

遺传的アルゴリズムを用いた非ダルシー流れのパラメータ推定

森井俊広

(平成13年11月30日受付)

要約 ロックフィルを通る非ダルシー流れのパラメータ推定法を提案した。流れの水頭損失特性は Forchheimer 式で表した。パラメータ推定には、生物進化のメカニズムを工学的に模擬した単純遺传的アルゴリズムを用いた。堤体を通る流量の観測値と非線形流れの FEM 解析からえられる計算値との偏差平方和を目的関数とした。これを最小にするような染色体を探索することにより、流れの水頭損失特性を最も適切に記述する係数 A 、 B を求めるようにした。係数 A 、 B を1個の染色体でコーディングし、染色体群に選択、交叉、突然変異の遺伝操作を加えた。選択に必要な適合度は、目的関数の逆数に線形スケールリングをかけて評価した。パラメータ推定法を、室内水路で実施した小規模堤体実験に適用した。推定された係数は、実験の測定値を適切に説明するものであり、ここで提案したパラメータ推定法が十分な実務性をもつことを確認できた。

キーワード：ロックフィル、非ダルシー流れ、パラメータ推定、単純遺传的アルゴリズム、FEM 計算

はじめに

土の中の水の流れは、ダルシー式によって記述することができる。土中の流量流速を V 、水を流そうとする動水こう配を i とすると、流れの運動は、

$$V = K \cdot i \quad (1)$$

と表される。ここで K は土の透水係数である。しかしロックフィル材のような粗粒材料では、流れは層流から乱流への遷移状態になり、ダルシー式は適用できなくなる。この非ダルシー流れは、一般に、

$$i = A \cdot V + B \cdot V^2 \quad (2)$$

のように表すことができる¹⁾。ここで A はロックフィルの間隙構造の幾何学的特性と水の粘性に、 B は間隙構造の幾何学的特性のみに依存する係数である。式(2)は、Forchheimer 式と呼ばれ、Navier-Stokes 式から理論的に誘導できることが知られている²⁾。フィルダムの透水性ゾーンにおける浸透流、あるいは透水型ダムの通水性能を予測する上で、式(2)は重要な設計式となる。

式(2)の係数 A および B は、通常、室内の一次元透水試験で決定される^{1,3)}。しかし、ロック材の粒径が大きくなると、それに応じて、試験装置の製作や測定に要する労力も大きくなり、簡単には求められなくなる。本報文では、このような室内試験に代わる方法として、数値計算を利用したパラメータ推定法を提案する。これは、構造物における水位と流量の測定値から、式(2)の係数 A および B を求めようとするもので、パラメータ推定には、あらかじめ設定した範囲で効率的に探索がおこなえる単純遺传的アルゴリズムを用いる。次章で、単純遺传的アルゴリズムの基本的な考え方を紹介したのち、有限要素法 (FEM) による非線形流れの数値解析を組み込んだパラメータ推定法を提案する。それに続く章では、河川礫を用いた室内での小規模堤体実験により、パラメータ推定法の適用性を調べる。最後の章では、一連の検討の結果を要約する。

非ダルシー流れのパラメータ推定法

1. 単純遺传的アルゴリズム

遺传的アルゴリズムは、長い年代にわたって徐々に行われる生物の進化のメカニズムをコンピュータ上で工学的に模擬することにより、環境に対する適合度の良い個体を生成する方法である。そのもっとも基本的なのが単純遺传的アルゴリズムと呼ばれる⁴⁾。何世代かにわたって子孫を形成していく遺伝操作は、図1のフローに示すように、選択、交叉および突然変異の3つからなる。推定すべきパラメータを染色体とみなし、各染色体

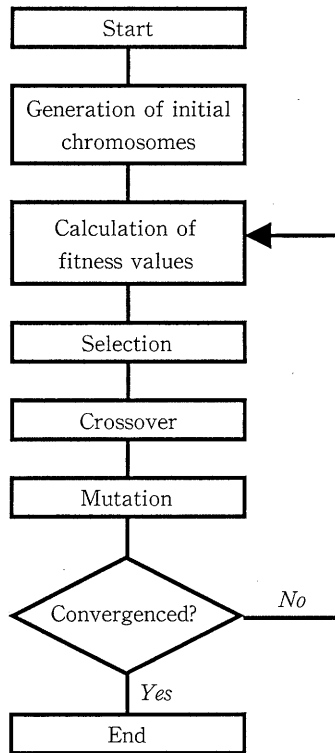


図1 単純遺伝的アルゴリズムの染色体生成フロー

の環境あるいは対象とする問題に対する適合度を計算する。適合度が低ければその染色体は淘汰され、逆に高い適合度をもつ染色体は再生され増殖されてゆく。この遺伝操作には一般にルーレット選択³⁾が用いられる。しかしこの操作だけでは、染色体グループの中で適合度の高いものしか再生されなくなり、進化を進めることができない。このため、交叉により、2個の染色体の一部の遺伝子を組み換え、さらに、突然変異操作によって、親の特質に依存しないまったく新しい染色体を生成させる。組み換えを行う染色体を選択するための交叉確率および突然変異の確率は、あらかじめ設定しておく必要がある。このような世代にわたる遺伝操作で生き残っていく適合度の高い染色体が、推定すべきパラメータの最適解を与えることになる。

単純遺伝的アルゴリズムによるパラメータ推定の妥当性を確認するため、Michalewiczの問題⁴⁾を考える。これは、次の関数

$$y = x \cdot \sin(10\pi \cdot x) + 2.0 \quad (3)$$

を、閉区間 $[-1, 2]$ で最大にする x を求める問題である。実変数 x を2進文字列の染色体で表すために、コード化が必要となる。 x の推定精度を 10^{-6} とすると、変数域の大きさは3であるため、閉区間を 3×10^6 個の等しい大きさに分割しなければならない。これに必要な2進文字列の長さは、 $\ln(3 \times 10^6) / \ln(2) = 21.5$ であるから、21ビットないし22ビットとなる。ここで21ビットを用いるとすると、 -0.097151 から $+2.000000$ が探索区間となる。前者の値は $2.0 - (2^{21} - 1) \times 10^{-6}$ より求めることができる。染色体群のサイズを50、交叉確率を0.25、突然変異の確率を0.01とすると、最適解として $x = 1.862138$ がえられる。これを図2に示す。図3は、世代ごとに生き残った変数を打点し、最適解に至るまでの収束状況をまとめたものである。この問題では33世代目で最適解がえられている。

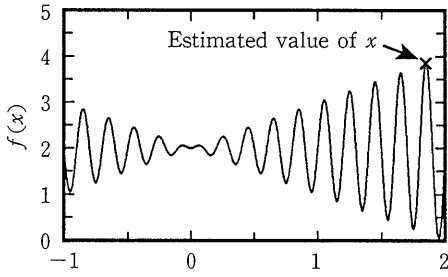


図2 Michalewiczの問題で定義された関数と探索された最適解

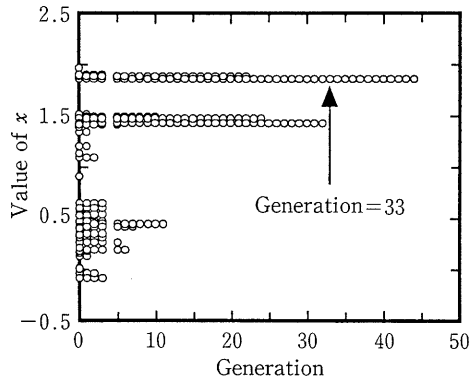
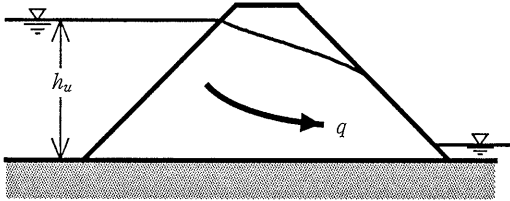
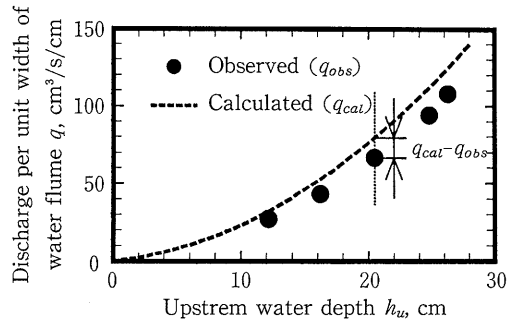


図3 Michalewicz問題における最適解の探索過程



(a) Typical section of laboratory embankment.



(b) Deviator of discharge between observation and FEM calculation

図4 流量の観測値と計算値との偏差

2. 非線形流れのパラメータ推定法

パラメータ推定では、探索の過程でえられる解の最適さをどのように表現するかがキーポイントとなる。図4は、室内水路を用いて実施した小規模堤体実験の測定結果より、堤体の上流側の水深 h_u と水路の単位幅あたりの流量 q をまとめたものである。ここで q は、観測値あるいは測定値であることを表すため、添え字を付けて q_{obs} としている。図4(b)に破線で併記している水位流量曲線は、パラメータの探索過程における FEM 計算値を、なめらかに結んで描いたものである。先と同じく、計算値であることを表すため q_{cal} としている。パラメータ推定では、この q_{obs} と q_{cal} との偏差平方に着目し、これをすべての水位段階について足し合わせた総和が最も小さくなれば、最適さが達成されたと判断する。つまり、偏差平方の総和を目的関数 O として、

$$O(n) = \sum_{j=1}^J [q_{cal}(j) - q_{obs}(j)]^2 \quad (n = 1, 2, \dots, N) \quad (4)$$

のように定義すれば、ロックフィルを通る非ダルシー流れを最も適切に記述する係数 A および B は、 O を最小にすることにより決定できることになる。なお式(4)で、 n は探索過程で係数 A 、 B を表現する染色体の番号、 N は染色体の総数、 j は上流側の水位変動ステップ、 J はステップの総数である。

N 個の染色体のうち、より小さい O をもつものが最適な解に近いわけであるから、次世代に残れる確率は高くなり、適合度もそれだけ大きくなる。したがってこの適合度は、 O を最小化する問題の性質から、 O の逆数とすればもっとも適切に表現できることになる。ただし、最適解の近傍になり O がゼロに近づくと、適合度が極端に大きくなってしまいうため、アルゴリズムが効果的に働かなくなることがある。これを避け、遺伝子間の適合度の差異をやわらげるため、適合度の計算に際して線形スケール⁴⁾を導入する。

3. 非ダルシー流れのFEM解析

前節で説明したように、適合度を計算するためには、探索過程の係数 A および B を用いて h_u に応じた q_{cal} を計算する必要がある。ロックフィル構造物を通る流れは、一般に、自由水面をもつ。定常でかつダルシー式にしたがう流れに限定すると、自由水面をもつ浸透流の有限要素解析プログラムは、たとえば Bear and Verruijt²⁾ や Wang and Anderson⁹⁾ などにもみられるように、短くて簡単なものです。これらの従来の浸透流解析法では、自由水面は、そこでの圧力が大気圧に等しいという条件と同時に流線であるという条件を満たすように、その位置と形状を試行的に変えていって決定される。ロックフィル構造物に生じる流れを解析しようとする場合、これに、新たに、動水こう配と流速との間の非線形な関係を満足させるような繰り返し計算ルーチンを付け加えればよい。先の式(2)で表される非線形性は一般にマイルドなものとなるため、この繰り返し計算は逐次近似法により十分に対処できる⁷⁾。この方法の利点は、コーディングが簡単で、従来の浸透流解析プログラムに対し、動水こう配と流速に関する収束基準をチェックし、必要に応じて各要素内の透水性を更新するサブルーチンを追加するだけである。

逐次近似法では、各繰り返し計算段階において、要素内に生じている流れはダルシー式を満たすと仮定する。そして、この流れの透水性をあらわす仮想的な透水係数 K_f を逐次更新していくことによって、最終的に、式(2)の非線形関係を満足するような流れを決定する。いま、ある繰り返し計算段階において、各要素内で、節点の全水頭値から動水こう配 i_e と流速 V_e が計算されたとする。この i_e と V_e は式(2)の非線形関係を満足しないから、ここで計算した i_e を用いて、 K_f を更新する。 K_f は、式(2)を V について解き、ダルシー式に対応させることにより、

$$K_f = \frac{-A + \sqrt{A^2 + 4Bi_e}}{2Bi_e} \quad (3)$$

のように表すことができる⁸⁾。この繰り返し計算ルーチンは、 i_e を式(2)に入れてえられる流速 $V(i_e)$ と、節点の全水頭値から計算された V_e との最大誤差の割合が、許容値 ε 以下に収まれば、つまり

$$\text{Max} \left| \frac{V(i_e) - V_e}{V(i_e)} \right| \leq \varepsilon \quad (5)$$

が満足されれば収束したとみなす。ここで Max はすべての要素における最大値を意味する。

以上に説明した数値計算法の定式化にはFEMを用いた。離散化には、4個のCSTよりなる四辺形要素⁹⁾を使用した。マトリックス方程式の計算はバンドマトリックス法による。

パラメータ推定法の適用性

1. 室内水路を用いた小規模堤体実験

水平に設置した幅20cm、高さ40cm、長さ350cmの亚克力製水路を用いて、室内での小規模堤体実験を実施した。ロック材として河川礫を用い、これをふるい目のサイズで10-15mmおよび20-25mmに分級した。前者のクラスをD3、後者をD1と区別する。堤体は、礫を5cm程度の厚さで層状に敷きながら、鋼棒を用いて突き固め、高さが30cm程度になるようにした。台形状のダム断面および矩形状断面の2通りとした。堤体の間隙率は、堤体積と投入材料の質量、含水比、比重から算出した。水路の上流端から水を供給し、上流側水位をおおむね10cmから30cmあたりまで、4段階から6段階で上昇させた。下流側は自由流出条件とし、各水位段階で堤体を通る流れが定常状態になったのを確認したのち、水温 T と流量を測定した。流量は、水路の幅で割って q_{obs} とした⁸⁾。図5に測定項目を示す。上流側水位 h_u と下流側水位 h_d は、水路底面に取り付けられたピエゾメータから読み取った。また、上流側および下流側斜面の傾斜 θ_u および θ_d は、水路の亚克力側壁を通して測定した堤体左岸断面、中央断面および右岸断面の形状を平均し、これを回帰直線によって平滑化して求めた。流れが堤体の下流面にあらわれる浸出点の高さ y_{ex} は、亚克力側壁を通した観察により測定した。

室内堤体実験の結果を表1にまとめる。実験番号の最初の記号は、ロック材の粒径の分級名を表す。ただしD(1+3)は、矩形状断面の堤体であり、断面の上流側半分を粒径サイズD1の材料で、下流側半分をD3材料で盛り立てている。D(3+1)はその逆である。実験番号の中ほどの数値は、上下流斜面の傾斜の製作目標値であり、11は鉛直1対水平1の傾斜を表す。記号Vは、鉛直側面をもつ矩形状断面を表す。最後の数値は、堤頂長の製作目

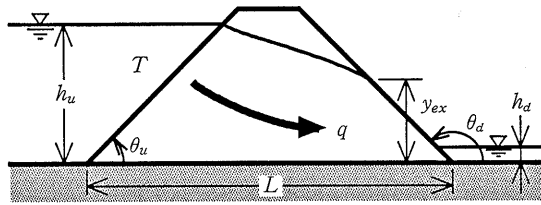


図5 室内堤体実験における測定項目

表1 礫を用いた室内水路堤体実験の結果

Test	Dam section and flow ^{a)}				Measurements ^{a)}				Estimated coeffs. ^{a)}	
	L cm	θ_u deg.	θ_d deg.	T °C	h_u cm	h_d cm	y_{ex} cm	q_{obs} cm ³ /s/cm	A s/cm	B s ² /cm ²
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
D1-11-10	74.0	48.5	129.0	8.7	12.2	2.5	3.8	26.75	0.012414	0.008237
					16.2	2.9	4.3	43.10		
					20.5	3.3	8.8	66.36		
					24.8	3.8	11.5	93.99		
D3-11-10	76.0	45.0	131.0	8.3	11.0	2.2	1.9	15.88	0.025468	0.014317
					15.9	2.5	2.4	28.89		
					20.7	2.9	8.2	45.72		
					25.7	3.4	14.5	69.51		
D(1+3)-V-60 ^{b)}	34.9	93.4	87.3	18.9	7.3	2.0	1.8	12.48	0.005781	0.010299
					12.4	2.4	4.3	28.71		
					17.5	2.8	6.6	47.98		
					22.8	3.3	9.4	72.88		
D(3+1)-V-60 ^{b)}	27.8	88.5	87.3	14.9	7.8	2.0	1.8	12.64	0.018591	0.012746
					14.3	2.5	2.8	33.55		
					18.6	2.9	5.3	50.01		
					23.6	3.3	7.3	73.19		
					28.2	3.6	8.7	97.92	0.010708	0.006424

a) L : base length of embankment, θ_u and θ_d : slope of upstream and downstream face, respectively, measured from downstream horizon, T : water temperature of flow, h_u and h_d : upstream and downstream water depth, respectively, y_{ex} : height of exit point of flow, q_{obs} : discharge per unit width of water flume, and A and B : estimated coefficients.

b) Upper and lower sets of values in column (2) to (5), (10) and (11) show data of upstream and downstream halves of embankment, respectively.

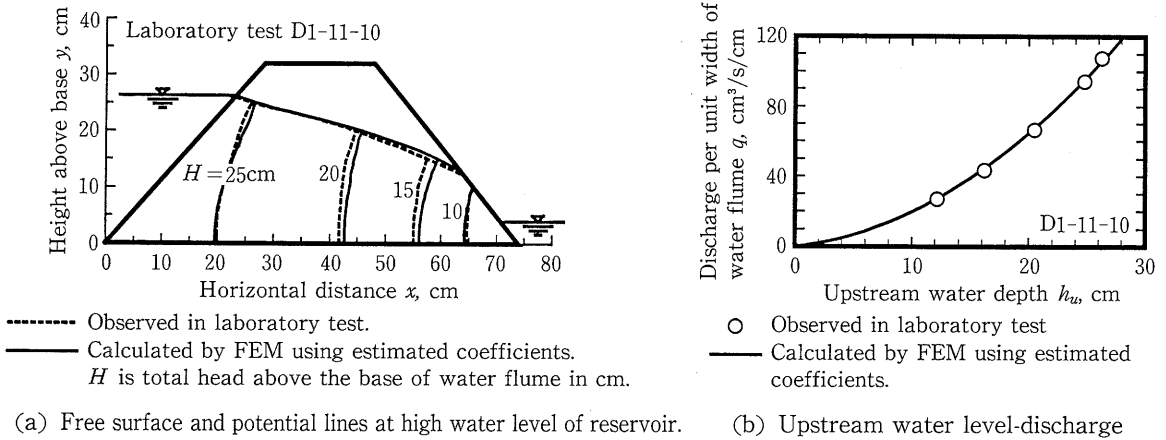


図6 実験 D1-11-10における実験観測値と推定パラメータを用いた FEM 計算値との比較

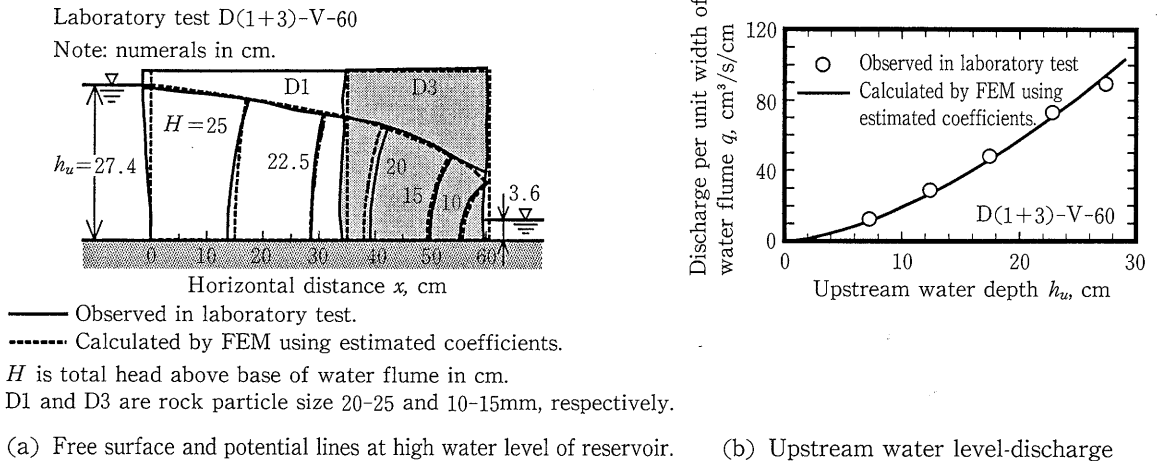


図7 実験 D(1+3)-V-60における実験観測値と推定パラメータを用いた FEM 計算値との比較

標値を cm の単位で表したものである。表 1 の第10列目と11列目の値は、パラメータ推定によってえられた式(2)の係数であり、これについては次節で説明する。

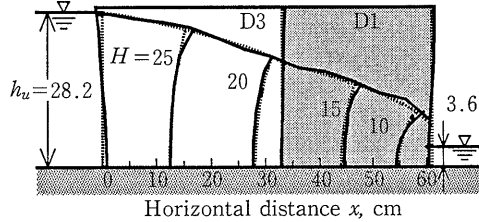
2. パラメータ推定

水路堤体実験で計測した h_u と q_{obs} の水位流量データに対して、前章のパラメータ推定法を適用し、計測値を最も適切に記述できる係数 A および B を求めた。探索に際し、これら2つの係数を、それぞれ12ビットで表したうえ、長さ24ビットの1個の染色体にコード化した。染色体群のサイズは100、交叉確率は0.25、突然変異の確率は0.01とした。

パラメータ推定の結果は、表 1 の第10列と11列に示したとおりである。図 6、図 7 および図 8 は、それぞれ、実験 D1-11-10、D(1+3)-V-60 および D(3+1)-V-60 について、測定値と FEM 計算値を比較したものである。この FEM 計算には、パラメータ推定によりえられた最適な係数を用いている。いずれも(a)は、上流側水位をもっとも高くした時の自由水面の位置と全水頭分布を、(b)では水位流量曲線を比較している。水路堤体実験での計測値とパラメータ推定による係数を用いた FEM 計算値とは非常に良好に対応しており、前章で提案したパラメータ推定法の妥当性を確認することができる。

Laboratory test D(3+1)-V-60

Note: numerals in cm.



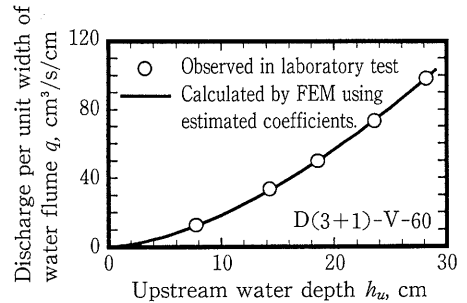
— Observed in laboratory test.

- - - - - Calculated by FEM using estimated coefficients.

H is total head above base of water flume in cm.

D1 and D3 are rock particle size 20-25 and 10-15mm, respectively.

(a) Free surface and potential lines at high water level of reservoir.



(b) Upstream water level-discharge

図8 実験D(3+1)-V-60における実験観測値と推定パラメータを用いたFEM計算値との比較

おわりに

ロックフィルを通る非ダルシー流れのパラメータ推定法を提案した。流れの水頭損失特性は Forchheimer 式で表した。パラメータ推定には、生物進化のメカニズムを工学的に模擬した単純遺伝的アルゴリズムを用いた。堤体を通る流量の観測値と非線形流れの FEM 解析からえられる計算値との偏差平方和を目的関数とした。これを最小にするような染色体を探索することにより、流れの水頭損失特性を最も適切に記述する係数 A と B を求めるようにした。係数 A 、 B を 1 個の染色体でコーディングし、染色体群に選択、交叉、突然変異の遺伝操作を加えた。選択に必要な適合度は、目的関数の逆数に線形スケーリングをかけて評価した。パラメータ推定法を、室内水路で実施した小規模堤体実験に適用した。推定された係数は、実験の測定値を適切に説明するものであり、ここで提案したパラメータ推定法が十分な実務性をもつことを確認できた。

謝 辞

遺伝アルゴリズムを用いたパラメータ推定法の開発にあたり、岡山大学環境理工学部の竹下祐二助教授から有意義なご助言をいただいた。ここに記して深く感謝する。

参考文献

1. 森井俊広・立石卓彦・佐田豊和・小林孝至. 2000. ロックフィルを通る流れの非線形水頭損失特性、農業土木学会論文集、206：63-71.
2. BEAR, J. and VERRUIJT, A. 1987. *Modeling Groundwater Flow and Pollution*, D. Reidel Publishing, pp. 41-43.
3. HANSEN, D., GARGA, V. K. and TOWNSEND, R. 1995. Selection and application of a one-dimensional non-Darcy flow equation for two-dimensional flow through rockfill embankments. *Canadian Geotechnical Journal*, 32：223-232.
4. 坂和正敏・田中雅博. 1995. 遺伝的アルゴリズム, 日本ファジィ学会編「ソフトコンピューティングシリーズ1」, 株式会社朝倉書店, pp.1-32.
5. 石田良平・村瀬治比古・小山修平. 1997. パソコンで学ぶ遺伝的アルゴリズムの基礎と応用, 森北出版株式会社, pp.1-45.
6. WANG, H. F. and ANDERSON, M. P. 1982. *Introduction to Groundwater Modeling: Finite Difference and Finite Element Methods*, Academic Press, pp.138-145.

7. KAZDA, I. 1990. *Finite Element Techniques in Groundwater Flow Studies: With Applications in Hydraulic and Geotechnical Engineering*, Elsevier Science, pp.164-183.
8. 森井俊広・佐田豊和・立石卓彦. 2000. ロックフィル構造物の通水性能の評価, 農業土木学会論文集, 206 : 73-81.
9. デサイ C. S.・アーベル, J. F. 1974. マトリックス有限要素法—基礎理論とその応用—, 科学技術出版社, pp. 497-527.

Parameter Estimation of Non-Darcy Flow by Using Genetic Algorithms

Toshihiro MORII

(Received November 30, 2001)

Summary

A parameter estimation procedure that employs a simple genetic algorithm combined with FEM calculation is proposed to investigate hydraulic property of non-Darcy flow through rockfill. The head loss property of the flow is expressed by the Forchheimer equation in which two coefficients are included. The simple genetic algorithm searches a chromosome that minimizes a squared deviation of flow discharge through rockfill between observation and FEM calculation, and then determines an optimal set of coefficients. Two coefficients of non-Darcy flow are coded into a binary chromosome. The fitness value of the chromosome is calculated as a reciprocal of a sum of the squared deviation of flow discharge mentioned above. The chromosomes with large fitness are selected to reproduce a next generation of offsprings. The parameter estimation procedure is applied to stage-discharge data measured in laboratory embankment tests in a water flume to estimate two coefficients of non-Darcy flow. Good comparison between measurement and FEM calculation shows a practical effectiveness of the parameter estimation procedure developed.

Key words: Rockfill, non-Darcy flow, parameter estimation, simple genetic algorithm, FEM calculation