

見通しの段階における指導の改善

—第5学年「円のひみつ」の実践を通して—

新潟大学大学院 教育学研究科
教科教育専攻 数学教育専修
山田 耕世

1 研究主題設定の理由

数学的な考え方を育成していくためには、問題解決学習が最も適していると考えられている(例えば, 片桐, 2004 など)。しかしながら, 自力解決の際に自分自身の考えをもてない子どもが少なくなく, そのため, 練り上げの段階で考えが深まらないといった現状がある。和田(2007)は, この原因が見通しの段階における教師の手立てにあると指摘する。つまり, 極端な場合, 「どうやって考えればいいと思うかな?」と子どもに働きかけるだけであったり, 逆に「こうやって考えてやるんだよ」というように子どもの考える機会を奪うような指示を与えたりするケースが多かったのではないかと述べている。

私自身のこれまでの授業を分析しても, 見通しの段階において以下の課題があった。

どの子どもも見通しをもってから自力解決に取り組めるようにするために, 見通しの段階において, 直観的にもった数人の子の見通しの意味を全員が納得できるまで話し合ってきた。しかし, 子ども任せの話し合いになってしまい, 見通しをもたせるまでに時間がかかったり, 見通しをもたせることができなかつたりしたことがあった。

和田(2007)は, 拡張・一般化と足場設定という2つの視点から見通しの段階における手立てを考察した。その結果, まず最初に, 拡張・一般化の視点から, 教材研究によって教材に依存する困難点を見極めることが必要であり, その次に足場設定の視点から, 子どもの実態を見極めた上で, 手立てを柔軟に変えていく必要があることを指摘した。

新潟県五泉市立大蒲原小学校(2008)は, 和田(2007)の理論をもとに, 主に「数と計算」領域において実践した。その中で, 既習内容と学習内容とのギャップが大きい一般化型の単元では, 既習内容と学習内容を並列提示し, 類似点や相違点をもとに比較考察する場を設定することが重要であると述べている。しかし, 足場設定の視点から, 教師がどのように介入して見通しをもたせたかは明らかになっていない。

そこで, 本研究では, 和田(2007)の理論に基づき, とりわけ足場設定の視点に着目することによって, 見通しの段階における上記の課題が改善できると考えた。

2 研究仮説

見通しの段階において, とりわけ足場設定の視点から, 子どもの実態に応じながら, 「子どもの実態による手立てのレベル」を柔軟に変えていけば, 子どもは, 見通しをもって自力解決に取り組み, 練り上げの段階で考えを深めることができるであろう。

3 研究内容与方法

(1) 見通しの捉え

問題解決の過程の中で、既習内容を活用しながら結果を予想したり（結果の見通し）、解決方法を計画したり（方法の見通し）すること。本実践では、見通しを方法の見通しに限定する。

(2) 研究内容

子どもの実態に応じながら、「子どもの実態による手立てのレベル」を柔軟に変えていくことで、既習内容と学習内容とのギャップから生まれる困難点を子どもに乗り越えさせ、見通しをもたせる。

和田（2007）は、既習内容と学習内容との関係を大きく2つに分けている。1つ目は既習内容の適用範囲を拡げようとする拡張型、2つ目は既習内容あるいは学習内容の変形が必要な一般化型である。そして、一般化型の方が、既習内容と学習内容とのギャップが大きい。本単元第5学年「円のひみつ」の【実践例①】（円周の長さとの直径の長さの関係）、【実践例②】（円の面積）のどちらも、既習内容と学習内容とのギャップが大きい一般化型である。

そこで、本実践では、単元の中で正多角形も扱い、単元を通して、円と正多角形を絶えず関係づけながら展開を図る。また、【実践例①】（円周の長さとの直径の長さの関係）、【実践例②】（円の面積）では、学習課題を提示する際、解決に必要な既習内容として正多角形も一緒に提示し、「既習内容をどのように用いるか」について考えさせることに重点をおく。

次に、足場設定の視点から、子どもの実態に応じながら手立てを柔軟に変えていく。足場設定とは、本来、子どもに付き添って学習を助けている者の介入過程を指す（関口、1995）。

足場設定からの視点として、本研究では、和田（2007）の「子どもの実態による手立てのレベル」（以下「手立てのレベル」と呼ぶ）を基本にする（表1）。そして、例えば、「手立てのレベル」が3に対して、子どもが見通しをもてないと教師が判断した場合は「手立てのレベル」を4または5に変更する。

尚、子どもが見通しをもてるかもてないかの判断については、教師の手立てに対して、学習課題を解決する上で必要な妥当性のある見通しが子どもから出るか出ないかで行う。

表1 「子どもの実態による手立てのレベル」（和田、2007）

| | |
|------|---|
| レベル1 | 課題を提示し、具体的な指示は行わずに考えさせる |
| レベル2 | 解決に必要な既習内容を子どもに問いかけて（黒板等に提示せずに）考えさせる |
| レベル3 | 解決に必要な既習内容を子どもから引き出して黒板等に提示し、それらを用いて考えさせる |
| レベル4 | 解決に必要な既習内容をその意味も含めて子どもから引き出して黒板等に提示し、それらを用いて考えさせる |

| | |
|-------|--|
| レベル 5 | 解決に必要な既習内容をその意味も含めて提示し，実際にそれらを用いて解決してみせる |
|-------|--|

(3) 分析方法

授業記録をもとに，子どものノートの記述や授業後の子どもの振り返りアンケート（「自分の力でできそうか」と思ったのはいつか。あなたが使った作戦はどれか。）を合わせながら，検証する。

4 授業について

(1) 単元名 第 5 学年「円のひみつ」

(2) 指導計画の概要（全 16 時間）

第 1 次 正多角形（5 時間）

- ・ 4 つ折りした折り紙から，正方形，正六角形，正八角形を作る
- ・ 正六角形，正八角形を作図する
- ・ 正方形，正六角形，正八角形，正十六角形を見比べる

第 2 次 円周の長さとの直径の長さの関係（4 時間）

- ・ 円に内接する正六角形，外接する正方形から，円周の長さとの直径の長さのおよその関係を考える
- ・ 直径 10cm の円を使って，円周の長さは直径の長さのおよそ何倍であるか考える【実践例①】
- ・ 他の円を使って，円周の長さは直径の長さの何倍であるか考える
- ・ 直径の長さが変わると円周の長さがどのように変わるか考える

第 3 次 円の面積（6 時間）

- ・ 木の葉のような曲線部分がある図形のおよその面積を方眼を使って考える
- ・ 半径 5 cm の円に内接する正方形，外接する正方形を作図し，円の面積の見当をつける
- ・ 半径 5 cm の円のおよその面積を求める【実践例②】
- ・ 円の面積を求める公式をつくり，円の面積の公式を使って練習問題を解く

第 4 次 習熟（1 時間）

5 研究の実際

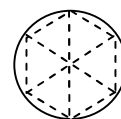
(1) 【実践例①】について（7/16 時間）

ア. 授業のねらい

円に内接する正多角形の周囲の長さから円周の長さを近似したり，円周の長さを実測したりして円周の長さを求めることができるとともに，円周の長さは直径の長さのおよそ 3.1(4) 倍の関係であることに気づくことができる。

イ. 学習課題

前回の勉強で，円周の長さは直径の長さの 3 ～ 4 倍であることがわかりましたね。今日は 3 ～ 4 倍の中のおよそ何倍であるか考えてみよう。



ウ. 本時における妥当性のある見通し，及び「手立てのレベル」

円周の長さの求め方に関して，本時では大きく2種類の考えをねらった。1種類目は，「内接する正多角形の周囲の長さから円周の長さを近似する考え」であり，2種類目は，「円周の長さを実測する考え」である。そこで，それぞれの考えに対する妥当性のある見通し，及び「手立てのレベル」を以下のように設定した。

A 「内接する正多角形の周囲の長さから円周の長さを近似する考え」に対して

・妥当性のある見通し

「内接する正六角形の形をどんどん円に近づくように変形していけば，円周の長さが求められそうだ」

・「手立てのレベル」

| | |
|------|---|
| レベル1 | 学習課題である直径10 cmの円を提示し，具体的な指示は行わずに考えさせる。 |
| レベル2 | 学習課題を解決する上で必要な円に内接する正六角形を子どもに問いかけて（黒板等に提示せずに），円周の長さを近似して求めさせる。 |
| レベル3 | 学習課題を解決する上で必要な円に内接する正六角形を学習課題と一緒に提示する。そして，内接する正六角形に着目するような指示を出し，内接する正六角形をどのように用いるか考えさせて，円周の長さを近似して求めさせる。 |
| レベル4 | 学習課題を解決する上で必要な円に内接する正六角形を学習課題と一緒に提示する。そして，どうして円に内接する正六角形が必要になるのか，その意味を子どもから引き出して黒板等に提示する。その後，内接する正六角形をどのように用いるか考えさせて，円周の長さを近似して求めさせる。 |
| レベル5 | 学習課題を解決する上で必要な円に内接する正六角形を学習課題と一緒に提示する。そして，どうして円に内接する正六角形が必要になるのか，その意味を黒板等に提示しながら教師が説明する。その後，内接する正六角形を用いて，教師が実際に円周の長さを近似して求めてみせる。 |

B 「円周の長さを実測する考え」に対して

・妥当性のある見通し

「巻尺で円を囲んだり，円を転がしたりすれば，円周の長さが求められそうだ」

・「手立てのレベル」

| | |
|------|---|
| レベル1 | 学習課題である直径10 cmの円を提示し，具体的な指示は行わずに考えさせる。 |
| レベル2 | 日常生活で直線でない物の長さを測る時にどのように測るか子どもに問いかけて（黒板等に提示せずに），円周の長さを求めさせる。 |
| レベル3 | 日常生活で直線でない物の長さを測る時の例を具体的に黒板等に提示する。そして，それらの例の中でどのように長さを測るか考えさせて，円周の長さを求めさせる。 |

| | |
|-------|---|
| レベル 4 | 日常生活で直線でない物の長さを測る時の例を具体的に黒板等に提示する。そして、それらの例の中での測り方と、円周の長さの測り方とを結びつけさせて、円周の長さを求めさせる。 |
| レベル 5 | 日常生活で直線でない物の長さを測る時の例を具体的に黒板等に提示する。そして、それらの例の中での測り方と、円周の長さの測り方とを教師が結びつけてみせる。その後、結びつけた考え方で教師が実際に円周の長さを求めてみせる。 |

エ. 子どもが見通しをもつまでの授業の実際

A 「内接する正多角形の周囲の長さから円周の長さを近似する考え」に対して

既習内容との関係から、円周のように直線でないものに長さを考えることは、子どもにとって大きなギャップがあり、多くの子どもたちは困難点を感じると予想した。

そこで、「円に内接する正多角形の周囲の長さから円周の長さを近似する考え」に対する見通しをもたせるために、学習課題を提示する際、前時で使った円と、円に内接する正六角形を一緒に提示した。また、「手立てのレベル」が 1, 2 では、多くの子どもたちは見通しをもつことが難しいと考え、円に内接する正六角形に子どもが着目できるように、「手立てのレベル」を 3 にして、「今日はこの円です。点線の図形は何ですか？」と働きかけた。

その後、予想した困難点を多くの子どもたちが表出した。更に、子どもたちはどのように考えていけばよいか困っていたので、「じゃあ、正六角形の周囲の長さがわかるなら、正六角形からだんだんと形を変えながら円に近づけていくことはできそうですか？」(T29) と「手立てのレベル」を引き続き 3 にして働きかけた。その結果、C25, 26 をはじめ、数人の子どもたちは、正六角形をどのように変形させれば円に近づくかのイメージをもつことができた。

- T27 そうだね。今まで直線だったけど直線がないもんね、円というものには。だから困りますよね。
- T28 じゃあ、この正六角形の周囲の長さはわかりますか？
- C24 はい。
- T29 じゃあ、正六角形の周囲の長さがわかるなら、正六角形からだんだんと形を変えながら円に近づけていくことはできそうですか？
- C25 はい。
- C26 たぶん。

しかし、振り返りアンケート(表 2)でわかるように、多くの子どもたちは、この時点では見通しをもつことができなかった。その原因として、「正六角形を変形させて円に形を近づけること」と「その結果、円周のおよその長さがわかること」が、多くの子どもたちにとって、T 29 だけではつながらなかったからであると考えられる。

B 「円周の長さを実測する考え」に対して

次に、「円周の長さを実測する考え」によってどの子も見通しをもてるようにするために、「日常生活の中で直線でないものを測る時、どのように測りますか？」(レベル 2) と視点

また、内接する正多角形と円との間のすきまをなくすために、2人の女の子が正多角形を更に細かく変形していったことに対して、他の考えを使って円周の長さを求めた子どもたちが、「更に内接する正多角形を細かくしていけばもっともっと円とのすきまがなくなるよ。」とつぶやいていた。

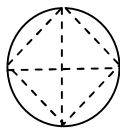
「内接する正多角形の周囲の長さから円周の長さを近似する考え」の意味を理解した子どもたちは、次時で別の大きさの円周の長さを考える際には、「内接する正多角形の周囲の長さから円周の長さを近似する考え」を使い、円周の長さを考えていくことができた。

(2)【実践例②】について (12/16 時間)

ア. 授業のねらい

円に内接する正多角形の面積から円の面積を近似する考えを使って、円のおよその面積を求めることができる。

イ. 学習課題

| | |
|--|--|
| <p>前回の勉強で、半径 5 cm の円の面積は 50~100 平方センチメートルであることがわかりましたね。今日は、50~100 平方センチメートルの中のおよそ何平方センチメートルであるか考えてみよう。</p> |  |
|--|--|

ウ. 本時における妥当性のある見通し、及び「手立てのレベル」

円の面積の求め方に関して、本時では「内接する正多角形の面積から円の面積を近似する考え」をねらった。そこで、妥当性のある見通し、及び「手立てのレベル」を以下のように設定した。

・妥当性のある見通し

「内接する正六角形の形をどんどん円に近づくように変形していけば、円の面積が求められそうだ」

・「手立てのレベル」

| | |
|-------|---|
| レベル 1 | 学習課題である半径 5 cm の円を提示し、具体的な指示は行わずに考えさせる。 |
| レベル 2 | 学習課題を解決する上で必要な円に内接する正方形を子どもに問いかけて（黒板等に提示せずに）、円の面積を考えさせる。 |
| レベル 3 | 学習課題を解決する上で必要な円に内接する正方形を学習課題と一緒に提示する。そして、内接する正方形に着目するような指示を出し、内接する正方形をどのように用いるか考えさせて、円の面積を求めさせる。 |
| レベル 4 | 学習課題を解決する上で必要な円に内接する正方形を学習課題と一緒に提示する。そして、どうして円に内接する正方形が必要になるのか、その意味を子どもから引き出して黒板等に提示する。その後、内接する正方形をどのように用いるか考えさせて、円の面積を求めさせる。 |

| | |
|------|--|
| レベル5 | 学習課題を解決する上で必要な円に内接する正方形を学習課題と一緒に提示する。そして、どうして円に内接する正方形が必要になるのか、その意味を黒板等に提示しながら教師が説明する。その後、内接する正方形を用いて、教師が実際に円の面積を求めてみせる。 |
|------|--|

エ. 子どもが見通しをもつまでの授業の実際

円の面積は既習の直線で囲まれている図形と比べると、三角形や四角形を使って考えることができないから子どもたちは困ると予想した。そこで、学習課題を提示する際には、今回も、前時で使った円と、円に内接する正方形と一緒に提示した。そして、内接する正多角形から近似的に考えることは【実践例①】で経験していたので、発問に関しては、「手立てのレベル」を3ではなく、1にして働きかけた。

しかし、不安そうな表情をしている子どもたちがたくさん見られた。そこで、「手立てのレベル」を3に変更して、「円の中にはどんな図形が隠されていますか？正方形を変形させながら円に形を近づけていくことはできますか？」と、円に内接する正方形に着目する働きかけを行った。この働きかけの後、どうやって正方形を変形させると円に形が近づくかについて、子ども同士のやりとりが見られた。

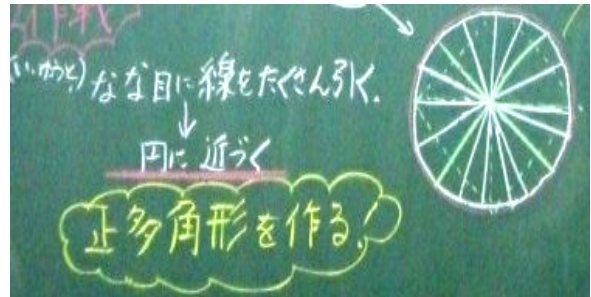
C18 えっと、この四角形に斜めの線をたくさん入れて、そして、周りを線で囲んでいくと円に近づいていくと思います。僕の考えわかりますか。

C21 何で斜めに線を引こうと思ったのですか。

C22 前にも勉強した、円に近づける、四角形を円に近づける方法を探したからです。

C24 C22さんに付け足して、このように（でき上がる正多角形の）対角線を増やしていくと円に近づくとと思います。私の考え、わかりましたか。

C27 前やったみたいに、正多角形にいっぱい線を引いて、できるだけ円に近づくように線を引いていけばいいと思います。



その結果、円に内接する正方形をどうやって変形させればいいのかについては、ほとんどの子どもたちは気づくことができた。しかし、1人の子どもが解決に取り組むことに対して、「ちょっと心配」とつぶやいたので、2人の子どもたちがどうやって変形すればいいのかについて説明した。更に、これまでの学習の様子がまとめられている掲示物を教師が示しながら、「正多角形って何ですか」「この中（掲示物）に正多角形はありますか？」などと正多角形を想起させる働きかけを行った。そして、掲示物を使って、みんなで正多角形を確認することにより、「ちょっと心配」とつぶやいていた子どもも、見通しをもつことができたのである。

- T31 正多角形をつくるって言ったけど, 正多角形って何ですか, 皆さん。どういもの?
 C28 正多角形は全部の辺と角度が同じものです。私の考え, わかりますか。
 T32 この中 (掲示物) にありますか。正多角形ってどれだね? ここにもいろいろとありますが, どれかな?
 C29 えー, あれ (掲示物を指さす)。
 (略)
 T38 C37 さん, イメージつかめた?
 C37 はい, まあまあ, ちょっと。まあまあかな。

表 3 授業後の振り返りアンケート (22 人中)

| | |
|---|---|
| 1 「自分の力でできそうだ」と思ったのはいつか。 | 2 あなたが使った作戦はどれでしたか。 |
| ア 問題を聞いてすぐに ・・・ 3 人 | ア 円の中に細かい正多角形を書いて考える作戦 ・・・ 18 人 |
| イ 円と正方形を見た時 ・・・ 3 人 | イ 正多角形を切って, 平行四辺形や長方形に変形させて考える作戦 ・・・ 3 人 |
| ウ 正方形からだんだんと円に形を近づける話をみんなでしていた時 ・・・ 10 人 | ウ 方眼作戦 (葉の面積のように) ・・・ 0 人 |
| エ 方眼作戦の話をみんなでしていた時 ・・・ 0 人 | エ その他 (円の面積の公式) ・・・ 1 人 |
| オ その他 (友達と相談して 最後の方で ・・・ 1 人) | |
| カ よくわからないまま進んだ ・・・ 3 人 | |

オ. 授業のその後

授業後半には, 正十六角形から円のおよその面積を求めた子どもの式「 $2\text{ cm} \times 5\text{ cm} \div 2 \times 16$ 」を全体に取り上げた。そして, 見通しをもつことはできたが, 円のおよその面積を求めることまではできなかった男の子が, 「2 とか 5 とか 16 とか, 何で出てきたのですか。」と質問した。

この質問をきっかけに「 $2\text{ cm} \times 5\text{ cm} \div 2 \times 16$ 」の式の意味をみんなで考えた。その中で, 「最初の 2 cm は正十六角形の中の 1 つ分の三角形の底辺のことだと思います。」「 5 cm はその三角形の高さだと思います。」「円とのすきまがほとんどないから高さは半径の長さと同じです。」などといった発言が周りの子どもたちから出た。このようなやりとりによって, 見通しを一応もっていたが, 自力解決に困難を感じていた子どもたちも, 自分の見通しが解決にどのように結びつくかについて理解することができた。

また、最後に正三十二角形で考えた子どもの図を示すことで、正三十二角形になると円とのすき間がもっと少なくなり、ほとんど円の面積に近づいていくことに子どもたちは気づくことができた。

6 成果と課題

(1) 成果

子どもの反応に応じながら「手立てのレベル」を柔軟に変えていくことで、多くの子どもたちが困難点を乗り越えて短時間に見通しをもつことができたこと

これまでの筆者の授業では、どの子も見通しをもてるようにするために、学習課題に対して直観的にもった数人の子の見通しの意味を全員が納得するまで話し合ってきた。しかし、子ども任せの話し合いになってしまい、見通しをもてない子がいたり、見通しをもたせるまでに時間がかかったりしていた。本研究では、足場設定の視点から、授業中における子どもの反応に応じながら「手立てのレベル」を柔軟に変えていくことを重視した。その結果、どちらの実践においても、授業後の振り返りアンケート（表2・表3）からわかるようにほとんどの子どもたちが見通しをもつことができた。これは子どもたちにとって必要な足場を教師の方で意図的に設定することができた成果であると考えられる。

見通しをもたせることができたことで、

- ・ 練り上げの段階で、友達の考えの意味を納得するとともに、自分の考えと友達の考えの共通点や相違点を理解することができたこと（【実践例①】より）
- ・ 自力解決に困難を感じていた子どもが、練り上げの段階で、自分の見通しが解決にどのように結びつくかを理解することができたこと（【実践例②】より）

本研究では足場設定の視点から見通しの段階における手立てを考え、子どもの実態に応じながら、「手立てのレベル」を柔軟に変えていった。その結果、見通しをもつことができただけでなく、練り上げの段階においても、自分の考えと友達の考えを比較して共通点や相違点を理解する子どもの姿や、自分の見通しが解決にどのように結びつくかを理解する子どもの姿を見ることができた。これは見通しをしっかりとらせた上で自力解決に向かわせることができた成果であると考えられる。

(2) 課題

「手立てのレベル」の枠組みを算数・数学の問題解決における視点から改善すること

本研究における「手立てのレベル」の枠組みは、幼児がブロックを組み立てる課題に関するチューター（子どもに付き添って学習を助ける者）の援助のレベル（Wood, 1980）を参考にしてつくられたものである。2つの実践を行うことで、既習内容である直線図形と学習内容である円をどのように想起させ、どのように関連づけるかが、見通しをもつ上で重要になってくることがわかってきた。今後は、「手立てのレベル」の枠組みを算数・数学の

問題解決における視点から見直しを図る。

また,本研究では,1時間の授業の中だけで足場設定を考えてきた。しかし,単元全体を考えた時に,単元の導入段階と終末段階では,足場設定の中身が変わってくることも考えられる。

今後はこれらを改善しながら,算数の授業過程における足場設定について更に考え,実践を通して検証していく。

※本稿は,第91回全国算数・数学教育研究(京都)大会の発表資料を加筆・修正したものである。

【引用参考文献】

- ・ Wood,D.J.(1980).Teaching the young child: Some relationships between social interaction,language,and thought. In Olson,D.R.(ED.),The social foundations of language and thought, pp.280-296. New York: W.W.Norton.
- ・ Wood,D.,Bruner,J.S.,& Ross,G.(1976).The role of tutoring in problem solving. *Journal of Child Psychiatry, 17*,89-100.
- ・ 片桐重男 (2004),『数学的な考え方の具体化と指導』,明治図書
- ・ 杉山吉茂 (2008),『初等科数学科教育学序説 杉山吉茂教授講義筆記』,東洋館出版社
- ・ 関口靖広 (1995),「数学の教授・学習過程における Scaffolding (足場設定)」,古藤怜先生古稀記念論文集編集委員会編,『学校数学の改善—Do Math の指導と学習—』, pp.166-182, 東洋館
- ・ 新潟県五泉市立大蒲原小学校 (2008),「特集 第24回『教育奨励賞』候補校の実践『見通す力』大切に算数学習」,『内外教育 (2008.12.26)』,時事通信社,第5877号, pp.12-13
- ・ 和田信哉 (2007),「見通しの段階における手立てについて」,日本数学教育学会誌,第89巻,第4号, pp.11-17