

数学的アイデアに基づき内容を関連づける授業に関する研究

—第6学年「整数・小数・分数の計算の仲間分け（特設授業）」の実践を通して—

新潟大学大学院 教育学研究科
教科教育専攻 数学教育専修
寺井 昌人

はじめに

児童は、問題解決に取り組む中で学習内容における数学的アイデアの関連性を見出そうとする。例えば、水のかさを比べる際に体積や重さで比べようとする。このような考えは、体積や重さには関連性があるからでありごく自然な思考であると考えられる。

しかし、現在の学習内容は児童の学習の困難を和らげるために細分化されている。國本(1998)は、現在の教材の配列や構成の原理を「きめ細かく分けられ、配列されている」(p.2)と指摘している。このような状況では、学習内容の関連性が見えにくい。さらに理解も個々の内容にとどまってしまう恐れがある。

そこで本研究は、内容を関連づけることにより児童の理解を深めることを目的とする。寺井(2008a)では、第1に先行研究を基に学習内容を関連づけるための視点を3つ設定した。そしてこの中の「数学的アイデアに着目した関連づけ」に焦点を当てて考察を行った。第2にこの着目するアイデアを「構成要素(単位)の大きさや関係に着目する(以下単位の考えと記す)¹」(中島,1983;小林,1999;片桐,2004)にした。これは算数・数学の内容や原理を捉える上で重要な考え方であるからである。第3に関連づける学習の対象を領域内・領域間に広げた。さらに学習内容の関連づけとして、次の3つを設定した。「①既習内容と学習内容の関連づけ」「②既習内容と既習内容の関連づけ」「③学習内容と学習内容の関連づけ」。このうちの②と③に焦点を当て数学的アイデアに基づき内容を関連づける教材を開発した。寺井(2008b)では、数学的アイデアと概念的知識から内容を関連づけるための授業実践の視点を設定した。そして「③学習内容と学習内容の関連づけ」として、第5学年「いろいろな四角形」において実践授業を行い、教材の有効性について検討を行った。

本稿では、まず本研究における関連づけに関する視点の概要を述べる。次に授業実践の視点(寺井,2008b,一部修正)について述べる。そして、「②既習内容と既習内容の関連づけ」として、第6学年「整数・小数・分数の計算の仲間分け(特設授業)」において、実践授業を行い、教材の有効性について検討する。

1. 本研究における関連づけに関する視点の設定

数学教育における関連づけに関する先行研究には、町田(1994,1995)、金本(1994,1995)、奥(1997,1998)などの研究がある。この中の金本(1994,1995)と奥(1997,1998)の先行研究に

¹中島は、主に数と計算、量と測定の領域で単位の考えという言葉を使用している。小林、片桐は、全ての領域において単位の考えという言葉を使用している。ここでは、全ての領域と考えると「構成要素の大きさや関係に着目する考え」という言葉の方が適切ではあるが、便宜上「単位の考え」という言葉を使用することとする。

において, 関連づけの視点が示されている。また, これらの研究は NCTM²が述べる **Mathematical Connections** がその研究の基盤にあった。よってこれらから内容を関連づける視点として, 次の 3 つの視点(寺井 2008a)を設定した (表 1)。

表 1 内容を関連づける視点(寺井 2008a)

- | |
|--|
| <ul style="list-style-type: none">・ 数学的アイデアに着目した関連づけ・ 表現様式に着目した関連づけ・ 概念的知識と手続き的知識に着目した関連づけ |
|--|

第 1 は, 「数学的アイデアに着目した関連づけ」である。これは, 異なった学習内容においても何らかの共通のものを見出し関連づけていこうとするものである。このことは NCTM(2000)の「Principles and Standards for School Mathematics(以下 Standards2000 と記す)」で強調している点であり, 違う内容領域にわたるつながりを見ることができるとき, 数学を統合された 1 つの全体としてみることをできるとしている。また, 金本(1995)も, 数学のどの場面にも関わるような方法・方略におけるアイデアによる関連づけを行うことや, 学習内容の系統, 数学的アイデアによって関連を行うと述べている。

第 2 は, 「表現様式に着目した関連づけ」である。これは, ある学習内容を複数の表現で表し, 表現同士を関連づけていこうとするものである。Standards2000 では, 「同じ数学的アイデアの複数の表現を認識する」(p.65)と述べている。また, 金本(1995)は, 学習内容を様々な表現で関連づけることによって数学的な理解の深まりが期待できるとしている。さらに, 奥(1998)も, 表現間の関連づけを行うと述べている。

第 3 は, 「概念的知識と手続き的知識に着目した関連づけ」である。これは, 理解に関する関連づけである。Standards2000 では, 「概念的理解が手続きにつながられるなら, 生徒は数学の規則を任意の集まりとしてとらえることはないだろう」(p.65)と述べている。また, 奥(1998)も, 概念的知識と手続き的知識の関連づけを行うと述べている。

本研究の目的は, 広く学習内容を関連づけていこうとするものであり, 児童にとって異なると思われる学習内容同士を関連づけていくものである。そのためには, それぞれの学習内容間に共通する点を認識させる必要がある。よって 3 つの視点のうち異なる学習内容同士を関連づけるものとして「数学的アイデアに着目した関連づけ」に焦点を当てることとする。

2. 本研究における授業実践の視点

(1) 数学的アイデアから関連づけに関する授業構成の視点

本研究は, 異なる学習内容同士を関連づけるために, その視点として「数学的アイデアに着目した関連づけ」を設定している。ここでは, この数学的アイデアから関連づけに関する授業構成の視点について述べる。

数学的アイデアについて, 古藤(1971)や中島(1981)は次のように述べている。古藤(1971)は, 問題の解決場面で用いられるいろいろなアイデア(着想)を数学的アイデアとしてい

² NCTM:National Council of Teachers of Mathematics(全米数学教師の会)

る。そして、「アイデアをさらに一般化し“ことば”で表し，法則化し，それを他の問題の解決にも利用できるように“考え(方)”としてまとめておくことがたいせつである」(p.74)と述べている。また，中島(1981)は，既習の知識や手法だけでは処理できない障害がある場合，観点を変更したりして，既習の知識や手法とのつながりをつけることが必要であり，観点の変更の働きをするものが数学的アイデアであると述べている。さらに，数学的アイデアを取り上げ児童に意識させることにより数学的な考えになり，そのことにより問題が解決できたり，他の問題解決にも発展できたりするようになると述べている。

これらのことから数学的アイデアとは，問題解決に児童が用いる着想であるといえる。それを一般化したり意識化したりすることで，数学的な考え方になるのである。このことより，数学的アイデアから関連づけに関する授業構成の視点として次の2つのことが示唆される。第1に内容から児童の数学的アイデアを引き出すことである。第2に数学的アイデアをより一般化して数学的な考え方としてまとめておくことである。そして，児童が別々の内容に対して，同様の数学的な考え方の存在に気が付いた場合，内容を関連づけることが可能になる(表2)。

表2 数学的アイデアから関連づけに関する授業構成の視点

M1	学習内容から数学的アイデアを引き出す。
M2	数学的アイデアを一般化していく。

(2) 概念的知識の形成から関連づけに関する授業構成の視点

上記において数学的アイデアから関連づけに関する視点を述べた。この学習の内容面に関する視点とともに，異なる学習内容同士を関連づけるためには，知識をどのように形成していくかといった視点も必要となる。そこで，Hiebertら(1986)が述べる概念的知識から関連づけに関する授業構成の視点について述べる。

Hiebertら(1986)によれば，概念的知識(Conceptual Knowledge)とは関係性を豊富にもつ知識のことであり，知識の断片同士をつなぐものや情報の要素を関係づけるものである(pp.3-4)。一方，手続き的知識(Procedural knowledge)とは2つの意味がある。1つは数学の形式的言語や記号的表現のことであり，もう一方は数学的問題を解決するためのアルゴリズムや規則のことである(pp.5-6)。この2つの種類の知識のうち，知識の断片同士をつなぐものとして概念的知識が内容の関連づけに関係する。また，Hiebertら(1986)は，概念的知識の抽象の段階により以下の2つの段階があると述べている。

- ・ 初歩的段階の概念的知識(primary level)
- ・ 反省的段階の概念的知識(reflection level)

初歩的段階の概念的知識とは，学習する対象と関連づいた知識であり学習の文脈に依存する。したがって，限定された対象に関する知識のことである。例えば，小数の学習という文脈において，位が小数点から右へ1/10,1/100となっていることと計算の時は小数点をそろえるということが小数と関連づき小数の意味が分かることである。反省的段階の概念的知識とは，初歩的段階に比べて，より抽象性が高い知識であり学習の文脈には依存しな

い。したがって、より多くの対象に対して適応できる知識のことである。例えば、小数の共通の位同士を足すことと同分母分数を足すことを関連づけ、それぞれは同じ大きさの単位に着目しているという意味が分かることである。すなわちこの反省的段階の知識が、内容の関連づけに関係することになる。

よって、概念的知識を反省的段階まで高めること、すなわち知識の抽象性を高めることによって、内容の関連づけが可能になるといえる。この点に関して、Hiebertら(1986)は、概念的知識と手続き的知識を結びつけることの重要性を指摘し相互に利点があるとしている。「手続き的知識は、概念的知識のレベルと適応性を上げる形式言語と一連の行動を提供する」(p.16)とし、具体的には「記号が概念を高める」(p.14)と述べている。これは、概念的知識に対して、手続き的知識である数学の形式的言語や記号的表現を用いることによって、より高次の概念的知識になることである。

これらのことから、授業構成の視点として、次の3つのことが示唆される(表3)。

表3 概念的知識の形成から関連づけに関する授業構成の視点

K1	初歩的段階の概念的知識を引き出す
K2	概念的知識を形式的言語や記号的表現などを用いて表す
K3	初歩的段階の概念的知識を反省的段階まで高める

(3) 数学的アイデアと概念的知識との関係

数学的な考え方は、片桐(2004)によれば「知識や技能を導き出す力 (guiding forces), 知識や技能を駆り出す原動力(driving forces)」(pp.36-37)と述べられている。つまり児童は数学的アイデアや数学的な考え方を用いることによって知識を導き出すことになる。

初歩的段階の概念的知識を形成する際に働く数学的アイデアは、対象が限定されていたり抽象性が低くかったりするため、数学的アイデアとして考えることができる。また、反省的段階の概念的知識を形成する際に働く数学的アイデアは、対象が広がったり抽象性が高かったりするため、数学的な考え方として考えることができる。つまり、この数学的アイデアを数学的な考え方にしていくことにより、より高次の知識や技能を導き出したり、駆り出したりすることが可能になると考えられる。

これらより概念的知識と数学的アイデアは相互に関係をもち、知識の抽象化、アイデアの一般化を行うことでそれぞれのレベルを上げることができるとなる。

(4) 本研究における授業実践の視点

これまでに関連づけに関する5つの授業構成の視点を得た。そこで、これらを基に授業実践の視点を示すことにする。この授業構成の5つの視点を授業の序盤・中盤・終盤に位置づけ整理すると表4のようになる。

序盤(C1)の視点 M1, K1 は、内容から数学的アイデアを引き出したり、その内容に対する知識を構成したりすることである。この場面の数学的アイデアは、まだ児童の主観的なものであり、概念的知識は初歩的段階である。また、数学的考え方に基づいて関連づける教材を提示しているために、児童が内容を関連づけようとすることも期待している。

表 4 本研究における授業実践の視点 (寺井 2008b, 一部修正)

授業場面	視点
序盤(C1)	M1 内容から数学的アイデアを引き出す K1 初歩的段階の概念的知識を引き出す
中盤(C2)	M2 数学的アイデアを一般化していく K2 概念的知識を形式的言語や記号的表現などを用いて表す
終盤(C3)	K3 初歩的段階の概念的知識を反省的段階まで高める

中盤(C2)の視点 M2, K2 は, 児童の数学的アイデアを一般化したり, 形式的言語や記号的表現を用いて知識の抽象度を上げたりすることである。数学的アイデアと知識は互いに関係をもち, 知識を抽象化するに従い用いる数学的アイデアも高まる。また, 数学的アイデアを一般化するに従い用いる知識も高まる。そして, 数学的アイデアは一般化することで数学的な考え方に近づき, 知識も抽象化することで反省的段階に近づくこととなる。

終盤(C3)の視点 K3 は, 知識の抽象度が高まることにより, 反省的段階の知識が構成できることである。そのことにより内容の関連づけが確かになり, 理解が深まると想定している。また, 本研究における授業実践の視点を図にすると図 1 のようになる。

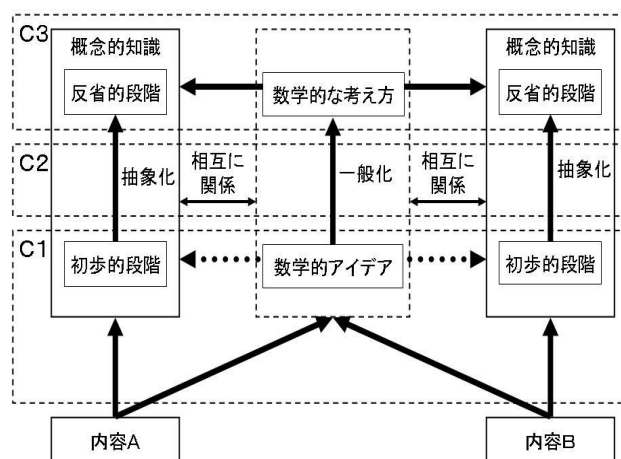


図 1 本研究における授業実践の視点

3. 既習内容同士の関連づけを意図した教材による実践授業

— 第 6 学年「整数・小数・分数の計算の仲間分け (特設授業)」 —

ここでは, 開発した教材の有効性を実践的に検討する。授業は, 第 6 学年の「整数・小数・分数の計算の仲間分け (特設授業)」である。この授業は, 数と計算領域内で, 既習内容同士の関連づけを意図した教材である。

また, 授業実践の視点 (表 4, 図 1) を基に授業分析の観点を設定し, その点から教材の有効性を検討する。観点の 1 つ目は, 数学的アイデアを数学的な考え方に一般化しているかである。2 つ目は, 提示した教材により反省的段階の概念的知識を形成することができたかどうかである。

(1) 教材の概要

1. 内容【整数・小数・分数の加法を数の単位で関連づける】											
問題 計算の仲間分けをしましょう。											
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">① $0.2+0.3$</td> <td style="padding: 5px;">② $0.4+0.6$</td> <td style="padding: 5px;">③ $4+6$</td> <td style="padding: 5px;">④ $\frac{2}{5}+\frac{3}{5}$</td> <td style="padding: 5px;">⑤ $6+9$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">⑥ $0.02+0.03$</td> <td style="padding: 5px;">⑦ $20+30$</td> <td style="padding: 5px;">⑧ $0.6+0.9$</td> <td style="padding: 5px;">⑨ $2+3$</td> <td style="padding: 5px;">⑩ $\frac{4}{7}+\frac{6}{7}$</td> </tr> </table>		① $0.2+0.3$	② $0.4+0.6$	③ $4+6$	④ $\frac{2}{5}+\frac{3}{5}$	⑤ $6+9$	⑥ $0.02+0.03$	⑦ $20+30$	⑧ $0.6+0.9$	⑨ $2+3$	⑩ $\frac{4}{7}+\frac{6}{7}$
① $0.2+0.3$	② $0.4+0.6$	③ $4+6$	④ $\frac{2}{5}+\frac{3}{5}$	⑤ $6+9$							
⑥ $0.02+0.03$	⑦ $20+30$	⑧ $0.6+0.9$	⑨ $2+3$	⑩ $\frac{4}{7}+\frac{6}{7}$							
2. 対象とする領域	数と計算										
3. 関連づける内容	整数の加法, 小数の加法, 分数の加法										
4. 関連づけの基になる単位の考え	数の単位に着目すること										
5. 教材について											
既習の整数・小数・分数の加法を同時に扱い, 数の単位に着目することで内容の関連づけを図っていく。それぞれの数の単位に着目した場合, それぞれ計算は数の単位の個数による計算になっており, そのような見方に気づくことによって, 整数・小数・分数の加法を関連づける。											

(2) 授業の対象及び時期

授業の対象：新潟市内の公立小学校 6 学年 32 名（男子 18 名, 女子 14 名）

日 時：平成 20(2008)年 7 月中旬

(3) 分析方法

本授業実践は, 授業をビデオテープで記録し, これをプロトコルに起こしたものを分析の対象とした。また, 授業後の児童のノートの記述, ビデオの映像の中の児童の様子も分析の対象とした。

(4) 授業の実際と考察

ここでは, 授業プロトコルを基にクラス全体, 対象児童 O 児及び S 児の様子から分析を行う。分析の前に, 実際の授業について説明をしておく。問題提示から計算の構造で仲間分けをする所までは順調に授業は進んだ, 計算式を○を使って表すことについては, 最初児童は戸惑っていたが, 一部の児童の発言をきっかけに○を使って式を表すことができた。その後は計画通りに授業は進んだ。

・序盤「問題提示」

まず, 上記の問題①～⑩の加法の式をカードにして児童に配布し, どのような仲間分けができるのか児童に問うた。

児童の反応は次のようなものであった。

ア．整数・小数・分数で仲間分け	28 / 33名
イ．計算の仕方で仲間分け（数の単位の個数など）	3 / 33名
ウ，その他（答えなど）	2 / 33名

多くの児童は、整数、小数、分数を観点として仲間分けを行っていた。ここでは、児童は、それぞれの式は既習内容であるためにどのようなものであるのかすぐに認識することができていた(K1)。また、児童の類別の観点は、数の種類によるものと数の単位によるものが引き出された(M1)。

・中盤「イ．計算の仕方で仲間分け」

ここでは、数の単位に着目させるために、上記「イ．計算の仕方で仲間分け」を取り上げ、どのように考えたのか予想させることにした。この「イ．計算の仕方で仲間分け」とは、単位の考えに基づく計算の仲間分けである。グループで話し合いながら、児童はどのような理由で仲間分けになっているのかを考えた。ここでのO児は、下のような様子だった。

[グループ活動開始]

O児：2と3になっている。

MK：何あれ [黒板に示してある仲間分けを行う。]

O児：むず。

MK：まず、これ、これれ、らららい。

これ [単位の考えの仲間分けを机上につくる]

(しかし、この時点で数の単位には着目していない。)

O児：何になっているかわかんねえ。

MK：4とか6、6とか9、2とか3。

MK：これだけえ。

O児：これだけかな。

O児：あえて7にしてある。(⑩の式に着目している)

MK：これだけか。

O児：[ノート中ほどに $2+3$ をかいている]

[グループ活動終了]

O児は、グループでの相互作用と通して、数字に着目して仲間分けができるのではないかと予想していた。しかし、数の単位に着目している様子はなかった。その後、他のグループで数の単位に着目している様子が見られたので、全体で協議を行った。

授業の様子は、以下の通りである。

K I：これは、えっと①，④，⑥，⑦，⑨は、

T：ちょっと待ってね。はい。

K I：これはえっと、式でいうとなんか、 $2/5+3/5$ とかなんだけど、実際に使ってるのは2と3だけで、②，③，⑩は、実際に使ってるのが、4と6だけで、⑤と⑧は、

実際に使ってるのが6と9だけで，そういう分け方だと思いました。

T : わかった？うん？

Cs : はい！

Cs : ほぼ同じ

(中略)

KM : 1つめのグループは，式で基にしているのが2と3で，2つめのグループの②，③，⑩は，基にしている数が4と6で，3つめの⑤，⑧のグループは，基にしているのが6と9。このようになっているグループに分けたと思いました。

MK : なるほどね

HT : 同じです。

児童は，数字を基にした計算の仕方に気が付いている。しかし，数の単位に着目している様子はまだみられなかった。そこで，数の単位に着目させるために，○などを使って式を図的に表す働きかけを行った。

T : じゃあ $2+3$ を○を使った図で表すと，どうなる？

HT : むずかしいなあ。

T : むずかしいかあ，じゃあHMさん。はい○を使った図で表すとどうなる。

HM : ○を使った？

T : さっき基にする数というのがでていましたが，

HM : [○○+○○○と板書する]

T : これHMさんにやってもらいましたが意味分かります。

Cs : はい

T : じゃあさあ，例えばこの①番だったら，○のところに何が入る？
(①番とは $0.2+0.3$ のことである)

Cs : 0.1

T : いい？ここに0.1が入ることになります。じゃあ，次の○には？・・・

ここでは，児童は加法の式を○であらわすことに児童は最初困難を示した。しかし，HMの発表を基にその意味を理解(K2)し，それぞれの式が数の単位の個数が基になっていることを理解していった(M2)。

・終盤「学習の振り返り」

ここでは，それぞれの式を(例えば $0.2+0.3=0.1\times(2+3)$ のように)数の単位と式の構造が分かるように変形させた。そして，学習を振り返りさせた。児童は次のような発言を行った。

TW : この式みんなは，この集まりは，基にする数は，例えば1とかがあって，それがいくつ分かという式で，それがいくつといくつになっている。

(数の単位でみると同じ構造であることに気付いている)

T : はい、TWさんのいっていることみなさん分かりますか。わからないからしーんとしていたのかな。ちょっと分かるよという人、おう、NDさんどうということ

ND : 例えて言うと、その数、その基になる数があって、例えるならば①番ならば0.1という基にする数があって、その数がいくつ分あるかということで、0.1が2こと3こあるから $2+3$ 。

これは、数の単位に着目し、整数・小数・分数の加法の式を関連づけた(K3)姿であると考える。また、学習後のS児及びO児のノートの記述は次のようなものであった。

S児のノート記述

もとにする量と $(\square+\square)$ ということが全部、同じだということがわかりました。 $2+3$ や $20+30$ も普段、何気なく使っているけど、 $1\times(2+3)$ や $10\times(2+3)$ などみじかい式に直せるんだなあと思いました。楽しかったです。

O児のノート記述

仲間の分け方にもいろいろあることが分かった。例えば、 $0.2+0.3$ の式でも式を考えると、 $0.1\times 2+0.1\times 3$ という式や $0.1\times(2+3)$ などのいろいろな式にかわることがわかった。

S児のノート記述には「もとにする量」という記述があった。これは数の単位に着目していることである。また「全部」という記述は、整数、小数、分数の全ての数のことである。よって反省的段階の概念的知識を形成したと言える。しかし、O児のように、ノートの記述から反省的段階の概念的知識を形成したとはいいがたい児童も数名いた。

(5) 授業実践の考察

この実践では、授業の序盤において、主に整数、小数、分数といった観点で仲間分けをする児童が多かった。この時点ではまだ数の単位に着目している様子は少ない。

授業中盤から終盤では、加法の式を○を使って図的に表すことや、式を変形することを行った。このことより数の単位が視覚的に明確になり、児童は次第に数の単位に着目して式を見て整数・小数・分数の加法の計算式の共通点に気付いていった。しかし、ここでは児童自身で図的に表すことや変形していくことは難しく教師の働きかけが必要となった。

4. おわりに

本稿の第6学年「整数・小数・分数の計算の仲間分け(特設授業)」の実践授業では、次のような成果が挙げられる。それは、単位の考えに基づき内容の関連を意図した教材は、関連づけに関して有効だったということである。授業の中で「もとにする量」という児童の発言や記述が見られた。このもとにする量というのは整数・小数・分数のそれぞれの数の単位のことである。すなわち、整数・小数・分数の加法に共通する単位の考えを見出した姿と言える。そして、その観点から加法の式をみた場合、同じ構造の式になっており、それぞれの加法の式は関連づくといった見方ができたといえる。

また, 課題としては, 数学的アイデアを一般化していく過程が困難であったことが挙げられる。授業では, 数の単位に着目した加法の式の類別には気づき始めていた。しかし, その理由や内容を説明し, それぞれの加法の式に共通して表れる数学的アイデアを説明することは難しかった。その場面では, 教師の働きかけが必要となり, 図的に表したり, 式を変形させたりする必要があった。今後は, 児童が数学的アイデア一般化していく過程について検討していく必要がある。

主な引用及び参考文献

- Hiebert, J. & Lefevre, P.(1986), “Conceptual and Procedural Knowledge in Mathematics: An Introductory Analysis”, In Hiebert, J.(Ed.), Conceptual and Procedural Knowledge: The case of Mathematics, LEA, pp.1-16.
- National Council of Teachers of Mathematics(2000), “Principle and Standards for SCHOOL MATHEMATICS”the United States of America, (筑波大学数学教育研究室 翻訳・監修(2001), 『新世紀をひらく学校数学－学校数学におけるカリキュラムと評価のスタンダード－』, 筑波出版会.
- 一松信・岡田樟雄・町田彰一郎(2004), 『小学校算数教科書 1年～6年』, 学校図書.
- 奥恒政(1997), 「数学的な関連づけに関する考察(1)－NCTMによる強調とその今日意義を中心に－」, 『九州数学教育学研究』, 第 4 号, pp.9-19.
- 奥恒政(1998), 「数学的な関連づけに関する考察(2)－「モデル化の関連づけ」と狭義の数学的関連づけ」, 『九州数学教育学研究』, 第 5 号, pp.25-34.
- 片桐重男(2004), 『数学的な考え方の具体化と指導』, 第 1 巻, 明治図書.
- 金本良通他 3 名(1994), 「数学的な関連を生かした教材構成への視点」, 『埼玉大学紀要 教育学部 (教育科学)』, 第 43 巻, 第 2 号, pp.25-39.
- 金本良通他 3 名(1995), 「数学的な関連を生かした授業への試み」, 『日本数学教育学会誌』, 第 77 巻, 第 11 号, pp.2-7.
- 國本景亀(1998), 「機械論的・原子論的数学教育から活動的・創造的数学教育へ」, 『全国数学教育学研究, 数学教育研究』, 第 4 巻, pp.1-9.
- 古藤怜(1971), 『新しい算数授業の創造』, 近代新書出版.
- 寺井昌人(2008a), 「単位の考えに基づき内容を関連づける教材の開発」, 『数学教育研究, 新潟大学教育人間科学部数学教室』, 第 43 巻, 第 1 号, pp.78-94.
- 寺井昌人(2008b), 「数学的アイデアに基づき内容を関連づける教材を生かした授業に関する研究」, 『第 41 回数学教育論文発表会論文集』, 日本数学教育学会, pp.201-206.
- 杉山吉茂他 8 名監修(1999), 『CREAR 生きる力を育む算数授業の創造』, 第 5 巻, 数学的な考え方を伸ばしていく子ども』, ニチブン, pp.234-239.
- 中島健三(1981), 『算数・数学教育と数学的な考え方』, 金子書房.
- 中島健三(1985), 『算数・数学教育と問題解決 研究理論編 1』, 金子書房, pp.1-18.
- 中原忠男(1995), 『算数・数学教育における構成的アプローチの研究』, 聖文社.