

フィルダムの盛立て過程における応力変形挙動の非線形弾性解析

森井俊広*

(平成16年6月2日受付)

要 約

土木構造物や地盤構造物などの設計に性能照査型が導入されるようになり、設計における性能予測あるいは施工中または施工後における性能確認に向けて、数値解析法が積極的に利用されつつある。フィルダムの盛立て過程における応力変形挙動を予測、確認するための数値解析法を取り上げ、その特徴をまとめた。具体的に有限要素法 (FEM) で定式化したフィルダムの逐次盛立て解析プログラムを開発した。堤体材料は、線形または非線形弾性で記述できるようにした。既設ダムの事例解析を通して、逐次盛立て解析プログラムの予測精度を調べた。これらの検討を通して、土構造物の性能照査に向けた数値解析法の利用について基礎的な考察を行った。

新大農研報, 57(1):53-61, 2004

キーワード：フィルダム、逐次盛立て解析、土の非線形弾性モデル、有限要素法

フィルダムで代表される土構造物の挙動解析は、設計段階における将来予測、施工中の計測データとの照合による構造物挙動の性状評価、あるいは建設が終了した事後における設計方法や施工方法の確認などの目的で実施される。基礎を含む堤体は、そのゾーン構造や材料特性が複雑であるため、挙動解析には有限要素法 (FEM) をベースにした数値解析法が用いられる。FEM では、初期値・境界値問題を記述する偏微分方程式を直接解くかわりに、変分原理などによって誘導される等価な汎関数を与えられた初期・境界条件のもとで最小化することにより、場を決定する変位や応力、水圧、温度などの物理量を求める。数値解析により得られる解の信頼性は、場の支配方程式と初期・境界条件からなる数学モデル、材料の応力ひずみ関係や透水係数を表す材料モデル、そして2次元や3次元、あるいは平面ひずみ条件といった断面モデルのそれぞれについて、バランスのとれた適切なモデル化ができてはじめて現実的なものとなる。

土木構造物や地盤構造物などの設計に性能照査型が導入されるようになり、設計における性能予測あるいは施工中または施工後における性能確認に向けて、数値解析法が積極的に利用されつつある¹⁾。本文では、フィルダムの盛立て過程における応力変形挙動を予測、確認するための数値解析法を取り上げ、その特徴をまとめるとともに、具体的に FEM に基づいた数値解析プログラムを開発する。そして、これらを通して、土構造物の性能照査に向けた数値解析法の適用について基礎的な考察を行う。次章で、フィルダムの挙動解析の概要を紹介したのち、盛立て時の施工過程を考慮した逐次盛立て解析法と、土の非線形な応力ひずみ特性に対処するための非線形弾性解析法を説明する。有効な数値解析を進めていくためには、数学モデルとともに材料モデルに対しても適切なモデル化が必要となる。続く章では、土の非線形な応力ひずみ特性を記述するために用いられることが多い3つの非線形弾性モデル、つまり Kulhawy-Duncan-Seed の双曲線モデル、べき乗関数モデルおよび主応力比一定モデルを説明する。そしてさらに継続の章では、開発したフィルダムの逐次盛立て解析プログラムを紹介し、公表事例に対する解析結果を示す。

フィルダムの挙動解析

1. フィルダムの挙動解析

フィルダムの安定解析は、円弧すべり面法によるのが一般的である。なかでもビショップ法や簡便分割法などが設計の実務で多く用いられている。フィルダムの安定性は、材料の強度特性に大きく支配される。そしてこの堤体材料の強度はさまざまな要因によって変化し、特に、構造物内に生じる応力レベルに大きな影響を受ける。堤体内部に生じる応力状態を知ることが、フィルダムの安定解析をおこなううえで欠くことのできない重要な意味をもち、このことを無視して安定性の評価はありえないといえる。したがって、フィルダムの安定解析と応力解析は本来不可分のものである。

過去4半世紀における FEM のめざましい進展はよく知られているところである。最近のコンピューターにみられる記憶容量の増大と計算処理の高速化によって、FEM は、単なる境界・初期値問題の近似解法にとどまらず、シミュレーションや数値実験の有力な方法としての地歩を固めてきたといえる。FEM の導入によってフィルダムの応力と変形挙動の数値解析が容易に実行できるようになったことから、これを安定解析に活用することが考えられた。フィルダムの挙動解析に用いられるさまざまな計測計器の供用性とその計測精度については、必ずしも十分な信頼を得るにいたっていない。あわせて、計測は堤体の中のごく限られた点においてなされ堤体全体の挙動を把握しているわけではないことを考えると、フィルダムの応力と変形が数値解析で求められることの意義は大きい。しかし、残念ながら、フィルダムの挙動解析手法に対する実務技術者の信頼感はずしも満足できるレベルに達しているとはいえない。挙動解析のかかえる問題のなかで、とりわけ、材料の変形特性をどのように評価するかという問題が最も重要である。当面は、やはり、挙動の数値解析と計測とがたがいにそれぞれの短所を埋めあう形で活用されるべきであると考えられる。FEM による解析結果を実際の計測挙動と照合することによって解析精度の向上に努めるとともに、解析によって明らかにされる計測値のえられていない領域を含めたダム全体の挙動に関する知見あるい

*代表著者：morii@agr.niigata-u.ac.jp

は予測にもとづいて設計の再評価をおこなえば、フィルダムの安定性の評価がより確実なものになると期待される。

フィルダムの挙動には、盛立て当初から使用期間中を通してダムが経験するさまざまな力学的および水理学的現象が含まれる。これらは、便宜的に、次の3つに分類される。

- (a) 築堤過程の静的な応力変形挙動
- (b) 湛水時および貯水時の浸透流動とそれに連成した静的な応力変形挙動
- (c) 地震時の動的挙動

これは、それぞれの挙動に関与する荷重と現象の性格が根本的に異なっていることを考慮して分類したものである。(a)では、盛立て層の自重のみが荷重として作用する。力学的にはシェルおよびコアゾーンの弾性もしくは非線形弾性変形とコアの圧密現象のみを扱えばよい。(b)においても対象とする力学現象は(a)の場合とかわるところはないが、湛水荷重が加わることやコアゾーンの浸透流動と上流側シェルに作用する浮力や浸水にともなう変形特性の変化を考慮する必要がある。(b)では、水理学的挙動と力学的挙動が同時に生起することから、(a)の場合より複雑な現象を解析しなければならない。また、ダム材料の力学的性質そのものが水の作用によって大きく変化することも考慮しなければならない。

本文で対象とするのは、上記の(a)に関わる挙動解析法である。つまり、フィルダムの全体的な挙動の中から静的な領域に問題を限定したうえで、なおかつ水の作用が深く関与する(b)の挙動についても除外した。フィルダムの静的な挙動では、一般に、湛水後の変形よりも築堤過程の変形の方がはるかに大きい。このことも1つの要因ではあるが、もっとも基本的な盛立て解析に検討を限定したのは、さらに次のような理由による。築堤後のダムの力学的状態は湛水後の挙動の出発点となる。しかも動的な挙動も含めた盛立て後の挙動解析を行う場合の初期条件になることから、盛立て解析の信頼性が十分に確保されていなければ、以降の解析を実行する意義がほとんどなくなると考えられるからである。

フィルダムは薄層転圧工法により盛立てられる。したがって築堤過程時の応力変形解析はこのような逐次盛立て工程を模擬したものでなければならない。盛立て解析によりえられた応力変形状態を初期条件として、つづいて、湛水にともなう新たな外力の作用を考慮した応力変形挙動と浸透流動の解析がおこなわれる。それ以降では、堤体が力学的に平衡状態にあるものとして、主に浸透流動や地震時挙動に対する評価が行われる。これらの解析結果は、いずれにしても、最終的には堤体と基礎の力学的および水理学的安全性の評価に結びつけられる。

上に述べたさまざまな挙動解析法の流れをまとめると図1のようになる。数値計算法を用いた挙動解析は、対象とする構造物や事象の近似化あるいは単純化を前提とするため、その方法や程度により、図1にあげた解析法の内容も異なったものになってくる。これらをまとめると次のとおりである。

1) 盛立て解析

コアゾーンの圧密現象を考慮するか否かによって、全応力・有効応力解析または全応力解析に分けられる。前者では、いったんコアゾーンの非排水条件として全応力解析を行ったのち、各盛立て段階でコアのみの圧密を計算し、それを全応力解析結果に重ね合わせる。一般にはコアの圧密を考えない後者の全応力解析が用いられる。また堤体材料の応力ひずみ関係のモデルの違いによって、線形弾性解析または非線形弾性解析のいずれかが用いられる。前者では応力レベルに関係なく弾性係数とポ

アソン比が一定であるとする。堤体材料は程度の差はあれ非線形な応力ひずみ特性を示すため、通常、後者が用いられる。

2) 湛水時解析

湛水時には新たに貯水荷重が作用すると同時に、貯水池からコアゾーンへの浸透にともない間隙水圧と有効応力が変化する。これらは本来、相互に影響しあいながら平衡状態に達する。このような、応力変形挙動と浸透流動とが相互に関連しあう現象を連成問題(Stress-flow coupling)と呼ぶが、その支配方程式は複雑で数値定式化が難しい。そこで一般にはこれら両現象を切り離して、それぞれでえられる解を重ね合わせる便宜的な方法がとられる。図1では、これらを、それぞれ、連成的方法と非連成的方法とに分けた。

3) 浸透流解析

フィルダムの浸透流解析では、通常、自由水面より上部の領域は考慮されない。このような解析によると、自由水面が比較的高い位置にある場合には問題ないが、初期湛水時や貯水水位に大きな変動が起きる場合などでは、浸透流動を適切に表現できなくなる。なぜなら自由水面より上部の領域における不飽和流れが全体の浸透流動に少なからず影響をもってくるからである。不飽和流れを考慮した解析は飽和・不飽和浸透流解析と呼ばれ、最近では、フィルダムに限らず、地盤工学のさまざまな分野で広く用いられるようになっている。したがって、浸透流解析の適用にあたっては、図1に示すように、飽和浸透流解析または飽和・不飽和浸透流解析のいずれを用いるかについて、考慮する必要がある。

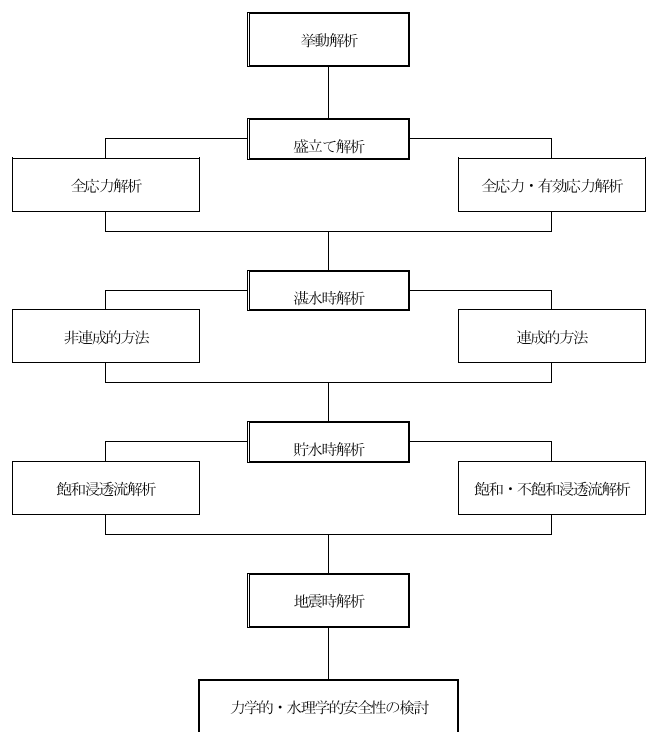


図1 フィルダムの挙動解析から力学的・水理学的安全性の検討にいたるまでのフロー

2. フィルダムの逐次盛立て解析

フィルダムは、使用する材料の最大粒径や締固めの効果を考慮して、重機を用いた薄層転圧工法により盛立てられる。したがって堤体は、季節ごとの工事中断期間に応じていくつかの盛立て層に区分されることになる。ある段階で盛立てられた層では、それに続く上部の盛立てにより応力と変位量が累積される。このため、図2の計測例にみられるように、各層の鉛直変位(層別沈下量)は、堤体の中央部で最大となるたる状の分布を示す²⁾。このような堤体の施工過程を考慮した解析を逐次盛立て解析(Incremental analysis)という。図2には、後述する逐次盛立て解析プログラムを用いた計算値も示した。両者がおおむね対応しているのを確認することができる³⁾。

逐次盛立て解析に対し、堤体が既に完成しているものとして全自重を一挙に作用させる解析は1リフト解析、あるいはGravity turn-on解析とよばれる。図3は、簡単な均一堤体について、これらの2つの解析による線形弾性計算の結果を比較したものである。応力や水平変位は、両解析で、ほぼ同じような分布傾向となっているが、鉛直変位の分布には大きな差が生じている。逐次盛立て解析による結果の方が、図2で示した一般の計測分布に対応しており、この簡単な比較からも、フィルダムの盛立て解析は逐次盛立て過程を考慮したものではなければならないことが分かる。

逐次盛立て解析法の基本は、Clough and Woodward⁴⁾によってほぼ確立された。これにつづいて、Kulhawy, Duncan and Seed⁵⁾、ならびにDuncan and Chang⁶⁾が、三軸圧縮試験でえられる応力ひずみ関係を双曲線モデルで近似することにより、非線形弾性解析手法を確固たるものにした。Kulhawyらの双曲線モデルは、多少複雑な式で定義されるが、三軸圧縮試験のみからすべてのモデルパラメータを決定でき、またモール・クーロンの破壊基準を含むなどの特徴をもつ。これにより、盛立て段階に応じた任意の応力レベルでの弾性係数とポアソン比を決定することができるようになった。Kulhawyらの双曲線モデルは、その後、1976年6月に決壊したTetonダム(ゾーン型ロックフィルダム、高さ96m、アメリカ合衆国)の原因究明調査⁷⁾に利用されたのをはじめ、国内外を問わず広く用いられてきた。一方、国内では、林⁸⁾が、コア材料の圧密によるひずみ硬化特性や変形係数の間隙比依存性などを考慮した非線形解析法を提案

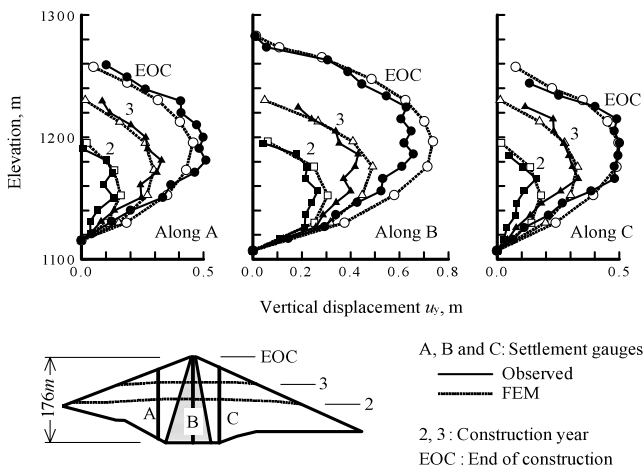
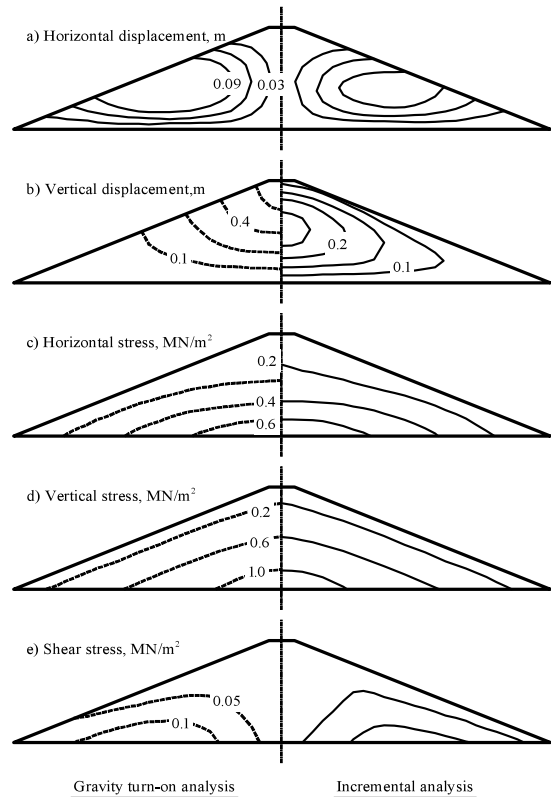


図2 フィルダムで計測された盛立て期間中の鉛直変位の分布ならびに FEM 計算値との比較

している。これを用いて喜撰山ダム(ゾーン型ロックフィルダム、高さ91m、京都府)の盛立て時および湛水時の挙動解析が行われた。松井⁹⁾は、三軸圧縮試験でえられる応力ひずみ曲線から側圧に依存する弾性係数(べき乗関数モデル)を定義し、電力関係の多くのフィルダムに適用した。また三室ら¹⁰⁾は、盛立て過程における応力経路に着目した主応力比一定モデルを提案し、高瀬ダム(ゾーン型ロックフィルダム、高さ176m、長野県)の解析によりその実用性を確認している。

以上に概観したように、フィルダムの逐次盛立て解析は、Clough らにより解析方法の基本が確立されて以降、堤体材料がもつ応力ひずみ関係のより適切なモデル化を中心にして進展がはかられてきたとみることができる。逐次盛立て解析の方法には、Dense liquid 法と Surface-pressure 法の2つの提案があるが、両者はほぼ同じ結果を与えることが確認されている¹⁰⁾。Surface-pressure 法の考え方にもとづいた逐次盛立て解析の計算手順を図4に示す。

図4で、第I層が盛立てられた場合の応力 $\{\sigma\}_I$ と変位 $\{u\}_I$ を考える。ここで $\{\cdot\}$ は、要素あるいは節点ごとに計算される応力あるいは変位の分布を表すベクトル量である。第I層が盛立てられることにより、すでに盛立てられている第(I-1)層以下に応力と変位の増分、 $\Delta\{\sigma\}_{I-1}$ と $\Delta\{u\}_{I-1}$ が生じる。このとき、 $\Delta\{\sigma\}_{I-1}$ と $\Delta\{u\}_{I-1}$ は、第I層の自重による荷重が第(I-1)層表面の節点に作用するとして計算する。第I層の応力と変形状態は無視するため、この計算ステップでは第I層は自重だけが



Parameters for FEM calculation:
Young's modulus=21.1MN/m², Poisson's ratio=0.4, unit weight=46.66N/m³, lift=5

図3 逐次盛立て解析と Gravity turn-on 解析で計算される変位および応力の比較

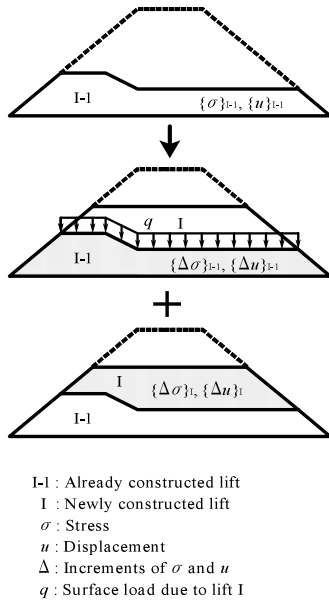


図4 逐次盛立て解析の計算手順

あって、実体はないと仮定される。次に、この第(I-1)層以下に生じる応力増分と変位増分に加えて、自重によって生じる第I層自体の応力と変位、 $\Delta\{\sigma\}_I$ と $\Delta\{u\}_I$ を計算する必要がある。ここで、第I層では応力と変位が初期状態のゼロから増減して生じるため、増分記号 Δ を用いて表わしている。このステップでは、すでに盛立てられている第(I-1)層以下が剛体であり、かつ第I層と第(I-1)層との境界面では変位が固定されるとして、第I層のみの $\Delta\{\sigma\}_I$ と $\Delta\{u\}_I$ を計算することになる。以上より、第I層が盛立てられた段階での応力と変位は、第(I-1)層以下の増分挙動と第I層自体の挙動が重ね合わさって決まることになり、次式のように表される。

$$\{\sigma\}_I = \{\sigma\}_{I-1} + (\Delta\{\sigma\}_{I-1} + \Delta\{\sigma\}_I) \quad (1)$$

$$\{u\}_I = \{u\}_{I-1} + (\Delta\{u\}_{I-1} + \Delta\{u\}_I) \quad (2)$$

ここで、右辺第1項の $\{\sigma\}_{I-1}$ と $\{u\}_{I-1}$ は、第(I-1)層が盛立てられた段階ですでに発生している応力と変位の分布である。

以上の説明から分かるように、式(1)に必要な $\Delta\{\sigma\}_{I-1}$ 、 $\Delta\{\sigma\}_I$ 、 $\Delta\{u\}_{I-1}$ 、 $\Delta\{u\}_I$ は、いずれも、弾性構造解析の方法で計算できる。したがって、逐次盛立て解析の要点は、盛立てにともなう領域の変更、つまり節点と要素の変更や変位に関する境界条件の変更といった、幾何学的な計算条件の変更をいかに効率よくプログラミングしていくかという点にある。

3. 非線形弾性解析の方法

先の式(1)における応力増分 $\Delta\{\sigma\}$ と変位増分 $\Delta\{u\}$ は、堤体材料が線形弾性の場合には1回の計算で求まる。しかし非線形弾性材料では、新たな盛立て荷重の負荷により弾性係数とポアソン比がそれ以前の値と異なったものになるため、繰返し計算により $\Delta\{\sigma\}$ と $\Delta\{u\}$ を求めていかなければならない。

一般に、応力変形解析におけるFEMマトリックス方程式は次のように与えられる。

$$\{u\} = [K]^{-1} \cdot \{f\} \quad (2a)$$

$$\{\sigma\} = [C] \cdot [B] \cdot \{u\} \quad (2b)$$

ここで $\{u\}$ 、 $\{f\}$ および $\{\sigma\}$ はそれぞれ節点変位ベクトル、節点荷重ベクトルおよび要素応力ベクトル、記号 $[\cdot]$ はマト

リックス量を表し、 $[K]$ は剛性マトリックスである。 $[B]$ はひずみと変位の変換マトリックスで、要素の幾何条件によってのみ決まる。 $[C]$ は材料の応力ひずみ関係を記述するマトリックスで、平面ひずみ条件では次のようになる。

$$[C] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (3)$$

ここで E は弾性係数、 ν はポアソン比である。式(2a)中の $[K]$ は、 $[C]$ と $[B]$ により一意に決まる。非線形弾性材料では、 E および ν が応力の関数となるため、 $[C]$ と $[K]$ もまた応力の関数となる。つまり非線形弾性問題では、式(1)は次のような形に書き直す必要がある。

$$\{u\} = [K(\{\sigma\})]^{-1} \cdot \{f\} \quad (4a)$$

$$\{\sigma\} = [C(\{\sigma\})] \cdot [B] \cdot \{u\} \quad (4b)$$

先ほどの図4を参考にして、第I層の盛立てについて考える。この盛立てにより荷重ベクトルが $\{f\}_I$ となるから、式(4)を順に解いていけば、その時の変位 $\{u\}_I$ と応力 $\{\sigma\}_I$ を求めることができる。このときの式(4)の係数マトリックスは、前の盛立て段階(I-1)で生じている応力 $\{\sigma\}_{I-1}$ から定まる $[K(\{\sigma\}_{I-1})]$ 、 $[C(\{\sigma\}_{I-1})]$ であり、当然、新たに求められた応力 $\{\sigma\}_I$ に対応する $[K(\{\sigma\}_I)]$ 、 $[C(\{\sigma\}_I)]$ とは異なる。このことは $\{u\}_I$ と $\{\sigma\}_I$ が真の解でないことを意味する。したがって、あらためて、 $[K(\{\sigma\}_I)]$ 、 $[C(\{\sigma\}_I)]$ を係数マトリックスとして、新規に式(4)を解いて $\{u\}_I$ と $\{\sigma\}_I$ を求めていく必要がある。この繰返し計算は、たとえば、前繰返し段階の応力、変位の計算値と現繰返し段階で計算された応力、変位の誤差が許容範囲に収まれば、収束したとみなして終了し、そして次の新たな盛立て段階に進むことになる。このような非線形計算法は反復法(Iterative method)とよばれる。上記の説明の概要をまとめると、図5のようになる。

これに対し、第I層の盛立てによる全荷重の増加分を、あらかじめいくつかの微小増分 $\Delta\{f\}_I^1$ 、 $\Delta\{f\}_I^2$ 、 \dots に分けて、逐次、変位と応力の計算を進めていけば、反復法による繰返し計算結果とほぼ同じ解がえられることになる。このような非線形計算法は増分法(Incremental method)と呼ばれる。反復法と増分法のいずれをとるかは、必ずしも物理的根拠から規定されるものではない。

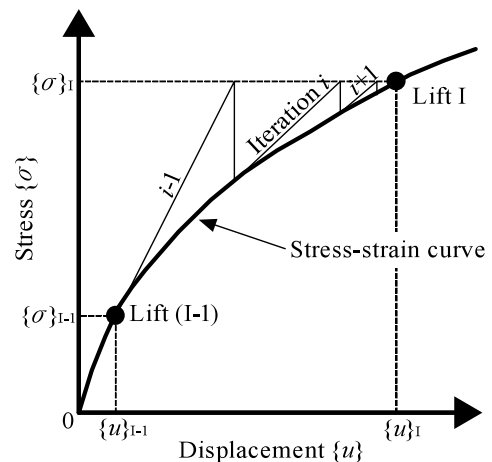


図5 非線形弾性計算における反復法による繰返し計算

土の非線形弾性モデル

1. フィルダムの挙動解析に用いられる非線形弾性モデル

応力と変形を求めるためには、場の方程式のほかに、構成式が必要となる。構成式は、物質の本質的な特徴を記述する方程式として定義され、通常、応力、ひずみ、時間などの相互関係を与えかつ破壊基準を含む関数で表される。土や岩石などの地質材料では、その性質が非常に複雑であるため、1つの構成式であらゆる材料、あらゆる特性を記述するのはほとんど不可能に近い。このため、それぞれの検討目的に応じて選んだ特定の力学的性質をよりどころとして、モデル近似がおこなわれる。先述したように、フィルダムの盛立て解析は、Cloughらによって基本的な数値解析法が確立されて以降、堤体材料の応力ひずみ関係をいかにより適切にモデル化するかといった視点を中心に、進展してきた。これらの応力ひずみモデルの主なものとして、Kulhawy-Duncan-Seedの双曲線モデル⁵⁾、べき乗関数モデル⁹⁾、主応力比一定モデル³⁾があげられる。これらはいずれも非線形弾性モデルに属し、土の三軸圧縮試験でえられる応力ひずみ曲線のカーブフィッティングによってモデルパラメータが決定される。ただし、これらのうち後2者のモデルは破壊基準を含んでいない。このため、これらは厳密には特性式と解釈すべきであろう。

2. Kulhawy-Duncan-Seedの双曲線モデル

三軸圧縮試験でえられる側圧 σ_3 ごとの主応力差 $(\sigma_1 - \sigma_3)$ と軸ひずみ ε_1 との関係を、次の双曲線で近似する⁵⁾。

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{\varepsilon_1}{a + b \cdot \varepsilon_1} \quad (5)$$

ここで定数 a 、 b は、図6に示すように、それぞれ初期弾性係数 E_i 、極限主応力差 $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$ の逆数である。 $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$ は、破壊時の主応力差 $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ と次の関係にある。

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_f = R_f \cdot (\sigma_1 - \sigma_3)_{ult} \quad (6)$$

ここに R_f は破壊比で、 σ_3 に関係なくほぼ0.75から1.0の値をとることが知られている。式(5)と(6)、そして図6の a 、 b の定義より、接線弾性係数 E_t は次のようになる。

$$E_t = \frac{d(\sigma_1 - \sigma_3)}{d\varepsilon_1} = E_i \left[1 - \frac{R_f \cdot (\sigma_1 - \sigma_3)}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f} \right]^2 \quad (7)$$

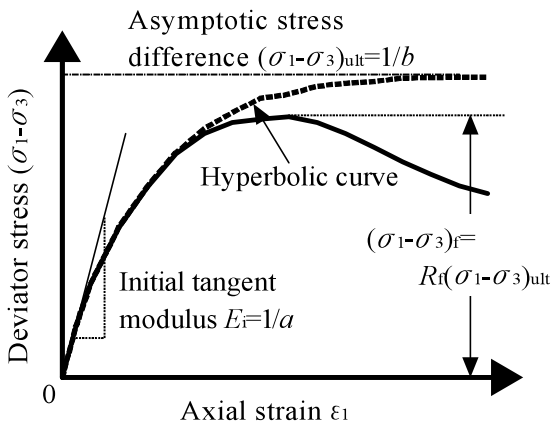


図6 Kulhawy-Duncan-Seedの双曲線モデル

ここで、モール・クーロンの破壊基準を用いれば、 $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ は次のように表せる。

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_f = \frac{2 \cdot c \cdot \cos \phi + 2 \cdot \sigma_3 \cdot \sin \phi}{1 - \sin \phi} \quad (8)$$

ここに c 、 ϕ は、それぞれ、土の粘着力、内部摩擦角である。一方、 E_i については実験的に次の関係が成り立つことがわかっている。

$$E_i = K \cdot P_a \cdot \left[\frac{\sigma_3}{P_a} \right]^n \quad (9)$$

ここに K 、 n は材料定数、 P_a は大気圧である。式(8)と(9)を式(7)に代入すれば、 E_t の定義式として、

$$E_t = K \cdot P_a \cdot \left[\frac{\sigma_3}{P_a} \right]^n \cdot \left[1 - \frac{R_f \cdot (1 - \sin \phi) \cdot (\sigma_1 - \sigma_3)}{2 \cdot c \cdot \cos \phi + 2 \cdot \sigma_3 \cdot \sin \phi} \right]^2 \quad (10)$$

がえられる。式(10)から分かるように、Kulhawy-Duncan-Seedの双曲線モデルでは、通常の三軸圧縮試験データから5つのパラメータ K 、 n 、 R_f 、 c 、 ϕ を決定すれば、任意の主応力レベル (σ_1, σ_3) における弾性係数を求めることができる。

一方、ポアソン比についても、弾性係数と同じように、三軸圧縮試験でえられる軸ひずみ ε_1 と半径方向のひずみ ε_3 の関係を双曲線で近似することにより、誘導することができる。ここで ε_3 は、体積ひずみ ε_v (収縮側を正)より、 $\varepsilon_3 = (\varepsilon_v - \varepsilon_1)/2$ として求められる。 ε_1 と ε_3 の双曲線近似式は次のようになる。

$$\varepsilon_3 = \frac{\varepsilon_1}{f + D \cdot \varepsilon_1} \quad (11)$$

ここに f と D は定数である。マイナス符号をつけた f は、先の図6との類似から明らかにように初期ポアソン比 ν_i を与える。 ν_i は経験的に σ_3 と次の関係をもつことがわかっている。

$$\nu_i = -f = G - F \cdot \log_{10} \left[\frac{\sigma_3}{P_a} \right] \quad (12)$$

ここに G 、 F は材料定数である。

式(11)と(12)、および弾性係数を誘導した際の式より、接線ポアソン比 ν_t は、次のように与えられる。

$$\nu_t = \frac{d\varepsilon_3}{d\varepsilon_1} = \frac{G - F \cdot \log_{10} \left[\frac{\sigma_3}{P_a} \right]}{1 - \frac{D \cdot (\sigma_1 - \sigma_3)}{K \cdot P_a \cdot \left[\frac{\sigma_3}{P_a} \right]^n \left[1 - \frac{R_f \cdot (1 - \sin \phi) \cdot (\sigma_1 - \sigma_3)}{2 \cdot c \cdot \cos \phi + 2 \cdot \sigma_3 \cdot \sin \phi} \right]^2}} \quad (13)$$

つまり ν_t の定義には、先の5個のパラメータに加えてさらに3個のパラメータ、 G 、 F 、 D が必要になる。

上に説明したKulhawy-Duncan-Seedの双曲線モデルの特徴は次のとおりである。

- i) 数値解析への適用を前提にしたモデルであり、非線形弾性計算への導入が容易である。また多くの使用実績をもつ。
- ii) モデル式の記述に必要なパラメータは計8個(このうち2個は強度定数)で、これらのすべてを通常の三軸圧縮試験から求めることができる。
- iii) 破壊基準がモデル式に組み込まれている。ただし、破壊近傍やそれ以降の挙動、あるいは除荷時の挙動を十分に表現できない。

3. べき乗関数モデル

堤体材料は、まき出しと転圧といった一連の作業過程の中で、小さな応力拘束状態から大きな拘束状態へと連続的に移行

していく。そして拘束応力の大きさに対応して材料の密度は増加し、変形も生じにくくなって、弾性係数が大きくなる。

このような考え方にもとづいて、三軸圧縮試験の応力ひずみ関係をみなおしてみる。新たなまき出し、転圧段階で、層内のある位置における拘束条件（側圧 σ_3 に対応）は新しい状態に移行するため、その位置にある堤体材料は、盛立て段階に応じて、新しい側圧に対応した応力ひずみ曲線を描いていくことになる。各段階で生じるひずみが最大0.5%程度とこくわずかであることを考えれば、堤体材料の応力ひずみ関係は、図7の破線で示すように、側圧ごとの応力ひずみ曲線の立ち上がりをつなげたようなものになると想定される。以上の考え方にもとづき、変形係数 E は次のように σ_3 のべき乗関数形で表すことができる⁹⁾。

$$E = \alpha \cdot \sigma_3^\beta \quad (14)$$

ここに α 、 β は材料定数である。ただし、このモデルでは、ポアソン比は弾性波調査などから別途に定める必要がある。

4. 主応力比一定モデル

フィルダムの堤体は、その盛立て過程で、主応力の比 σ_3/σ_1 がほぼ一定、もしくは緩やかに低減する単調な応力経路をとり、その値は堤体の表層部を除きおおむね0.3から0.6程度になることが知られている。図8は、先に示した図2のダムで計測された主応力の経路をまとめたものである。多少の変動はあるものの、おおむね主応力比一定の傾向をみることができる。三室⁹⁾は、このように、主応力比の大きさが盛立て中にあまり変化しないという事実と、特にシェルがみかけ上線形的な応力ひずみ関係を示すという点にヒントをえて、堤体材料の変形特性を最もよく記述する基本変数が、主応力の値そのものより、むしろ主応力比にあると推論した。このため、载荷中の軸圧と側圧との比が一定となる主応力比一定型の三軸圧縮試験装置を開発し、その試験結果と簡単な等方弾性体理論にもとづき、次の

ように、主応力比 $\eta = \sigma_3/\sigma_1$ を関数とする弾性係数 E とポアソン比 ν のモデル式を提案した。

$$E = \alpha \frac{(1+2\eta)(1-\eta)}{1+2\eta-\beta \cdot \eta} \quad (15a)$$

$$\nu = \frac{1}{2} \cdot \frac{1+2\eta-\beta}{1+2\eta-\beta \cdot \eta} \quad (15b)$$

ただし

$$\alpha = d\sigma_1/d\varepsilon_1, \quad \beta = d\varepsilon_3/d\varepsilon_1 \quad (15c)$$

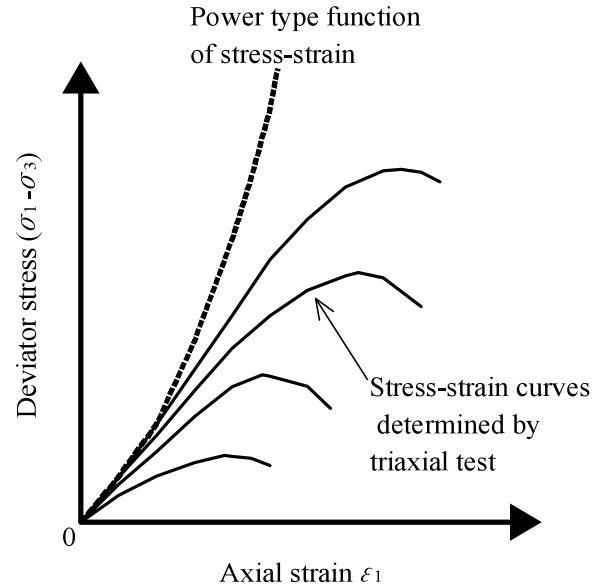


図7 堤体内の土要素が経験すると想定されたべき乗関数形の応力・ひずみ関係

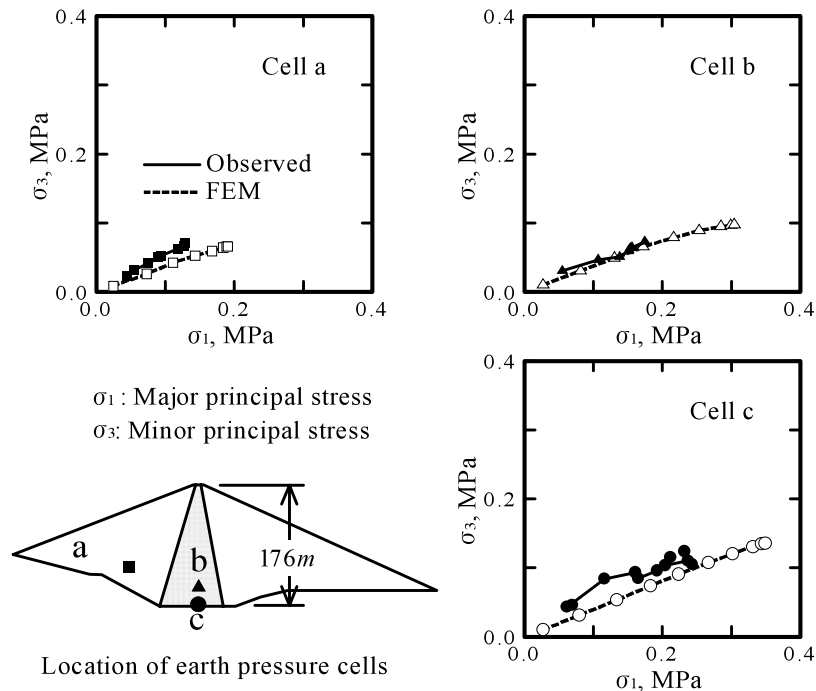


図8 フィルダムで計測された盛立て時の堤体内の主応力の経路とFEM計算値(図2と同じフィルダム)

係数 α と β は、シェルゾーンの材料のように、 σ_1 - ε_1 関係と ε_v - ε_1 関係が単純な直線で近似される場合には η のみの関数となる。またコア材のように非線形な関係の場合には、 η と σ_1 または ε_1 の関数になる。式(15)で定義される主応力比一定モデルは、次のような特徴をもつ。

- 本質的な特徴は主応力比を基本変数としている点にあり、非線形弾性モデルに分類される。適用範囲は主応力比があまり大きく変化しない単調負荷過程である。
- 安定した変形状態のみを対象としているため、破壊状態近傍（おおよその目安として η が0.2以下の領域）の変形挙動に対する適合性は保証されていない。
- 弾性係数とポアソン比を与える式が非常にシンプルで、かつ必要とする材料パラメータの数が少ない。Kulhawyらのモデルが常に8個のパラメータを必要とするのに対し、主応力比一定モデルでは α 、 β の関数形を定義するために4ないし6個で済む。
- ポアソン比についても弾性係数と同等の近似レベルで曲線適合が可能であり、そのモデル化に無理がない。またKulhawyらのモデルが間接的な試験値である半径方向のひずみ ε_3 を用いてポアソン比のモデル化を行っているのに対し、主応力比一定モデルでは直接の計測値 ε_v を用いているため、それだけ試験誤差の入る余地が少ない。

なお図8には、次章の盛立て解析プログラムを用いて計算した σ_3/σ_1 の値もプロットしている。観測された主応力比をうまく再現しているのが確認できる。

フィルダムの盛立て解析プログラム ESDA の開発

1. プログラムの概要

ESDA (Embankment Stress and Deformation Analysis by linear/nonlinear elastic FEM: 線形または非線形弾性 FEM を用いたフィルダム堤体の応力変形解析) は、逐次盛立て過程におけるフィルダムの応力変形挙動を計算するために開発した FORTRAN プログラムである。平面ひずみ条件で生じる応力変形挙動を対象とする。支配方程式の定式化には FEM を用いている。プログラムの基本的な枠組みはデサイ・アーベル¹¹⁾に準拠した。四角形要素と三角形要素を用いることができ、前者では、いったん4個の CST 要素に分割したのち、静的縮小をおこなう。マトリックス方程式の計算にはバンドマトリックス法を用いた。堤体材料の応力ひずみモデルとして、線形弾性、非線形弾性のいずれも扱えるようになっている。非線形弾性計算は反復法による。反復法での繰返し計算は、 x - y の2次元座標で、変位 u_x , u_y , 応力 σ_x , σ_y , τ_{xy} , ならびに弾性係数、ポアソン比の計7つの変化量が、許容値内に収まれば、収束したものとなして、終了するようになっている。

ESDA は、逐次盛立て過程にしたがってリフトごとに計算を進めていくメインプログラムと、そこから呼び出される11個のサブルーチンで構成される。これらの機能を図9にまとめる。

2. Talbingo ダムの事例解析

ESDA を文献に公表されている Talbingo ダム¹²⁾に適用する。当ダムは、オーストラリアのニューサウスウェールズに建設された高さ162mのロックフィルダムで、傾斜したコアゾーンをもつ。ダムの断面形状と有限要素網は図10に示すとおりであ

る。節点数184、要素数170で、盛立ては10層とした。堤体の底面、つまり基礎岩盤との接触面では、水平変位、鉛直変位のいずれも固定されていると仮定した。堤体はコア（不透水性ゾーン）材、フィルター材、トランジション材およびロック材の4種類からなり、すべて Kulhawy-Duncan-Seed の双曲線モデルで記述した。反復法による繰返し計算での収束誤差は、堤体内に生じる変位の絶対最大値および応力の絶対最大値の1%とした。

図11は、ESDA による計算結果から盛立て終了段階における鉛直変位の分布を求め、これを計測値と比較したものである。最大の鉛直変位はコアゾーンの中央部付近に生じており、先の図2に示したたる状の分布となっているのがわかる。計算によりえられた鉛直変位の最大値が3.5mであるのに対し計測値のそれは2.6mと少なめであるが、鉛直変位の全体の分布形状は計測値に良好に対応しているのを確認できる。

図12には、盛立て終了時に要素内で生じる最大主応力 σ_1 の分布を示した。 σ_1 は、上流側トランジションゾーンとフィルター

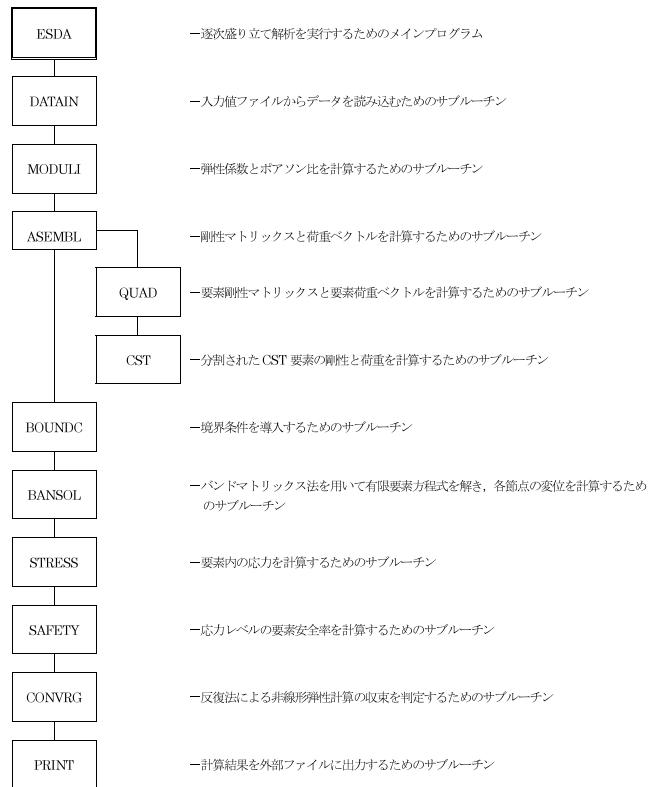


図9 逐次盛立て解析プログラム ESDA の構成

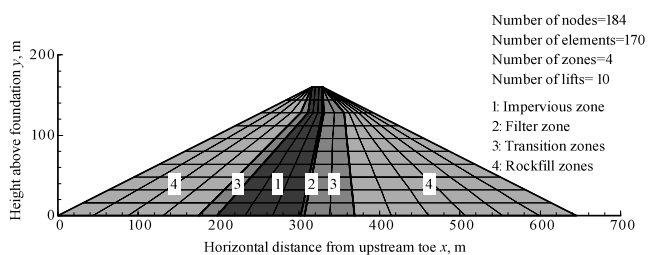


図10 Talbingo ダムのゾーン構造と盛立て解析のための離散化

ゾーンの底部で大きく、不透水性ゾーンで低めとなっている。これは、上流側トランジションゾーンとフィルターゾーンを構成する材料が不透水性ゾーンのそれより相対的に剛性であることから、上流側トランジションゾーンとフィルターゾーンが不透水性ゾーンを持ち上げる一種のアーチ現象が起きるためと考えられる。図13には、Stress level factor of safety⁹⁾として算出した要素安全率の分布を示す。引っ張り側の応力が発生しやすい堤体の上下流斜面の表層部で、表層すべりの発生の危険性があるのがわかる。図13によると、上流側トランジションゾーンの底部でも局所的にせん断破壊が生じる可能性がある。これは、図12で述べたアーチ現象の反作用として生じた、局所的な応力集中によるものと判断される。

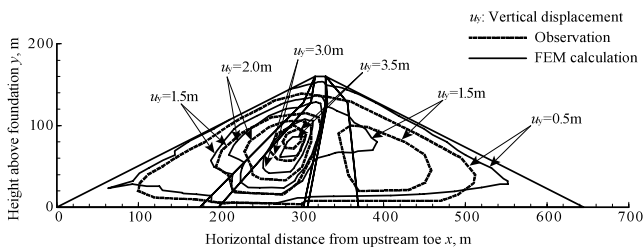


図11 Talbingo ダムで計測された鉛直変位と ESDA による計算値との比較

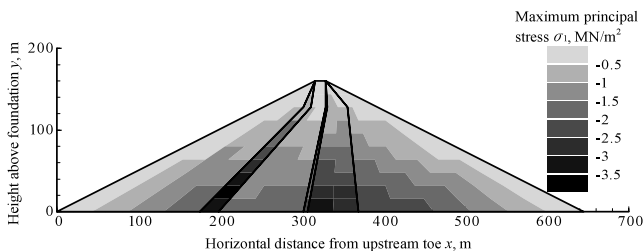


図12 ESDA で計算された Talbingo ダムの主応力分布

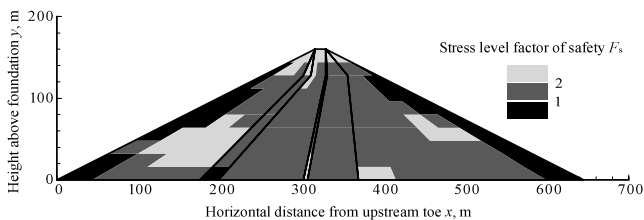


図13 ESDA で計算された Talbingo ダムの要素安全率の分布

まとめ

フィルダムの盛立て過程における応力変形挙動を予測、確認するための挙動解析法を整理し、特徴をまとめた。堤体の盛立て直後の力学的状態が、その後の湛水時の挙動解析や地震時解析の初期条件となることから、フィルダムの盛立て解析が重要な役割を持つ。フィルダムの施工過程を忠実に反映する逐次盛立て解析法の概要をまとめるとともに、堤体材料が一般的に有する非線形弾性を扱うための数値計算法を紹介した。数値解析により得られる解の信頼性は、場の支配方程式と初期・境界条件からなる数学モデル、材料の応力ひずみ関係や透水係数を表

す材料モデル、そして2次元や3次元、あるいは平面ひずみ条件といった断面モデルのそれぞれについて、バランスのとれた適切なモデル化ができてはじめて現実的なものとなる。フィルダムの盛立て解析で用いられることの多い材料モデルとして、双曲線モデル、べき乗関数モデルおよび主応力比一定モデルを取りあげ、実務上の特徴をまとめた。これらの材料モデルを考慮して、有限要素法 (FEM) で定式化したフィルダムの逐次盛立て解析プログラムを開発した。既設ダムの事例解析を通して、プログラムの予測精度を調べるとともに、直接目で確認することができない堤体内部の力学状態を予測、予知する上で、数値解析法が効果的に情報を提供できることを示した。土木構造物や地盤構造物などの設計に性能照査型が導入されるようになってきた。今後、これまで以上に、設計における性能予測あるいは施工中または施工後における性能確認に向けて、数値解析法が積極的に利用されていくはずである。フィルダムの湛水時解析、あるいは地震時解析へと議論の枠を広げて行きたいと考えている。

参考文献

1. 太田秀樹. 2004. 維持・管理および更新のための計測・解析技術. 土と基礎, **52**(5): 1-6.
2. 高井・岩片・宮田. 1983. 高瀬ダムの調査, 設計および堤体の挙動. 土質工学会 (編)「土質工学ケースヒストリー集 (第1集)」, 土質工学会, 東京. P. 349.
3. 三室高・池田幸・延山政之・森井俊広. 1990. 主応力比を基本変数としたフィルダム材料の変形特性の評価方法. 粗粒材料の現場締固めの評価に関するシンポジウム発表論文集, 土質工学会: 25-32.
4. Clough, R. W. and R. J. Woodward. 1967. Analysis of embankment stresses and deformations. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, Proceedings of ASCE, **93**: 529-549.
5. Kulhawy, F. H. 1977. Embankments and excavations, *Numerical Methods in Geo-technical Engineering* edited by Desai, C. S. and J. T. Christian, McGraw-Hill. PP. 528-555.
6. Duncan, J. M. and C. Chang. 1970. Nonlinear analysis of stress and strain in soils. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, Proceedings of ASCE, **96**: 1629-1653.
7. 林正夫. 1977. Teton ダムの決壊原因. 土木学会誌, **62**(4): 67-70.
8. 林正夫. 1971. ロックフィルダム築造中と湛水中の内部挙動—喜撰山ダム—. 電力中央研究所報告, **70012** 号.
9. 松井家孝. 1973. ロックフィルダムの弾塑性解析—築堤・湛水過程における内部挙動と材料物性との関係—. 電力中央研究所報告, **72012** 号.
10. Kulhawy, F. H., J. M. Duncan and H. B. Seed. 1969. Finite element analyses of stresses and movements in embankments during construction. Report No. TE-69-4, University of California Berkeley, USA.
11. デサイ, C. S. ・アーベル, J. F. (山本善之訳). 1974. マトリックス有限要素法. 科学技術出版社, 東京.
12. Adikari, G. S. N. and A. K. Parkin. 1982. Deformation behaviour of Talbingo dam. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, **6**: 353-382.

Nonlinear Elastic Analysis of Stress and Deformation in Rockfill Embankment during Construction

Toshihiro MORII*

(Received June 2, 2004)

Summary

A numerical incremental analysis of stress and deformation in rockfill embankment during its construction is developed. A finite element method is employed to formulate a governing equation of stress and deformation together with an appropriate set of boundary condition. Nonlinear elastic stress-strain models are effectively introduced into the numerical analysis based on a numerical iterative procedure. An accuracy of the numerical analysis developed is examined by comparing vertical displacements observed in Talbingo dam, Australia, with the numerical calculation. Safety of Talbingo dam is investigated based on the numerical calculations of principal stress and stress level factor of safety.

Bull.Facul.Agric. Niigata Univ., 57(1):53-61,2004

Key words : Rockfill dam, Incremental analysis, Nonlinear elasticity of soil, Finite element method

*Corresponding author: morii@agr.niigata-u.ac.jp