

算数好きの子どもを育てよう

新潟大学教育人間科学部

鈴木 保 高

クラスで上位の子ども達の指導は, それ程難しいことはない。算数の力が下位の者達, 算数を放棄してしまいそうな子ども達に, やる気を起こさせるにはどうしたら良いのでしょうか。

算数に興味を持って貰うにはどうしたら良いのか。算数は好きだと思って貰えるためには, どうしたら良いのでしょうか。

1. 基礎基本の徹底

某小学校 5 年生対象に, 小数の割り算を学習するに当たって, 事前調査テストを行った。次の筆算の正答率がどちらも約 70%であった。

問題 $532 \div 14$, $256 \div 32$

誤答 30%のうち, ケアレスミスが 10%程度と考えても, 残りの 20%が問題である。「3桁の整数 \div 2桁の整数」ができないのに, とても, 「小数 \div 小数」を理解できるとは思えません。

放課後学習等の支援が必要かと思えます。本当はもっと早くから手を打って欲しかった。基本的な計算ができない者には, その後の算数, そして中学校, 高校の数学は苦痛でしかありません。とても算数好き, 数学好きにはならないと思えます。数学の授業が苦痛である。波及して, 他の教科の授業にも集中できない。学校が嫌い。どうしたら良いのかとなります。

達成感も大事だと思えます。数学が好きになる要因のひとつに問題を解けることがあります。問題が解けなければ, 面白くないと思えます。たとえ全体の成績が悪くても, 差し当たり, 基本的な計算ができていれば, そこから何らかの指導方法があると思えます。「難しくて時間がかかったけど解けたときは嬉しかった」と感じたことがある筈です。どの子どもも, もっと内容が分かったら, 勉強ももう少しは楽しいのだろうなという気持ちを持っていると思えます。その辺りの気持ちをくすぶる方策を考えて見たいと思えます。

2. ヒントの与え方について

私は, ヒントは沢山与えても良いと思っています。子どもの見とりが出来ていれば, もっと良い。私がヒントを与えるとき, 重視していることは次の点です。解決のほぼすべてをヒントで言っている場合でも, 必ず, 子どもが考えるところを残しておき, 子どもが解決したとき, 「ヒントは貰ったけど, 自分も解決のために考えて解けた。」とか, 「ヒントは貰ったけど, 自力解決した。」と思って貰えるようなヒントの与え方をしようと心掛けています。

友達とのかかわりの中で, 自分の考えを修正し, 解決に近付いて行くことは, 本人の大きな収穫になります。自分と友達との考えの似ている点や違いを判断できること, 友達の考えの良さを理解しようとする態度が育つことを願っています。ただし, この能力はかなりレベルが高いと思っています。

3. 達成感を重視して

「算数好きの子どもを育てる」には, 知的好奇心, 達成感, 数学の美しさ, 楽しさ, 感動感も含め,

- ・ 教材研究
- ・ 授業の工夫
- ・ その他(信頼関係等)

が関係するし, いろいろな方策が考えられます。

新潟県現場の先生の声,そして新潟大の学生さんの声の一部を,キーワードだけですが,挙げてみます。

- ・ 意欲や理解の程度を見取る。
- ・ 見通しをもち筋道を立てて考える能力を育てる。
- ・ 自ら学び,自ら考え,主体的に判断,行動し,よりよく問題を解決する能力。
- ・ 解決の見通し,意外性,感動
- ・ 「計算力」,「発想力」,「論証力」の3つの力
- ・ 数理の一般性を実感する。
- ・ 「誤答」を単なる「誤答」と捉えないで,
- ・ 発展的な考え方を伸ばすこと。
- ・ 「絵や図」の活用。
- ・ 友達とのかかわりの中で算数の学びを楽しむ。
- ・ 生徒の活動
- ・ 友達の考えのよさに気付こうとし,気付ける力。
- ・ 意欲や問題意識をもって取り組める課題や教材
- ・ 知的好奇心,理数の美しさ,理数の普遍性の価値を感じること。
- ・ 色々な方法で課題を解決しようとする事。
- ・ さらに高い知識を得ようとする事。
- ・ 追求する流れを身に付けること。
- ・ 適度な難易度,課題が明確,課題の広がり,関連を意識すること。
- ・ 発見をすることのできるもの。多様な考え方が期待できるもの。生活とのつながり。
- ・ 美しさや不思議さ。考えることのできるもの。

- ・ 数学の美しさ, 苦手分野のケア, 褒める環境をつくる。
- ・ 「子どもに何を一番身に付けさせたいか」を考えて,

いろいろな考え方があります。何を重視するかにより多様です。そんな中で, 具体的な方策, 私がこれからもやっ行ってこうとしていることで, 「達成感を重視した方策」を紹介させて戴きます。

- (1) 基礎基本は, まず, 最低限の条件である。
- (2) 時には, 日常生活の中に結びつけた話題を提供する。
- (3) 先生自身が数学を好きになった「きっかけ」や, 数学が好きになった, きっかけの問題を思い出しておく。それとの関連で, 面白いと思える問題を沢山知っておく。
自分自身が, 数学を好きになったときの気持ちの変化を思い出しておくことは, 子ども達はどんな「きっかけ」で算数好きになるのかを考えるとときの参考になる。
(小川雄三先生のアドバイス)
- (4) 生徒の見とり
- (5) ヒントの与え方
- (6) 生徒が考える場面 (必ず, 入れる。)
- (7) 達成感。生徒が自分で答まで出す。そのとき, 「ヒントは貰ったけど, 答えを自分で出した。」「ヒントは貰ったけど, 自力解決した。」と充実感を持ったか。

4 . 実践授業例

私には小学校の授業実践例が少ないということもあるので, 今回は 2006 年 8 月に, 新潟中央高校 1 年生を対象にした授業の前半を紹介します。実践授業は 90 分, 前半には約 40 分使いました。

(例: 私の講義の前半)

・問題提起 (教材): 大部分の高校生が知らない事実です。ましてや, その証明は想像できません。現職の数学の先生でも, ノーヒントであったら, 結構難しい証明です。

「結果を述べることは簡単です。皆さんは, 1 時間後には, 与えられた n 度の角が作図できるか, 作図できないかを判定できます。今日は, どうして, そのように判定して良いかの理由まで考えてみましょう。それでは一緒に考えてみましょう。」

[生徒が知らない事実である。]

[予想される生徒の反応:証明の方向が全然想像できない。難しそう。]

高校生にできる程度の作図問題をやる。

そして,これから利用する事実を確認する。1つ,2つを除いて,中学時代に身に付けたこと。

[実は,証明の目標に向かっているヒントです。]

[使う事実を確認したのは,生徒の頭の中が散漫にならないようにと考えました。]

[生徒達の授業への参加を期待した。]

[予想される生徒の反応:自分にもできる問題だ。]

[予想される生徒の反応:既に知っていることだ。以外に易しいことを復習しているではないか。]

[予想される生徒の反応:自分にも分かることを話しているから,もう少し聞いてみるか。]

続いて,ヒントを伝える。本当は,もうこれで殆んどすべて解決しています。但し,最後のところだけは,生徒に,自分で,60と72から始めて,3を導く数式を考えさせた。

[ヒントの与え方]

[机間支援時に,ほぼ全員が自分で3を導く数式を考えたと確認しました。]

[予想される生徒の反応:結論が言える式を自分で探した。達成感。]

[予想される生徒の反応:授業に参加した気持ち。]

(アンケートの一部紹介)

[生徒:自分や友達で協力して解いていこぉーと思いました。今までできなかったのは,ほったらかしや,あきらめていたので頑張りたいです。]

これは,「(質問)今回の講義を受けて,数学についての認識に何か変化がありましたか。」に対する生徒の回答例です。一部の生徒であっても,その後の授業時に,望ましい変化が見られたということは,とても嬉しく思いました。以下は私の授業へのアンケート結果です。

[生徒:中学校の内容からここまで発展するものなのかなと思った。今までの自分になかった「論理的に考える」ということが少し身についたように思う。]

これを書いた生徒は,多分,既に数学が好きで,数学ができる生徒だと想像しています。

[生徒:最初はわからなかったけど,ヒントをもらったり,友だちと相談することによって角度を求められたときは楽しかった。]

[生徒:今まで勉強したことで難しい問題が解けて感動した。数学はすべて本当に基礎からくるんだと改めて実感した。]

これらの感想も,私が講義で目標としたことの1つです。数学的な見方,論理的な考え方の芽生えが見られます。

「算数好きの子どもを育てる」ために,皆様が行っていること,気を付けていること,努力していることを聞かせて下さい。今後の参考にしたいと考えています。また,このことをテーマに,具体的な研究を進めている方がおりましたら,お知らせ下さい。授業を参観させて戴きたいと思います。

女性セブン「カリスマ教師8人の子供を伸ばす金言」より

- ・ 本来子供は誰でも,知りたいという思いや考えて表現する力を持っているもの。
- ・ 10問中9問がバツでひとつだけマルがあったら,9のバツを怒るのではなくひとつのマルをできるだけほめる。やさしい問題でもひとつでも解けると達成感があり,それが自己肯定や自信につながり,好循環でどんどん実力が伸びてゆくんです。(宮本延春氏)
- ・ 生徒は友達との教え合いを楽しんでいます。相手がわかってくれると楽しいし,教えてくれるのにわからないと申し訳ないという気持ちで頑張るんです。(田尻伍郎氏英語)
- ・ 受験に成功した子供たちはダイニングやリビングで教科書を広げたり,みかん箱を持って家中をぐるぐる回って勉強していたんですよ。本来,子供がまだ小さいときは子供部屋なんて必要ないんです。(四十万靖氏)
- ・ “あなたはどう感じて,どう表現したいのか”を子供に気づかせるのが大人の責任。表現したくてたまらない状況で表現するから,価値が生まれるのです。(太田恵美子氏美術)
- ・ すべての学問に共通するのは,親子のコミュニケーションが大切だということ。

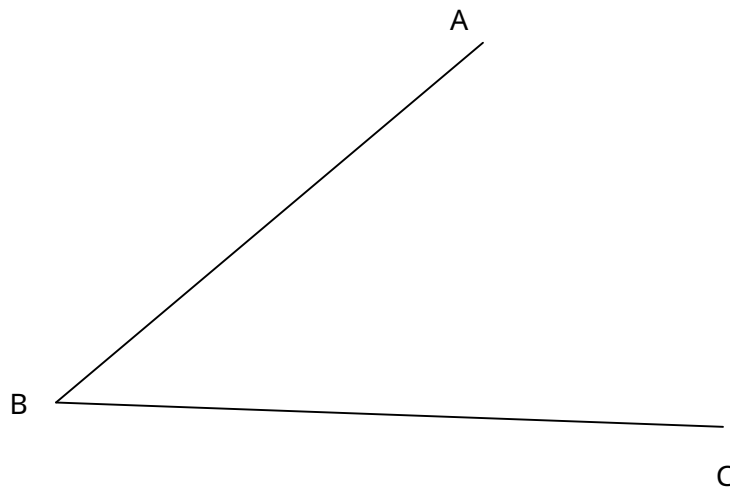
実践授業例 (2 0 0 6 年 8 月 2 3 日, 新潟中央高等学校)

講義題名「整数 n が与えられたとき n 度の角が作図できるか作図できないかを考えてみましょう」

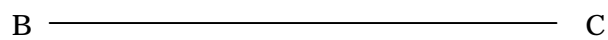
新潟大学教育人間科学部

鈴木保高

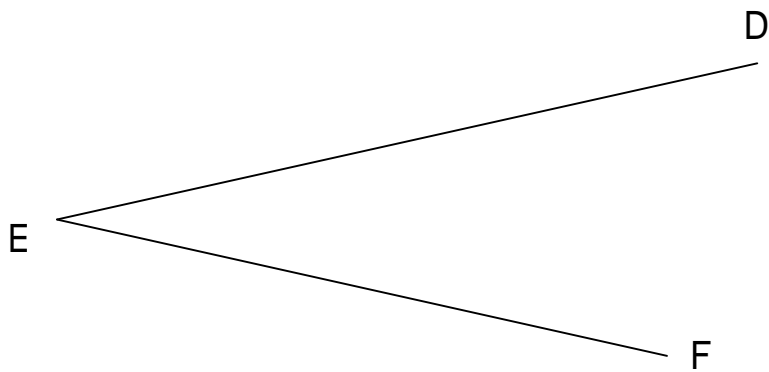
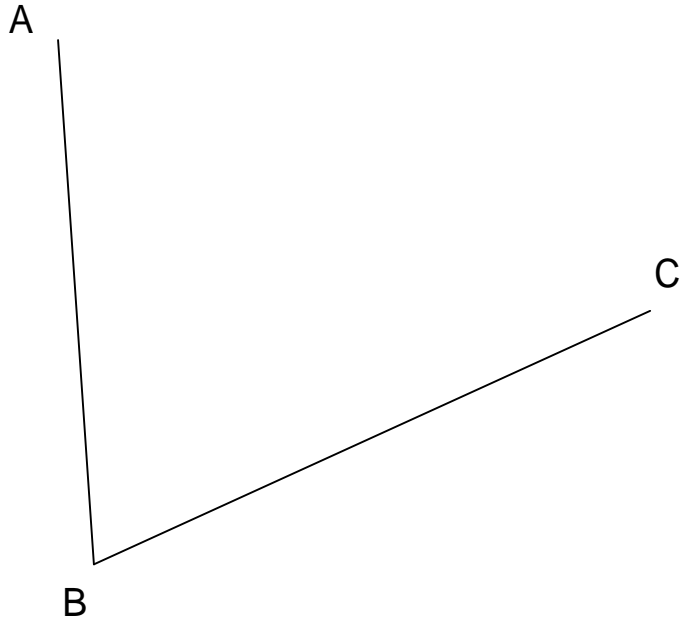
問題 1 . 下の ABC の二等分線を作図せよ。



問題 2 . 下の線分 BC に対して, $\angle ABC = 60^\circ$ となる線分 AB を作図せよ。



問題 3 . 下図のように, ABC と DEF が与えられたとき,
 $GEF = ABC + DEF$ を満たす線分 GE を作図せよ。



(イ) 60° の角は作図できる。

(ロ) 72° の角は作図できる。

(ハ) 20° の角は作図できません。

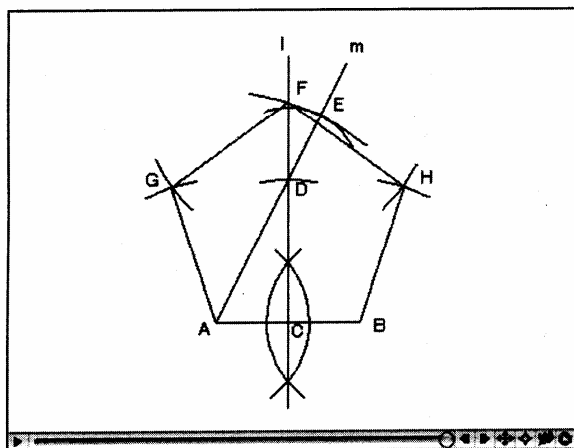
これら 3 つの事実が成り立つことは証明されています。

注. (ロ) は正五角形の作図可能性と同値な事実です。

(参考: 下図で, $\angle FAB = 72^\circ$. $72^\circ = \frac{360^\circ}{5}$)

注. (ハ) は大学レベルの難しい作図不可能問題の 1 つです。

正五角形の作図



線分 AB を一辺とする正五角形を作図します。

🖱️ をクリックして下さい。

(1) 線分 AB の垂直二等分線 l をひく。

(2) AB の中点 C を中心とする半径 AB の円弧をかき, l との交点を D とする。

(3) A, D を通る直線 m をひく。

(4) D を中心とする半径 AC の円弧をかき, m との交点を E とする。

(5) A を中心とする半径 AE の円弧をかき, l との交点を F とする。

(6) F, A から AB の距離にある点 G をとる。

(7) F, B から AB の距離にある点 H をとる。

FGABH が求める正五角形となる。

作図の理由 戻る

<http://homepage2.nifty.com/sintakenoko/Cabri/CGraph5.html>

学年 : _____ 年 _____ 組 _____ 番 _____ 名前 : _____

- 4 (角の和) 作図できた角と作図できた角の和を作図できる。
- 5 (角の整数倍) 作図できた角の整数倍の角を作図できる。
- 6 (角の差) 作図できた角と作図できた角の差を作図できる。
- 7 (角の二等分) 作図できた角の半分の角を作図できる。

これらの作図ができることを使い, これらに加えて, (イ) と (ロ) と (ハ) の 3 つの事実が成り立つことのみを認めれば, 表題の問題提起に答えることができます。

本日の目標 : 各自, 問題 8 を自力解決しよう。(ヒントを参考にして下さい。)

問題 8 . (イ) と (ロ) の事実が成り立つことを使って, 3° の角は作図できることを説明せよ。

Hint.

(イ) 60° の角は作図できる。

(ロ) 72° の角は作図できる。

のみからスタートして, 4 または 5 または 6 または 7 を使って, 作図できるもっと小さい角を探す。

作図できることが説明できたその小さい角も含めて, 4 または 5 または 6 または 7 を使って, 作図できるもっと小さい角を探す。

このことを何回か続けて, 3° の角まで, 辿り着いて下さい。

3° の角まで辿り着く方法は, 一通りではありません。

上の考え方を数式で表しておいて下さい。他の人に, どのように考えたかを説明しやすいように, 幾つかの数式に分けておいて下さい。

定理 9 . n が 3 の倍数ならば, n° の角は作図できる。

証明 . 問題 8 と 5 を使って説明できる。

定理 10 . 整数 n が 3 の倍数でないならば, n° の角は作図できません。

証明 . この定理の証明は難しいです。他の証明方法もありますが, 比較的易しく, 分かり易い, 以下の証明を考えてみましょう。背理法と言われている論法を使ってみましょう。

(11) n は 3 の倍数でない整数とする。

(12) 「 n° の角が作図できる」と仮定する。

このように仮定すると, 論理的な矛盾が起こることを示す。矛盾が起こるということは, 仮定が間違いであるということです。従って, 「 n° の角は作図できない」ことが証明できたという論法です。

途中で, 「割り算の定理」

定理 . 整数 n と 3 に対して,

$$n = 3k + r, \quad r = 0 \text{ または } 1 \text{ または } 2$$

を満たす整数 k, r が存在する。

を使って下さい。 n が 3 の倍数でない整数のときは, $r = 1$ または $r = 2$ です。そして, 定理 9 までの事実を使って, (八) に矛盾することを説明して下さい。

[新潟中央高校 S P P での講義資料の以下を省略する。]

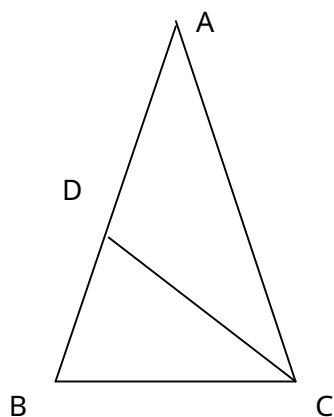
2006.8.23.

ysuzuki@ed.niigata-u.ac.jp

Yasutaka Suzuki

「算数好きの子どもを育てよう」

問題 1 1 . ($36^\circ, 72^\circ$ が表れる問題例)



左図において,
 $AB = AC$,
 $AD = DC = CB$
 のとき, 次の問いに答えよ。

(小学 5,6 年生用の問題) A, B, BCD は何度でしょうか。

(中学 3 年生用の問題) $\frac{AC}{BC}$ の値を求めよ。

(高校生用の問題) $\cos 72^\circ$ の値を求めよ。

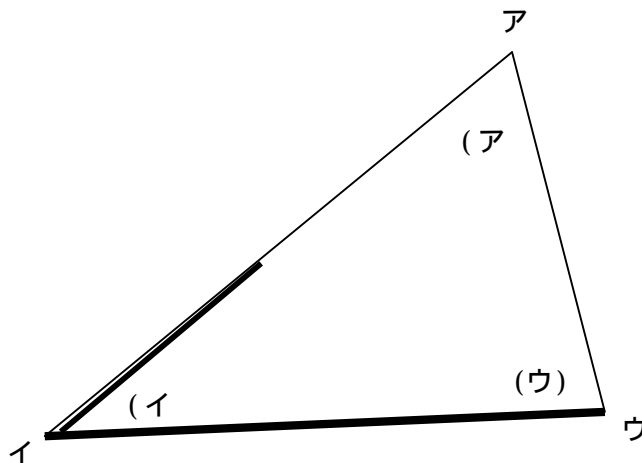
問題 1 2 . (下記との類似問題を教えるときは注意して下さい!!!)

教科書「学校図書」4 年上(きょうみや関心におうじて扱う)「形も大きさも同じ三角形をかこう」

1. 右の図の三角形と, 形も大きさも同じ
 三角形をかきましょう。

(1) 辺イウと同じ長さの直線を
 引きました。
 (イ)の角と同じ角になる
 ように, 直線を引きました。

あと, 何がわかればかける
 でしょうか。



- 辺アイの長さ ○
- (ウ)の角 ○
- 辺アウの長さ ×
- (ア)の角 ?

「答 . (ア) の角」は正解です。(不正解にしないで下さい。)

ただし, 4 年生の大部分は, 辺イウと角(イ)と角(ア)が与えられたとき, 三角形アイウを描けません。また, その三角形アイウの描き方を示したとき, 4 年生の大部分は, その描かれた三角形が与えられた 3 つの条件を満たしていることを理解できません。(注意)

参考: 5 年上「垂直と平行」

参考: 5 年上「図形の角」 三角形の角

問題 13 . (繰り下がりのある引き算) $13 - 7 = ?$

$$\begin{aligned} \text{(A)} \quad 13 - 7 &= (\dots\dots\dots) \\ &\quad - (\dots\dots\dots) \\ &= \dots\dots\dots = 6 \end{aligned}$$

$$\text{(B)} \quad 13 - 7 = (10 + 3) - 7 = (10 - 7) + 3 = 3 + 3 = 6$$

$$\text{(C)} \quad 13 - 7 = 13 - (3 + 4) = (13 - 3) - 4 = 10 - 4 = 6$$

$$\text{(D)} \quad 13 - 7 = (5 + 5 + 3) - (5 + 2) = (5 + 3) - 2 = 6$$

(E) その他

- ・ (B) のみを教えるのか。
- ・ (B) と (C) の方法を並列して教え, 両方覚えるか, どちらかを覚えるかは子どもに任せるのか。
- ・ (B) と (C) の両方を紹介して, (B) の方が良さそうだと薦めるのか。
(A) の方法は, 面倒ですし, 時間が掛かりますが, コツコツとやれば必ずできます。
(「必ず出来る」ことは評価したい。)

問題14.(トーナメント戦の試合数)

2006年8月,夏の甲子園全国高校野球大会には49チームが参加しました。トーナメント戦で優勝チームまで決めます。引き分けがないとすれば,試合は何試合でしょうか。(実際には,この大会決勝戦で引き分け再試合がありました。)

2007年6月23日 ysuzuki@ed.niigata-u.ac.jp

新潟大学 鈴木保高

参考事項

- ・ 大学2年生相手の講義,2006年度「数学科教育法」
- ・ 2006年8月新潟中央高校SPPでの講義
- ・ 小川雄三「新潟大学公開講義」,2004年6月24日
- ・ 2007年度理数教育ステップアップ研修
- ・ 大学生のレポート
- ・ 伊藤真著,夢をかなえる勉強法,2006年,サンマーク出版
- ・ 女性セブン,2007年4月12日号,小学館
- ・ 日本公文教育研究会「公文式の特長」