

図的表現を用いた割合指導の工夫

新潟市立東山の下小学校
川又 由香

0 はじめに

割合指導において数直線など図的表現を用いる実践研究は, 多くなされている。

先行研究では, 中村⁽¹⁾は, 数直線に表すことは割合の概念を視覚化し, 基準量, 比較量, 割合の数量関係をとらえやすくすると述べている。数学教育における表現体系を研究した中原⁽²⁾の図的表現の分類によれば, 数直線は構造図に分類できる。つまり, 数直線で表すことは, 問題の構造を明確にし児童が問題を把握するために有効であるといえるであろう。

また, 吉田⁽³⁾は, 全体を 1 とみる割合モデル (図 1) を用いた指導の有効性を示している。割合モデルを用いる指導では, 量的な見積もりができ, 問題のイメージを表現できるよさがある。

一方, 間嶋⁽⁴⁾は, 関係をとらえる図 (図 2) に着目し, 数直線との併用による指導を示している。間嶋の図は, 中原の分類によれば, 手続き図であり, 操作や計算などの手続きを表す図である。つまり, この図を活用するときには乗法・除法の適用が容易であるというよさがある。

教科書に見られる図的表現は各社様々であるが, 啓林館の教科書では, 線分図とともに, 手続き図を用いている。数直線を用いている他社の場合は割合数直線との複線図 (対応数直線) が多く, 場面や問題の構造を表し効果的に指導しようとしているといえる。

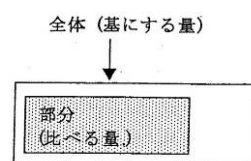


図 1 割合モデル
吉田ら(2003)

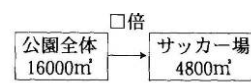


図 2 関係をとらえる図

1 研究のねらい

新学習指導要領⁽⁵⁾では, 児童が具体物を用いたり, 言葉, 数, 式, 図, 表, グラフなどを用いたりして, 自分の考えたことを表現したり, 友達に説明したりする学習活動を取り入れることが重要であるとしている。

これまでの筆者の実践でも, 「はじめに」で取り上げた図的表現による割合指導には一定の成果が見られる。しかし, 有効とされる図的表現による指導をしても, 与えられた図に数値を当てはめようとする児童もおり, 必ずしも部分-全体の関係に対する自分の把握を表していない実態が見られた。

割合の考え方をもてないまま, 与えられた図に数値を当てはめるだけでは, 基準量や比較量を把握しそれらの関係を把握することが難しい。問題解決のために図的表現を用いるためには, 基準量を把握し, 比較量を明確にできる表現を児童自身ができることが必要であると考えた。

図的表現の活用という視点で見ると, 問題把握に図をどのように利用しているか研究し

た布川(2000)⁽⁶⁾，廣井(2003)⁽⁷⁾が指摘するように，解決者である児童が主体的に図をかき問題を把握し解決していく過程に着目する先行研究がある。布川らの研究では，児童が自分の理解を表現しようとして図に表す中で図や理解が変化し問題を解決していくことの必要性が示されている。

初めて割合の学習をする児童に最初から望ましい表現である抽象的な数直線を与え，それを使いこなせるように教えるのではなく，図的表現の特性である自由性やイメージ性を生かし，児童自身が自分の問題把握を表す過程が必要ではないかと考えた。

そこで，本稿では，児童が自ら図的に表現することで，部分－全体の関係を把握することを目的として実践研究を行った。

2 研究の方法

平成21年2月，新潟市内公立小学校5年生を対象に授業実践を行った。

(1) 単元名 5年「割合とグラフ」

(2) 指導計画(本時1,2/15)

- ① 割合(4時間)…本時
- ② 百分率(4時間)
- ③ 割合を使う問題(3時間)
- ④ 割合を表すグラフ(2時間)
- ⑤ 練習と力だめし(2時間)

(3) 本時の指導の概要

「割合」の小単元4時間のうち，1,2時間目において授業実践を行った。この2時間は連続する授業時間とし，シュートの成績の比べ方について学習した。

初めに，体育の時間に行っているバスケットボールのシュートの話題から，「A, B, C, 3つの方向からシュートをします。どこから投げるとシュートがうまく入るでしょうか。」と提示した。課題は，問題の解決のために図的表現を用いる必要があると児童が感じるように，3カ所の記録を比べるものにした。

また，このとき，記録の仕方を考えさせた。記録の計画を立てさせ，○×や星取り表，テープを区切った図，成功と失敗の表，正の字での記録など工夫して表現できるようにするためである。シュートの記録を図に表すことは，結果を整理するとともに，考える対象を明確にし，全体の数と成功した数を把握するために必要であると考えた。その後，体育館へ移動しペアを作り実際にシュートをして友達の結果を記録した。投げる回数はペアで相談して投球した。

2時間目は結果を記録した図的表現をもとに，成績を表す方法を考えることを目的とした。

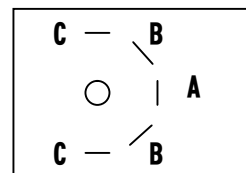


図3 ゴールと投球場所

(4) 図的表現に関わる働きかけ

割合の意味理解に図的表現を活用できるように、教師からの働きかけを次のように設定した。

- ① 図的に表現する必要感をもたせる課題提示を行う。
- ② 図的表現には、問題に対する自分の考え方を表すようにさせ、多様な図的表現を促す。

3 授業の実際

(1) 最初の図的表現（○×による図）

1時間目には、図的表現は○×での記録や表などシュートの結果を記録するもの（図4）として表されていた。このとき抽出児は、成功の回数に着目しており○で表された「部分」のイメージを強くもつことができた。授業後には、「予想はBだったが、私はAがいっぱい入った」と記述していた。

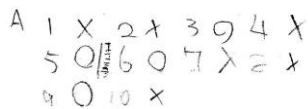


図4 最初の図的表現

2時間目の結果の発表場面では、最初に投球回数5回（図5）、投球回数10回、投球回数11回の児童が発表した。図的表現は全て○×によるものだった。

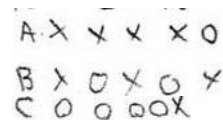


図5 発表場面で示された図的表現

○×による記録が他の児童から紹介されたことで、抽出児の意識はさらにシュートが成功した回数に集まった。教師からの「やった回数は関係あるのかな」という問いに学級の他の児童らは「ない」「ない」と答えていた。この時点では、全体には着目していない様子だった。

この後、比べるためにはみんなが同じ回数にそろえる必要があることを他の児童が発言した。このとき、全体の回数に着目する手がかりが得られていた。

話し合いの場で、○×の図的表現を比較したことで、投げた回数が違ったことに着目し、抽出児は全体の回数をそろえる必要感をもった。

(2) 1回目の図的表現の変化（○×による図→手続き図）

その後、抽出児は、全体の回数をそろえなくても比べられる方法を考え始めた。

まず、実際の投球結果ではないが、例えを挙げて、全体の半分になる場合に比較できることを手続き図によって説明しようとした。手続き図をかき、それを示しながら「(仮に) Aさんは2回中1回入って、Bさんは10回中5回入ったとして、今回はやった回数は全然違うけれど、共通しているっていうのは、何回中何回入ったっていう青の数が緑の数の半分になっています。」と説明した。

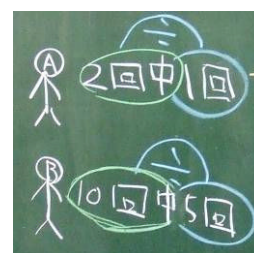


図6 手続き図

抽出児は、半分という割合の考え方を手がかりに、全体と部分の関係を把握しそれを説明しようとした。この発言のときには、他の児童から「絶対0.5になるのか」「ぼくはCのやつで計算してみたら $9 \div 10$ は0.9だったので絶対0.5になる訳じゃないと思う」と発言があった。違う児童から「Sさんが言いたいことは、例えば2回中1回入ったらということじゃないですか。」と同意する意見も出たが、抽出児は説明するのを止めた。

(3) 2 回目の図的表現の変化 (手続き図→数直線)

その後, 他の児童から○●による図 (図 7) と分数が紹介された。この図では, 丸の数で全体の数ができ, ●の数で部分の数が表されていた。この 2 つの表現によって部分と全体の視点が得られ, 自分のワークシート上でも○×による図 (図 8) を同じようにかいた。さらに, ○●図の児童から, 「5 回投げたうちの何回入ったかというのを」という発言があった。イメージを明確にもったことで, 抽出児は, 数直線に表現を変え (図 9) 「ここからここまでが 5 回投げたから投げた回数になっていて, A が 2 回入っているから, ここからここまでが回数になっているから」と発言した。

多様な表現を保障したことで, 抽出児は, 図的表現を変化させながら, なぜ部分-全体の関係が必要なのかを説明していった。



図 7 ○●による図



図 8 ○×による図

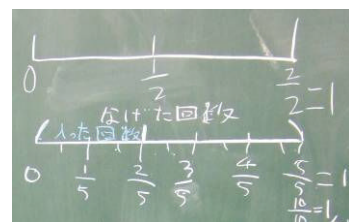


図 9 数直線

4 研究の考察

児童の図的表現の変化と変化の要因は図 10 のようにまとめられる。

(1) 最初の図的表現

最初の図的表現は○×によるものであった。このとき, 児童の意識はシュートが何回入ったかに集まった。どの方向から投げると入りやすいかという問題意識から, シュートが入った回数だけを比較していたものと考えられる。

学級の話し合いでは投げた回数が異なる結果の紹介があったが, この段階では, 投げた回数に関係あるのかという教師からの問いに児童らは関係ないと答えていた。一方, 話し合いの中では, 比べるためにはみんな

が同じ回数にそろえる必要があることを他の児童が発言していた。全体の回数は関係ないとした意見とは相反するが, 回数をそろえれば比べやすいという意識はあった。

この時点の児童は部分の数値に強く意識が向いていたが, 一方の数値をそろえて他方で比較する考え方もしていた。部分の数に着目した差による比較の意識が強かったといえる。

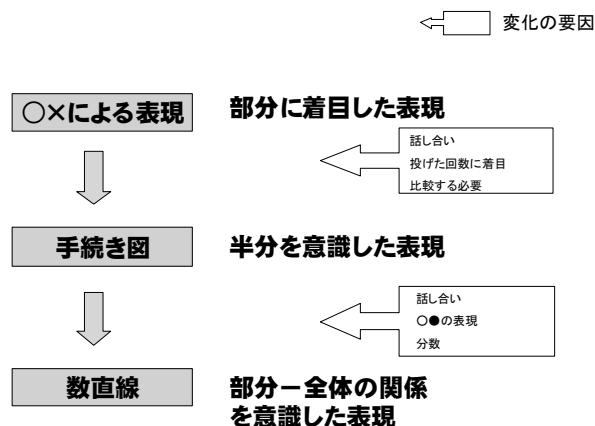


図 10 抽出児の図的表現の変化

(2) 1 回目の図的表現の変化

その後、抽出児は、全体の回数が異なっても比べる方法を考え、全体の半分になる場合に比較できることを手続き図によって説明しようとした。

この場面で抽出児は、自分の問題に対する把握の変化を、図的表現を変えることによって説明した。手続き図をかき、生活の中で使われる割合の考え方「半分」をもとに部分と全体の数を取り上げたのである。このとき、仮の数として、部分の 1 回とともに全体の 2 回が現れ、また、部分の 5 回とともに全体の 10 回という新しい数値が現れた。そして、 \div という記号も新しく表現された。抽出児は、部分と全体に着目して数値を見始めていた。

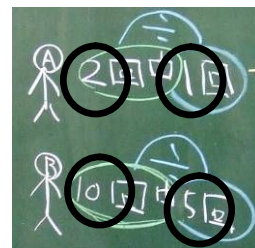


図 1.1 新しい数値

しかし、わった結果が 0.9 になることもあると他の児童から反論された抽出児は説得することをあきらめていた。全体と部分の関係を図と \div という記号で表していたが、半分以外の割合がうまく表現できなかつたものと考えられる。

したがって、「半分」の考え方は、部分と全体の量が比較のために必要であることを想起させ、部分だけでなく、全体の量に意識を向けるために役立ったといえる。このような「半分」を割合の見方のきっかけにした児童の姿は、同じ割合に焦点を当てた割合指導を行った早川(2003)⁽⁸⁾の研究にも見られ、児童が「半分」を安定した根拠として用いようとするのがわかる。「部分を含む全体」の意識をもち、部分-全体の関係を児童が把握するためには、まず、この「半分」を意識し、把握したことを図に表現する段階を教師の働きかけとして組織する必要がある。

(3) 2 回目の図的表現の変化

授業の後半では、他の児童から○●による図と分数が紹介されたことをきっかけに、抽出児は数直線に表現を変え、全体の回数が違っても比較できることを説明した。

話し合いの場面において異なる図的表現を見たことで、イメージが明確になり、部分-全体の関係が確かになったといえる。多様な表現を促したことで、抽出児は、図的表現を変化させながら、比較するためになぜ部分-全体の関係が必要なのかを説明していった。

最初に自分の場面把握をまず表現する場面を作り、多様な図的表現を促したことで、抽出児は「全体の回数が違う場合も比べられるか」という問いを解決する手がかりを得ていた。そして、部分に着目していたときの差による比較から、割合による比較へ比べ方を変え、表現を変える必要感をもつことができた。抽出児は、3(1)から(3)のように、それぞれの図的表現のよさを経た意味理解の変化の過程を表現していた。最後に数直線に図的表現を変えたことは、○×のまま比較するよりも、部分-全体の関係が明確になる数直線の方が説明しやすかつたためと考えられる。

抽出児は、部分に着目する図的表現から、割合のイメージを表す手続き図を経て、部分-全体の構造を表す構造図(数直線)へと表現を変化させ、割合の概念をつかんでいった。

5 まとめ

現状では, 割合の学習で数直線を用いるのに困難を抱く児童の場合, 部分-全体の関係が把握できていない場合が多い。本授業実践からは, 児童は部分には自然に目を向けているが, 部分を含む全体に意識が向いていないことが明らかとなった。

そこに意識を向かせるためには「半分」の考えや○●による表現が必要だったが, 数直線を初めから与える指導の場合では, 部分を含む全体に目がいきにくいと考えられる。解決の主体である児童が自ら考えていくためには, まず, 問題把握を図に表し, その図的表現を対象に検討し, 新しい把握ができるようにしていく必要がある。そして, 児童の必要性に応じて図的表現を抽象化し, 数直線に表すという過程を大切にしていかなければならない。

※本稿は, 第 91 回全国算数・数学教育研究(京都)大会の発表資料を加筆・修正したものである。

引用・参考文献

- (1) 中村享史(2002) 割合指導に関する研究の動向と今後の方向 日本数学教育学会誌 第 84 巻第 8 号 pp.14-21.
- (2) 中原忠男(1995), 「算数・数学教育における構成的アプローチの研究」, 聖文社 pp.232-233.
- (3) 吉田甫 河野康男(2003) インフォーマルな知識を基にした教授介入:割合の概念の場合 科学教育研究 Vol. 27 pp.111-119.
- (4) 間嶋 哲(2004) 『数学的表現力 6 年間でつける「かく力・話す力・読む力」』学事出版.
- (5) 文部科学省(2008), 「小学校学習指導要領」, 文部科学省 pp.18-27.
- (6) 布川和彦(2000), 「数学的問題解決における図と情報の生成」, 上越数学教育研究第 15 号, 上越教育大学数学教室, pp.9-18.
- (7) 廣井弘敏(2003), 「小学 5 年生に見られる図による問題把握」, 日本数学教育学会誌 85(6), 日本数学教育学会, pp.10-19.
- (8) 早川健(2003), 「「同じ割合」に焦点を当てた割合指導の導入」, 日本数学教育学会誌 85(12), 日本数学教育学会, pp.23-30.