新潟大学教育学部数学教室,『数学教育研究』, 第 44 巻, 第 2 号, 30-35, 2009.

関数の考えを活かす指導Ⅱ
― 系統的な関数の考えの指導を目指して ―

新潟県燕市立吉田小学校　越村　尚貴

1. はじめに

小学校の関数の考えの指導では, 関数そのものを対象にするのではなく, あくまで数量の関係の関数的な見方・考え方を伸ばすことを指導のねらいとしている。そこで, 低学年から様々な学習内容に関連して関数の考えが指導されている。

越村 (2008) では, 6 年「比例」において, 比例で学習した関数の考えを活かして, 比例でない関数関係の規則性に着目する実践を行った。その結果, 表を横に見て規則性を見つける変化の見方はできるが, 表を縦に見て規則性を見つける対応の見方が弱いことが把握された。このことから, 関数の考えの指導では, 6 年間を通して, 何をどのように指導するのかを明確にし, 計画的系統的に指導する必要があることを確認した。

本研究では,関数の考えの指導に関する系統を整理し,系統に基づく指導の実際を示す。

2. 研究のねらい

本研究では, 関数の考えを活かす指導について, 次のような観点から指導の方法を検討し, その有効性を明らかにする。

(1) 関数の考えの系統の整理

(2) 系統に基づく指導の構想

3. 研究の内容

(1) 関数の考えの系統の整理

関数の考えには, いろいろな要素がある。これらの要素を整理しまとめることで, 関数の考えの指導項目を明らかにしたい。指導項目については, 先行研究から様々な項目が考えられるが, 本研究では,「関数の考えの指導」(文部省, 1973) を参考にし, 次のようにまとめた。

指導項目 / 学年	依存関係に着目すること		関数関係を見つけたり, 用いたりすること			関数関係を表現すること		
	変数の考え	数量の関係付け	対応の規則性	変化の規則性	規則の適応	表	グラフ	式

この表をもとに, 関数の考えの系統の整理をした。例えば, 4 年「変わり方」と 6 年「比例」の学習の系統を, この表で整理すると, 次のようになる。この表の◎は重点的に指導することを意味する。○は意識的に取り扱うことを意味する。どちらも学習内容から, 主観的に判断したものである。

指導項目 / 学年	依存関係に着目すること		関数関係を見つけたり, 用いたりすること			関数関係を表現すること		
	変数の考え	数量の関係付け	対応の規則性	変化の規則性	規則の適応	表	グラフ	式
4年「変わり方」	○	◎	◎	◎	◎	◎	○	○
6 年「比例」	○		○	○	○	◎	◎	○

（２）系統に基づく指導の構想

①４年「変わり方」の指導

先述の通り，６年「比例」の実践では，表を横に見る変化の見方はできていたが，縦に見る対応の見方が不十分であった。

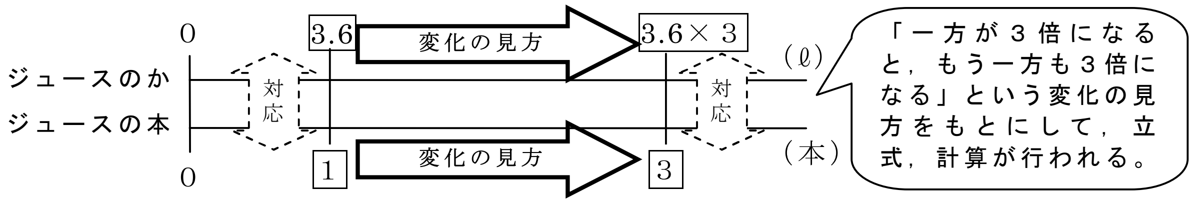
そこで，作成した系統表をもとにして，４年「変わり方」の学習で，対応の見方に重点を置いた指導を行った。その結果，４年生の段階で，表を縦に見る対応の見方は十分にできている結果が得られた。

このことから，４年の「変わり方」を学習したときは，対応の見方は意識されていたと考える。よって，４年の学習では意識されていた対応の見方が，６年の学習では十分には意識されなくなっていると考えた。

②４年と６年をつなぐ，５年「小数のかけ算・わり算」の指導

４年の学習で意識されていた対応の見方が６年の学習で意識されなくなるのは，５年での関数の考えの指導に問題があるからだと考える。

例えば，５年「小数のかけ算・わり算」の指導では，対応数直線を用いた考察がよく扱われている。しかし，数直線を用いた考察は，変化の見方が中心となっているため，対応の見方を十分に育てることはできない。対応数直線で対応の見方を指導することも可能であるが，計算の仕方を考える場合，どうしても変化の見方が強調されてしまう。



このような学習の積み重ねが，対応の見方の弱さにつながっていると考える。

また，４年「変わり方」や６年「比例」で扱うような『表』や『グラフ』を用いた考察が，５年ではほとんど扱われていないことも，対応の見方を弱くしている要因であると考える。従来の５年の学習に，意図的に表やグラフの考察を取り入れる必要がある。

このような考えから，４年と６年をつなぐ系統的な指導として，５年「小数のかけ算・わり算」の学習に，次のような系統のつながりができるように，表やグラフを扱う課題を取り上げることにした。

指導項目 / 学年	依存関係に着目すること		関数関係を見つけたり，用いたりすること			関数関係を表現すること		
	変数の考え	数量の関係付け	対応の規則性	変化の規則性	規則の適応	表	グラフ	式
4年「変わり方」	○	◎	表をもとにして	表をもとにして	◎	◎	発展として	記号を用いて
５年「小数のかけ算・わり算」			○			○	○	
６年「比例」	○		○	○	○	◎	◎	○

具体的には, 次のような課題を提示し, 表の空欄の数値を考えさせた。

全校弥彦登山のための登山マップを作るために, 弥彦山に登りました。みんなに, 登山の様子を伝えるために, 万歩計をつけて登りました。合（山の区切り）ごとに, 歩数と歩いた距離を記録していきました。その結果をまとめたのが次の表です。

合	1	2	3	4	5	6	7	8	9
歩数	450	700	1150	1500	1700	2100	2700	3100	3550
きょり	270	420	690	？	1020	？	1620	1860	？

しかし, 途中で距離の記録をとり忘れたところがあります。記録をとり忘れた距離を調べて, 登山マップを完成させましょう。

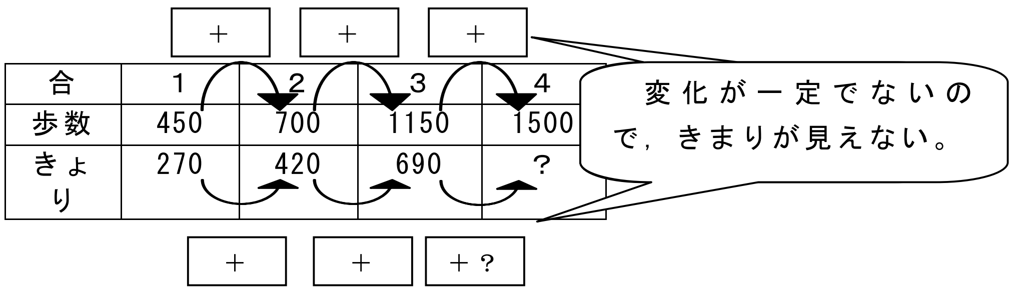
４．授業の実際

見通しをもつ段階

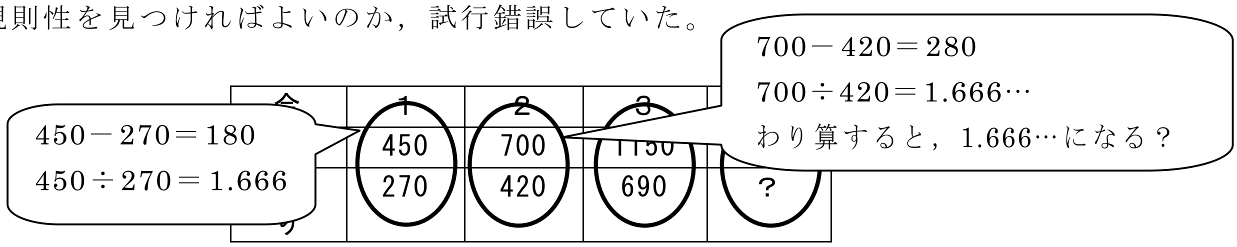
表をみて, 何か規則性がないか, 探す姿が見られた。これは４年「変わり方」で学習した, 表を横にみたり, 縦にみたりする見方が活かされていた姿と言える。

合	1	2	3	4	5	6	7	8	9
歩数	450	700	1150	1500	1700	2100	2700	3100	3550
きょり	270	420	690	？	1020	？	1620	1860	？

このとき, ほとんどの子どもたちが, 表を横にみて, 変化の規則性を探そうとしていた。しかし, 表を横に見ても, 変化の規則性は見つけられず, 困惑していた。



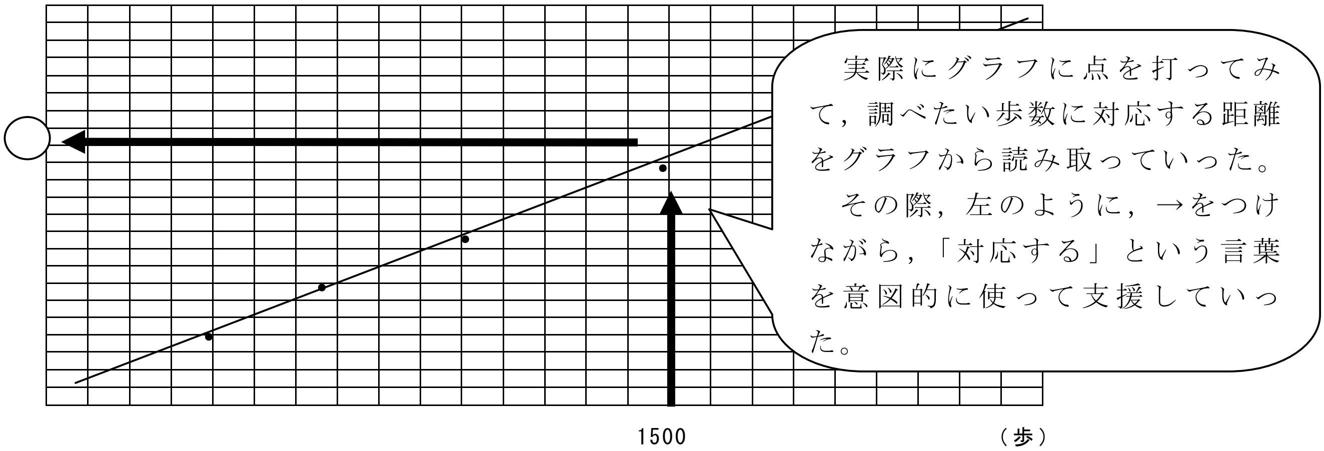
表を縦にみて, 規則性を探す子どももいたが, 引き算, 割り算など, どのような演算で規則性を見つければよいのか, 試行錯誤していた。



表から規則性を見つけられない子どもたちは, 表から分かっている数値をグラフに打っていけば解決できるのではないかと見通しをもった。

自力解決の段階

ほとんどの子どもが，グラフに点を打っていった。



グラフに点を打つことによって,歩数に対応する距離を,視覚的に捉えることができた。しかし，１目盛りの幅が狭かったため，子どもが導いた距離には，誤差があった。

また，引き続き表から規則性を見つけようとしていた子どもは，距離÷歩数が，いつも 0.6 になることを見つけ，それがいつでも成り立っていることを表の他の値の組で確かめていた。そして,「距離÷歩数＝0.6」なのだから，調べたい 1500 歩のときの距離は,「？÷1500＝0.6」という式をたてて考えていた。

比較検討の段階

調べたい歩数に対応する距離を,グラフから読み取った子どもたちが発表した。しかし,グラフをかいたときに生じた誤差から，1500 歩のときの距離が，620m～680mの間とはっきり一つの値に定まらなかった。そこで，表から対応の見方で,「距離÷歩数＝0.6」になるという考えを発表させ，距離の値の候補を，計算して確かめていった。その結果，660m÷1500 歩のとき，0.6 になり，子どもたちは，1500 歩に対応する距離が，660mになることを確認した。

同じようにして，2100 歩，3550 歩に対応する距離を調べていった。

授業終末では,「0.6×歩数＝距離」になる，という考えも発表され，その簡便性が共通理解された。しかし，0.6×3550 という（小数第１位までの数）×（千の位までの数）計算は，子どもたちにとって馴染みがなかったため，筆算に困惑する姿が見られた。

最後に，0.6 は一体何を表しているかについて話し合い，0.6 は１歩で進む距離の 0.6m であることを確認して，授業を終えた。

授業後の子どもたちの感想は次の通りであった。

・最初は表を横でみて，どれくらいずつ増えているかを見たけど，全然何も分からなかった。グラフでやったけど，目もりが細かくて大変で，正確な答えが出せなかった。表をたてにみて，きまりを見つけたのはすごいと思った。数字を当てはめるのではなくて，かけ算でやった方がいいということは，すぐひらめいた。
・私は，はじめに「計算」できまりを見つけようと思いました。でも，引き算でやっていたので，いろいろなところを引いてみても，分かりませんでした。それで,「計算」をやめて「グラフ」にしてみました。でもグラフに点を打つのは難しかったです。
・ぼくは，弥彦山登山マップの距離を計算してかくのがわかりました。そしてぼくは，グラフに点を打っていきながら計算しました。この勉強で，表をうめるやり方がよく分かりました。

新潟大学教育学部数学教室，『数学教育研究』，第 44 巻，第 2 号，30-35，2009.

５．考察

５年「小数のかけ算・わり算」で，「小数×整数，小数÷整数」を学習した後に，関数の考えを活かす指導として，系統表をもとにして，表やグラフの考察によって対応の見方を養うような課題を設定した。

子どもたちは，４年「変わり方」の学習を活かして，表から規則性を読み取ろうとしていた。４年で経験した，表を変化の見方や対応の見方で考察する姿が見られたことから，系統のつながりを意識して，系統表から指導を構想したことは有効であったと考える。

表の考察について，今回提示した表は横にみても変化の規則性を見つけることはできないような数値であった。その結果，表を横にみていた子どもたちは，表から分かっている数値をグラフに点を打って，点と点の間を結び，調べたい歩数に対応する距離を調べて課題を解決していった。グラフから，一方に対応する量を読み取らせることをねらっていたので，表の数値設定は対応の見方を意識させるうえで，有効であったと考える。

また，子どもたちの中から表を縦にみて「距離÷歩数がいつも 0.6 になっている」という考えが出され，距離を正しく求めるための根拠となる式を導くことができた。授業後の子どもたちの感想を見ると，表を縦にみて対応の規則性を導くよさを実感していた。このようなよさを実感できたのは「グラフの考察だけでは数値がはっきり決まらない，どうすれば正しい距離を求めることができるのか」という子どもたちの問いが生まれたからだと考える。しかし，対応の規則性を導くために，わり算をしなければいけなかったことは，子どもたちにとって飛躍があった。４年「変わり方」の学習では，２つの対応する数量を割り算して定数を導くような学習はしていない。そのような学習経験との違いが，子どもにとって難しかった。学年間の系統を考える場合，より細かくその内容の発展性を分析する必要がある。

対応の規則性として導いた『0.6』は，「１歩分の長さ（単位量当たりの考え)」であり，「歩数と距離の割合（割合の考え)」である。この『0.6』が何を表した数なのか考えることは，5 年で困難な学習内容とされている「割合」の素地的な活動となる。また，「×小数，÷小数」の学習で，同様な活動を行うことで，より対応の規則性へ着目することができるようになり，割合への理解につながっていく。このように，「関数の考え」の系統的な指導を吟味することによって，学習内容同士を関連付けて「スパイラル」な指導のあり方を検討することができる。

６．研究のまとめ

関数の考えについて，その指導項目を設け，系統表にまとめることは，どの段階で何を指導すべきかが明らかになるという点で有効である。今回の研究では，関数の考えの中でも，対応の見方について，４年「変わり方」と６年「比例」の間に，５年で対応の見方を意識させる学習を取り上げることを提案した。研究の結果，グラフを使って問題を解決させることは，対応の見方を意識させる上で有効であった。

また，表を用いたことも，４年「変わり方」で学習した，表を横にみる変化の見方，縦にみる対応の見方を引き出す点で有効であった。しかし，表を横にみる場合でも縦にみる場合でも，子どもたちは単純な規則性しか経験していないことを，考慮する必要性があった。今回扱った課題では，同じ対応の見方でも，２つの数量を割り算して定数を見つける

ことに大きな飛躍があった。

また，系統表にまとめることについて，関数の考えの指導項目をただ並列に並べただけでは，系統的な指導にはならない。学年間のつながりや発展性を意識して，関数の考えの指導の系統を，より具体的にまとめていく必要がある。その際，どの学習場面でどのような関数の考えを育てるのかを明らかにすることで，関数の考えを活かす指導を系統的に整理できると考える。今後の課題としたい。

※本稿は，第９１回全国算数・数学教育研究（京都）大会の発表資料を加筆・修正したものである。

【参考文献】

文部省　　小学校算数指導資料『関数の考えの指導』(1973)　東京書籍
文部科学省　『小学校学習指導要領解説算数編』(2008)　東洋館
中島健三　『算数・数学教育と数学的な考え方』(1981)　金子書房
越村尚貴　「関数の考えを活かす指導－６年比例の実践を通して－」新潟大学教育学部数学教室『数学教育研究』第 43 巻，第 2 号，23－28 項（2008）