するために教材を分析し, 授業の過程で児童がどのような把握や困難を感じるのか分かっておく必要がある。

また, 問題の場面からすぐに構造が想起でき, その構造を式に表せる場合には図的表現を活用する必要性はない。したがって, 図的表現を活用する授業のためには, 児童に困難を抱かせ図的表現を用いたいと思わせるような課題を提示することが必要である。

さらに, 授業の過程においては, 児童に問題に対する理解を表すようにさせ, 図的表現と自分の把握とが合っているかチェックさせる必要がある。このチェックと修正

によって児童は場面に対する理解を深めることができる。

現実的表現や操作的表現, 記号的表現と関連をもちながら構造的・抽象的に変化するものでなければならない

- 1 抽象化が進む学年で, 中間段階の指導を行うこと
- 2 他の表現様式との関連についての分析をしておくこと
- 3 場面 図 記号の関連とともに, 記号 図 場面と逆に関連づけた表現をさせること
- 4 演算が変わる際に操作的表現との関連をもたせた図的表現を行うこと

実践研究で有効だったように, 抽象的な図的表現を初めて用いる場合には, 操作を伴う中間段階を設定し, 図的表現に児童による意味づけをもたせることが有効であろう。

図的表現が, 現実的表現や操作的表現の代理的機能をもつことから, 中間段階では, それらと関連づけた抽象化を進めることが有効である。

また, 場面 図 記号の関連とともに, 記号 図 場面と逆に関連づけた表現を行う時間を設けることは, 場面の把握を進めると同時に, 図的表現の理解を深めることにつながる。

さらに, 第 2 学年の実践研究で示されたように, 児童は自分の理解を表現したつもりで, 部分と全体の関係が誤ったものをそのまま使ってしまう場合がある。抽象的な図的表現を導入する際は, 演算が変わる場合にも操作的表現と関連をもたせた図的表現を行うことが有効であろう。

図的表現は, 児童による意味理解に応じ変化するものでなければならない

- 1 抽象的な図的表現の活用には困難がある場合, より具体的な図的表現を用いることを保障すること
- 2 図的表現の変化と数学的な考え方の獲得や意味理解とが, 徐々に進むことを保障すること

調査研究から得られた具体的困難点では, 児童の道具的理解による障害が指摘された。図的表現を活用する授業のためには, 児童自身が自分のものとして活用できなければならない。

そのためには, 抽象化を進める中間段階での理解を児童自身が意味づけ理解を深めていくことが必要となる。これによって, 児童は, 図的表現の活用には困難を感じたとき, 自ら図的表現を変化させ, 自分自身の理解に応じた表現をし, 場面の理解を深めることができる。このような変化を教師が認めていくことが活用のために有効であろう。

また, 実践研究で示されたように図的表現の変化と数学的な考え方の獲得や意味理解とが, 進んだり戻ったりしながらも, 徐々に進むことを教師が分かっておく必要がある。

おわりに

本稿では, 小学校第 2 学年におけるテープ図を活用した学習活動について分析し次のような指導への示唆を得た。

異なる演算を行う際にも, 操作を取り入れる必要がある。

とりあえずかいた図的表現をもとに量同士の関係に気付くことができる。

一旦抽象の段階を下げることで, 表現様式の相互の関連を確認し, 抽象的な図的表現の理解が深まる。

この実践研究と, 先に行った小学校第 5 学年における対応数直線を用いた実践研究では中間段階を設けたが, これらの実践研究から, 中間段階の機能として 図的表現の抽象化を進める, 図的表現内の具体と抽象に相互のつながりをもたせる, 他の表現様式とのつながりをもたせることが明らかとなった。また, 児童が自分の理解に応じ図的表現を変化させ, それにより更に理解を深め抽象化も進むことが示された。

また, 本稿ではこれまでの理論研究, 調査研究, 実践研究から得られた示唆を総合的に考察し, 次のような指導原理を構築した。

図的表現は, 児童自身がはたらきかけ, 問題に対する理解を表すものでなければならない

現実的表現や操作的表現, 言語的表現, 記号的表現と関連をもちながら構造的・抽象的に変化するものでなければならない

図的表現は, 児童による意味理解に応じ変化するものでなければならない

これらの指導原理を用いた指導をすることで, 児童による図的表現の意味づけを進めることができ, 図的表現を用いやすくなり, 表現様式間相互のつながりを深め, 問題から場面や構造をイメージして図に表現し, それを式として表しやすくなると考えられる。

しかし, 本研究で導いた授業構成についての原理と方法は, 主に理論研究及び調査研究, 実践研究から得られた示唆から導いたものである。授業原理に基づいた検証はまだ行っていないため, 一般的にこの原理が活用できるものか今後検証する必要がある。

引用・参考文献

- (1) 中原 忠男(1999), 「数学教育における構成主義的授業論の研究() - 「数学学習の多世界パラダイム」の提唱 - 」, 全国数学教育学会誌 『数学教育学研究』, 5, pp.1-8.
- (2) 瀬沼 花子(2005), 「国際数学・理科教育動向調査の 2003 年調査から見る算数授業の改善 - 小学校 4 年生の算数の結果から - 」, 『新しい算数研究』, 東洋館出版社, No.410, pp.53-54.
- (3) Van Essen&Hamaker(1990), “ Using Self-Generated Drawings to Solve Arithmetic Word Problems ”, *The journal of educational research*, 83(6), pp.301-312.
- (4) 小学校学習指導要領解説算数編(1999), 文部省, 東洋館出版社, pp.76-80.
- (5) 川又由香(2005), 「問題解決における図的表現をとらえる枠組みについて」, 『第 38 回数学教育論文発表会論文集』, 日本数学教育学会, pp.753-754.
- (6) 川又由香(2006), 「文章題における図的表現に関する調査研究 - 小学校 1, 4 年生を対象に - 」, 『数学教育研究』, 41, pp.83-98.
- (7) 川又由香(2006), 「数直線を用いた児童の学習活動に関する研究 - 小学校第 5 学年「小数の乗法」を事例として - 」, 『第 39 回数学教育論文発表会論文集』, 日本数学教育学会, pp.253-258.