

単位の考えに基づき内容を関連づける教材の開発

新潟大学大学院教育学研究科院生

寺井 昌人

はじめに

「児童の算数に対する意識調査」(廣田ら 2006)では,「算数の勉強では,計算が速くできるようにすることがもっとも大切です」「算数の勉強では,答えの出し方が決まっているのでそれをおぼえておけばよいのです」といった意識をもっている児童が,調査対象全体の3割以上もいる結果が示されている。

國本(1998,2006,2007)は,このような現在の算数教育に対して,従来の機械論的教育から生命論的教育へのパラダイム転換が迫られていると述べている。この機械論という立場に立つ教育では,児童の知識の獲得ばかりを重視し,学習困難を和らげるために内容を細分化・分断化したり,機械的な練習により知識を強化しようとしたりする傾向があるとしている。一方,生命論という立場に立つ教育は,全体と部分の関係や部分同士の間関係を見ていこうとするものである。國本(2007)は,「『全体は部分の総和以上のもの』であり,『全体は部分の総和として認識できず,全体としての原理把握が必要である』という全体性の原理に立ち,『部分相互や部分と全体とを常に関係付ける』という相互関連性の原理の上に立つ立場である」(p.16)と述べている。

また,小山(2002)は,理解の深化を図ることに関して,「子どもが時間をかけて知識を関連づけ,知識のネットワークをつくることによって実感を伴って理解し,それを深化させるように指導することが教師の役割である」(p.27)と述べている。

本研究は,國本(1998,2006,2007)や小山(2002)と同様の立場をとり,算数の学習においてそれぞれの学習内容を個別に扱いその理解を目指すものではなく,学習内容の部分や部分,部分と全体を関連づけながら指導をおこなうことで,児童に内容が互いに関連していることを理解させることを目的とする。

本稿では, National Council of Teachers of Mathematics(以下 NCTM)や先行研究から単位の考えに基づいた学習内容の関連づけの視点を設定し,それに基づき教材を開発する視点を明らかにする。

1. 算数の学習内容を関連づける視点の設定

NCTM(2000)は,「Principles and Standards for School Mathematics(以下 Standards2000)」を公刊した。これは,「学校数学のためのカリキュラムと評価のスタンダード」(NCTM1989),「数学教授の専門家のためのスタンダード」(NCTM 1991),「学校数学の評価のためのスタンダード」(NCTM 1995)などの統合・改訂版である。この Standard- s2000 は,5つの内容スタンダード(目標・基準)と5つの過程スタンダードからなっている。この過程スタンダードの中の1つとして,Mathematical Connections が設定されている。

この Mathematical Connections は,「生徒が数学的アイデアのつながりを付けることができるとき,理解は一層深く,長く続くことになる」(p.64)ということに基づき,「数学的アイデアが相互に関係しあっていることを強調する指導を通して,数学の有用性について

学ぶ」(p.64)といった学習指導の方針を示している。そして, 以下の3つを重点とし, 生徒がそれらができるようにすることを目標としている。なお, NCTM(2000)の数学的アイデアとは, 数学の内容, 方法, 表現様式など広い範囲を示している(pp.64-65)。

数学的アイデアの間のつながりを認識し, 使う。

首尾一貫した全体を生み出すために数学的アイデアがどのように相互につながり, 互いの上に築き上げられているのかを理解する。

数学外の文脈で数学を認識し, 応用する。

また, 金本(1995)は, 生徒の数学の理解の質を高め深化させることを目的として, 「数学的な関連」に着目している。そして, 生徒の数学的な関連を捉えさせていくための教材構成の視点として以下の4つの視点をあげている。

方略・方法における関連(演繹・類推など)

数学的内容や理解に関わる関連(概念的知識や手続き的知識, 学習内容間の関連)

学習課題の流れに着目すること

数学的な系統やアイデアに着目すること

・同じ領域間の関連(数学的な系統への着目)

・異領域間の関連(数学的アイデアの着目)

表現の関連(具体物, 図, 言語, 記号など)

素材の関連(どのようなものを教材化するか)

Standards2000 や金本(1995)から, 算数の学習内容を関連づける視点としては, 次の3つの視点が考えられる。

第1に「数学的アイデアに着目した関連づけ」である。これは, 異なった学習内容においても何らかの共通のものを見だし, 関連づけていこうとするものである。このことはStandards2000 で強調される点であり, 違う内容領域にわたるつながりを見ることができるとき, 数学を統合された1つの全体としてみることもできるとしている。また, 金本(1995)も, 数学のどの場面にも関わるような方法・方略におけるアイデアによる関連づけをおこなうことや, 学習内容の系統, 数学的アイデアによって関連を図っていくと述べている。

第2に「表現様式に着目した関連づけ」である。これは, ある学習内容を複数の表現で表し, 表現同士を関連づけていこうとするものである。Standards2000 では, 「同じ数学的アイデアの複数の表現を認識する」(p.65)と述べられている。さらに, 金本(1995)は, 学習内容を様々な表現で関連づけることによって数学的な理解の深まりが期待できるとしている。

第3に「概念的知識と手続き的知識に着目した関連づけ」である。これは, 理解に関する関連づけである。Standards2000 では, 「概念的理解が手続きにつながられるなら, 生徒は数学の規則を任意の集まりとしてとらえることはないだろう」(p.65)と述べられている。

このように算数の学習内容を関連づけるための 3 つの視点が得られた。本研究の目的は、学習内容の部分と部分、部分と全体を関連づけながら指導をおこなうことである。これは、広く学習内容を関連づけていこうとするものであり、児童にとって一見異なると思われる学習内容同士を関連づけていくものである。そのためには、それぞれの学習内容間に共通する点を認識させる必要がある。よって 3 つの視点のうち、異なる学習内容同士を関連づけるものとしての「数学的アイデアに着目した関連づけ」に焦点をあてて研究を進めることとする。

2 . 数学的アイデアに着目した関連づけ

(1) 数学的アイデア

「数学的アイデアに着目した関連づけ」に焦点をあてることにした。この数学的アイデアに関して、古藤(1971)は、「われわれがある 1 つの問題の解決を要求され、しかも、その問題が既習の学習内容や、経験のみで解決できないときに、われわれはその解決のため、いろいろなアイデア(着想)を用いる」(p.74)と述べている。また、中島(1981)は、既習の知識や手法だけでは処理できない障害がある場合、観点を変更したりして、既習の知識や手法とのつながりをつけることが必要であり、観点の変更の働きをするものが数学的アイデアであると述べている。

これらのことから数学的アイデアとは、新しい問題の解決に用いる着想のことである。数学的アイデアとは、児童の主観的なものであり、どのようなものであるのか捉えにくい。よってもう少し客観的に把握する必要があるといえる。

(2) 数学的アイデアと数学的な考え方

古藤(1971)は、「アイデアをさらに一般化し“ことば”で表し、法則化し、それを他の問題の解決にも利用できるように“考え(方)”としてまとめておくことがたいせつである」(p.74)と述べている。また、中島(1981)は、数学的アイデアを用いることにより、既習のものとのつながりができることが解決であり、その結果として新しい概念や手法が作り出されることになるとしている。つまり、数学的アイデアを取り上げそれを児童に意識させることにより数学的な考え方になり、そのことにより問題が解決できたり、他の問題解決にも発展できたりするようになる。ここで、児童の主観的な捉えであった数学的アイデアが、ある程度客観的のものになるのである。

中島(1985)は、数学的な考え方について「算数・数学にふさわしい創造的な活動(問題解決)が自主的にできる能力・態度」(p.4)と述べ、「統合的発展的な考察」を中心としてその意味を述べている。しかし、具体的な数学的な考え方の内容の定義はおこなっていない。これは、数学的な考え方の適用は広く、場面により捉え方がさまざまであるからである。また、片桐(2004)は、指導に役立たせることを目的に、数学的な考え方の具体例を通して、外延的にその内容を示している。片桐(2004)は、数学的な考え方を 3 つの観点に分類しており、「数学的な態度」「数学の内容に関係した数学的な考え方」「数学の方法に関係した数学的な考え方」をそれぞれ具体的な事例をあげて示している。

本研究では、「数学的アイデアに着目した関連づけ」をおこなうために、教材のどのような部分が関連しているのかを分析する必要がある。よって、その分析の観点として、片

桐(2004)の「数学の内容に関係した数学的な考え方」(pp.69-88)を参考にしながら,関連づけの視点を決定していく。

(3) 単位の考え

いくつかの「数学の内容に関係した数学的な考え方」があるが,その中でも単位の考え(中島 1983,小林 1999,片桐 2004)は,算数の学習において基盤となるものの1つであると考えられる。よって,この単位の考え方に着目して学習内容の関連づけを行っていく。

その理由として第1に,学校数学や数学的構造の中に多数存在するからである。単位とは,広辞苑(第5版)によれば,「ある量を表すとき,比較の基準とする同種の量のことである。一般に組織・運動などを構成する基本となる要素」という意味である。数学的な意味においては,量を表したり,基準を示すものと考えられることができる。例えば,文字式で定数を文字 a などに置き換えてある一定の量を示したり,群の構造を判別する際に基準としての単位元 e を定めたりすることである。

第2に,数学と同様に算数の数,量,図形の内容に単位に関する性質が多く見られることである。例えば,数を表す時には,十や百を単位と見て数の大きさを表す。また,長さや面積などの量を数値化する時には,基準とする尺度である 1m や 1m^2 などが,量の大きさを測定するための基準の単位となり,その何倍であるかとして量を表す。さらに,図形を捉える見方として,頂点,辺などの構成要素を単位として形の構成を捉える。

第3に,他の「数学の内容に関係した数学的な考え方」にも関わっていることである。例えば,関数の考え方(古藤 1971,中島 1981,片桐 2004)との関わりでは,2つの数量の対応の規則性を捉える際に2つの数量の間には一定の数値が存在する。この一定の数値に着目していこうとすることが単位の考えである。また,集合の考え方(古藤 1971,中島 1981,片桐 2004)との関わりでは,数や図形の集合を捉える際にある観点を決めて集合を捉えようとする。この観点到着目していこうとすることが単位の考えである。

このように単位の考えは,数学や数学的構造とともに算数の中にも存在している。また,他の数学の内容に関する数学的な考え方にも関わりがある。したかつて,単位の考えとは算数・数学の学習内容の基盤になっており,この考えを身に付けることは算数の内容を理解するために重要なことである。

また,単位の考え(中島 1983,小林 1999,片桐 2004)を基に内容を大別すると,「数に関わる単位」「量に関わる単位」「図形に関わる単位」がある。それらを詳しく考察していくと下のようなになる。

() 数に関わる単位

小学校算数で学習する数は,分離量としての整数(但し正の自然数の範囲に限られている),連続量としての小数や分数がある。これらの数は単位とする数で数が構成されその大きさを表している。また,計算は単位とする数を基にした個数の計算になっている。

整数の単位

整数は,ある集合のそれぞれの要素に対して,1つの数を対応させることによりその集合の大きさを表している。整数は,基本的には十進位取り記数法で表されており,1を単位として数を表し,1が10個集まり10となり,それを単位として次の位の数を表している。さらに10が10個集まり100となり,それを単位として数を表している。よって,0

から 9 までの数字を使うことで, 全ての整数を表すことが可能である。

小数の単位

小数は, あるものの大きさを十進位取り記数法に従って分割し, そのものの大きさを表している数である。また, 表記は整数と同様である。小数の単位は, 1 を 10 等分した 0.1, さらに 10 等分した 0.01 と, それをさらに 10 等分した 0.001 と続いていくことになる。0.8 を例としてあげるならば, 1 を 10 等分した大きさである 0.1 を単位として, その 8 つ分であることを表している。

分数の単位

分数は, その意味として, 分割分数, 操作分数, 割合分数, 量分数, 商分数, 数としての分数がある(石田 1985)。表記に着目した場合, 分子を 1 とした分数を基に数が構成されている。いわゆる単位分数である。分数も単位とする数のいくつ分で数を表している点では, 整数や小数と同様の構造である。

() 量に関わる単位

量とは, 数えられる量としての分離量と数えられない量として連続量とがある。算数の学習で扱う量とは, 連続量のことでありその性質によって外延量と内包量とに分類できる。これらの量の単位に共通していえることは, ある基準とする量(単位)を決めてその何倍かを量の大きさとして表していることである。

外延量の単位

外延量は加法性が成り立つ量のことである。主に長さ(m), 面積(m^2), 体積(m^3), 重さ(kg), 角度($^\circ$)などのことである。一般に普遍単位と呼ばれているものであるが, この前段階として任意に決めた単位でそのものの量を表すことできる。例えば, ある紐の長さを消しゴムのいくつ分などで表すことである。この任意に決めた単位も量の単位としてみなすことができる。

内包量の単位

内包量は加法性が成り立たない量のことである。内包量は外延量 \div 外延量で表される量であり, 異なる 2 つの量の割合を表す量として度があり, 同種の 2 量の割合を表す量として率がある。

() 図形に関わる単位

図形の単位は, 図形を構成する要素のことである。この構成要素に着目したときに図形の性質などを捉えることができ, 図形概念などを考えるときに単位として役割を果たす。図形の構成要素としては, 頂点, 中心, 辺, 直径, 対角線, 面などがある。また, ある図形を他の図形を単位として考える見方も発展的に可能である。例えば, 四角形は, 2 つの三角形で構成されているという見方である。

以上から単位は様々な内容で存在する。よってこの単位に関係した考え, つまり単位の考えに着目しながら学習内容に共通する点を見つけることによって, 様々な学習内容を関連づけることができると考える。

3 . 単位の考えに基づき学習内容を関連づける教材の開発

(1) 単位の考えに関する先行研究

この単位の考えを基に学習内容を関連づける先行研究はいくつかあるが, そのうちの 2

つを取り上げる。

浦川(1970)は, 単位の考えの中心概念を「そろえる」こととしている。これに基づくと量や測定の単位だけでなく, 数と計算の領域でも単位の考えに着目して一貫した見方が可能であるとしている。浦川(1970)は, 数と計算の領域を中心として教材分析と実践を行い, 量の単位が導入されるのと同様に, 数の単位が導入されること, 量の単位で測定や比較が行われるように, 数の単位を基に計算をすることが可能であるとしている。五十嵐ら(1983)は, 学習内容の領域内や領域間を共通する考えでみていくような指導は行われていないとしている。そのため, 教授・学習過程で, 教材間の関連性を見失っていると指摘している。このような教授・学習過程では, 児童は内容を別のものとして捉えていると指摘し, 内容や領域を越えて教材につながりをもたせることが必要であり, その一つの視点として単位の考えに着目した指導の可能性を示している。そして, 数と計算, 量と測定の領域で, 単位の考えを有効に働かせることにより, 児童に今まで別のものと思われていた内容を同じ構造になっていることに気付かせたり, 既習の内容と新しい学習内容を関連づけ発展的に考えさせていったりすることが可能であるとしている。しかし, すべての領域を対象として単位の考えに基づいた学習内容の関連づけは取り上げられていない。数や計算, 量と測定の領域と同様に図形の領域にも単位の考えが存在する。よって, この考えに着目させることで, それぞれの領域内や領域間での関連づけができるのではないかと考える。

(2) 単位の考えに関わる児童の実態

(i) 小数と分数に関わって

全国学力・学習状況調査(2007)の A 問題に次のような設問がある(図 1)。

3

次の数直線には, となりあった整数の間を 10 等分した目もりがついています。
下の問題に答えましょう。

(1) $\frac{7}{10}$ の目もりの記号を, アからスまでの中から 1 つ選んで, 書きましょう。

(2) 0.5 , $\frac{7}{10}$, $\frac{4}{5}$ の中で, いちばん大きい数を数直線で見つけます。
いちばん大きい数の目もりの記号を, アからスまでの中から 1 つ選んで, 書きましょう。

図 1 全国学力・学習調査 A 問題より (2007)

この問題は, 設問(1)の全国の通過率が 95.0%なのに対して, 設問(2)は 55.6%であり A

問題の中でも特に低い。その分析結果と課題では、「数の意味と大きさの理解に課題がある」(国立教育政策研究所 2007)と述べられている。また、学習指導に当たっては、「分数・整数・小数を同じ数直線上に表す活動などを通して、数の意味や大きさの理解を確実にすることが大切である」(国立教育政策研究所 2007)と述べられている。これは、小数や分数の学習が別々に指導されているために、児童は小数と分数の関連づけができていない状態であるといえる。

また、清水(1995)は、児童の小数・分数に見られる困難点として $3/10 = 3.10$ とするなど概念的な誤りが起きていると指摘している。清水(1995)は、そのようなつまずきのあった児童 1 名に対して、小数と分数の関係についての指導をおこなっている。具体的には、数直線上に小数や分数の位置を示すことや数直線とテープ図を対応させ量と数の関連を図っていく指導である。その結果、小数・分数相互の表現の変換や数を数直線上に表すことができるようになったと述べている。これは 1 人の児童の様子だが、次のような指導の示唆を得ることができる。

数の範囲が拡張していく際、それぞれの数の関係や数の理解の関連づけは必要であるといえる。この関連づけの際、単位の考えが重要な役割を果たす。例えば、図 1 の設問(2)では、何を基準として目盛りを読むのか、小数・分数は何を単位としているのかといったことである。

() かさと重さに関わって

福岡ら(2006)は、小学 6 年生 25 名に対して、計量単位の構造をコンセプトマップにより記述させ、メートル法に関連する「単位」の概念がどのように構築されているのかの調査をしている。調査の結果、かさと重さの関連性に気付いている児童は、全体の 56%いることが示されている。実際には指導が行われていないために、児童は、かさと重さの何らかの関連に気付いているが、その関連は明確ではないとしている。私の授業の経験からも、かさの学習では液量を比べる際の単位の考えとして、重さでの比較の考えが児童から出ることがある。これは日常的な量の単位としての重さが浸透していることもあってごく自然な流れである。また、かさと重さの単位は、水 1dm^3 の重さを 1kg と決めることとするなど歴史的にも関係している。さらに、中学校理科の密度の学習にも通じる内容である。これらのことから、かさと重さを関連づけて指導していくことが可能であり、必要なことである。

上記の()と()から、児童は学習内容の関連づけができていなかったり、それに気付き始めていてもどのような点で関連づくのかを理解していなかったりしている。このためには、具体的に関連づけを指導する場やどの点で関連づくのか理解させることが必要である。よって、そして単位の考えに基づき学習内容を関連づけるための教材を開発することとする。

(3) 単位の考えに基づき学習内容を関連づける教材開発の視点の設定

これまでの考察から、単位の考えに基づいて学習内容を関連づける教材開発の視点として、2 つのものを考えることができる。

第 1 の視点は、対象とする領域を広げることである。浦川(1970)や五十嵐ら(1983)の先行研究では、数と計算、量と測定の領域に限ったものだったが、それぞれの領域内、領域

間での関連づけの可能性があると考える。

第 2 の視点は, 学習内容の関連づけの範囲を広げることである。学習内容を, 既に学習した内容(以下, 既習内容と記す)と新しく学習する内容(以下, 学習内容と記す)とすると, 3 つの関連づけが考えられる。

1 つ目は, 既習内容と学習内容を関連づけることである。例えば, 整数の学習をした後に, それを基に数の範囲を小数に広げていったり, 長さの学習を基に面積の学習を考えていったりするものである。これは, 先行研究などで既実践が行われている。

2 つ目は, 既習内容と既習内容を関連づけることである。これは既習内容同士から単位の考えを見つけていくものである。例えば, 整数と小数は単位の考えに基づいて考えると同じ構造になっていることに気付かせたり, 平面図形と立体図形で単位の考えを基に共通点を見つけていったりするものである。

3 つ目は, 学習内容と学習内容を関連づけることである。これは, 学習内容同士の中で, 単位の考えを基に共通する点を見出していくものである。例えば, かさと重さを同時に学習していく中で単位の考えで共通する部分を見つけたり, 乗法や除法は, 基準とする量(単位の考え)への操作をする点では同じであることを見つけたりするものである。これらの視点を図にすると下のようになる(図 2)。

本研究では, 対象とする領域を広げ, 特にこの既習内容と既習内容, 学習内容と学習内容の学習内容の関連づけに焦点をあてて教材を開発していく。

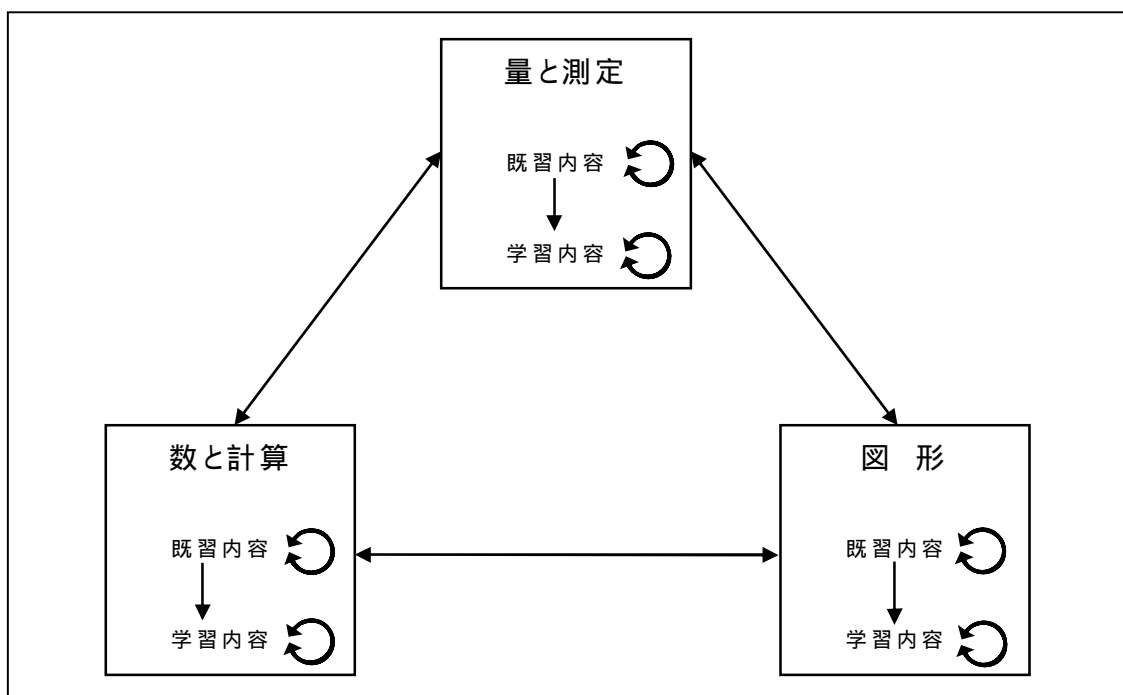


図 2 単位の考えに基づき学習内容を関連づける教材開発の視点

4 . 単位の考えで学習内容を関連づける教材案

上記の視点に従っての教材案を示す。小学校のすべての学年で作成したうちの 2 つを例

として示し，残りのものは資料として添付することにする。なお，小学校低学年は指導内容が，数と計算の領域に多いことや単位の考えを獲得していく段階であるために内容が限られていることを留意したい。

(1) 単位の考えを基に既習内容と既習内容を関連づける教材案

指導学年	第6学年
教材名・内容	計算を仲間分けしよう
対象とする領域	数と計算
関連づける内容	整数の加減，小数の加減，分数の加減
関連づけの基になる単位の考え	数の単位に着目すること

【教材について】

既習の整数・小数・分数の加法を同時に扱い，数の単位に着目することで学習内容の関連づけを図っていく。この数の単位に着目した場合，それぞれ計算は単位の個数による計算になっていることであり，この点で学習内容を関連づける。

具体的には，下のような問題を提示し，数字は違っていても同じ考え方計算できるものを探す。そして，その理由を考えていく中で児童は，数の加法は個数による計算が基になっていることに気付いていくと考える。また，この学習は中学校における文字や文字式などの代数の学習の素地も育むことができる。

問題				
$2+3$	$20+30$	$12+13$	$22+33$	$0.2+0.3$
$0.02+0.03$	$1.2+1.3$	$0.4+0.6$	$\frac{2}{5}+\frac{3}{5}$	$\frac{4}{7}+\frac{6}{7}$

【展開案】

・上記の問題を，それぞれをカードにして児童に配り計算させる。この10種類の計算式を仲間に分けるとしたどのような分け方が可能か問う。

T 【課題】この計算カードをできるだけ少ない数で仲間分けしてみよう。

- ・児童は，整数・小数・分数といった数の表記に着目して仲間分けをおこなうと予想される。また，数の表記によらない仲間分けをおこなっている児童もいる。これは計算式の構造が $2a+3a$ の形になっていることに気付きはじめている子である。
- ・まず，整数・小数・分数の分類を発表させる。この3つの分け方は，数の表記に着眼した分け方であり妥当であることを認める。その上で，整数・小数・分数を一緒にするような分け方はできないかと問う。

T 整数・小数・分数が一緒になるような仲間分けはできないだろうか？

- ・仲間分けは，最初の課題と同様にできるだけ少ないグループ数とする。

- ・この仲間分けを個人, またはグループ(班)で検討する。

T 計算カードの仲間の分け方を発表しましょう。

- ・児童の仲間分けの仕方は主に次の 2 通りであると予想する。
 (1) { , , , , , , , } { , }
 (2) { , , , , } { , } { , } { }
- ・それぞれの仲間分けの観点を話し合わせる。2 + 3 という計算式の構造で仲間が作れることに気付きはじめたら, その意味を + など図や記号で表し, 視覚的にも理解させる。
- ・さらに, 2 + 3 の式の構造で見れば, 数のまとまりに着目して, , , の計算式も, 同様の構造であることをおさえる。
- ・数の計算は, 単位する数に着目すると同じ構造になる場合があることをまとめとする。

T 他にも 2 + 3 の計算式は作れるかな?

- ・授業の最後は問題作りに取り組み, 数の単位を意識しながら計算問題をつくる。
- ・また, 最初に提示した問題では, 整数同士, 小数同士, 分数同士の組み合わせであったが, 整数と小数, 小数と分数, 整数と分数などの加法の組み合わせも発展的に考える。

(2) 単位の考えを基に学習内容と学習内容を関連づける教材案

指導学年	第 3 学年
教材名・内容	かさと重さの学習を交互におこなう
対象とする領域	量と測定
関連づける内容	かさ, 重さ
関連づけの基になる単位の考え	<ul style="list-style-type: none"> ・基準とする量を決めそのいくつ分で量を表すこと ・十進位取り記数法

【教材について】

かさと重さの学習を同時に進め, 学習の中で単位の考えで共通する点で関連づけを図っていく。2 つの学習内容に共通する単位の考えは, 「基準とする量を決めてそのいくつ分で量を表すこと」と, 「単位の構造が 10 進位取り記数法になっていること」である。これらの点で, 学習内容を関連づけながら指導をする。また, 単元末には, かさは液量のような流動的なものを数値化するのに便利な単位, 重さは目に見えないものを数値化できる便利な単位とそれぞれの特徴も理解させる。

このことによって, かさと重さといった量の測定は, 基準とする量を単位として, ものの量を測定していくことに気付く。そして, 身近な単位の構造が同じようになっているものがあることにも気付いていくと考える。さらに, かさや重さの理解だけでなく, その背後にある, 量を数値化する考えも深めることができると考える。

【展開案】

T 2つの入れ物に入った水の量を比べよう，どんな比べ方が考えられるかな？

- ・まず，学習の導入にあたっては，児童の日常経験から，「かさ」や「重さ」での比べ方の両方が出てくると思われる。その2つの方法で量を比べていくことを学習として設定する。
- ・はじめに，かさで量を比べる学習をおこなう。児童は，「直接比較」「間接比較」「任意単位による比較」をおこなうであろう。その後，普遍単位(ℓ)を導入する。その上で，重さで比べるためにどうすればよいかと問う。

T 重さでくらべるにはどうしたらいいだろう？

- ・児童は，かさの学習と同じように，基準とする量を決めれば，数値化できることに気付くだろう。
- 「重さもかさと同じように1つ分の大きさを決めればいい。」
- ・実際に重さでの測定を行い。基準を決めて測定するよさに気付いていく。
- ・再び，かさの学習に戻り，ℓより小さい量を測るために単位をどのようにするのか考える。1ℓを10等分した量である1dℓなど，より小さな単位の必要性に気付いていく。
- ・重さでkgより小さい量を表す場合はどうするのか問う。

T kgで測れないもの少ない量を測るにはどうしたらいいのかな

- ・児童は，重さもかさと同じように単位が十進位取り記数法の構造になることは容易に考えることができる。
- 「重さもかさと同じような単位の仕組みになっている。」
- ・再びかさの学習に戻り，かさのたし算を学習する。重さもかさと同様にたし算できることは容易に理解できるだろう。
- ・重さとかさの学習が一通り終わった後に，それぞれの共通点と相違点をまとめる。
「かさの単位は，水みたいなものを測るのに便利だ。重さの単位は，目に見えないものを測るときに便利だ。」
- ・また，日常には，かさと重さの両方で表しているものがあることを知らせる。児童の実態にもよるが，密度の違う液量なども扱う。

5. 本稿の成果と課題

本稿では，Standards2000 や先行研究から学習内容を関連づけるための視点を3つ設定した。そしてその中でも，「数学的アイデアに着目した関連づけ」に焦点をあてて考察を行った。いくつかの数学的アイデアの中から単位の考えをもとに，関連づける学習の範囲を全ての領域内・領域間に広げ，学習内容の関連づけには，以下の3つのものを設定した。





既習内容と学習内容 既習内容と既習内容 学習内容と学習内容

このうちの と の関連づけに焦点をあてて教材を開発することができた。今後は，開発した教材を再度吟味し，具体的な授業実践を通して，「児童の数学的アイデアがどのようにして高められるのか」「学習内容の関連づけの条件はなにか」などを明らかにしていきたい。

引用・参考文献

- National Council of Teachers of Mathematics(2000). “ Principle and Standards for SCHOOL MATHEMATICS ” the United States of America , (筑波大学数学教育研究室 翻訳・監修(2001), 『新世紀をひらく学校数学 - 学校数学におけるカリキュラムと評価のスタンダード - 』, 筑波出版会 .)
- S.I.ブラウン/M.I.ワルター著 平林一榮監訳(1990). 『いかにして問題をつくるか問題設定の技術』, 東洋館出版 .
- 五十嵐京他 8 名(1984). 「教材に流れる単位の考え」, 『日本数学教育学会誌』, 第 66 集 8 号, pp.157-162 .
- 石田忠男(1985). 「分数・小数の意味理解はなぜむずかしいか」, 『算数教育』, No.327, 明治図書, pp.21-27 .
- 一松信・岡田禎雄・町田彰一郎(2004). 『小学校算数教科書 1 年～ 6 年』, 学校図書.
- 浦川龍巳(1970). 「単位の考えを重視した指導」『日本数学教育学会誌』, 第 52 集, 第 12 号, pp.200-202 .
- 片桐重男(2004). 『数学的な考え方の具体化と指導』, 第 1 巻, 明治図書.
- 金本良通他 3 名(1995). 「数学的な関連を生かした授業への試み」, 『日本数学教育学会誌』, 第 77 巻, 第 11 号, pp.2-7 .
- 國本景亀(1998). 「機械論的・原始論的数学教育から活動的・創造的数学教育へ」, 『全国数学教育学研究』, 第 4 巻, pp.1-9 .
- 國本景亀(2006). 「機械論から生命論へ(練習に焦点をあてて)」, 『日本数学教育学会誌』, 第 88 巻, 第 2 号, pp.12-19 .
- 國本景亀(2007). 「生命論に立つ授業設計論()」『全国数学教育学会誌 数学教育研究』, 第 13 号, pp.15-21 .
- 国立教育政策研究所(2007).平成 19 年度全国学力・学習状況調査【小学校】調査概要
<http://www.nier.go.jp/tyousakekka/tyousakekka.htm>
- 古藤怜(1971). 『新しい算数授業の創造』, 近代新書出版 .
- 小山正孝(2002). 「知識の関連づけと意味理解の深化を図る」『楽しい算数の授業』, 明治図書, pp.25-27 .
- 清水美憲・竹本紫織(1995). 「児童の小数・分数学習に見られる困難点とその解消について」, 『日本科学教育学会』, 年会論文集 19, pp.171-172 .
- 杉山吉茂他 8 名監修(1999). 『CREAR 生きる力を育む算数授業の創造』, 第 5 巻, 数学的な考え方を伸ばしていく子ども』, ニチブン, pp.234-239 .
- 中島健三(1981). 『算数・数学教育と数学的な考え方』, 金子書房 .
- 中島健三(1985). 『算数・数学教育と問題解決 研究理論編 1』, 金子書房, pp.1-18 .
- 廣田敬一他 10 名(2006). 「児童の算数に対する意識」, 『日本数学教育学会誌』, 第 88 巻, 第 12 号, pp.45-64 .
- 福岡敏行 他 3 名 (2006). 「『単位』概念の構築に関する基礎的研究～計量単位に関するコンセプトマップを使った分析～」, 『横浜国立大学教育人間科学部紀要』, 第 8 号, pp.215-238 .

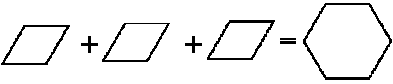
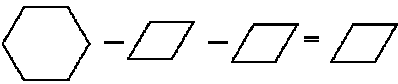


<資料1> 単位の考えを基に既習内容と既習内容を関連づける教材案

指導学年	第 1 学年
教材名・内容【うさぎや犬がもっているドングリの数はいくつかな?】	
問題 うさぎや犬がもっているドングリの数はいくつかな?  と  で 10 こ,  と  で 4 こ	
対象とする領域	数と計算
関連づける内容	整数のたし算
	数のまとまり
関連づけの基になる単位の考え	数の単位に着目すること
【教材について】 実際の数を示さず問題提示を行い,それぞれの動物がいくつのドングリをもっているのか,どのような数のまとまりになっているのか考えさせる。数の単位に着目することにより,数をまとめても整数の加法ができることを児童に気付かせていく。	

指導学年	第 2 学年
教材名・内容【 $2 + 3$ になる計算を探そう。】	
問題 下の計算の中で $2 + 3$ になる計算を見つけよう。 $2 + 3$ $20 + 30$ $12 + 13$ $22 + 33$ $2000 + 3000$ $10 + 15$	
対象とする領域	数と計算
関連づける内容	整数の計算
	数の相対的な大きさ
関連づけの基になる単位の考え	数の単位に着目すること
【教材について】 一見,異なる数の加法の式も,単位に着目することにより同じ構造と見ることができる。児童には $\quad + \quad$ にすると同じ式になるのはどれかと問い,数は数のまとまりを単位として見ること気付かせ,整数の計算と数の相対的な大きさの学習を関連づける。また,この学習は,小数や分数の学習などで,どのような数を単位として見ていくかといった学習や同数累加といったかけ算の素地を育むこともできる。	

指導学年	第 3 学年
------	--------

教材名・内容【茶碗 1 杯のお米の数をかぞえよう】	
問題 茶碗一杯のお米の重さは, 90 g です。 茶碗一杯のお米は, 何粒でしょうか。	
対象とする領域	数と計算, 量と測定
関連づける内容	重さ(重さの測定)
	整数倍
関連づけの基になる単位の考え	数の単位に着目すること
【教材について】 重さの学習では, 単位を決めてものの重さを数値化することを学習する。除法の包含除の意味指導では, ある量が全体のいくつ分なのか求めることを学習する。これらの学習を踏まえて, 実際には数えることが困難であるものの基準量を決めると測定が可能になることを理解させる。	

指導学年	第 4 学年
教材名・内容【パターンブロックで加減乗除】	
加法の例	
減法の例	
乗法の例	
乗法の例	
対象とする領域	数と計算, 図形
関連づける内容	数の四則計算, 図形の分割
関連づけの基になる単位の考え	基準の大きさに着目すること
【教材について】 児童は, 演算を数式で表し計算をおこなうことを既習の学習としている。また, 図形を構成や分解などを既習の学習としている。本教材案は, 四則計算を図形で表していくことを学習課題とし, 基準の大きさに着目することを通して, 数の四則計算と図形の構成や分解を関連づけることをねらいとしている。	

指導学年	第 5 学年
教材名・内容【パターンブロックの形の大きさ比べ】	
問題 A ~ D のブロックの大きさを比べよう。	

対象とする領域	数と計算, 図形
関連づける内容	面積 (基準とする形を 1 としてみること)
	整数倍, 小数倍
関連づけの基になる単位の考え	基準とする量の単位に着目すること
<p>【教材について】</p> <p>任意の単位をもとにして, 広さを比較することを目的とする。A ~ D の形の大きさを比べる際に, 基準とする形と比較する形の選び方によって倍の表現が異なってくる。基準をどの形にするのかということに着目することによって, 面積の学習と整数倍・小数倍の学習を関連づける。</p>	

<資料 2> 単位の考えを基に学習内容と学習内容を関連づける教材案

指導学年	第 1 学年
<p>内容【長さ乗法の素地 (同数累加) を関連づける】</p> <p>粘土で作った蛇をえんぴつの 個分など任意単位で測定し記録する。その後, その記録をもとにもう一度同じ長さの蛇を作成する。</p>	
対象とする領域	数と計算と量と測定
関連づける内容	長さの測定
	乗法の素地 (同数累加)
関連づけの基になる単位の考え	量の任意単位に着目すること
<p>【教材について】</p> <p>1 年生の長さの指導では, 対象とするものの長さを鉛筆のいくつか分など, 任意の単位で数値化し測定することを主な目標としている。</p> <p>粘土で作った蛇などを鉛筆 5 本分と測定したとする。その任意単位で測定した結果を基に, それを再現することを通して, 同数累加の考えを関連づけていく。</p>	
指導学年	第 2 学年
<p>内容【乗法と除法 (素地) を関連づける】</p>	

問題 みかんが, 12こあります。同じ数ずつ袋にいれると, どんな入れ方があるでしょう。	
対象とする領域	数と計算
関連づける内容	乗法
	除法(素地)を関連づける。
関連づけの基になる単位の考え	数の単位(基準量)に着目すること
【教材について】 乗法と除法を関連づけながら学習をする。ただし, 現行の指導要領では, 除法の導入は3年生からなので, 除法の素地的な学習をおこなうことにする 12で九九をつくりましょと問題を提示したとき, 1, 2, 3などさまざまな数のまとまり(基準とする数)をつくることのできる。基準とする数を基にして, 同じ数のいくつ分(乗法)と同じ数ずつ分けること(除法の素地)を関連づけていく。	

指導学年	第4学年
内容【小数と分数の学習を関連づける】	
対象とする領域	数と計算
関連づける内容	小数
	分数
関連づけの基になる単位の考え	数の大きさや計算などを考える時, 0.1, 1/2などの数の単位に着目すること
【教材について】 1よりも小さい数を表す単位として小数や分数があること, 小数と分数を同じ数直線上に表すことができることを学習し, 小数と分数を関連づけていく。また, 小数, 分数の数としての特徴も明らかにしていく。	

指導学年	第5学年
内容【様々な四角形(正方形, 長方形, 平行四辺形, 台形, ひし形)を構成要素で関連づける】	
対象とする領域	図形
関連づける内容	正方形, 長方形, 平行四辺形, 台形, ひし形
関連づけの基になる単位の考え	図形の構成要素に着目すること
【教材について】 それぞれの四角形の定義から学習を導入するのではなく, これまで学習した構成要素やその関係や大きさでさまざまな集合をつくらせることから学習に入る。また単元途中では, 対角線も知らせそれに従った集合もつくる。 図形の構成要素に着目することで, 様々な四角形(正方形, 長方形, 平行四辺形, 台形, ひし形)を関連づけていく。その上で形の定義付けをおこなっていく。	

指導学年	第 6 学年
<p>内容【分数同士の乗法と除法を関連づける】</p> <p>問題 A : 青いペンキは, 1 あたり $\frac{1}{2}$ m² のへいをぬれます。このペンキ $\frac{4}{3}$ では, 何 m² ぬれる でしょうか。</p> <p>問題 B : $\frac{1}{2}$ m² のへいをぬるのに, 青いペンキを $\frac{3}{4}$ 使います。このペンキは, 1 あたり何 m² ぬれるでしょうか。</p>	
対象とする領域	数と計算
関連づける内容	分数の乗法
	分数の除法
関連づけの基になる単位の考え	基準とする数 (1 とみなす数) に着目すること
<p>教材について</p> <p>それぞれを立式し答えを求める。そして, どうして答えが同じになるのか, 面積図や数直線で理由を考えていく。</p> $\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{2}{3} \qquad \frac{1}{2} \div \frac{3}{4} = \frac{2}{3}$ <p>その中で, 分数の乗法は, 基準とする数 (1 とみなす数) の何倍を求めるものであり, 分数の除法は, 基準とする数を求めるものであることに気付かせ, 乗法と除法を関連づけていく。</p>	