

加法・減法の意味理解を深める図的表現の指導

新潟市立上所小学校 清野 佳子

はじめに

新学習指導要領では, 低学年から「D 数量関係」の領域が設けられた. 第 2 学年では「D (1) 加法と減法の相互関係について理解し, 式を用いて説明できるようにする」, [算数的活動]「(1) オ 加法と減法の相互関係を図や式に表し, 説明する活動」が位置づけられ, 留意点として以下のように述べられている.

図を用いる際には, 問題場面にある数量について具体物で表したものを図へと抽象化し, 図についての実感的理解を育みながら, 「思考の道具」そして「説明の道具」となるように活動の中で使いさせていくことが重要である. また, 図を他の表現である式や言葉の式などとも関連付けて使い, 考えたり, 読み取ったり, 説明したりすることができるようにする. (pp.85)

加法と減法の意味理解を深めるために, 図と式を対応させながら思考したり, 説明したりすることが求められているのである. これは, PISA 等の各種調査において自分の考えを整理し, 数学的な表現を用いて説明することに課題があること, 意味理解は自分の考えを表現し確認しながら深められると考えられていることを受けている.

第 2 学年では, 従来, 加法と減法の相互関係の理解を図るために加法・減法の順思考と逆思考の問題場面を比較させ, テープ図も示してきた. 子どもに全体量・部分量を把握させて式を用いさせるためである. 先行研究では, 指導者がテープ図を意図的に示して子どもに用いさせたり, 多様な図的表現から「かきやすさ」の視点でテープ図に整理したりと段階的に指導することによって, 逆思考の問題場面で正しく求答させるためにはテープ図が有効であることが報告されている(村上 1991 など). 一方で, 「加法は全体量, 減法は部分量を求める演算で相互関係にある」と加法・減法の意味理解を深めることとテープ図を用いさせることとのかかわりは弱かった. このことから, 数量関係を読み取ったり説明したりして加法・減法の意味理解を深めることに対して, テープ図が十分機能していないことがわかる. これは, テープ図の数量関係の読み取りと式で表すこととの対応に原因があると考えられる.

そこで, 本研究では, 第 2 学年で加法・減法の意味理解を深めるために数量関係を読み取ったり説明したりする道具としてテープ図が機能するよう指導方法を改善する.

1. 研究のねらい

加法と減法の相互関係の理解を深めるために, 新学習指導要領では逆思考の問題場面を取り上げるとしている. 順思考の問題場面では, 時間に沿って式や図を対応させていけばよいと, 問題場面とテープ図, 式とを対応させやすい. しかし, 逆思考の問題場面では, 時間に沿っていくと未知数が左辺にくる式が必要となり, この式によって問題場面や図を相互に対応させることができる.

よって, 数量関係を読み取ったり説明したりする道具としてテープ図を機能させるためには, 逆思考の問題場面において未知数が左辺にくる式の必要性を子どもに感じさせる必

要がある.

そこで, 本研究では, 次の観点から指導方法を改善し, その有効性を明らかにする.

- (1) 逆思考の問題場面において全体量・部分量を意識させる
- (2) 問題場面と図, 式とを対応させる

2. 研究の内容

2つの観点について, 授業実践で働きかけを次のように行った.

(1) 逆思考の問題場面において全体量・部分量を意識させる

- ① 加法の逆の減法の問題場面を提示し, 演算決定の根拠を検討させて, 図を用いることへの見通しをもたせる

「数量関係図」

- ② 複数の図を取り上げて共通点を問い, 整理して新たな図的表現

(= 「数量関係図」) をつくる

I	
m	n

(2) 問題場面と図, 式とを対応させる

- ③ 未知数が途中にある減法の逆の減法の問題場面を提示し, 時間に沿った図と時間を遡った図とを取り上げ, 表した手順や違いを説明させる

3. 研究の方法

平成 21 年 2 月, 新潟市内公立小学校 2 年生を対象に授業実践と事前・事後調査を行った. 授業分析と事前・事後調査の比較によって, 観点の有効性を検証する.

(1) 授業実践

- ① 単元名 「たし算・ひき算 見分け名人になろう！」

② 指導計画

小単元	時	学習活動	留意点
たし算・ひき算はどんな計算か確かめよう (3次)	1	<ul style="list-style-type: none"> ○ 「合わせて」「残りは」など, 既習の言葉のある問題場面について演算と理由を説明する. ○ 加法や減法を表す操作や図を確認する ○ 「多い」がある問題場面について演算と理由を説明する. 	<ul style="list-style-type: none"> ・ どの言葉に着目したかやテープ等の操作の根拠を説明させる. ・ どの図でも加法は「→←」「←」, 減法は「→」の動きで表せることを確認する. ・ 加法・減法を表す言葉が既習以外にもあることを確認する.
	2	<ul style="list-style-type: none"> ○ 「少ない」がある問題場面について演算と理由を説明する. ○ 加法・減法になる他の言葉を考える. ○ いろいろな言葉のある問題を作りテープ図で表す. 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 「多い」「少ない」の問題場面で, テープを操作させながらテープ図での表し方を定着させていく. ・ 数値を指定して問題を作らせる
	3	<ul style="list-style-type: none"> ○ 作った問題とその演算を説明する. ○ 言葉を加法・減法に分類する. ○ 加法・減法それぞれの言葉と式, テープ図をまとめる. 	<ul style="list-style-type: none"> ・ テープを操作しながらテープ図に表させ, 加法・減法のテープ図の表し方をまとめる.
たし算・ひき算レベルアップ問題を知らう (3次)	4 観 点 1	<ul style="list-style-type: none"> ○ 加法の逆の減法の問題場面について演算の予想と確かめる方法を説明する. ○ 「数量関係図」やテープ図等で表し, 問題場面と関係付けて演算を考える ○ 加法の逆の減法の問題場面の演算とその理由を説明する. 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 順思考の問題場面との違いに着目させる. ・ テープ図の数量関係を抽象し, 「数量関係図」をつくる. ・ 演算決定の方法を確認する.

	5	○減法の逆の加法の問題場面について演算の予想と確かめる方法を説明する. ○未知数□を用いた式や「数量関係図」, テープ図等で表して演算を考える. ○減法の逆の加法の問題場面の演算とその理由を説明する.	・加法の逆の減法の問題場面と似ている点に着目させる. ・時間経過に合わせて式に表すと未知数□が左辺にくることを確認する. ・□を用いた式や「数量関係図」等をもとに考えさせる.
	6 観 点	○減法の逆の減法の問題場面について演算の予想と確かめる方法を説明する. ○未知数□を用いた式や「数量関係図」, テープ図等で表して演算を考える. 2 ○減法の逆の減法の問題場面の演算とその理由を説明する.	・言葉だけでなく, □を用いた式や図等で表して演算を考えるよさを確かめさせる. ・順思考や逆思考の問題場面での□を用いた式や図等を比較させ相互関係をまとめる.
たし算・ひき算クイズブックを作るう(2次)	7 8	○加法・減法の問題を作る. ○互いの問題を解き合う. ○加法・減法の見分け方をまとめる.	・演算決定の理由を明示させる.

(2) 事前・事後調査

加法・減法の問題を複数提示し, 記述させたものから以下について比較する.

- ① 演算決定の根拠
- ② 演算の説明の仕方

4. 授業の実際

(1) 逆思考の問題場面において全体量・部分量を意識させる

- ① 加法の逆の減法の問題場面を提示し, 演算決定の根拠を検討させて, 図を用いることへの見通しをもたせる

前時までには様々な言葉で加法や減法の順思考の問題場面を学習してきたところで, 加法・減法両方の言葉が複数入った加法の逆の減法の問題を提示した.

佳子さんの家のメダカは前に何個かタマゴを産んで, 別の水槽に移してあります. 今朝, 新しく 12 個産んでいました. お母さんが, 「合わせて 20 個産んだわね.」と言いました. 別の水槽には何個あるのでしょうか.

子どもたちは既習の「合わせて」「移して」などに着目して「たし算」「ひき算」と発言していたが, 両方の言葉があるため決められなかった. さらに, 「今までのように図をかけばいい」「たし算・ひき算どっちになるかわからないからどうかいていいかわからない」「たし算とひき算両方の言葉が入っているからかけない」と発言が続いた.

この発言から, 順思考の問題場面では子どもは下のような手順で図をかいたり説明したりしていたことがわかる.

- ① 問題文の言葉で加法・減法を判断する
- ② 判断した演算になるように問題文に沿って図をかく
- ③ 加法・減法を説明する

前時まで, 図は「説明する道具」として十分機能していると言える. 加法・減法を判断する「思考の道具」にするには, 時間に沿って正しく図をかくことと全体量・部分量を読み取ることが必要である. 逆思考の問題場面では, 図をかくときに時間に沿うことに困難

を感じる子が多いと予想し，時間を捨象して問題場面から読み取った順に図をかく段階が必要と考えた．そこで，順思考の問題場面との違いを問い，未知数の位置が違うことに目を向けさせた．そして，未知数を仮定する方法を提示したり，時間を遡る考えを子どもから引き出したりした．

未知数を仮定する方法は教師の予想以上に多くの子どもが抵抗を示した．前時まで，テープ図以外に数量の大きさが正確に表せる○等の図を好んで用いる子がいたことと合わせて考えると，未知数を仮定する考えは発達段階的に困難だった．一方で，時間を遡る考えは予想通り多くの子どもに受け入れられた．未知数＝結果は最後にかくというこれまでの経験と合ったためであろう．この後，多くの子どもは時間を遡って図をかいた．

②複数の図を取り上げて共通点を問い，整理して新たな図的表現（＝「数量関係図」）をつくる

「初めてのかき方だから心配」という子がいたため，個だけでなくペアで考えてよいことや用いやすい図でかくよう投げかけた後に取り組みさせた．そして，全員が減法と判断したことを確認して次の3つの図を取り上げた．

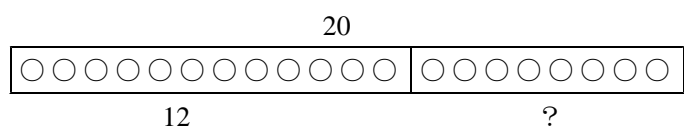


図 1

- ①○を 12 個かく
- ② 20 個になるまで○をたす

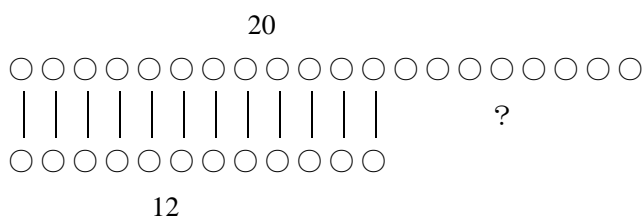


図 2

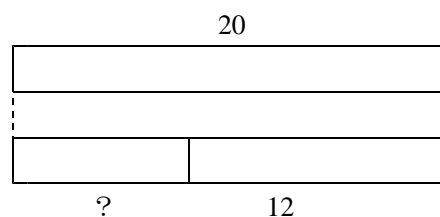


図 3

「図 1 は『残りは』の図だ」「図 2 と 3 は『違いは』だ」と子どもがつぶやいた．この様子から子どもは図の形で漠然と部分量をとらえ始めたと考え，「○やテープが使われていたり，？の場所が違ったりするのに，なぜどれもひき算だとわかったの」と問うた．

すると，「20 が一番大きくて 12 が小さい．12 から 20 をとることはできない」「『合わせて 20 個』だから？は 20 個より少なくなるはず」など，子どもは数量関係を比較して発言した．そこで，3 人の図は○やテープなどの違いがあるが，どの図も 20 が全体量，12 や？が部分量になっていることを教師が確認すると，子どもは大きくうなずいた．

このとき，子どもが数量の大きさを正確に表したいために○等の図に戻ったり，時間を捨象して図をかくようになってきたために，多様な図的表現があった．そのため，数量関係を比較した発言と表現の仕方の違いを取り上げた発言とが混同した．そのため，加法・減法の理解を深めるためには，数量の大きさや時間を捨象し，数量関係だけを取り出した図が子どもに必要と考えた．

しかし，数量関係に関する発言内容を子どもだけで図にまとめることは発達段階的に難

しいと考え、「では，4 人の図をもっと簡単にするとどうなるかな」と「数量関係図」(図 4)を教師が示した．子どもが「一番大きい窓が 20」「小さい窓が 12 と？」とつぶやいたところで「？は右と左どちらでもいい？」と教師が尋ねると、「右の方がいい」と多くの子が反応した(図 5)．この段階では，時間を捨象して全体量・部分量を探し，未知数は最後に判断したいと考えていることがわかる．

「数量関係図」

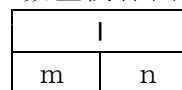


図 4

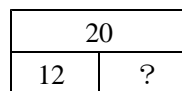


図 5

その後，子どもは他の加法の逆の減法や減法の逆の加法の問題を解き，「やっぱり言葉だけではたし算かひき算かわからない」「『テープ図スペシャル(=「数量関係図」)』の下に？があるときはひき算で，上にあるときはたし算だ」等と振り返りを書いた．

(2) 問題場面と図，式とを対応させる

③未知数が途中にある減法の逆の減法の問題場面を提示し，時間に沿った図と時間を遡った図とを取り上げ，表した手順や違いを説明させる

子どもが時間を捨象することで逆思考の問題も解けると自信を高め，テープ図を用いるようになってきた(図 6)ところで，次の減法の逆の減法の問題を提示した．

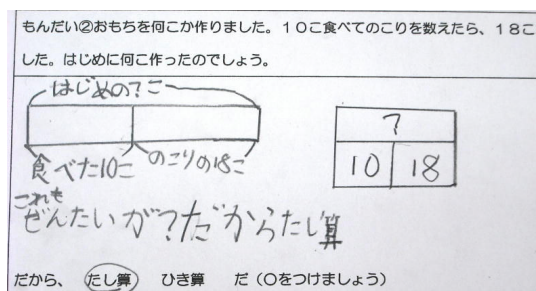


図 6

佳子さんは，30 個入りのチョコを持っていました．妹に何個かあげました．残っていたのは 18 個でした．妹に何個あげたのでしょうか．

テープ図を用いるようになったことと未知数が途中にあることで，時間に沿った図をかきとく子がいると予想したためである．

子どもたちが図に表し減法だと判断した後に，次の図を取り上げた．

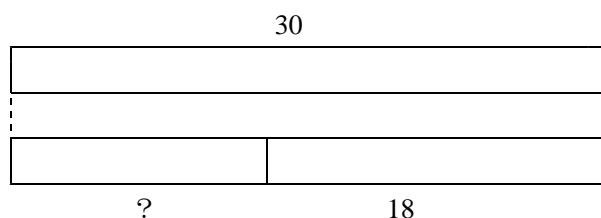


図 7

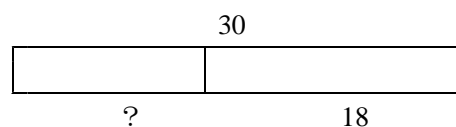


図 8

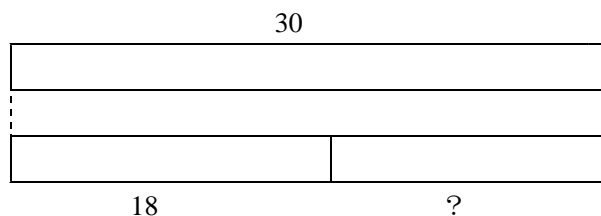


図 9

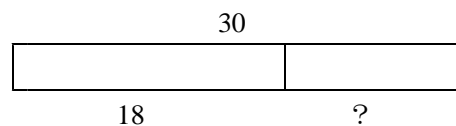


図 10

図をかいた手順を説明するよう教師がうながすと，子どもは「わからない数は最後にしたいので，文の上下中の順でかきました」と図 9 や図 10 について説明した．さらに，子どもは「図 7 や 8 だと？が先で $30 - ? = 18$ で？が途中にあって変」「図 9 と 10 なら $30 -$

18 = ? になって今までと同じ式になるから, 私はこの図がいいと思います」とテープ図の数量関係を読み取って式の表し方を説明した.

ここで, 「 $30 - ? = 18$ 」のように未知数が左辺にくる式を「問題文を表した式」, 「 $30 - 18 = ?$ 」のように未知数が右辺にくる式を「答えを求める式」と教師が整理した. すると, 子どもから「確かめの式に似ている」「 $18 + ? = 30$ だよ」「 $30 - 12 = 18$ とかやった」と声が上がった. さらに, 「問題文を表した式もかけば, 確かめになります. だから, もっと見分け名人になれます」と発言した子に対して「なるほど」「そうだね, やってみよう」と声が続いた.

そこで, 逆思考の問題場面が複数書かれてあるプリントを配布した. すると, 子どもは「数量関係図」やテープ図だけでなく, 未知数を用いた式をかいて加法・減法の根拠を説明し合った.

振り返りには, 子どもは「今までの問題は, 文を表した式と答えを求める式とが同じだったけれど, 2年生のたし算やひき算の問題は2つの式ができてすごい問題です. こんな問題がとけてすごいと思います. もっと解いてみたいと思います.」などを書いた.

5. 事前・事後調査の比較

2年生 29名の調査結果は次の通りである.

① 演算決定の根拠

	事前	事後	
項目	「合わせて」等の言葉を見つける	テープ図等で全体量・分量をとらえる	言葉を見つける
人数 (%)	29 (100)	27 (93.1)	2 (6.9)

演算決定の際に言葉に着目していた子どもの多くが, 指導後には図的表現を用いて全体量・分量を読み取り, 根拠に挙げた. 加法・減法が全体量・分量を求める演算であることの理解が図れたと言える. しかし, 2名は「より多く」等の言葉を根拠として挙げた. 演算決定は正しくできていることから, 数量関係を直観的にとらえて演算を判断していると考えられる.

② 演算の説明の仕方

	事前			事後	
項目	○や人と矢印の図	○○○と矢印の図	図なし	「数量関係図」・テープ図・未知数を用いた式	テープ図
人数 (%)	14 (48.3)	1 (3.4)	14 (48.3)	25 (86.2)	4 (13.8)

指導前には, テープ図が既習であるにもかかわらず用いていない. また, 図をかいていない子が約半数いた. このことから, テープ図のよさを感じていないことや図を進んで用いようとしていないと言えた. しかし, 指導後には「数量関係図」をかいてからテープ図をかき, さらには未知数を用いた式で確かめをしている子が多くいた. 子どもが加法・減法の相互関係を理解し, 数量関係を読み取ったり説明したりする道具としてテープ図を用いていることがわかる.

6. 研究の考察

(1) 逆思考の問題において全体量・部分量を意識させる

① 加法の逆の減法の問題場面を提示し，演算決定の根拠を検討させて，図を用いることへの見通しをもたせる

逆思考の問題場面は言葉だけで演算決定できないと気付いた子どもたちは，「説明の道具」として用いていた図を「思考の道具」として用いるようになった．順思考の問題場面で図を用いて説明する活動を繰り返したことで意図的に加法と減法両方の言葉がある逆思考の問題場面を提示したことが，子ども自らが図を用いる姿を生むことに有効だったと言える．指導者が図を提示して子どもに用いさせるのではなく，今回のように子どもが演算決定の根拠を求めて主体的に図を用いることが算数的活動で求められている姿である．

また，未知数＝結果は最後にかくという子どもの経験を大切に，時間を捨象して図をかく段階を設けたことで，逆思考の問題場面で図を用いることの見通しを子どもにもたせることができた．

② 複数の図を取り上げて共通点を問い，整理して新たな図的表現（＝「数量関係図」）をつくる

複数の図を比較した子どもたちは，数量関係に目を向けて発言した．子どもに用いやすい図をかくことを認めたり，時間を捨象して図をかく見通しをもたせたりして多様な図を取り上げたことが，全体量・部分量を整理して新たな図的表現をつくることに有効だった．その際には，説明したいことが今まで用いてきた図だけでは十分伝えられないという困難さを子どもに感じさせることが大切である．「○よりテープの方が早くかける」等の使いやすさから導入するより，今回のように困難さを子どもに感じさせて新たな図的表現をつくることで，子どもは新たな図を用いようとする．

また，「数量関係図」によって加法・減法はそれぞれ全体量・部分量を求める演算と理解を図ることができた．さらに，時間を捨象して「数量関係図」をかき，逆思考の問題場面をとけるようになった子は○の図からテープ図へと用いる図を変えた．子どもは，解決への自信をもつとより抽象的な図を用いると言える．

(2) 問題場面と図，式とを対応させる

③ 未知数が途中にある減法の逆の減法の問題場面を提示し，時間に沿った図と時間を遡った図とを取り上げ，かいた手順や違いを説明させる

時間に沿った図と時間を遡った図とを比較した子どもたちは，数量関係を読み取り未知数を用いて式に表した場合について発言した．時間を捨象して図をかく子と時間に沿ってかく子とが混在する中で未知数が途中にある減法の逆の減法の問題場面を提示したことが，子どもに問題文と図，式との対応を考えさせることに有効だった．

また，未知数が左辺にくる式の導入によって，子どもはテープ図の数量関係を読み取って2本の式に表したり，演算の根拠を説明したりするようになった．これは，加法・減法の相互関係をとらえた姿と言える．さらに，未知数が左辺にくる式を確認した後，時間に

沿って図を表す子が増えた. 式でも時間に沿って表せることを確認したことが, 図で未知数を仮定する考えと結び付いたためと考える.

7. まとめ

第 2 学年で加法・減法の意味理解を深めるようにテープ図を機能させるためには, 問題場面から全体量・部分量を適切にとらえさせたり, 問題場面と図, 式を対応させたりすることは有効だと言える. また, 今回は順思考の問題場面でテープ図を導入したが, 逆思考の問題場面で扱っていくことで, 数量の大きさを任意に表せるテープ図のよさが子どもにとらえられ, より用いられるようになった.

一方で, 指導後も未知数を最後に図にかく子がいた. 未知数を仮定する考えは発達段階的に困難と考える. 問題場面の題意に沿って図や式をかいていくことは, 方程式に結び付くが, 中学校段階でもその指導の困難さが指摘されている (藤井 2001). 個によって異なる図的表現の使い方を把握し, 題意に沿って図をかく指導を段階的に積み重ねる必要がある.

※本稿は, 第 91 回全国算数・数学教育研究 (京都) 大会の発表資料を加筆・修正したものである.

【引用・参考文献】

- 石田淳一他 (2007) 「2 学年の逆思考文章題単元におけるテープ図指導に関する研究」日本数学教育学会誌 第 89 巻 6 号 pp.2-11.
- 井上理代子 (1988) 「かく活動を生かした 2 年生文章題指導の研究」日本数学教育学会誌 第 70 巻 8 号 pp.15-21.
- 国立教育政策研究所監訳 (2007) 『生きるための知識と技能③－ OECD 生徒の学習到達度調査 (PISA) 2006 年調査国際結果報告書』ぎょうせい.
- 国立教育政策研究所 (2009) 「平成 21 年度 全国学力・学習状況調査 解説資料小学校算数」
http://www.nier.go.jp/09chousa/09kaisetsu_shou_sansuu.pdf
- 藤井齊亮 (2001) 「学校数学における「文字の式」の理解に関する研究: 認知的コンフリクトによる理解の顕在化と分析」日本数学教育学会誌臨時増刊数学教育学論究 第 76 巻 pp.19-24.
- 村上澄香 (1991) 「低学年における図形化の考え方を伸ばす指導」日本数学教育学会誌 第 73 巻 8 号 pp.19-25.
- 文部科学省 (2006) 『小学校算数・中学校数学・高等学校数学指導資料 PISA2003 (数学 的リテラシー) 及び TIMSS2003 (算数・数学) 結果の分析と指導改善の傾向』東洋館出版社.
- 文部科学省 (2008) 「小学校学習指導要領解説算数編」東洋館出版社.
- 山本正明 (1995) 「問題解決における数直線や線分図等の図の効果」日本数学教育学会誌第 77 巻 8 号 pp.2-9.