

小学校算数における反省的活動に関する研究 : 演繹的説明を行った児童の考えの変容に着目して

新潟大学大学院 教育学研究科
教科教育専攻 数学教育専修
柏川陽祐

はじめに

(1) 小学校算数における反省的思考の意義と困難性

近年のわが国の数学教育においては, Piaget の発生的認識論に端を発する構成主義的認識論に立脚した教育が行われている。構成主義的認識論とは, 「知識は, 認識主体が対象に働きかけることによって能動的に構成するもの」(中原, 1999, P.1) であるとする立場である。したがって, 構成主義的認識論の立場に立って数学的概念の理解を捉えようと, 児童は, 操作的活動を行う中で数学的概念を理解していくと捉えることができる。数学的概念は, 極めて抽象的な概念であるので, 具体物の操作や観察から直接理解することはできない(中原, 1995)。そこで, 直観的に捉えた数学的概念を反省的に捉えなおすことで, 数学的概念を抽象・一般化・論理化し(中原, 1995), 自身の数学的体系(シエマ)に体系化する必要がある(RR. スケンプ, 1961)。この意味で, 数学の理解において反省的思考は重要な役割を果たすといえる。

中原(1995)は, 構成的アプローチにおける教授・学習の重要な方法的原理として, 反省的思考をその授業過程モデルに位置づけている。また, 反省的思考について「子どもたちにとって反省的な思考をすることはそれほど簡単なことではな」(P.140)いと述べており, 反省的思考を児童が自発的に行うことが困難であることが伺える。

反省的思考は操作的活動を前提とした思考であるので, 直観的活動を対象とした反省的活動はこれと構造が類似している。したがって反省的活動において, 反省的思考が働いていると考えられる。しかし, 反省的思考を他者から直接観察することは不可能であり, これを促すように指導を行うためには, 他者から観察することができるようにする必要がある。したがって, 反省的活動を考察することで活動中の児童の思考の過程を明らかにし, その思考過程に基づいて指導の手立てを提案することが必要であろう。

(2) 本研究の目的と方法

本研究では, 反省的活動に関する先行研究の中でも, 説明する活動に関する先行研究に焦点を当てることとする。この理由は後で詳述することとする。説明する活動に関する先行研究について, 小学校を対象とした研究が十分に行われていないという現状が指摘できる。説明する活動に関する先行研究は, 話し手の根拠についての先行研究(たとえば, 松井(2008)など)や, 聞き手に関しての先行研究(たとえば, 仮屋園(2006)など)が見られる。

しかし, 先行研究において, 小学校算数の説明する活動に対して演繹的推論を活用した

先行研究が少ないという現状が見られる。つまり，児童が演繹的な説明を行えるのかという実態や，児童の思考の変容過程についての研究が行われておらず，これを指導するための有効な手立てが提案されていないということが課題として挙げられる。そこで本研究は，以下のことを研究目的とする。

表 0-1：研究目的

演繹的説明を行った児童の思考の変容過程とその変容の要因を明らかにすることで，変容の要因に基づいた指導のあり方を提案すること

そして，本研究の目的から，研究内容は以下のように整理される。

表 0-2：研究内容

研究内容(1)：反省的活動に関する先行研究の課題の指摘
 研究内容(2)：説明する活動に関する先行研究の課題の指摘と，演繹的説明の定義
 研究内容(3)：演繹的説明の実態に関するインタビュー調査と活動の実態の分析
 研究内容(4)：演繹的説明を促す指導のあり方の提案

1. 反省的活動に関する先行研究の課題

1-1 反省的思考に関する基礎的研究

数学的概念は極めて抽象的，系統的であるので，具体的な事象から直接理解することはできない。したがって反省的思考を行うことで数学的概念を理解していく必要がある。そこで本節では算数・数学の理解において重要である反省的思考を，先行研究を参考に定義することとする。

反省的思考に関する主要な先行研究として，本研究では中原(1995)，小山(1991)，Wittmann(1981)を取り上げる。この先行研究における反省的思考の定義を，その思考の対象と目的という観点で整理すると以下のように整理することができる。

表 1-1：反省的思考の定義の比較

【対象】

中原：事前に行った具体物の操作や，頭の中で操作したこと

小山：自らの無意識的な活動や操作

Wittmann：対象や対象に対する操作

【目的】

中原：その本質の抽象・一般化・論理化

小山：図や言葉によって表現する

Wittmann：一般的な関係や手法の明示的な定式化や一般的な基礎付け

反省的思考の対象として，事前に行った活動や操作を対象としていることが分かる。これは具体物を用いた操作に加えて念頭操作も含まれている。しかし反省的思考の対象とな

る活動や操作は「無意識的」に行われているという特徴があることから、これを考察対象として意識化する必要があるといえる。

一方で定義によって反省的思考の目的の表現は異なるが、数学的本質の「抽象・一般化・論理化」を行うことでこれを「明示的」に示すことを目的としていると捉えることができる。また、これを表現するために「図や言葉」を用いることが必要であるといえる。

以上のことから、先行研究の定義に基づいて反省的思考を捉えると、「対象への操作の過程と結果」を対象としており、その操作が含有する数学的概念の「抽象・一般化・論理化」を目的とする思考であるといえる。そこで本稿では、反省的思考を以下のように捉えることとする。

反省的思考：対象への操作の過程と結果に注意を向けることで、数学的概念を抽象・一般化・論理化する思考

ところで中原(1995)は、構成的アプローチにおける授業過程モデルの設定において、操作化と反省化との間に飛躍があることを指摘し、「子どもたちにとって反省的な思考をすることはそれほど簡単なことではな」(P.140)いと述べている。また、「教師は、……操作化の段階の教具や学習場面よりも、活動や抽象のレベルを高めたものを用意することが求められる」(P.142)と指摘している。このことから、反省的思考が自発的に行われることは困難であり、そのために教師が工夫することが必要であるといえる。

しかし、反省的思考は他者から直接観察することは不可能であり、これを促すような指導のあり方を提案するためには、他者から観察することができるようにする必要がある。また、反省的思考は操作的活動を前提とした思考であるので、直観的活動を対象とした反省的活動において反省的思考が働いていると考えられる。そこで本稿では、反省的活動の過程を分析することで、活動中における児童の思考の様相を捉えていくこととする。

1-2 先行研究に基づいた直観的活動と反省的活動の定義

反省的思考に関する先行研究はいくつか見られるが、その中での直観的活動と反省的活動の捉え方が曖昧であった。本研究では反省的活動を授業過程における位置づけと捉え方を統一する必要がある。そこで本研究では、直観的活動と反省的活動を、活動の目的・対象・方法の観点で先行研究の定義を整理し、以下のように定義する。

直観的活動：対象の背後に隠れた一般的な型を発見したり確立したりするために、学習課題を対象に、操作的活動を行うこと。

反省的活動：学習課題の抽象・一般化・論理化のために、直観的活動や操作の過程と結果を対象に、話し合い活動や記述表現活動を行う

以上のように直観的活動と反省的活動を定義し、これらの授業過程における位置づけを考える。

直観的活動においては学習課題を対象として操作的活動を行い、操作対象のふるまいを

捉えていく。つまり学習課題に対して直接働きかける場面に相当し、自力解決の場面と言い換えることができる。中原(1995)の構成的アプローチに基づく授業過程モデルでいえば、「意識化」と「操作化」に位置づく活動であるといえる。

一方で反省的活動においては直観的活動や操作の過程と結果を対象として他者との関わり合いを持ち、対象の抽象・一般化・論理化を行う。つまり直観的活動を受けて活動する場面に相当し、話し合いや練り上げ、説明といった場面と言い換えることができる。中原(1995)の構成的アプローチに基づく授業過程モデルでいえば、「媒介化」、「反省化」、「協定化」に位置づく活動であるといえる。

1-3 反省的活動に関する先行研究の概観

本節では、授業場面において反省的活動に位置づけられる先行研究を概観し、先行研究における研究分野について整理していく。その上で反省的活動の中でも説明する活動に焦点化していくこととする。

反省的活動に関する先行研究を概観していく中で、これをいくつかのグループに分類することができた。

表 1-2: 反省的活動に関する先行研究の分類

グループ①：話し合い
グループ②：説明と証明
グループ③：問題解決の類型
グループ④：授業構成

以上のように、反省的活動に関する先行研究はいくつかのグループに分けられることができる。それぞれのグループを大きく区分すると、グループ①、②は児童・生徒の学習活動の様子に焦点化した研究であり、グループ③、④は教師の授業中の活動に焦点化した研究であるといえる。算数・数学の理解においては反省的思考を促すように指導を行うことが必要であるので、概念理解を促す指導の手立てを考案するためには、児童の思考を明らかにすることが有効であろうと考えられる。

その一方でグループ①の先行研究においては小学校算数に注目した研究が多く展開されているのに対して、グループ②の先行研究においては小学校算数に注目した研究が十分に行われていないという課題が見られる。そこで本研究では、反省的活動に関する先行研究の中でもグループ②「説明と証明」に関する先行研究に焦点化し、小学校算数における説明する活動のあり方を考察していくこととする。次章においては、説明する活動に対してさらに詳細に考察を加えることとする。

2. 演繹的説明に関する基礎的研究

2-1 説明する活動に関する先行研究の課題

説明する活動に関する先行研究の課題として、以下の3点が挙げられる。

表 2-1：説明する活動に関する先行研究の課題

- ・表現の変容における「限界の認識」の研究が不足している。
- ・演繹的な説明の小学校における指導について研究が進んでいない。
- ・聞き手の指導に関する先行研究が少ない。

和田(2010)は、説明する活動に対して、「説明の段階では、いわゆる「練り上げ」の段階になっていて、多くの場合がそこでの説明も帰納や類推になっている」(P.23)と指摘し、「説明の段階では、できる限り演繹によるものであるべき」(P.23)であると主張している。ただしここで言う演繹とは、証明のような厳密なものではなく活動的証明を考慮した緩やかな捉え方である。数学的概念の理解という立場から考えても、小学校の説明においても演繹的な説明を行っていくことが重要であると考えられる。

小学校算数において演繹的な説明に対する指導可能性として、今崎(2003)において「演繹的な考え方」の素地を育成する学習の構想が示された。

各学年で めざす 「演繹的 な考え 方」のタ イプ	図形に関 する基礎 的体験を 積む	【タイプ 1】 仮定、定義・定理を根拠とし、 演繹的推論によって 判断する				
		【タイプ 2】 具体的操作や観察によって得られた事実および 定義・定理を根拠とし、演繹的推論によって判断する				
学年	第 1 学年	第 2 学年	第 3 学年	第 4 学年	第 5 学年	第 6 学年

図 2-1：「演繹的な考え方」の素地を育成する学習の構想

図 2-1 によれば、第 4 学年から徐々に具体的操作や観察ではなく仮定、定義・定理を根拠とした「演繹的な考え方」を指導することが望ましいといえる。このことから、中学年以降から「演繹的な考え方」の指導が必要であることが示唆される。

しかし先行研究においては、説明する活動に対して演繹的な考え方を適用した研究が十分に行われていないという現状が見られる。児童が演繹的な説明を行えるのかという実態や、児童の思考の変容過程についての研究が行われていないことから、これを指導するための有効な手立てが提案されていないということが課題として挙げられる。そこで本研究では、研究課題を以下のように設定することとする。

演繹的説明を行った児童の思考の変容過程とその変容の要因を明らかにすることで、変容の要因に基づいた指導の示唆を得ること

2-2 演繹的説明の定義

第1節において、演繹的な説明に関する研究が少ないことを指摘した。そこで本節では、小学校算数における演繹的推論の扱い方を考察した先行研究として、今崎(2003)の「演繹的に考える力」と、Action Proofに関する先行研究に注目することとする。両者の定義を基にして演繹的説明を定義することで、演繹的推論を広義に捉えていく。

2-2-1 今崎の「演繹的な考え方」

今崎(2003)は、演繹的推論の根拠を広義に捉えることで、「演繹的な考え方」の定義を広義に捉えている。本研究では、「演繹的な考え方」の定義を基に演繹的説明を定義していく。「演繹的な考え方」を以下のように定義している。

定義：「ある何かを根拠とし、ある判断を行うこと」

演繹的推論は、関係が必然的な推論であるので、前提には一定の一般性が求められる(前提が結論を内包している必要がある)。「具体的操作や観察」を前提としたとき、厳密に言えば演繹的推論であるとはいえない。しかし「演繹」を広義に捉えると、これが一般的な事例の代表例における具体的操作や観察だった場合は演繹的推論に含まれる。さらに、「具体的操作や観察」を「判断を行うときに働く力」と捉え、演繹的な考え方に反映させている。

また、小学校算数における演繹的推論に関する先行研究として、Action Proofに関する先行研究をあげることができる。演繹的説明を定義するに当たって、今崎(2003)と同様に演繹的推論を広義に捉えているAction Proofを考慮することは有益であろうと考える。そこで「演繹的な考え方」とAction Proofとの関係を明らかにしたうえで、演繹的説明を定義することとする。

2-2-2 Action Proofに関する先行研究

小学校算数における演繹に関する研究として、Action Proofに関する研究が挙げられる。そこで演繹的説明とAction Proofとの関係を考察することで、本稿における演繹的説明の定義を構築する。

先行研究において、Action Proofは次のように捉えられている。

小松(2010)：ある個別の場合を代表的特殊の場合として解釈し、その代表的特殊の場合を通じて具体物に対する諸行為の本質的特徴を提示することによって、事柄が成り立つことを演繹的に示すこと

和田(2010)：具体物や図を用いた説明で、その説明に一般性が見えるもののこと

今崎(2003)の「演繹的な考え方」においては、根拠として観察した事実や性質、具体的操作から得た事実や性質、定義・定理・仮説、学習や学習経験以外の経験を認めている。したがって根拠となるものは図的表現、言語的表現、記号的表現によって表現されるものであるといえる。これに対してAction Proofにおいては具体物の操作という操作的表現を

根拠として認めることで、演繹的推論を広義に捉えている。しかし推論形式においてはどちらも演繹的推論を採用しており、推論形式はどちらも同じであるといえる。

2-2-3 演繹的説明の定義

Action Proofにおける根拠とは、定義・定理・過程に加えて、具体物の操作と観察の結果が含まれる。杉山(1998)のように、物理的な事実・法則も根拠として認めている文献も見られた。このように、Action Proof 具体物の操作を用いた説明を認めていることから、記号的表現に慣れていない児童が演繹的に説明するときには効果的であると考えられる。

また、具体物を使って思考ができるので、自分の考えを他者への伝達を意識して捉えなおすことが容易になるといえる。したがって、説明する活動において Action Proof を活用した説明をすることは、反省的思考を促すことに有効であると考えられる。そこで、演繹的説明の根拠として定義・定理・仮定、具体物の操作と観察、物理的な事実・法則を認めることとする。

以上のことから、演繹的説明の定義を以下のように捉えることとする。

演繹的説明：

「ある事柄が必ず起こる理由を、定義・定理・仮定や具体物の操作と観察、物理的な事実・法則に基づいて、演繹的推論又は観察による判断によって表現すること」

本研究の目的は「演繹的説明を行った児童の思考の変容過程とその変容の要因を明らかにすることで、変容の要因に基づいた指導の示唆を得ること」である。思考の変容を捉えるためには、実際に調査・分析を行うことでこれを明らかにする必要があるといえる。そこで本研究においては児童に対して調査を行い、思考の様子を質的に明らかにすることで、反省的活動における思考の変容過程を明らかにする必要がある。

3. 演繹的説明の実態に関するインタビュー調査の分析

3-1 調査の概要

3-1-1 調査目的

調査問題に対する活動とそれに対する児童同士の説明の様子を記述し、児童が行う説明の実態と、反省的活動における変容過程を明らかにする。

3-1-2 調査方法

調査対象：新潟市内の小学校第6学年の児童10名、2人組み5ペア

調査期間：2011年6月6・7・8・13・14日、昼休み30分間

記録方法：ビデオによる撮影

3-1-3 分析方法

本稿では、木下(2003)のM-GTAに基づいて分析を行うこととする。M-GTAとは、分

析データから概念を質的に生成する分析方法である。統計的処理を行う量的分析とは異なり、分析者による主観的な判断を積極的に取り入れた分析方法であるという点で特徴的である。

M-GTA における分析では、得られたデータから分析の最小の単位（概念）を生成し、概念同士の関連から一定のまとまり（カテゴリー）を作っていく。この大きなまとまりを形成することで、データ全体におけるプロセスを記述するというものである。このとき、「Grounded on Data（データに密着した分析）」（P.98）（括弧は筆者）の原則に基づく質的分析法であるという点で特徴的であるといえる。つまり M-GTA においては概念とデータが常に直結しており、収集したデータの質をそのまま概念として分析に反映できる。

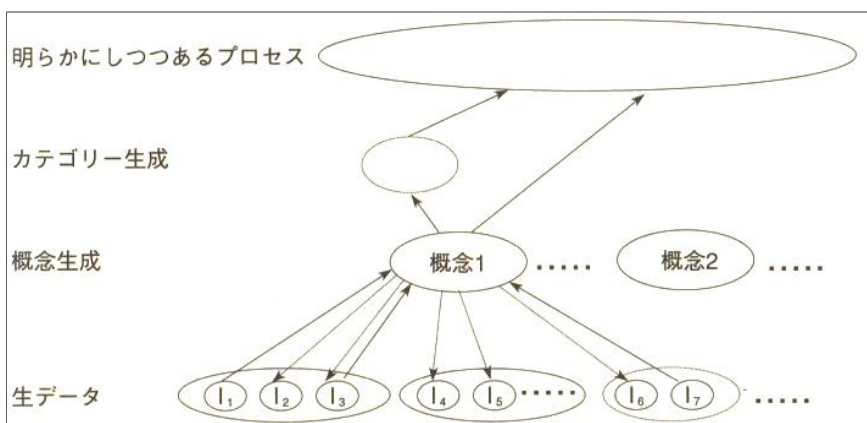


図 3-1：M-GTA における概念生成モデル(木下，2003，P,184)

3-1-4 調査問題について

本調査において、以下のような調査問題を提示する。

数カードが1から7まであります。この7枚のカードを使って、次の2本のたし算の式を作ったとき、最後まで使わずに残ったカードは何でしょう。

$$\square + \square = \square \qquad \square + \square = \square$$

この問題は、佐藤（2005）の「残ったカードは？」という問題を参考にして作成した。1から7までの7つの数のうちから6枚を使って2本の式を作るという活動を行う。したがって、2本の式を作ると1枚のカードが残ることになる。この残るカードを発見させる。この問題では、必ず偶数のカードが残ることになる。

3-2 調査結果

本節では、インタビュー調査の結果を概略としてまとめていく。この中で演繹的説明を

行った児童と行わなかった児童とを分類し、分析対象を絞り込んでいく。

対象児の説明が演繹的説明であったか演繹的でなかったかについて、定義に基づいて判断を行うことで、分析対象児を選定する。定義に基づいて演繹的説明を行ったと判断するために、根拠と判断の2点に注目することとする。

根拠となるものとして、定義では「定義・定理・仮定や具体物の操作と観察、物理的な事実・法則」を採用した。定義・定理・仮定としては、奇数と偶数の性質（奇数+奇数=偶数，奇数+偶数=奇数，偶数+偶数=偶数）とカードの枚数（奇数が4枚，偶数が3枚），式の構造（2枚のカードの和が1枚のカードになる）がこれに当たる。具体物の操作と観察については、カードを動かすことやカードの数字の判断がこれに当たる。

判断となるものとして、定義では「演繹的推論又は観察による判断」を採用した。演繹的推論と観察による判断の違いは根拠による違いに集約されることから、推論形式が演繹的であることがこの条件になる。したがって、「答えがどれもAであるから、必ずAになる」という説明は、演繹的説明には含まれないものとする。

以上の判断基準に基づいて、説明をすることができた対象児9名を「演繹的説明をできた対象児」と「演繹的説明をできなかった対象児」とに分類する。

表 3-1：説明の質に基づく対象児の分類

○演繹的説明をできた対象児 対象児 A, 対象児 B, 対象児 G, 対象児 H
○演繹的説明をできなかった対象児 対象児 C, 対象児 D, 対象児 E, 対象児 I, 対象児 J

以上の分類に基づいて、次節以降で分析を行っていく。ただし、対象児 F は、反省的活動において行った活動が非常に少なく、問題に対する説明を行うことができなかった。そこで対象児 F はこの点を考慮し、本稿では反省的活動に関する考察対象から除外することとする。

3-3 直観的活動に関する分析

本節では、調査結果を基に直観的活動に見られた特徴をラベリングしていく。その上で対象児ごとに直観的活動の様子を整理する。児童の課題解決中の様子を観察する中で、いくつかの共通する特徴があることがわかった。それらの観点から対象児童間に見られる違いを明らかにし、直観的活動の質の違いを明らかにする。

対象児童の活動において、以下のような共通する特徴が挙げられた。

表 3-2：直観的活動の特徴

直 1：ある数を軸として思考する (A,B,C,D,E,F,G)	数の組み合わせを試行錯誤する際に、大多数の児童に見られた特徴である。
-------------------------------------	------------------------------------

直2:カードを意図的に離して置く (A,C,G,I)	組み合わせを考えていく際に、途中で意図的にカードを除外して思考しているという特徴である。
直3:偶数のみの組み合わせを考える (A,C,D,E,F,G,H,J)	試行錯誤の中で、「 $2 + 4 = 6$ 」という偶数のみの組み合わせを考慮しているという特徴である。
直4:特定の数になる組み合わせを考える (C,D,G)	活動途中である数になるような組み合わせを挙げている特徴である。
直5: $1 + 2 = 3$ の組み合わせを考える (A,B,C,D,F,G,H,J)	偶数のみの組み合わせと同様、多くの児童で見られた特徴である。
直6:すべての組を発見したと考える (A,B,G,H)	答えを3つ発見した段階で、カードを動かすことをやめた児童の特徴である。
直7:奇数が余らないことに疑問を持つ	答えを3つ発見した後で、カードを動かしながら活動を続けた児童の特徴である。

対象児ごとに見られた違いとして、「ある数を軸として思考する」という特徴が見られるか否かという違いが挙げられる。前者の直観的活動は計画的であり、効率よく答えを見出すことができる。後者の直観的活動は計画性には乏しいが、自身のセンスやその場の直観的判断、観察による判断によって答えを見出しているようであった。

3-4 反省的活動に関する分析

次に、調査結果を基に反省的活動に見られた特徴をラベリングしていく。その上で対象児ごとに反省的活動の様子を整理する。

なお本稿では、反省的活動が開始されてから説明を行うまでの範囲における変容過程を考察対象とする。したがって、以下では、対象児が説明を行うまでの反省的活動について考察を行っていくこととする。

対象児全体の反省的活動の様子を分析し、反省的活動において見られる特徴を挙げる。

表 3-3: 反省的活動の特徴

反1:偶数のみの組み合わせを考える (A,B,C,D,E,G,H,I,J)	すべての児童に見られた特徴である。この特徴が発生するまでの過程とその後の活動は対象児ごとに異なる。
反2:奇数と偶数の和のパターン(全体) (A,B,H)	演繹的説明を行った児童に見られた特徴である。奇数と偶数の和のパターン(「偶数+偶数=偶数」「奇数+偶数=奇数」「奇数+奇数=偶数」)を全て取り上げて記述した特徴である。

反 3 : 奇数と偶数の和のパターン (部分) (C,D,I)	1-2とは違い, 奇数と偶数の和のパターンのうちから直観的活動で有効だったもの(「奇数+偶数=奇数」「奇数+奇数=偶数」)だけを記述した特徴である。
反 4 : 直観的活動の結果を再現 (B,D,E,G,H,I,J)	多くの児童に見られた特徴。カードを動かすことで, 得られた答えを再現している姿を指す。
反 5 : 直観的活動の結果を参照 (A,B,C,D,E,G,H,I,J)	すべての児童に見られた特徴である。自分の活動の様子をふり返る事で, 偶数が残る必然性を示そうとしている姿である。
反 6 : 奇数と偶数の枚数の共通点 (記述) (C,D,H,I,J)	直観的活動で得られた式に含まれる偶数と奇数の枚数に注目し, メモとして記述している姿である。
反 7 : 式の数にルビを振る (C,J)	直観的活動で得られた式に対して, 偶数と奇数に分類する目的で, 「ぐ」「き」とルビを振る姿である。
反 8 : 考えをメモする (B,C,H,I)	反省的活動中に思いついたことをその都度メモとして記入している姿である。
反 9 : メモに印をつける (A,B,C,D,E,H,I)	直観的活動と反省的活動のメモのうち, 注目した箇所に対して印をつけている姿である。
反 10 : 偶数のみの組み合わせを排除 (A,B,H)	演繹的説明を行った対象児のみに見られた特徴である。奇数と偶数の和のパターンとしてあげた組み合わせの中から, 直観的活動の結果またはカードの枚数を根拠としてこれを排除する姿が見られた。

本研究では, 見られた特徴とそれが見られた順を対象児ごとにまとめることとした。直観的活動と反省的活動において対象児が行った行動を時系列で整理することで, 対象児が行った直観的活動と反省的活動を記述することができた。これを踏まえ, 演繹的説明を行った対象児に焦点化して分析を行うことで, その考えの変容過程を明らかにしていく。

4. 演繹的説明を行った児童の考えの変容に関する考察

4-1 演繹的説明を行った児童の変容過程

まず, 演繹的説明を行った児童に焦点を当てて考察を行うこととする。演繹的説明を行った児童の反省的活動に見られた共通の変容の様子を捉えていくことで, 反省的活動における思考の変容過程を明らかにする。なお本稿では, 反省的活動が開始されてから説明を行うまでの範囲における変容過程を考察対象とする。したがって, 反省的活動の中でも限定された範囲における変容過程を明らかにすることとする。

しかし対象児 G については, 反省的活動で見られた行動が非常に少なく, 考察を行うには資料が不十分であった。そこで対象児 A,B,H の 3 名の反省的活動の様子を考察対象とし

て、変容過程を明らかにする。反省的活動に見られた特徴を時系列ごとに記述することで、活動中の対象児の考えの変容を記述した。そこで記述された反省的活動の過程に見られる共通点を抽出することで、演繹的説明を行った対象児の考えの変容過程を明らかにする。

4-1-1 変容過程Ⅰ：直観的活動における多様な考えを整理する

演繹的説明を行った対象児3名は、直観的活動の様子を振り返る（反4，反5）ことで、奇数と偶数の和のパターンを3つ発見していった。反省的活動を開始した直後に、自分の直観的活動の結果を振り返るといった特徴が見られた。これは反省的活動の特性上当然のことといえるが、偶奇性を念頭に置いて反省的活動を行っていたという点で特徴的であるといえる。それぞれの対象児は、直観的活動における規則的な探究で行った考えを、偶数と奇数とを区別しながら捉えなおすことで、式のパターンに注目して捉えなおしていった。奇数と偶数の和のパターンを全て発見するというのは、直観的活動において考えていたことを捉えなおし、整理することに他ならない。

4-1-2 変容過程Ⅱ：有効な考えを選別する

ここで見られた特徴は、偶数のみの組み合わせを想起する（反1）ことと、それに伴って偶数のみの和のパターンを排除する（反10）ことだった。変容過程Ⅰにおいて整理した多様な考えの中には、失敗した例が含まれていることが考えられる。そこで変容過程Ⅱにおいて、説明に有効でない考えを排除することが必要になる。この時点で「偶数のみの和のパターン」を排除する根拠としては、「直観的活動において組み合わせを作ることに失敗した」という事実だった。直観的活動において「偶数のみの組み合わせを考える」という特徴を満たしていたことから、反省的活動において「残りのカードを考慮する」という別の視点から捉えなおすことで、パターンを絞り込むことができた。

4-1-3 変容過程Ⅲ：選別した根拠を裏付ける

変容過程Ⅱにおいて、対象児は説明に有効でない考えを排除している。しかし「有効でない」と評価した後で、対象児B,Hはさらにカードの枚数に注目して活動を行っていた。つまり、一時的に直観的活動の結果を根拠として「偶数のみの和のパターン」を排除した後で、それに対する裏付けを行っていると捉えられる。

対象児B,Hは、変容過程Ⅲにおいて、対象児は変容過程Ⅰにおいて整理した考えを、「カードの枚数」に注目して捉えなおしている。この中で有効なパターンの式では奇数が2枚、偶数が1枚使われるという事実を発見した。それに対して「偶数のみの和のパターン」は偶数を3枚使うことを自覚し、カードの枚数からこれを排除する説明を確立したと考えられる。

4-1-4 反省的活動における思考の変容過程

これらを踏まえて、演繹的説明を行った対象児の反省的活動の図式を一般的に表現すると、以下のように表現することができる。

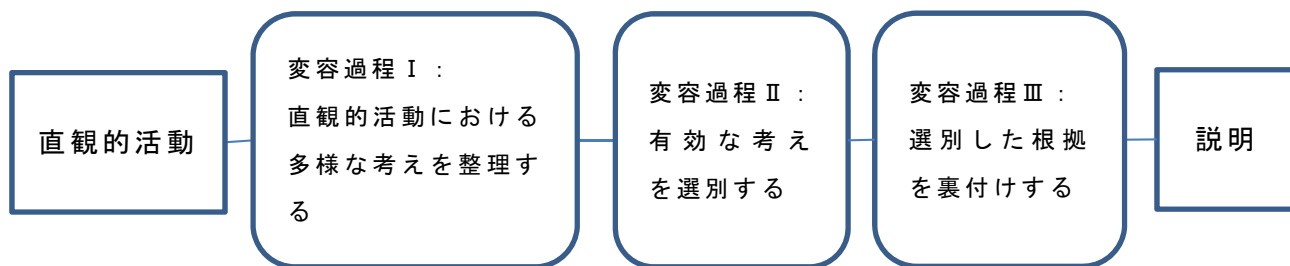


図 4-1: 演繹的説明を行った対象児の考えの変容過程

4-2 演繹的説明を行った児童の変容の要因

本節では、演繹的説明を行った児童の変容過程における変容の要因を特定する。まずそれぞれの変容過程に着目し、演繹的説明を行った対象児と演繹的説明を行わなかった対象児との比較考察を行うことで両者の差異を明らかにする。明らかになった差異に注目することで、変容の要因を特定していく。

4-2-1 変容過程Ⅰにおける変容の要因

演繹的説明を行った対象児は、直観的活動の様子を反省的に捉えなおすことで偶数と奇数の和のパターンとして、直観的活動の考え方を変容させることができた。

対象児 A は一度帰納的に直観的活動の様子を捉えなおしているのに対して、対象児 B,H は直観的活動の様子から直接 3 つのパターンを発見しているという違いが見られた。演繹的説明を行わなかった対象児が帰納的にパターンを発見していることを考慮すると、対象児 A の反省的活動は注目に値する。

対象児 A と、演繹的に変容が見られなかった対象児との直観的活動における大きな違いとして、「偶数が余る」という予測を行っていたということが指摘できる。これは変容が見られなかった対象児には見られなかった姿であり、この予想を立てていることが直観的活動と反省的活動に影響を与えていたと考えられる。また両者における大きな違いとして、反省的活動が挙げられ、それは「偶数のみの組み合わせ」の取り上げ方の違いであった。対象児 A は、「奇数+奇数=偶数」というパターンを発見した後で、「 $2 + 4 = 6$ 」の組み合わせを想起した。これを想起した直後に「偶数+偶数=偶数」というパターンを記入していることから、対象児 A は、「 $2 + 4 = 6$ 」を重要な要素の一つとして扱っていたと考えられる。

直観的活動の考え方を反省的活動において捉えなおしていくのであるから、直観的活動において有効でなかったという事実についても捉えなおす必要がある。対象児 A はこれを暗黙的に自覚していたことから、反省的活動において「偶数+偶数=偶数」というパターンを取り上げることができたと考えられる。つまり、「直観的活動における失敗例」に対する扱いの違いによって、変容の違いが生じていたといえる。

対象児 A と変容が見られなかった対象児との比較考察から、「偶奇性による捉えなおし」について、以下のような変容の要因が指摘できる。

変容の要因：直観的活動の結果を偶数と奇数とを区別して捉えなおす
直観的活動で予想を立てる
直観的活動における失敗例を取り上げる

ただし「直観的活動で予想を立てる」については直観的活動における要因であるので、反省的活動における要因ではなく、直観的活動における要因として取り上げることとする。

4-2-2 変容過程Ⅱにおける変容の要因

演繹的に変容が見られた対象児においては、3つのパターン（奇数+奇数=偶数，奇数+偶数=奇数，偶数+偶数=偶数）から偶数のみの組み合わせを不適當であると判断する姿が見られた。この変容の過程において、対象児3者は共通して、直観的活動の結果を参照することで「偶数+偶数=偶数」のパターンを排除していた。しかしこの時点では「直観的活動において組み合わせを作ることに失敗した」という事実を根拠としている。このことから、変容過程Ⅱにおいて以下の要因を新たに特定した。

変容の要因：事実を根拠として考えの有効性を判断する

4-2-3 変容過程Ⅲにおける変容の要因

説明後のインタビューにおいて、帰納的に説明する例（2，4，6が残る場合を示し、偶数が残ると結論付けた例）を提示し、それに対して評価をしてもらう場面を設定していた。このときの対象児には、直観的活動の考えを捉えなおす際に、偶数が残るという事実に対する必然性を重視している姿が見られた。特に対象児Hについては、「偶数になる理由じゃなくて、やり方みたいな感じがする」「解説というか、結果答え、そんな感じになっているので、違うと思います」と発言していることから、直観的活動の様子を記述するだけでは不適當であると考えていることがわかる。一方で演繹的説明を行わなかった対象児については、説明の分かりやすさを重視している姿が見られた。変容過程Ⅲにおいて、演繹的説明を行った対象児は変容過程Ⅱにおける判断の根拠が直観的活動の結論であったことに対して、必然性を示すための根拠として不十分であると判断している。そこで変容過程Ⅲにおいてカードの枚数に注目することで説明を確立していった。

以上のことから、必然性を重視して直観的活動の考えを捉えなおすことが変容の要因として考えられる。

変容の要因：説明に必然性を重視する

また、対象児B,Hは、変容過程Ⅲにおいて、対象児は変容過程Ⅰにおいて整理した考えを、「カードの枚数」に注目して捉えなおしている。この中で有効なパターンの式では奇数が2枚，偶数が1枚使われるという事実を発見した。それに対して「偶数のみの和のパターン」は偶数を3枚使うことを自覚し、カードの枚数からこれを排除する説明を確立したと考えられる。

以上の対象児 B,H の反省的活動の分析から、「選別した根拠を裏付けする」について、以下のような変容の要因が指摘できる。

変容の要因：有効でなかった考えに注目する
問題の条件を整理し、妥当な考えを抽出する

4-2-4 演繹的に変容する要因

本章で特定した変容過程とその変容の要因について端的にまとめると、以下の表のようにまとめることができる。

表 4-1: 演繹的説明を行った児童の考えの変容過程と変容の要因

変容過程Ⅰ：直観的活動における多様な考えを整理する
①直観的活動における考えを抽象的に捉えなおす 直観的活動で得られた考え方を抽象的な表現で捉える
②直観的活動における失敗例を取り上げる 直観的活動で有効でなかった事例を取り上げ、再度検討する
変容過程Ⅱ：有効な考えを抽出する
③事実を根拠として考えの有効性を判断する 直観的活動の事実を根拠として、有効だった考えを抽出する
変容過程Ⅲ：選別した根拠を裏付けする
④説明に必然性を重視する 反省的活動において必然性を示すことを重視する
⑤有効でなかった考えに注目する 変容過程Ⅰで整理した直観的活動の考え方の中から、解決に有効でなかった考えに注目する
⑥問題の条件を整理し、妥当な考えを抽出する 変容過程Ⅰで整理した直観的活動の考え方の妥当性を判断するために、 問題の条件を整理し、整理した考えの中から有効な考えを抽出する
直観的活動：得られる答えの予想を立てる
⑦直観的活動で予想を立てる 直観的活動において、得られる答えを予想しながら解決を行う

4-3 変容における困難点

4-3-1 変容過程Ⅰ：直観的活動における多様な考えを整理する

演繹的説明を行った対象児 3名は、反省的活動において「 $2 + 4 = 6$ 」という偶数のみの組み合わせを考察対象としていた。これに対して演繹的説明を行わなかった対象児については、反省的活動において偶数のみの組み合わせを考察の対象として取り上げることができなかった（反省的活動の特徴 1が見られなかった）。つまり「偶数+偶数=偶数」とい

う組み合わせを取り上げなかったことで、演繹的説明の根拠となる「偶数と奇数の和の組み合わせ」をすべて取り上げることができなかったといえる。したがって、このことは、演繹的な変容に対して大きく影響している点であると考えられる。この点については、変容の要因③と関連させたうえで再度触れることとする。

以上のことから、変容における困難点として以下のものが指摘できる。

困難点 1 : 直観的活動における考えをすべて取り上げる

4-3-2 変容過程Ⅲ：選別した根拠を裏づけする

演繹的説明を行った対象児 3 名は、直観的活動の結果を根拠として判断したあと、この根拠の裏づけを行うためにさらに活動を続けていた。演繹的説明を行わなかった対象児についても同様の活動を行っているようであったが、変容過程Ⅲにおける活動における目的に違いが見られた。この違いは説明後のインタビューにおける、演繹的でない説明の例に対しての発言に見られた。

演繹的説明を行った対象児は、「ほかの組み合わせが成り立たない」ということの理由の説明が不足していることを指摘している。また、この点に関して「結果としてそうなった」だけであるという解釈を行っている。つまり、説明に対して必然性を重視して考えていることが分かる。

一方で、演繹的説明を行わなかった対象児は、必然性よりも「わかりやすい説明」であることを重視して説明を捉えていることが分かる。また、対象児 C の発言において、自分の説明と質的に同一のものになっていることを自覚する姿も見られた。

以上のように「必ず偶数になる理由」の説明において、演繹的説明を行った対象児と演繹的説明を行わなかった対象児との間に目的意識の相違があることが分かる。同様の行動を行ったうえで説明の違いが現れたのは、この変容の要因が影響していると考えられる。このことから、変容における困難点として、「必然性を重視して考えること」が指摘できる。

困難点 2 : 必然性を重視して考える

4-3-3 直観的活動：得られる答えの予想を立てる

演繹的説明を行った対象児と演繹的説明を行わなかった対象児の直観的活動の様子を比較すると、直観的活動の特徴 6 と 7 について大きな違いが見られた。つまり、演繹的説明を行った対象児は偶数以外が残らないと考えており（特徴 6：すべての組を発見したと考える）、演繹的説明を行わなかった対象児は奇数が余るのではないかと活動を続けていた（特徴 7：奇数が余らないことに疑問を持つ）。このことから、直観的活動において予想を立てながら活動を行うことが、対象児の説明の質に影響していると考えられる。従って、変容における困難点として、「直観的活動で予想を立てる」ことが指摘できる。

困難点 3 : 直観的活動で予想を立てる

以上のことから、演繹的説明における困難点として、以下の3点を指摘する。

- 困難点1：直観的活動における考えをすべて取り上げる
- 困難点2：必然性を重視して考える
- 困難点3：直観的活動で予想を立てる

4-4 演繹的説明を促す指導のあり方

4-4-1 困難点1：直観的活動における考えをすべて取り上げる

直観的活動における考えをすべて取り上げることが困難である理由として、2つ挙げられる。

一つ目は、直観的活動における考えを反省的活動で想起することが困難であることである。直観的活動と反省的活動の目的がそれぞれ異なることから、児童は反省的活動を行う際に考えを切り替える必要がある。そのため直観的活動で行っていた考えをすべて取り上げる際に困難が生じると考えられる。そこで直観的活動における自身の考えを後で参照できるように工夫する必要があるといえる。

二つ目は、直観的活動の結果の有効だった考えにどうしても注目してしまい、有効でなかった考えに対して無自覚的であることである。対象児の中で「偶数+偶数=偶数」の組み合わせを想起・再現していたものは演繹的説明を行ったものだけであり、演繹的説明を行わなかった対象児は想起していないようだった。これは反省的活動において直観的活動の考えを整理する際に、「直観的活動で有効だったか否か」を根拠として判断していることが原因であると考えられる。反省的活動の対象が「直観的活動の過程と結果」全体であることを考えると、有効でなかった考えについても十分に検討することが必要であるといえる。

以上のことから、困難点1に対する指導のあり方として以下のようなものが考えられる。

- 指導1：直観的活動における考えを参照できるように工夫する。
- 指導2：有効性の検討の前に、直観的活動における考えを整理させる。

4-4-2 困難点2：必然性を重視して考える

必然性を重視して考えることが困難であることの理由として、2つ挙げられる。

一つ目は、直観的活動の結果が児童にとって極めて重要な判断基準になることである。小学校算数においては事象や文脈に依存して指導を行っていくことから、児童の判断基準として「直観的活動で失敗した」という事実が強い影響を与えると考えられる。これに対して演繹的説明を行うためには、説明のための根拠を事実ではなく抽象的・概念的なものを採用する必要がある。

演繹的説明を行った対象児も、変容過程Ⅱにおいては直観的活動の結果を根拠として考えの有効性を判断している。これに対して変容過程Ⅲにおいては、変容過程Ⅰにおいて抽象的に表現し直した考えを根拠として有効性を判断している姿が見られた。この意味で変容過程Ⅱと変容過程Ⅲは水準が異なると考えられ、演繹的説明を行う際に困難が生じると

考えられる。

二つ目は、児童は説明を行う際の伝わりやすさを重視しがちであることである。説明する活動は他者への伝達を想定した活動であるため、説明の分かりやすさが重要な要素になる。抽象的な説明を行うよりも事実に基づいた説明を行う方が、聞き手にとってわかりやすい説明であると考えられる。松井(2008)によれば、他者を納得させなければならない状況にある生徒は、個人の経験による対象から共通の対象へと対象を変容させるようになるという。したがって、説明する際の対象が反省的活動における抽象的な概念から、直観的活動で得られた具体的な事実に変容しうるといえる。説明を行う際に分かりやすさを保障できるように、表現の仕方を工夫する必要がある。

以上のことから、困難点2に対する指導のあり方として以下のようなものが考えられる。

指導3：説明のための根拠として、事実ではなく抽象的・概念的な考えを採用させる。
指導4：説明を行う際に分かりやすさを保障できるよう、表現の仕方を工夫させる。

4-4-3 困難点3：直観的活動で予想を立てる

直観的活動で予想を立てることが困難であることの理由として、問題の答えの見通しを立てることが困難であることが指摘できる。今回の調査においては、活動中の対象児に対して調査者が介入を行わなかった。このことから、直観的活動において予想を立てながら活動をした対象児と、予想を立てなかった対象児の両方が見られたのだと考えられる。山田(2010)は、「大多数の子どもは自力で見通しを持つことが難しい」ことが指摘しており、現状に対するアプローチとして Schaffolding の観点から考察を行っている。したがって、直観的活動において児童が予想を立てながら活動を行うことができるように手立てを講じる必要がある。

以上のことから、困難点3に対する指導のあり方として以下のようなものが考えられる。

指導5：結果を予想しながら活動させる。

本研究で指摘した演繹的説明を促す指導のあり方は、以下のようにまとめられる。

表 4-2：演繹的説明を促す指導のあり方

指導1：直観的活動における考えを参照できるように工夫する。
指導2：有効性の検討の前に、直観的活動における考えを整理させる。
指導3：説明のための根拠として、事実ではなく抽象的・概念的な考えを採用させる。
指導4：説明を行う際に分かりやすさを保障できるよう、表現の仕方を工夫させる。
指導5：結果を予想しながら活動させる。

おわりに

(1) 本研究の成果

本研究の主な成果は、以下の3点である。

成果1：説明する活動に対する先行研究の概観から、演繹的説明に関して課題を指摘した反省的活動の中でも説明する活動に焦点化して先行研究を概観する中で、小学校算数の説明する活動について演繹を導入する研究が十分に行われていないことがわかった。このことから先行研究における課題として、演繹的説明を行った児童の思考の変容過程とその変容の要因を明らかにする必要があることを指摘することができた。

成果2：演繹的説明を行った児童の考えの変容過程と変容の要因を特定した

新潟市内の小学校第6学年の児童10名に対するインタビュー調査から、演繹的説明を行った児童の考えの変容の様子を質的に明らかにすることで、この変容過程と変容の要因を特定することができた。

成果3：変容過程の困難点に対する指導のあり方を示した

変容過程と変容の要因について比較考察を行うことで、考えの変容に対する困難点を指摘することができた。また指摘した困難点の原因を分析していくことで、演繹的説明を促す指導のあり方を5点得ることができた。

(2) 今後の課題

本研究における今後の課題として、以下のものが挙げられる。

課題1：分析対象を増やすことで、さらに精緻に分析を行うこと

課題2：他領域における調査問題を扱うことで、指導のあり方の一般性を高めること

課題3：指導のあり方を基に指導の手立てを提案し、この有効性を確かめること

【引用・参考文献】

Erich Wittmann(1981). The Complementary Roles of Intuitive and Reflective Thinking in Mathematics Teaching, *Educational Studies in Mathematics*,12,pp.389-397.

RR. スケンプ(藤永保・銀林浩訳)(1963),『数学学習の心理学』,新曜社

今崎浩(2003)「筋道を立てて考える力」を育成する図形学習に関する実践的研究, 広島大学大学院修士論文

仮屋園昭彦(2006)「他者からの反応が児童の説明スキルに及ぼす影響—算数文章題の解決過程を他者に説明する場面を用いて—」, 鹿児島大学,『鹿児島大学教育学部研究紀要, 教育科学編』, 第57巻

木下康仁(2003)『グラウンデッド・セオリー・アプローチの実践 質的研究への誘い』, 弘文社

- 小松幸太郎(2010)「数学的探求における action proof の活用の促進—事例研究を通して—」,
日本数学教育学会誌臨時増刊, 『数学教育学論究』, 93
- 小山正孝(1991)「数学の理解の過程を解明するための理論的枠組み」, 日本数学教育学会,
『第24回数学教育論文発表会論文集』
- 佐藤裕二(2005)「残ったカードは?」, 新算数教育研究会編, 『新しい算数研究』, No.417,
東洋館出版社
- 中原忠男(1995)『算数・数学教育における構成的アプローチの研究』, 聖文社
- 中原忠男(1999)「数学教育における構成主義的授業論の研究(Ⅱ) —「数学学習の多世界
パラダイム」の提唱—」, 全国数学教育学会誌, 『数学教育学研究』, 第5巻
- 松井守(2008)「議論のある活動における証明する過程について(G.【言語とコミュニケーション】
論文発表の部)」, 上越教育大学大学院, 『数学教育論文発表会論文集』, No.41
- 山田耕世(2010)「算数の授業における見通しの研究—Schaffolding の観点から—」, 新潟大
学大学院修士論文
- 和田信哉(2010)「第3章 豊かな発想をはぐくむ算数的活動」, 古藤怜・池野正晴・新潟産
業教育研究会著, 『豊かな発想をはぐくむ新しい算数学習 Do Math の指導』, 東洋館
出版社