

図形感覚を豊かにするための授業に関する研究

鈴木 一 弥
佐渡市立金井小学校

はじめに

算数科で啓発していく感覚には, 数についての感覚, 量についての感覚, 図形についての感覚(数感覚, 量感覚, 図形感覚)がある(中原等 1999)。また, 現行の学習指導要領(文部省 1998)においても, 「感覚を豊かにする」ことは全学年全領域でのねらいとなっていることから, 様々な実践研究が行われている。

しかしながら, 図形感覚の豊かにするための先行研究は, 数感覚や量感覚に比べて少ない。また, 実践研究の多くは, 単元の学習指導とは異なった特別の時間や単元の学習のまとめとして行われることが多い。普段の図形指導での図形概念を形成していく過程においても, 感覚的側面の果たす役割は大きい(川崎 2003)と考えられることから, 普段の図形指導において図形感覚を豊かにすることを目指した授業構成における示唆を授業観察を通して得てきた(鈴木 2005,2006a,2006b)。そして, それらの示唆から, 「図形感覚を豊かにするための授業の観点」を作成した(鈴木 2006c)。

そこで本研究は, 「図形感覚を豊かにするための授業の観点」に基づいて授業を構成し, 実践を通して観点の有効性を検討することを目的とする。まず, 教科書での指導を観点に基づいて考察することで, 図形感覚を豊かにすることを視点とした際の問題点について検討する。次に, その問題点を踏まえて, 図形感覚を豊かにすることを目的とした授業を構成・実践し, 児童の図形感覚の変容を分析することで, 観点の有効性を検討する。

第1章 小学校における図形感覚の特徴

1 図形感覚の意味

図形感覚の意味を現象学的にとらえている川崎(2001)は, 河本等(1999)の指摘をふまえ, 図形感覚を大きく外的感覚と内的感覚の2つに区別している。外的感覚は, 外的な対象そのものをとらえ, それがどのような図形であるかを認識することであり, 内的感覚は「感覚様相」以外の感覚で, 想像力や評定力, 記憶力などが含まれるとしている。そして, 外的感覚には, 具体的実体か理念的意味かという観点により, 「知覚直観」と「本質直観」の2つの側面からとらえている。内的感覚は, 外的感覚により与えられた情報を判定したり, それらを組み合わせたりするはたらきをもっているため, よさの追求と美しさの感得という観点で, 「価値判断」と「情意的感性」の2つの側面からとらえている。

2 図形感覚の知覚的機能

川寄(2001)は, 図形感覚には主観性, 無意識性, 関心性, 単純性, 知覚性の5つの特質があり, 特に知覚性が図形感覚が数感覚や量感覚とは異なる感覚であるとしている。そして, 図形感覚の知覚性を特徴づける機能を「図形感覚の知覚的機能」として, 次のような機能を平面の認識, 空間の認識の際に分けてあげている。

平面における知覚的機能

A: 「部分・全体」にかかわるもの

- a) ゲシュタルト: 図形を見るにまず, 図形の形態や構造を全体としてとらえること。
- b) 図と地: 優先的に知覚される部分と意識からそれやすい部分があること。

B: 「合成・分解」にかかわるもの

- c) 知覚的構成: 図形を知覚的に構成したり, いくつかの図形を組み合わせること。
- d) 知覚的変換: 合同変換や相似変換を知覚的に行うこと。

空間における知覚的機能

- e) 恒常性: 見る条件が変化しても図形の性質は意識では常に一定であろうとすること。
- f) 奥行き知覚: 目に映る蔵は平面的であるが, 奥行きを伴ったものに知覚される。

3 小学校における図形感覚の特徴

松尾(2004)は, 学習指導要領解説における図形感覚をもつ姿から, 小学校において図形感覚をもっている状態とは, 次の4つのことができる状態であるととらえている。

図形をもとにもものの形を認めることができること

図形の特徴をとらえることができること

図形のよさが分かるようになること

図形的な美しさを感じる

松尾(2004)が示した から までの図形感覚をもっている状態について, 川寄(2001)が示した図形感覚の意味から考察し, 小学校における図形感覚の特徴を明らかにする。まず, の「ものの形を認めることができること」は, 具体的に実在している事物の「形」, 「大きさ」, 「位置」の空間的要素に関して, ありのままをとらえることであると考えられることから, 「知覚直観」がはたらくことで, の状態になるととらえられる。 の「図形の特徴をとらえることができること」は, 対象の本質をとらえ, 理念的な意味の認識ができたことであると考えられることから, 「本質直観」がはたらくことで, の状態になるととらえられる。 の「図形のよさが分かるようになること」は, 対象となる図形がもつ本質, 特徴の中から, それぞれの価値の判定を行うことで, 認識できると考える。つまり, 外的感覚による情報の判定を行う「価値判断」がはたらくことで の状態になると考える。しかし, 内的感覚の「価値判断」自体は, 外的感覚による情報の判定を行うことと, 選択に関する志向性, 知性的認識を行うことであり, 「よさが分かるようになること」だけではない。 の「図形の美しさを感じる」の状態になるには「情意的感性」がはたらく。

これらから, 小学校における図形感覚の特徴を図1のようにまとめることができる。ここで, 図形感覚をはたらかせるためには, 様々な知覚的機能をはたらかせることが必要になる。

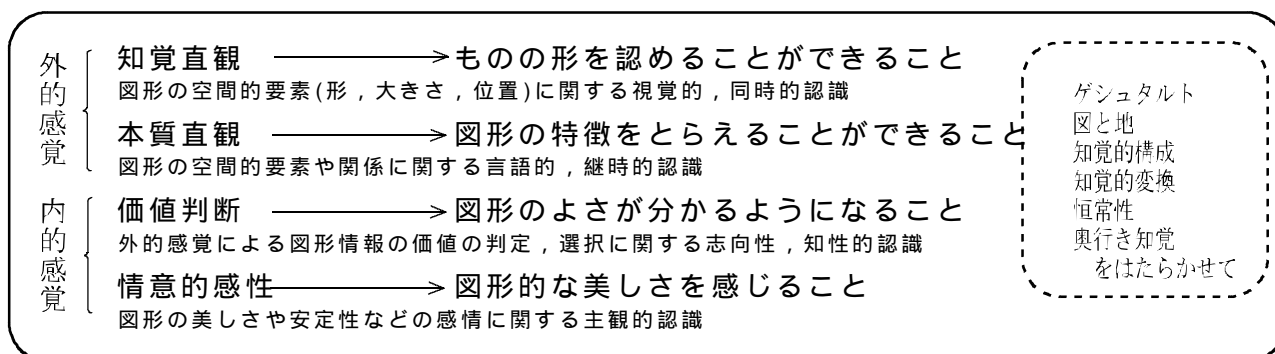


図1 小学校における図形感覚の特徴

第2章 図形指導ではたらく図形感覚の特徴

小学校における図形感覚の特徴から, 図形指導の際にはたらく図形感覚について考察する。まず, 図形概念の形成に関する先行研究から, 概念を形成していく過程を整理する。次に, 図形概念の認識過程ではたらく図形感覚の特徴を明らかにしていく。

1 図形概念形成に関する先行研究

人間はある概念に対して言語による記述をもっている一方で, 言語では表せないようなイメージをもっている。認知過程においてそれらの間で総合変換が可能なような表象システムがあると考える説を多重コード説といい, 言語的な特性をもつ言語的コードと視覚的な特性をもつイメージコードの二つを重要とする立場を二重コード説という(増井 1990)。

Vinner(1991)は, イメージ及び言語による記述をそれぞれ, 概念イメージ, 概念定義という言葉で表し, 概念をこれら二つの側面からとらえている。図形概念に関して, 松尾(2000)は, 概念イメージを「人間が心の中で, ある概念に対してもつピクチャーのこと」, 概念定義を「概念イメージの記述」としている。また, 概念イメージはあらゆる経験を通して新しい刺激を受け, 変化していくものであり, 概念定義もまた概念イメージと影響し合い, 変化していくものであるととらえている。そして, 概念イメージや概念定義が普遍的な概念に近づいていくとき, 概念が形成されて, 理想的な姿に近づいていくとしている。

川寄(2000)は, 「イメージ的表象と言語的表象それぞれの何をどの程度意識するか」という点に着目し, 図2のような図形概念の理解の様相モデルを提案している。

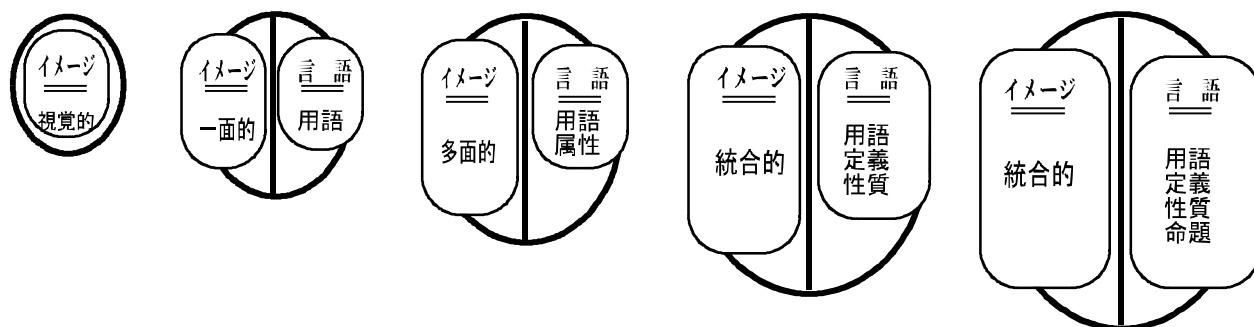


図2 川寄(2000)による理解の様相モデル

2 図形概念の認識過程

(1) 小学校における指導

川寄(2005)は, 理解の様相モデルに基づいた「図形概念の指導モデル」の中では, 理解の様相モデルでの小学校における指導の範囲を図3のように示している。

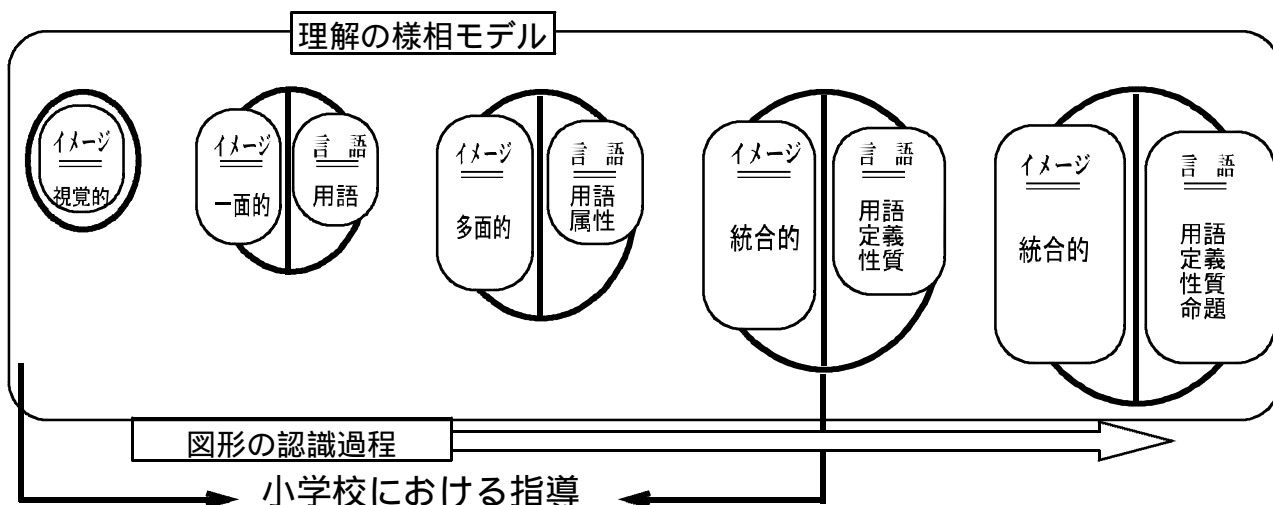


図3 理解の様相モデル内の小学校における指導

つまり, 小学校における図形の認識過程では, イメージ的表象の側面では視覚的 一面的 多面的 統合的にとらえられるような指導が重要であり, 言語的表象の側面では, 用語, 属性をとらえられるようにすることが重要であると考えられる。

(2) 概念イメージを構成するにはたらく図形感覚

川寄(1992)は, 概念イメージを構成するまでの過程を『図形概念の形成過程において, 図形はまず直観的・全体的にとらえられる。そして, その図形に対する視覚イメージが形成される。次に, 分析的・部分的に図形がとらえられるようになると, 図形に付随して知覚される様々な属性を, 視覚イメージに付け加えることになる。このようにして視覚イメージと様々な属性により図形概念イメージが形成される。』と示している。この過程の図形感覚を考察すると, まず直観的・全体的にとらえる際には知覚直観がはたらき, 分析的・部分的にとらえる際には個人的概念定義を想起した本質直観がはたらき, 様々な属性を導き出す。個人的概念定義とは, 概念イメージを構成する際の印象や経験の集まりである。数学的概念定義は普遍的であるが, それを学習する経験によって個人の中ではそのままの形で記憶されるとは限らず, 徐々に個人的概念定義へと変容する。つまり, 概念イメージを構成するまでの過程においてはたらく図形感覚は, 図4のように示すことができる。

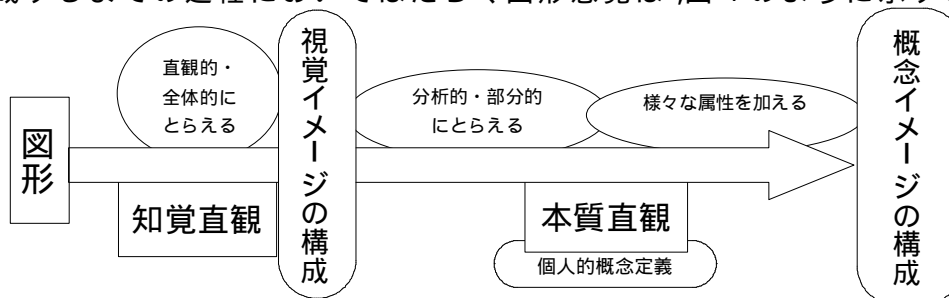


図4 概念イメージ構成における図形感覚

(3) 小学校における図形概念の認識過程における図形感覚

図 2 における様相 のイメージは, 対象を直観的・全体的にとらえた視覚的イメージである。ここでは, 図形感覚の外的感覚である知覚直観のみがはたらいっている。様相 では, 対象となる図形を分析的・部分的にとらえ, 意識的に注視してとらえた一面的イメージである。ここでは, 本質直観がはたらいって意識的に注視し, 概念イメージを構成している。様相 では, 図形を分析的・部分的にとらえる際に多面的にとらえることができた多面的イメージである。ここでは, 本質直観が多様にはたらくことで概念イメージを構成している。本質直観は, 一回行えば終結してしまうような絶対的な性格はもたず, 自由変更という他の様々な事例をたどって自由に想像する中ではたらくものなのである(山口 1999)。様相 では, 図形を動的に変化させることができれば統合的イメージとなる。ここでは, 主に知覚的変換の機能による本質直観が多様にはたらくことで概念イメージを構成していると考えられる。これら, 図形概念の認識過程においてはたらく図形感覚を表 2 のようにまとめることができる。ここでは, 本質直観には言語的側面があることから, 概念定義の側面は, それぞれの様相における本質直観の変容として考える。

表 1 図形概念の認識過程においてはたらく図形感覚

	イメージ	はたらく図形感覚	
様相	視覚的イメージ	知覚直観のみ	
様相	一面的イメージ	知覚直観	本質直観(一面的)
様相	多面的イメージ	知覚直観	本質直観(多面的)
様相	統合的イメージ	知覚直観	本質直観(多面的) 動的 価値判断

小学校では「豊かな図形感覚」を, 中学校では「鋭い図形感覚」を図形指導により育成することがねらわれている。川崎(2001)は, 「豊かな図形感覚」とは, 対象に対する知覚直観や本質直観の多様性を意味し, それらの量的側面を表した言葉であるとしている。ここで, 本質直観は 一回それを行えば終結してしまうような絶対的な性格はもたない。(山口 1999, p115)ものであるとされている。本質をとらえるためには, まず事実的なものから離れきってしまうことが必要であり, それには「自由変更」という操作である想像意識の自由な活動が必要になる(新田 1992)のである。つまり, 本質直観を多様にはたらかせるためには, 観点を自由に変更できるようにすることが必要になる。

第 3 章 図形感覚を豊かにするための授業の観点

図形指導における図形概念の認識過程ではたらく図形感覚で, 自由変更による本質直観, 知覚的変換の機能による本質直観が重要であるととらえ, 授業観察を通して普段の授業において, これらの本質直観がどのようにはたらいっているかを考察した(鈴木 2005, 2006a)。

その結果, 図形感覚を豊かにするための図形指導への示唆として, 次のように得た。

- ・ 授業者は「はたらいで欲しい本質直観」を明確にしておく準備が必要である。
- ・ 子供たちが多様な本質直観をはたらかせることができるようになるには, 観点の変更が必要になる。
- ・ 知覚的変換の機能を用いる経験を与える必要がある。

教科書での流れをもとにした指導では, 上記の 3 点が十分に考慮されていない。そこで, これら 3 点をどのように考慮しながら, 図形感覚を豊かにするための授業を構成したらいいのかを考察した。そして, 図形感覚を豊かにするための授業には, まず, 授業者による準備として, 子供の実態把握に努め, 子供が目的意識, 問題意識をもって取り組むことのできる活動を取り入れることが必要であるととらえた。また, 多様な本質直観をはたらかせるために必要な観点変更を促すには, 具体物による活動と, 他者とのかわりが必要であるととらえた。次に, イメージを活用する場面を重視し, 十分な時間を確保するとともに, その際には知覚的変換の機能を用いる経験を与えることが必要であるととらえた。以上より, 図形感覚を豊かにするための授業の観点を表 2 のように作成した(鈴木 2006c)。

表 2 図形感覚を豊かにするための授業の観点

<p>1 目的意識, 問題意識をもたせる。</p> <p>(1) 授業者は, 子供の実態を把握し, 目的意識, 問題意識をもって活動に取り組むことのできる教材, 教具を取り入れる。 問題意識は, 目的を達成しようとしていてそれが容易に実現しないときに生じるものであるから, 教材の適度, 抵抗を考慮しなければならない。</p> <p>(2) 本時において, 子供たちにはたらかせて欲しい本質直観を明確にし, その本質直観をはたらかせるための活動に対し, 子供たちが目的意識, 問題意識をもって取り組むことができるようにする。 本時のねらいを達成するために必要な本質直観を明確にしておくことで, 子供たちに目的意識, 問題意識をもたせるための支援を行うことができる。</p> <p>2 観点の変更を行わせる。</p> <p>(1) 豊かな図形感覚とは, 本質直観を多様にはたらかせることができることでありそのためには, 観点の変更を行うことが必要である。 本質直観は一度で終結してしまうものではなく, 観点の変更によって多様にはたらかせることができる。</p> <p>(2) 具体物の操作, 他者とのかわりによって観点を変更することで, 様相の移行が行われる。 子供に目的意識, 問題意識をもたせた活動を取り入れ, 授業の中で他者とのかわりの場面を設定することで, 観点の変更を促す。そして, 図形を多面的に見ることができるようにする。</p> <p>3 知覚的変換の機能を用いる経験を与える。</p> <p>(1) 知覚的変換の機能を用いて概念を活用する場を重視し, 十分な活動の時間を確保する。 授業の後半となると時間の確保が困難であるが, 必要に応じて, 次時に 1 時間設定するなど, 計画段階で知覚的変換の機能を用いる場を重視していく。</p> <p>(2) より多様な本質直観をはたらかせて, 図形を動的にとらえることができるようにする。 具体物による活動から, 念頭での活動に切り替え, 子供の発達段階を考慮して動的にとらえる経験を与えていくことが重要である。</p>

第 4 章 図形感覚を豊かにするための授業の観点の実証的検討

第 4 学年の単元「三角形」において, 第 3 章で作成した「図形感覚を豊かにするための授業の観点」に基づいて授業を構成し, 実践を通して観点の有効性を検討した。

1 教科書での単元「三角形」の指導における図形感覚を豊かにするための問題点

新潟市内の公立小学校で扱われている教科書では, まずはじめに, 4 色のストローを用いた三角形づくりがある。その後, できた三角形を 3 つの仲間に分けさせる活動を行い, 二等辺三角形, 正三角形の定義づけを行う。そして, それぞれの角に関する性質を二等辺三角形, 正三角形の順に学習する。このような学習の流れの際にはたらくと思われる図形感覚は, 図 5 のように表すことができる。

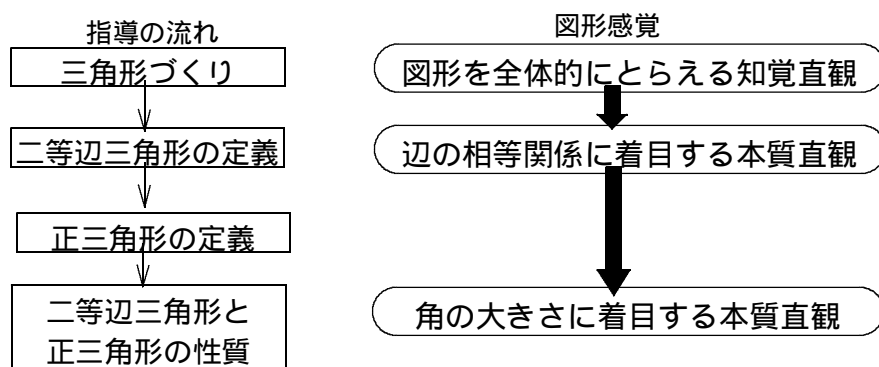


図5 教科書の指導の流れと図形感覚

教科書での指導では, 仲間分けの活動において, 辺の相等関係に着目する本質直観をはたらかせてすぐに定義づけを行い, その後, 新たな本質直観をはたらかせて性質を導いている。つまり, 順次的に, 1 つの図形に対する活動について 1 つの本質直観をはたらかせていることが特徴と言える。このような順次的に本質直観をはたらかせる指導においては, 指示された観点で本質直観をはたらかせているため, 自ら観点の変更を行う必要がない。そのために, 多様な本質直観をはたらかせる場面が設定されていない。また, 知覚的変換の機能を用いる場面については, 定義を獲得した直後に, 様々な三角形の中から二等辺三角形や正三角形を弁別する活動が取り入れられているが, その量は少ない。単元後半の指導における習熟問題に取り組む場面では, 様々な状態に置かれた二等辺三角形や正三角形の名称を答える問題が取り入れられているが, これは言語的側面を重視したもので, 知覚的変換の機能を用いる経験にはならない。

以上のことから, 図形感覚を豊かにするための指導において, 教科書の指導における問題点として次の 3 点が挙げられる。

- ・ 三角形づくりの活動が, 1 つの本質直観をはたらかせるための活動になっていて, 多様な本質直観をはたらかせることにつながらない。
- ・ 本質直観を順次的にはたらかせる指導になっており, 観点の変更を行って多様な本質直観をはたらかせる場面がない。
- ・ 知覚的変換の機能を用いる場面が少ない。

2 第 4 学年単元「三角形」における授業実践の概要

(1) 授業の対象及び時期

授業の対象：新潟市内の公立小学校 4 年 3 組 3 9 名

実施期日：平成 1 8 年 9 月 4 日(月), 5 日(火), 6 日(水), 7 日(木),
8 日(金), 1 1 日(月), 1 2 日(火), 1 3 日(水),
1 4 日(木), 1 5 日(金)

(2) 単元の概要

本単元においてはたらいて欲しい本質直観を表 3 のようにとらえた。

表 3 はたらいて欲しい本質直観

A 辺の相等関係に着目する本質直観
B 角の相等関係に着目する本質直観

また, 図 6 のような流れで多様な本質直観を同時的にはたらかせることができるようにした。そして, 表 4 のような流れで, 単元を構成した。

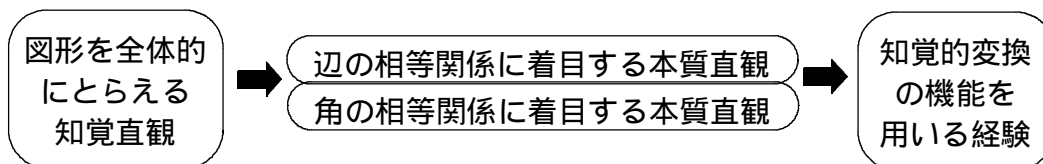


図 6 多様な本質直観を同時的にはたらかせる指導の流れと図形感覚

表 4 「三角形」の指導の流れ

第 1 時	三角形づくり
第 2 時	三角形の仲間分け
第 3 時	三角形の特徴のまとめ
第 4 時	知覚的変換の機能を用いる場面
第 5 時	二等辺三角形の作図
第 6 時	正三角形の作図
第 7 時	様々な三角形の作図
第 8 時	二等辺三角形や正三角形のしきつめ
第 9 時	三角形の弁別活動や作図の練習
第 1 0 時	評価

ここでは, 本研究にかかわる第 4 時までの実践に焦点を当てて分析する。

(3) 図形感覚を豊かにするための授業の観点に基づく手だて

目的意識, 問題意識を伴った活動についての概要

第 1 時では, 図 7 のような 3 種類の直角三角形を各 2 枚ずつ配付し, 2 枚を用いて三角形づくりの活動に取り組みさせた。直角三角形 2 枚を用いて三角形をつくるという目的意識をもたせ, どのように組み合わせると違う形の三角形をつくることのできるかという問題意識をもたせて活動に取り組みさせた。

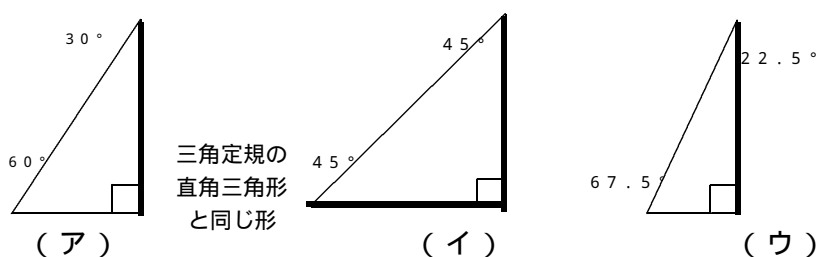


図7 三角形づくりに用いた3種類の直角三角形(太線は同じ長さ)

(イ)のような直角三角形を用いてしきつめを行ったり, 様々な図形をつくったりする活動は, 既習の学習で経験している。そして, その活動を通して, (イ)の直角三角形2枚で三角形をつくっている。(ア)や(ウ)の図形を用いてしきつめを行う活動は, 教科書では, 第5学年の平行四辺形や台形の学習時に行われるが, 本単元では, 三角形づくりに制限した活動を取り入れた。

これら3種類の直角三角形を2枚ずつ配付し, その中の2枚を用いてできる三角形は図8のような8種類である。第1時の後半において, つくった三角形を発表させながら, 全員で8種類の三角形をつくった。その後, 授業の最後に, その8種類の三角形が印刷された用紙を切り取った。

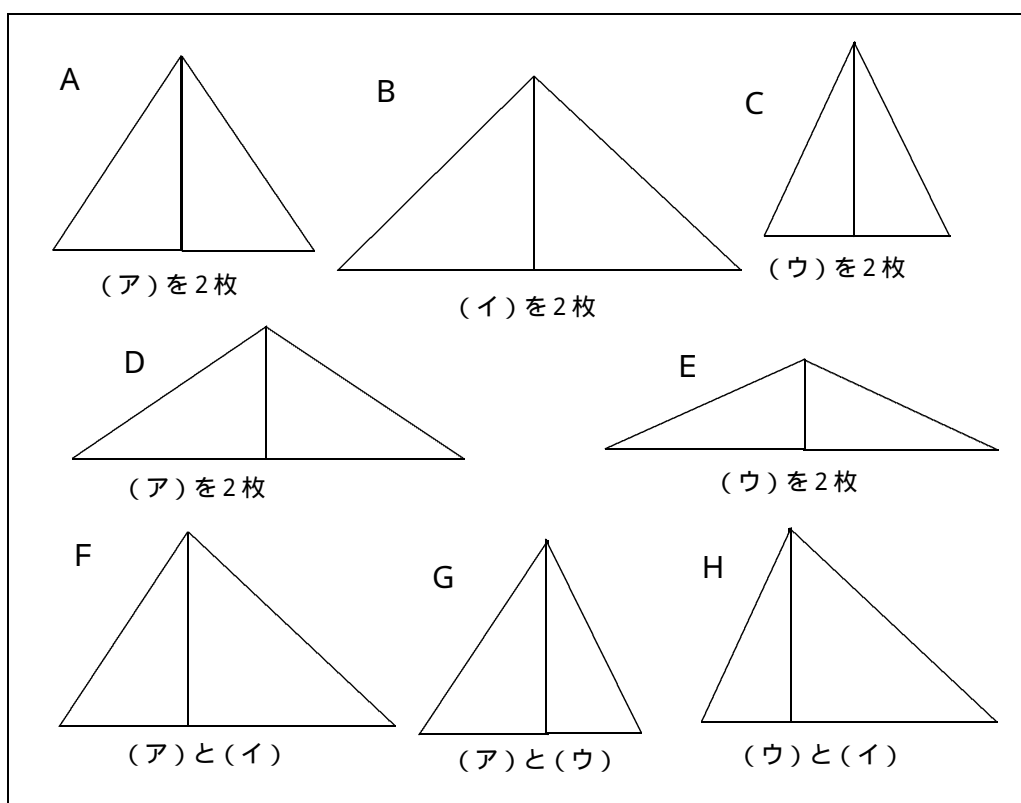


図8 第1時においてつくった8種類の三角形

これら8種類の三角形を2枚の直角三角形を用いて作ることで, 次のように特徴をとらえるきっかけとなると考えた。

- | | |
|---------------|--|
| A, B, C, D, E | 同じ形を 2 枚使ってできていることをとらえ, 「折って重なる」特徴への気づきのきっかけとなる。
折って重なることから, 辺の相等関係, 角の相等関係をとらえる本質直観をはたらかせるきっかけとなる。 |
| B | 直角があることから, 角に着目するきっかけとなる。 |
| F, G | 折っても重ならないことから, 辺の長さに着目するきっかけとなる。 |
| H | A, B, C, D, E のように同じ形を 2 枚使っているわけではないのに, 折って重なることから, 様々な状態にある二等辺三角形をとらえることができるようになる。 |

(2) 観点の変更を促す手だてについての概要

第 2 時において, 第 1 時で切り取った 8 種類の三角形を用いて, 2 つの仲間に分けさせた。また, 仲間分けの結果を, 図形の縁を鉛筆でなぞらせてワークシートに記入させた。ワークシートは何枚使用してもよいことを伝え, 様々な仲間分けの方法を探すように促した。ここで, 1 つの観点による仲間分けで満足している子供は一面的な見方しかできていない状態である。このような子供に対して, 多様な本質直観をはたらかせて多面的な見方ができるようにするために, 他者とのかわりの場を 3 回設定した。1 回目の発表では, 全員が 1 通りの分け方ができた段階で, 辺に着目している分け方と角に着目している分け方を発表させた。その後, 再び仲間分けの活動に取り組みせ, 2 回目の発表では, 第 2 時後半において折って重なる分け方を発表させた。3 回目の発表では, 探し出したすべての分け方を第 3 時のはじめに発表させた。

また, 第 3 時での 3 回目の発表場面の後, 様々な観点による仲間分けの結果を一覧表にすることで, それぞれの図形の性質を理解できるようにした。そして, それらを整理することで, 二等辺三角形, 正三角形の名称を指導した。

(3) 知覚的変換の機能を用いる場面についての概要

第 4 時では, 教材「かくれている三角形を探せ!」を用いて, 知覚的変換の機能を用いる場面を 1 時間設定した。この教材は, Powerpoint で作成し, スクリーン上に映し出して用いるものである(図 9)。9 つのマスキングがかくれている状態から, 一部を見せることで構成要素に着目するが, 実際に全体を提示しても構成要素に着目しただけでは同じ大きさの図形かどうか判断しにくい問題を 5 問設定した(図 10)。

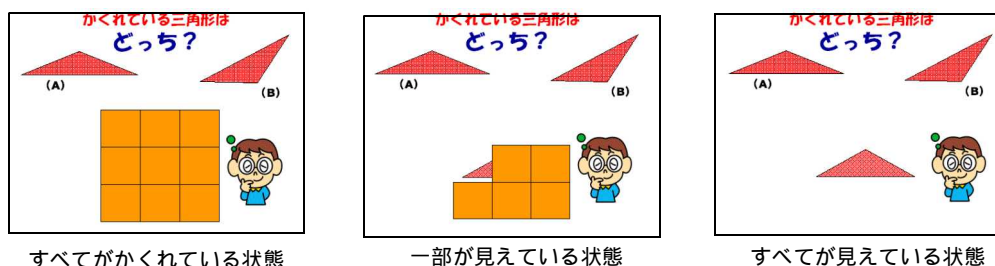


図 9 「かくれている三角形を探せ!」

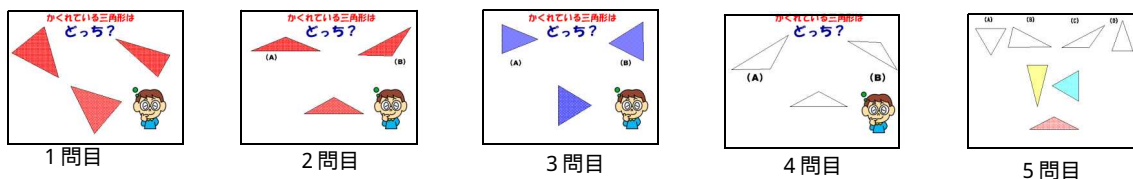


図 10 「かくれている三角形を探せ!」で用いた問題

1 問目では鋭角な二等辺三角形を, 2 問目では鈍角な二等辺三角形を, 3 問目では正三角形を認識できるようにした。4 問目では面が見えずに辺のみで二等辺三角形を認識できるようにし, 5 問目では複数の図形を同時に認識できるようにした。このように, 様々な条件で知覚的変換の機能を用いる経験を与えた。

また, 「かくれている三角形を探せ!」に取り組む前と後に, 二等辺三角形と正三角形を弁別する問題(図 1 1)に取り組ませた。2 枚の問題用紙は, 提示する図形の順は違うが, 提示している図形は同様のものである。

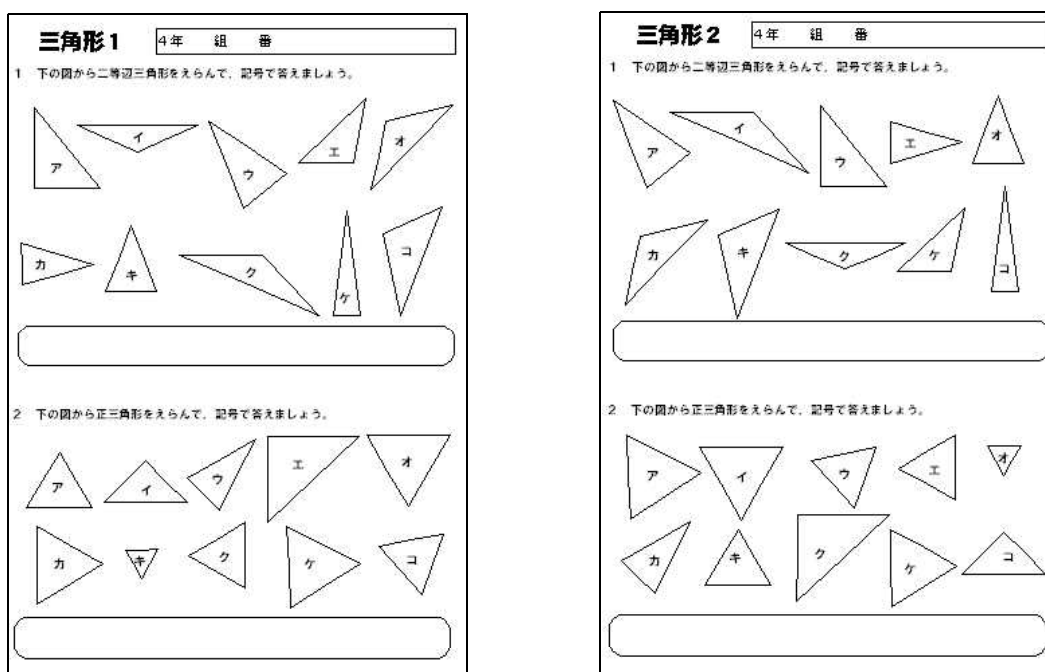


図 1 1 弁別を行った 2 枚の問題用紙

3 3つの観点に基づく手だての考察

ここでは, 授業のプロトコルと K 児がはたらかせていた本質直観の変容, 第 4 時において実施した 2 枚の問題用紙の結果を基に, はたらいいた図形感覚の分析を行う。そして, その結果から, 図形感覚を豊かにするための授業の観点の有効性を検討する。

(1) 目的意識, 問題意識を伴った活動について

6 枚の直角三角形を用いた三角形づくりの活動では, 5 種類から 6 種類程度はすぐにつ

くることができていたが，それ以降は裏返すと同じ形になってしまう三角形をつくってしまう様子が見られた。ここでは，どうやったら違う形を作ることができるかという問題意識をもって活動に取り組みることができていた。また，同じ形かどうかを判断する際に，裏返すという操作を念頭で行う知覚的変換の機能も活用していたと考えられる。

第 2 時の仲間分けの活動において，最初の仲間分けの方法は，形による分け方を行う子供が多いと予想していたが，実際には 35 名中(4 名欠席) 3 名しか行っていなかった。これは，三角形づくりの活動を行う際にも，辺の長さや角の大きさに着目しながら取り組んでいたことで，仲間分けの際にも，それらに着目する本質直観がはたらいっていたからであると考えられる。

第 2 時における最初の仲間分けの方法で，3 名が「折ると重なる分け方」を行っていた。また，8 名が「2 辺が等しい」の観点で仲間分けをしていた。この「折ると重なる」と「2 辺が等しい」は，実際は同様な考え方であり，これは，同じ直角三角形 2 枚で三角形 (A,B,C,D,E) を作った経験から，最初の分け方になったと考えられる。まず，第 1 時の三角形づくりの活動によって，児童は二等辺三角形の中に，対称の軸(2 つの直角三角形が結合する部分)を無意識に見ることができ，半分に折ると重なることが認識できる。また，折って重なるということは，辺の長さが等しいということにつながる。

以上のことから，6 枚の直角三角形を用いた三角形づくりの活動は，三角形をつくるという目的意識をもたせ，どのようにしたら違う形の三角形をつくるかという問題意識をもたせることができたと言える。また，この活動によって，構成要素に着目した本質直観がはたらくことを促すこともできたと考えられる。特に，本単元ではたらいて欲しい本質直観「辺の長さの相等関係」をはたらかせることにつながったと言える。

(2) 観点の変更を促す手だて(発表場面を 3 回設定)について

第 2 時前半における最初の仲間分けの観点は，角に着目していた子供が 18 名，辺に着目していた子供が 12 名であった(その他形に着目していた子供が 2 名，折って重なる分け方が 3 名)。まず，角に着目していた子供全員の観点である「直角があるかないか」の分け方を発表させ，次に，辺に着目している児童の多くが行った「2 つの辺の長さが等しいかどうか」の分け方を発表させた発表場面 1 を取り入れた。発表場面 1 によって，直角または辺のどちらかに着目した一面的イメージから，他の観点の変更を促して，新たな本質直観をはたらかせることができたと考える。また，発表場面 1 で直角を確かめる活動を取り入れ，三角定規や分度器を使用してもよいことを知らせ，測定する活動を通して，観点の変更ができるように促した。

発表場面 2 では，第 2 時後半に，「折って重なる分け方」を発表させた。その際に，の三角形(図 1 2)について，H 子の分け方と，S 男の分け方で話し合いが行われた。

ここでは，H 子をはじめとするほとんどの子供は，の三角形(図 1 2)を折って重なる仲間に入れていないが，S 男は入れていた。しかし，S 男の「縦にしてみると」の発言(2198)で，折り方を変えてみると折って重なることに気付き，ワークシート上で分け方を変更した。(図 1 3)

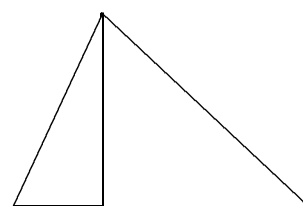


図 1 2 の三角形

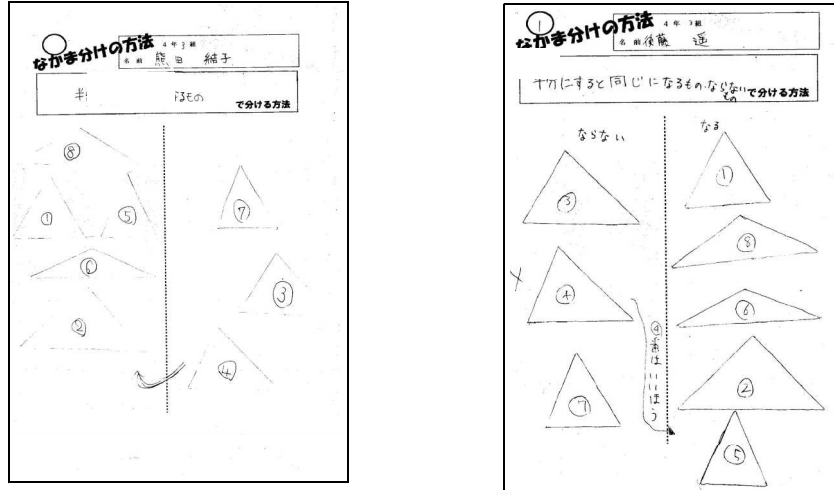


図 13 を折って重なる仲間に変更した子供のワークシート

第 3 時前半における発表場面 3 では, 第 2 時後半から見つけた仲間分けの方法をすべて発表させ, それを用いてそれぞれの図形の特徴の一覧表を作成した。また, 子供たち一人一人がワークシートに記入したり発表したりしたすべての方法をまとめると, 表 5 になる。■の部分是最初に分けた方法で, 印は, ワークシートに記入した方法である。また, 印は, 本単元においてはたらいいて欲しい本質直観にかかわる分け方である。

表 5 子供たちの仲間分けの種類と数

番号	形	角					辺			その他	分け方の合計 (通り)	角に着目した分け方	辺に着目した分け方
		直角	3つの角が等しい	同じ大きさの角があるかないか	三角定規の角があるものもないもの	三角定規の角があるものもないもの	同じ辺の長さがあるものもないもの	3つの辺の長さが等しい	2つの辺の長さが等しい				
1											欠席		
2		■									2	1	1
3								■			3	1	1
4		■									3	2	1
5		■									4	3	1
6		■									2	1	0
7		■									2	1	1
8		■									4	1	2
9											2	1	1
10								■			2	1	1
11		■									2	1	1
12		■									4	2	2
13		■									7	3	3
14										■	3	1	1
15									■		2	1	1
16									■		3	1	1
17									■		2	1	1
18								■			2	1	1
19									■		2	0	2
20		■									2	1	1
21		■									2	1	1
22		■									4	1	2
23											欠席		
24		■									2	1	1
25		■									2	1	1
26								■			3	1	2
27		■									4	1	2
28											欠席		
29								■			2	0	2
30									■		4	1	2
31		■									3	1	1
32		■									2	1	1
33		■									2	1	0
34											欠席		
35		■									2	0	1
36		■									2	0	1
37								■			2	1	1
38		■									2	1	1
39								■			2	0	1
合計 (人数)	3	27	4	4	1	1	11	26	5	11			

全員の子供たちが 2 通り以上の分け方をワークシートに記入していた。また, 子供たちのほとんどは, 角と辺に着目した分け方の両方を行っていた。しかし, 8 名がどちらかの分け方しか記入していなかったが, 発表場面 3 において, すべての方法を確認する活動を行ったことで, 記入していない分け方にも取り組み, 多様な本質直観をはたらかせるようにした。

ここで, 第 2 時と第 3 時における発表場面を 3 回設定することで, どのように観点が変わっていったかを抽出児 K 児 (番号 12) の様子をもとに分析する。K 児は最初に, 「直角があるかないかで分ける方法」によって仲間分けを行った。その後, 発表場面 1 のあとに, 「2 つの辺が等しいもので分ける方法」, 「3 つの辺の長さで分ける方法」に取り組んだ。つまり, 直角から辺の長さに観点が変更され, 多様な本質直観をはたらかせた姿であると考えられる。また, 発表場面 2 によって, 折っ重なる分け方から, 再び観点の変更が促され, 角の相等関係に着目する本質直観をはたらかせ, 「3 つの角が等しいで分ける方法」を導き出した。このような K 児の観点の変更の流れとそのきっかけは, 図 1 4 のように示すことができる。また, K 児がワークシートに記入した 4 種類の方法は, 図 1 5 のようであった。

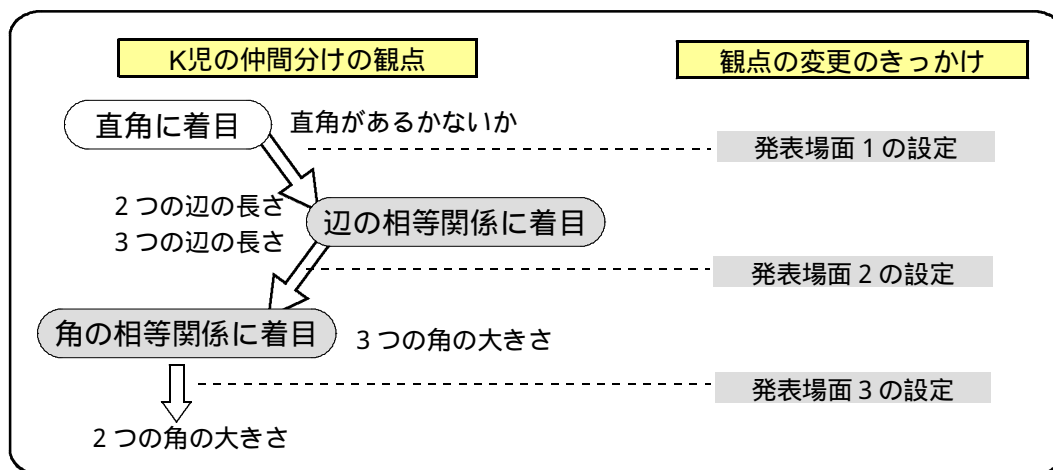


図 1 4 K 児の第 2, 3 時における観点変更の流れとそのきっかけ

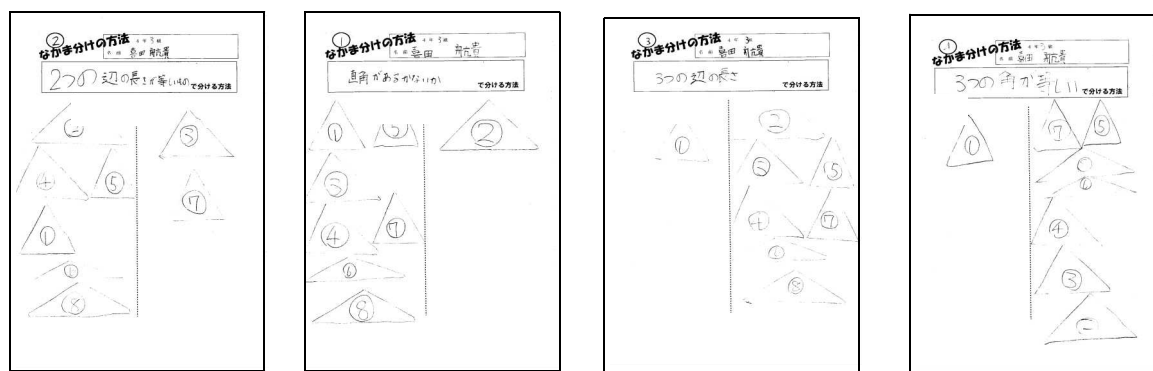


図 1 5 K 児が行った仲間分けの方法

以上のことから, 発表場面 1 において, K 児のように角または辺に着目して一面的イメージを形成していた子供たちに対し, 他の観点への変更を促すことができたと言える。また, 発表場面 2 の設定によって, 「折って重なる」という新しい観点を発表させ, 新しい

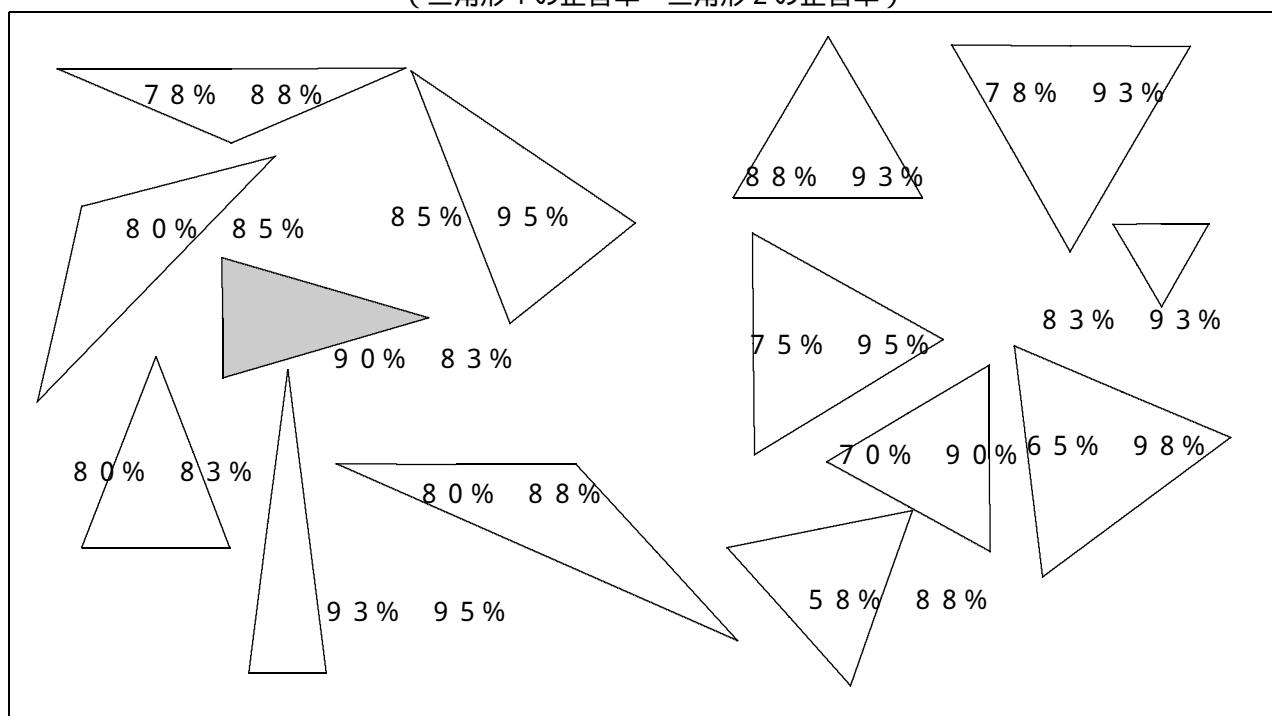
観点への変更を促すことができたと言える。また, 子供たちの話し合いを通して, 三角形づくりにおいて見えていた 2 つの三角形同士の結合線以外にも対称軸があることに気付く, さらに観点を変更して他の三角形でも同じようなことがないかどうか調べるようになった姿が見られた。また, 「2209 C なるやり方とないやり方があるんだよ。」から, 様々な状態にある二等辺三角形のとらえ方にもつながったと考えられる。発表場面 3 の設定によって, 様々な分け方に取り組む活動を取り入れることで, それまでの活動でとらえることができなかつた特徴も, 多様な本質直観をはたらかせてとらえることができたと考ええる。

(3) 知覚的変換の機能を用いる場面について

教材「かくれている三角形を探せ!」に取り組む前に, 10 個の三角形の中から 7 個の二等辺三角形を弁別する問題と, 同じく 10 個の三角形の中から 7 個の正三角形を弁別する問題のある「三角形 1」を行った。また, 「かくれている三角形を探せ!」に取り組んだ後に, 三角形 1 と同じ図形を提示する順を変更し提示した「三角形 2」の弁別問題を行った。

表 6 は, 2 回の弁別問題における同じ図形の正答率の変化を表したものである。ほとんどの図形で, 「かくれている三角形を探せ!」の活動を行うことで, 正答率が上がっている結果が得られた。しかし, 二等辺三角形における 1 つの問題だけ, 正答率が下がっている結果となった。これは, 「かくれている三角形を探せ!」の問題の中に(図 10 の 3 問目), 同様な状態に置かれている二等辺三角形が提示され, それは正三角形でないために正解ではない結果となった。つまり, そのような状態に置かれている三角形は, 二等辺三角形ではないという誤った認識がされ, 三角形 2 における弁別の際に視覚イメージだけで判断したものと考えられる。

表 6 「三角形 1」と「三角形 2」における正答率の変化
(三角形 1 の正答率 三角形 2 の正答率)



また，二等辺三角形の弁別と正三角形の弁別の 14 問すべてを正解した子供の数は，「三角形 1」では 8 名であったが，「三角形 2」では 18 名に増えた。

以上のことから，知覚的変換の機能を用いる場面で，教材「かくれている三角形を探せ!」によって図形を知覚的に変換させて弁別する活動を取り入れたことで，様々な状態にある図形をとらえることができるようになったと言える。しかし，変換の仕方や構成要素に着目したとらえ方を正確に指導しないと，誤った視覚イメージを形成させてしまうことが明らかとなった。

おわりに

授業の観点 1 における「三角形づくり」によって，「つくる」という目的意識をもって活動に取り組みせながら，「どうやったらできるか」という問題意識をもたせることができた。その結果，仲間分けの活動の際には，最初の方法で「角」や「辺」に着目した分け方ができるようになっていた。また，仲間分けの活動でも，「2 つの仲間に分ける」という目的意識から，「どのように分けたいか」という問題意識をもたせることができた。仲間分けを 2 つの仲間に限定したことで，「どちらの仲間に入るか」という問題意識も生まれていた。以上のことから，「三角形づくり」「仲間分けの活動」は，多様な本質直観をはたらかせることにつながる有効な活動になっていたと考える。

授業の観点 2 における観点変更を促すために，教科書のような順次的に本質直観をはたらかせる指導ではなく，同時的に本質直観をはたらかせる指導を行った。そして，仲間分けの活動に多くの時間を要して発表場面を 3 回設定した。図 14 で示されたように，それぞれの発表場面が子供の観点を変更するきっかけとなっていたと考える。また，3 回の発表場面は，それぞれに観点の変更を促す効果があり，次のようにまとめることができる。発表場面 1 は，一面的イメージから他の観点によるイメージ形成を促し，発表場面 2 では，単元のねらいに迫る本質直観をはたらかせるための観点を導き，発表場面 3 では，それぞれの図形の特徴を他との図形と比較しながらまとめる効果があると言える。順次的に本質直観をはたらかせる教科書の指導では，はたらく本質直観が限られてしまうが，同時的にはたらかせる指導を取り入れることで，多様な本質直観をはたらかせる経験を与えることができたと言える。

授業の観点 3 における「かくれている三角形を探せ!」では，その活動の前後に行った「三角形 1」と「三角形 2」の正答率の変化から，図形が不安定な状態におかれていても正確にとらえることができるようになったと言える。つまり，知覚的変換の機能を用いる経験を与えることで，様々な状態にある図形をとらえることができるようになった。また，様々な状態にある図形を提示したことで，新たな視覚イメージの形成につながることも分かった。その際には，誤った視覚イメージが形成されないように，十分に注意する必要があると言える。通常，1 単位時間の後半に設定されることの多い知覚的変換の機能を用いる場面を重視し，その場面に 1 単位時間を要したことは，様々な変換の経験を与えることにつながり，様々な状態にある図形をとらえることができるようになったと言える。

本研究において，平面図形の指導においては「図形感覚を豊かにするための授業の観点」

の有効性を示すことができた。つまり, 観点に基づいて授業を構成することで, 特別な時間を設定するだけでなく, 普段の図形指導においても図形感覚を育成できることを示すことができた。空間図形においても, 同様な観点で図形感覚を豊かにしていくことができるのかを検証していくことと, 多用な本質直観がはたらくことによってどのように内的感覚を育成していくかについて明らかにしていくことが, 今後の課題である。

引用及び参考文献

- Vinner, S.(1991),The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. In Tall,D.(Ed.),*Advanced mathematical thinking*, pp65-81: Kluwer .
- 川崎道広(1992),「図形指導における視覚イメージの影響」,岩合一男先生退官記念出版会編『数学教育学の新展開』,聖文社,pp160-171 .
- 川崎道広(2000),「図形概念に関する認知的研究の展望」,『大分大学教育福祉科学部研究紀要 第 22 巻第 2 号』,pp.567-578 .
- 川崎道広(2001),「図形指導における「図形感覚」の意味について」,『数学教育学研究』第 7 巻,全国数学教育学会,pp93-103 .
- 川崎道広(2003),「図形感覚の認識に関する教授学的研究」,『数学教育学研究』第 9 巻,全国数学教育学会,pp81-96 .
- 川崎道広(2005),「直観的側面に着目した図形指導の研究」,『第 38 回数学教育論文発表会論文集』,日本数学教育学会,pp379-384 .
- 河本英夫,佐藤康邦(1999),『感覚 - 世界の境界線』,叢書 現象学と解釈学,白菁社 .
- 鈴木一弥(2005a),「図形感覚を視点とした図形概念の形成に関する研究」,『第 38 回数学教育論文発表会論文集』,日本数学教育学会,pp373-378 .
- 鈴木一弥(2006a),「図形認識にかかわる図形感覚の研究」,全国数学教育学会 第 23 回研究発表会発表資料 .
- 鈴木一弥(2006b),「図形感覚の育成を視点とした図形指導に関する研究」,『数学教育研究』,41, pp99-113 .
- 鈴木一弥(2006c),「図形感覚を豊かにするための指導に関する研究 ~ 第 5 学年「いろいろな四角形」を通して ~」,『第 39 回 数学教育論文発表会 論文集』,日本数学教育学会,pp361-366 .
- 中原忠男,小島宏(1999),『小学校 新学習指導要領 Q & A ~ 解説と展開 ~ 算数編』,教育出版 .
- 新田義弘(1992),『現象学とは何か』,株式会社講談社 .
- 増井透(1990),「表象」,大島尚編,『認知科学』,新曜社,pp84-87 .
- 松尾七重(2000),『算数,数学における図形指導の改善』,東洋館出版社 .
- 松尾七重(2004),「図形の豊かな感覚をはぐくむ」,『新しい算数研究』No.406,東洋館出版社,pp4-7 .
- 山口一郎(1999),「感覚位相に衝動する文化差」,河本英夫 佐藤康邦編,『感覚 - 世界の境界線』,叢書 現象学と解釈学,pp.95-118,白菁社 .
- 文部省(1998),『小学校学習指導要領』.