

演算決定における数直線図の活用について

新潟市立東山の下小学校 川又 由香

0. はじめに

小数の乗法・除法の学習において数直線を活用することは、乗法・除法の範囲を小数まで拡張し児童がその意味を理解するために有効である⁽¹⁾⁽²⁾。また、小学校学習指導要領の改訂でも、算数的活動として「小数についての計算の意味や計算の仕方を、言葉、数、式、図、数直線を用いて考え、説明する活動」と既習事項を根拠にしながら自分の考えを数直線をもとに説明する活動が例示されている⁽³⁾。しかし、数直線での表現が乗法・除法の意味や計算の仕方を説明することができる一方で、直線を用いた抽象的な表現であることから数直線の表現に困難を感じる児童もいる。

数直線を図的表現⁽⁴⁾の活用という視点で見ると、白井ら(1997)が示しているように数直線を教え系統的に指導していく立場がある。白井らの研究からは、抽象的な数直線を活用するために低学年から段階を追った指導を行うことの必要性が示されている。一方、問題把握に図をどのように利用しているか研究した布川(2000)⁽⁵⁾、廣井(2003)⁽⁶⁾が指摘するように、解決者である児童が主体的に図をかき問題を把握し解決していく過程に着目する立場もある。布川らの研究では、児童が自分の理解を表現しようとして図に表す中で図や理解が変化し問題を解決していくことの必要性が示されている。

数直線は何の準備もなしに児童自身が創り出し最初からかけるというものではないので教師から型を導入する必要があるが、先行研究では系統的に指導される5学年以前の段階で数直線が児童にとってどのような意味をもつか明らかではない。

そこで、児童による意味理解を伴いながら段階的に数直線を導入するために本実践研究を行った。

なお、本稿では4年生を対象としているため、一方の数直線はテープのような太い線で表し、もう一方は細い線で表したものを数直線図と呼ぶこととする。

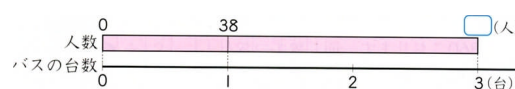


図1 数直線図

1. 研究のねらい

これまでに、児童による意味理解を伴った数直線の活用のために、5学年の小数の乗法の単元前に中間段階を設定し実践研究を行ってきた⁽⁷⁾。中間段階の時間では、テープ図から抽象化し数直線を導入した。このとき児童による数直線への意味づけを保障したことで数直線と具体的な図との相互変換が可能になった。また、児童が数直線の活用に困難を感じた場合、授業時の交流によって数直線に対する働きかけ方が変わるという知見が得られた。

そこで、本稿では、4学年の整数の乗法・除法の学習でも中間段階を設定することで、小数の乗法以前に数直線図に意味づけをし、簡単な場合に自ら数直線図に働きかけ演算決定の根拠として表現できるようにすることを目的として実践研究を行った。

2. 研究の方法

平成 19 年 6 月, 新潟市内公立小学校 4 年生を対象に授業実践を行った。

(1) 単元名 4 年「1 けたでわるわり算」

(2) 指導計画

- ① わり算の筆算 (1 時間)
- ② 商が 2 けたのわり算 (4 時間)
- ③ (3 けた) \div (1 けた) の計算 (4 時間)
- ④ どんな式になるかな (2 時間) …本時
- ⑤ 練習と力だめし (3 時間)

(3) 本時の指導の概要

小単元「どんな式になるかな」の 2 時間において実践を行った。1 時間目は抽象的な数直線図の導入のための時間とし, 児童が自分でかいた図から抽象化を進めるようにして, 数直線図に表される 2 量の関係に気付かせることをねらいとした。この時間には, 児童がかいた自由な図をもとに教師が数直線図を導入した。2 時間目は数直線図をもとに演算決定をするための時間とし, 問題文や数直線図から数量の関係をとらえ演算を決定することができることをねらいとした。この時間には, 児童が自ら数直線図をかいて演算決定ができるようにした。

(4) 数直線図にかかわる働きかけ

数直線図を活用し演算決定することができるように教師からの働きかけを次のように行った。

- ① 数直線図には, 問題に対する自分の考え方を表すようにさせる。児童が表した図から 2 量を表す数直線図を導入する。
- ② 数直線図に矢印や囲みなどの表現を加えることで操作と関連づけ, 演算決定の根拠を話し合いながら式との関連を考えさせる。
- ③ 意味理解に応じ, 抽象的な数直線図から具体的な図に変化することを保障する。

3. 問題

○導入時の問題

(1) リボンを 12cm ずつ 3 人に分けました。リボンははじめに何 cm あったでしょうか。(12 \times 3)

(2) 24cm のテープを分けます。

- ① 4 人に同じ長さずつ分けると, 一人分は何 cm になるでしょうか。(24 \div 6 等分除)
- ② 一人に 4 cm ずつ分けると何人に分けられるでしょうか。(24 \div 6 包含除)

○演算決定の時間の問題

(1) 4 年生が, バス 3 台で遠足に行きました。どのバスにも 38 人ずつ乗りました。遠足に行った 4 年生は全部で何人でしょうか。(38 \times 3)

(2) 54 dl のジュースを 6 人で同じに分けると, 一人分は何 dl になるでしょうか。(54 \div 6 等

分除)

(3) あめ 48 こをひとふくろに 8 こずつ入れると, 何ふくろできるでしょうか。(48÷8 包含除)

4. 授業の実際

(1) 児童の図をもとにした数直線図の導入

始めに「リボンを 12cm ずつ 3 人に分けました。リボンははじめに何 cm あったでしょうか」の問題について図にかいて考えさせた。児童はそれぞれ図を自由にかいた。

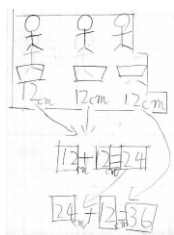


図2 発表された図ア

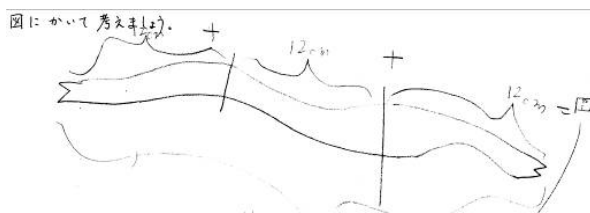


図3 発表された図イ

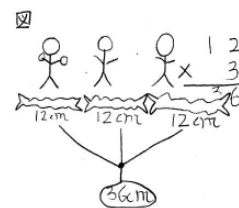


図4 発表された図ウ

発表の場面では 3 人の図を取り上げた (図 2, 図 3, 図 4)。

そして, 発表された図と関連づけながら教師が数直線図を導入した。これを受けて児童は「俺の図に似ている」

「テープ図だ」と発言した。リボンの問題をもとにした中間段階を設定したことで, 自分たちがかいた図や既に知っているテープ図と数直線図とが, 全く違うものではないという把握をすることができた。

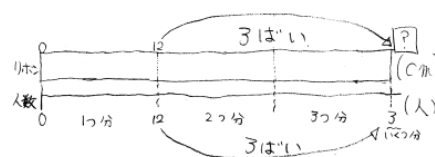


図5 導入時の数直線図

一方, 児童の図の中に表れた□の表現 (図 3) について尋ねたところ, 児童から「その始めの所が一番最初に分からなかった」と発言があった。この発言によって, □の意味を未知量を表すものととらえることができ, 他の児童が次の問題から□を抵抗なく用いることができたと思われる。問われていることを□で表すだけでなく, 問題の文脈上にない数を□で表したり, 分かるごとに□の中にかき込んでいったりする表現が見られた。

2 問目の問題「24cm のテープを分けます。4 人に同じ長さずつ分けると 1 人分は何 cm になるでしょうか」では, 児童は「今度さあ, そっちの方, 下の方が逆にわかんなくて上の方が分かる」とつぶやいていた。新しく学習した数直線図で表現しようとしてテープの長さを表す数直線図はすぐに表せたが人数を表す数直線図が表しにくかったと考えられる。この段階では長さの数直線図と人数の数直線図を分けて表現する必要感は薄かった。

(2) 操作や式との関連を考えさせることについて

導入時のリボンの問題で教師に演算決定の根拠を問われた児童は, 「倍だから」「始めに何 cm あったかだから」「だってさ, ÷ にしたらさ $3 \times 4 = 12$ になるから 4 cm になっちゃう」としていた。この段階では教師の導入した数直線図を見ながら 2 本の数直線図をかいてはいるが, 演算決定の根拠として数直線図をもとに説明するまでには至っていない。

このとき教師から示され, 長さを表す数直線図と人数を表す数直線図上で 12cm と 1 人からそれぞれ 3 倍に伸びる矢印をかいた (図 5) が, 次の演算決定の時間では, □の回り

に倍の操作を表す矢印などの表現を使う児童はほとんどいなかった(図6)。わり算では□に等分したそれぞれの大きさを表し, 一人分を求めようとして表現し立式していた。わり算の演算決定をすることはできたが, 基にする大きさに戻る倍の逆の矢印をかく必要感はなかった。

一方, 児童は数直線図をかきながら2つの線を対応させて考えていた。区切りのように線の位置をそろえて引き, 2本の数直線図上にかく児童が多かった。(図6, 図7) この線は, ジュースのかさと人数やバスに乗る人数とバスの台数をそれぞれ1組のセットとして把握し表現したものと考えられる。2本の数直線図が表す2量の関係に気付きはあり, 数直線図を用いて一つ分の大きさを考え演算決定し立式することができた。



図6 わり算の問題

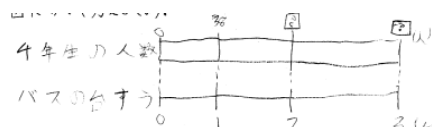


図7 授業後のかけ算の問題

(3) 意味理解に応じ, 抽象的な数直線図から具体的な図に変化することを保障することについて

導入の時間の後半に教師が「かきにくいなあっていう人は, 言葉とか他の図をたしてもいいですよ」と働きかけたことによって, 数直線図での表現から具体的な図に変化させた児童が見られた。数直線図で書いて立式した後, 場面を確かめるように具体的な図をかいた児童は, その後の問題では数直線図を用いていた(図8, 図9)。

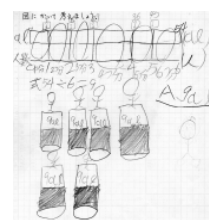


図8 具体的な図

分からない問題でアレイ図をかいた児童は, 「線の図が分からなかったので, ちがう図でかきました。でも, YさんとSさんの図を見て大体分かりました」と感想をかいた。自分の図をかいて問題場面を把握したことで, 友だちの発表を聞いて抽象的な数直線図を読み取っていた。自分のアレイ図での把握が数直線図の中でどのように表されるのか結びつけながら聞いていた。

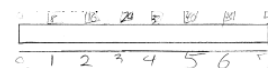


図9 その後の問題

5. 研究の考察

(1) 児童の図をもとにした数直線図の導入

具体的な図から抽象的な図へ変化することについての理解はこの段階でできていた。児童がかいた図をもとに数直線図による表現の仕方を導入することは, 数直線図に意味づけをし, 抽象化を進め児童が自ら表現する上で有効であろう。

児童はこの2本の数直線図を新しい図としてとらえ, 知りたい部分や分からない部分を□で表し, 正確に数直線図を表せなくても自分の理解の状態を表していた。

(2) 操作や式との関連を考えさせることについて

数直線図を導入した当初, 児童は数直線図を演算決定の根拠として使ってはいなかった。

しかし、問題文をもとに自ら考え区切る位置をそろえてかいたことで、一つ分の大きさを考え数直線図をもとに演算決定をして立式することができた。このとき、2本の数直線図が表す量の関係に気づき、2つの量に着目し伴って変化することを表現することができていた。4年生の段階でも比例的な見方がある程度できているといえる。

ただ、数の範囲が整数であったことは、児童にとって考えやすいものである一方で、倍の関係を表す必要がなかった。児童は区切った一つ一つについて表していこうとしていた。数直線図上には児童のこれまでのアレイ図での操作が素直に表され、そして立式されていた。

乗法・除法の演算決定のために数直線図を用い、そのよさを感じるには4年生のこの段階では必要感が少ないといえる。

(3) 意味理解に応じ、抽象的な数直線図から具体的な図に変化することを保障することについて

数直線図からの変化を保障したことは児童が場面を把握し、再び数直線図を用いて考えようとするために有効だった。抽象的な数直線図での表現に自信がもてない場合に、自分の分かり方で確認し、次の問題では再び数直線図で考えようとすることができた。また、困難を感じたときに具体的な図で場面を確かめていたことは友だちの抽象的な数直線図の意味を理解するために役立っていた。

6. まとめ

4学年の整数の乗法・除法の学習で数直線図を導入する中間段階を設定したことは、数直線図に意味づけをし、児童が自分の理解を表しながら自ら数直線図に働きかけることができるという点で有効だった。また、数直線図を用いようとして困難を感じたときに具体的な図に戻り、場面を把握し直し再び数直線図を用いて表現しようとすることができた。

数直線図をかく中で、児童は区切りの線をそろえて表し、2つの量が伴って変化することを表していた。比例的な見方がある程度できているといえる。

しかし、児童がかいた数直線図上では「一方が2倍、3倍になれば、もう一方も2倍、3倍になる」という比例的な見方よりも、これまで経験してきたアレイ図での操作が表され演算決定の根拠となっていた。教師が意図して導入した小数の乗法・除法につなげるための比例の考え方や割合の考え方は児童には表れなかった。数の範囲が整数であったことは、演算決定の根拠として倍の関係を数直線図に表現しなくても場面を把握することができ、児童が数直線図のよさを実感することにはつながりにくかった。数直線図には、児童のこれまでの乗法・除法のとらえ方が素直に表れ、累加や累減の表現が見られた。

数直線図のよさを感じ演算決定に用いようとするためには、倍などの関係を表す必要のある課題を設定したり数の範囲を拡張したりする必要がある。

※ 本稿は、第90回全国算数・数学研究（福島）大会の発表資料を加筆・修正したものである。

引用・参考文献

- (1) 白井一之ほか 8 名(1997), 「乗法・除法の演算決定に有効にはたらく数直線図の指導」, 日本数学教育学会誌 79(6), 日本数学教育学会, pp.51-56.
- (2) 中村亨史(1996), 「小数の乗法の割合による意味づけ」, 日本数学教育学会誌 78(10), 日本数学教育学会, pp.7-13.
- (3) 文部科学省(2008), 「小学校学習指導要領」, 文部科学省.
- (4) 中原忠男(1995), 「算数・数学教育における構成的アプローチの研究」, 聖文社.
- (5) 布川和彦(2000), 「数学的問題解決における図と情報の生成」, 上越数学教育研究第 15 号, 上越教育大学数学教室, pp.9-18.
- (6) 廣井弘敏(2003), 「小学 5 年生に見られる図による問題把握」, 日本数学教育学会誌 85(6), 日本数学教育学会, pp.10-19.
- (7) 川又 由香(2006), 「数直線を用いた児童の学習活動に関する研究－小学校第 5 学年「小数の乗法」を事例として－」, 『第 39 回数学教育論文発表会論文集』, 日本数学教育学会, pp.253-258.