

## レール継目部列車走行試験の有限要素シミュレーションとその再現性

Finite element simulation of the field test on the railway track with rail joints

紅露一寛\*・阿部和久\*\*・石田 誠\*\*\*・鈴木貴洋\*\*\*\*

Kazuhiro KORO, Kazuhisa ABE, Makoto ISHIDA and Takahiro SUZUKI

\*正会員 博士 (工学) 新潟大学助手 大学院自然科学研究科 (〒 950-2181 新潟市五十嵐二の町 8050 番地)

\*\*正会員 工博 新潟大学助教授 工学部建設学科 (〒 950-2181 新潟市五十嵐二の町 8050 番地)

\*\*\*正会員 (財) 鉄道総合技術研究所 鉄道力学研究部 (〒 185-8540 東京都国分寺市光町 2-8-38)

\*\*\*\*正会員 (財) 鉄道総合技術研究所 鉄道力学研究部 (〒 185-8540 東京都国分寺市光町 2-8-38)

In the present paper, the impact response in the field test on the railway jointed track is simulated using the wheel-track vibration model with the finite element method. The simulated results on the dynamic response are discussed in terms of *railpad force*, *sleeper-ballast interaction force*, *sleeper acceleration* and *ballast acceleration*. The ballast and substrate are modeled as 2D elastodynamic bodies. The accuracy of the vibration model is investigated based on the comparison with in-situ measurements. In the railpad force and the sleeper-ballast interaction force, the impact responses are accurately simulated; the post-impact responses obtained by the present model have the differences in terms of period and amplitude in contrast to the measurements. The sleeper acceleration has the different peaks in the spectral space between the numerical results and the measurements; the intensity of the response shows good agreement in the frequency range under 200Hz. The ballast layer is an assemblage of crushed hard stone, of which the particle action influences to the macroscopic dynamic response of the ballast layer. Therefore, though the present model can evaluate the maximal acceleration level, it may simulate the spectrum distribution sufficiently.

**Key Words :** rail joint, track-substrate dynamic interaction, modeling of track

## 1. はじめに

鉄道軌道におけるレール継目 (以下,「レール継目」と略称する.) は, 軌道剛性が局所的に低下し, 車輪走行面が連続していない欠線部を有する構造上の弱点箇所である. そのため, 鉄道車両が継目を通過する際には衝撃的な動的応答が発生する. 一般に継目通過に起因する衝撃応答は, 他の箇所を走行する場合と比べて著大なものとなり, 著大な衝撃応答はレール継目部近傍における軌道破壊を増長させることとなる. わが国の鉄道営業線では, 長さ 25m の定尺レールに継目板を添接しボルトで連結する継目構造 (普通継目) が専ら採用されてきた. 今日では, 普通継目を解消したロングレールが主要線区において導入されてきているものの, 輸送量の少ない閑散線区では, 上述の普通継目でレールを敷設・締結するのが一般的となっている. そのため, 軌道の合理的な設計方法を確立し, 保守管理を効果的に進めるためにも, レール継目近傍における衝撃応答を定量的に評価し, 軌道破壊と動的応答との関係を解明することが求められている.

数トン~数十トンもの走行荷重がレール継目部近傍の軌道に繰り返し作用した状態においては, レールやまくらぎなどの構造部材が損傷を受ける. また, 軌道がバラスト道床を有する場合には, 道床の不等沈下が発生する. 道床上面が不等沈下した軌道においては, 列車の乗り心地が大きく低下する恐れがある. そのため, 道床沈下量を定量的に予測する方法を確立することの

重要性が指摘されており<sup>1)</sup>, 今日に至るまで多くの鉄道技術者が定量評価手法の構築に取り組んできた<sup>2)</sup>. 著者の二人も文献<sup>3)</sup>において, 営業線では測定が困難なまくらぎ下面圧力を軌道振動解析によって評価し, その値と経験式から道床沈下量を予測する方法を提案している.

現在, わが国で主に用いられている振動解析モデルは, レールをはりで, まくらぎや軌道パッド, 道床や路盤をばね-質点系として表現するものである<sup>3),4)</sup>. 特に道床・路盤部についてもばね-質点系でモデル化する場合, 解析モデルの構築が容易であることもあって, 海外の研究者による報告事例も多数存在する (例えば, 文献<sup>1),5)</sup>など). この振動解析モデルでは, 道床・路盤部における鉛直方向の動的応答を評価するために, 一個ないしは複数の質点を Voigt ユニットで直列に連結する. ただし, 道床・路盤部は媒体内の波動伝播が許される構造となっているため, ばね-質点モデルの下で当該部位の波動伝播の影響を考慮するためには, 軌道進行方向 (または横断方向) に隣接する質点間をばね等で連結し, それらの相互作用を適切に評価しなければならない. しかし, 全てのばねやダッシュポットのばね定数や減衰係数を合理的に定めることは困難であり, 最終的には解析による実測値の再現性を考慮しつつ, 経験的に設定せざるを得ない.

なお, 道床・路盤内の波動伝播の影響は, 当該部位を 2 次元または 3 次元連続体としてモデル化することで考慮できる<sup>6)</sup>. そこで著者らは, 文献<sup>7)</sup>において, 前

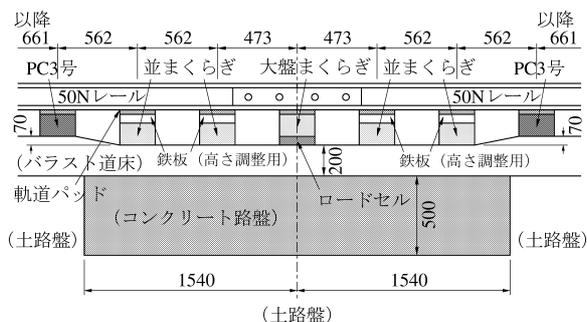


図-1 試験軌道の縦断構造 (単位: mm).

述のばね-質点モデルと連続体モデルを対象に、道床・路盤部のモデル化の違いがレール継目部の動的応答解析結果に及ぼす影響について詳細に検討した。その結果、まくらぎ・道床間作用力は解析モデルの選択の影響をほとんど受けないが、まくらぎや道床上面の振動加速度は 150Hz 以上の周波数帯においてモデル化の影響を受けることがわかった。ただし、文献<sup>7)</sup>では異なる解析条件の下で得られた解析結果を比較検討することに終始している。そのため、より精緻な解析モデルである連続体モデルによる振動解析が、レール継目部で実際に生じる動的応答を精度良く再現できているか否かについては検討されていない。また、ばね-質点モデルを用いてレール継目通過時の輪重やレール圧力を再現した場合の再現性能については文献<sup>8)</sup>で論じられているが、まくらぎ・道床間作用力や道床内部の振動加速度までは検討対象となっていない。その結果、道床沈下現象の支配要因と思われるまくらぎ・道床間作用力や道床の振動加速度に関する振動解析モデルの再現性については、現在のところ検討されていない。

そこで本研究では、文献<sup>7)</sup>で示した軌道振動解析モデルにより得られる動的応答の再現性について、モーターカー走行試験により得られた計測結果と、走行試験に対応する条件下で得られた解析結果とを比較することによって検討する。また、これらの比較を通し、これまで構築してきた解析手法の適用可能性について考察する。

## 2. モーターカー走行試験の概要

本研究で比較対象とする動的応答の実測値は、平成 15 年度に (財) 鉄道総合技術研究所鉄道力学研究部軌道力学研究室が実施したモーターカー走行試験の際に計測・測定されたものである。

### 2.1 試験軌道の構造

走行試験を実施した試験軌道は、(財) 鉄道総合技術研究所日野土木実験所の構内に敷設されている。軌道の縦断構造を図-1 に示す。また、各部の物性値を表-1 に示す。試験軌道は、継目の前後で同一の間隔でまくらぎが配置されている。まくらぎは、それらの中心間距離が継目直下から離れる方向に 473, 562, 562mm となるように配置されている。なお、継目直下には木製の大盤まくらぎを配置し、継目前後 4 本のまくらぎ

表-1 軌道各部の諸元。

コンクリート路盤	
弾性係数	35 (GPa)
質量密度	2500 (kg/m <sup>3</sup> )
Poisson 比	0.17

### まくらぎ

PC3 号まくらぎ質量	160 (kg/本)
並まくらぎ質量	60 (kg/本)
大盤まくらぎ質量	90 (kg/本)
高さ調整用鉄板	27.5 (kg/個)
ロードセル総質量	73.58 (kg)
ロードセル取り付け箱質量	31.4 (kg)
ロードセル受圧板総質量	40.18 (kg)

は木製並まくらぎとしている。これ以外のまくらぎについては、コンクリート製 PC3 号まくらぎとし、中心間距離が 661mm となるように配置している。レールは 50N レールを使用しており、軌間は 1067mm となっている。進行方向に対して左側・右側のレールは、以降「左レール」、「右レール」と呼ぶことにする。また、レールとまくらぎの間には、まくらぎの種別によらず公称値 110MN/m のゴム製軌道パッドが挿入されている。

先にも述べたように、まくらぎ下面圧力は継目直下まくらぎ下に置かれたロードセルで計測している。そのため、レール頭頂面の高低を調整する目的で、継目前後 4 本の木まくらぎと軌道パッドとの間には鉄板が挿入されている。まくらぎやそれに取り付けられた計測機器の質量は、表-1 に示す通りとなっている。なお、PC まくらぎ設置部分については、道床厚を 70mm 厚くしてレール頭頂面の高低を調整している。

まくらぎより下部は、図-1 に示すようにバラスト道床、コンクリート路盤、土路盤から構成されている。バラスト道床の厚さは継目近傍で 200mm となっており、PC まくらぎ敷設区間では 70mm 増厚されている。道床の下層は路盤となっているが、継目前後 1540mm (計 3080mm) の長さにはわたって奥行き 6000mm、厚さ 500mm のコンクリート路盤が敷かれている。当該部分のコンクリートは現場にて打設されたものであり、その内部には配筋が施されている。継目より 1540mm 以上遠方の区間では、バラスト道床の直下は土路盤となっている。また、コンクリート路盤の下層も同質の土路盤となっている。

### 2.2 走行車両

走行試験において使用したモーターカーの諸元は、表-2 に示すとおりである。モーターカーは、台車を持たずに 2 つの輪軸が軸距 3.5m で直接車体に連結する構造を有している。車輪半径は前輪・後輪とも 381mm となっている。各車輪に分配される荷重については、走行試験に先立って実施した静止輪重測定の結果から与えたものである。ばね下質量については、輪軸一本あたりの減速器・輪軸本体の重量から算出されたもので

表-2 モーターカーの諸元.

輪軸数	2	
軸距	3.5	(m)
車輪半径	381	(mm)
前輪・左静止輪重	31.1	(kN)
前輪・右静止輪重	26.5	(kN)
後輪・左静止輪重	27.9	(kN)
後輪・右静止輪重	34.8	(kN)
ばね下質量	1175	(kg)
車体・車輪間ばね定数	84.4	(kgf/mm)
車体・車輪間減衰係数	20	(kNs/m)

ある。また、輪軸はばねとダンパーを介して取り付けられており、当該ばねのばね定数とダンパーの減衰係数は、表-2 に示すとおりである。なお、走行試験の際には、モーターカーは 40.5km/h で走行している。

### 2.3 動的応答の測定項目・位置と測定方法

走行試験の際には、「レール圧力」、「まくらぎ下面圧力」、「まくらぎ振動加速度」、「道床振動加速度」の時刻歴を測定した。

レール圧力値は、レール・まくらぎ間に挿入する軌道パッド内にロードセルを埋め込んで継目近傍・左右レール 6カ所で計測したものである。まくらぎ下面圧力値については、継目直下に配した木製大盤まくらぎの下面に計 28 個の円型ロードセルを金属製の取付箱を介して取り付け、まくらぎ下面に作用するバラスト道床からの反力（圧力）を計測して得られたものである。なお、バラストが碎石の集合体であるため、碎石粒子の配置によって下面圧力分布が著しく不均一とならないことを確認した上で測定を行なった。まくらぎ振動加速度、道床振動加速度については、圧電式加速度ピックアップを用いて計測した。

次に、上記測定項目の測定位置について説明する。図-2 に示すように、レール圧力は継目直下とその前後のまくらぎ（図中 SLP1, SLP2, SLP3）の位置、計 3カ所で計測されている。まくらぎ振動加速度については、継目直下とその前後のまくらぎ（図中 SLP1, SLP2, SLP3）において、右レール直近の位置で計 3カ所計測した。なお、4 節における解析結果との比較の際には、紙面の都合上、継目直下まくらぎ位置（SLP2）での振動加速度測定結果のみを用いることとした。まくらぎ・道床間作用力は継目直下大盤まくらぎ位置で測定されている（図-3 参照）。また、道床振動加速度については、継目直下まくらぎとその前後 2 本のまくらぎの直下で計測することとした。ただし、計測点は右レール直下・道床上面から 100mm の深さの位置に設け、継目手前から BAC1, BAC2, BAC3 と表記している。

次節で紹介する解析モデルにおいては、左右いずれかのレール（1 本分）の動的応答を再現するように構成されており、レール圧力に相当する力は軌道パッドをモデル化した Voigt 体の復元力（作用力）で与えられる。そのため、解析値と実測値とを比較する際には、28 個のロードセルで計測した力の合計（合力）をとり、

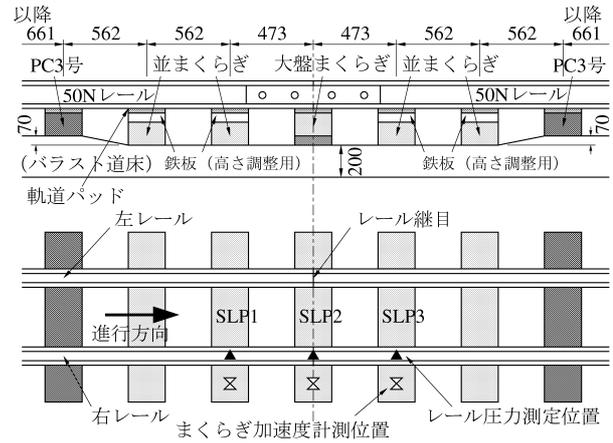


図-2 レール圧力，まくらぎ振動加速度の観測位置。

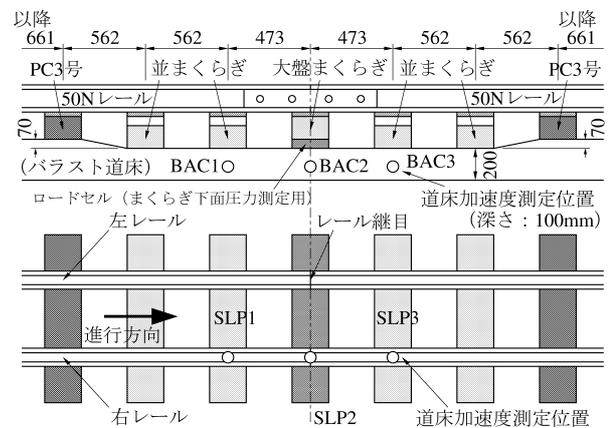


図-3 まくらぎ下面圧力，道床振動加速度の観測位置。

その 1/2 倍した値を解析値と比較することとした。なお、軌道振動解析を行なう際には、入力データ（レール凹凸高）としてレール凹凸が必要となる。本研究では、試験軌道における継目近傍の 1m 区間に実際に存在するレール凹凸高さを、接触式粗さ測定器を用いて 1mm 間隔で測定した。

## 3. レール継目部の振動解析モデル

本研究では、前節で示したモーターカー走行試験時の動的応答を軌道振動解析によって再現する際に、文献<sup>7)</sup>で示した解析モデルを用いる。以下においては、軌道の各構成部材の振動解析モデルとその定式化について、順を追って簡単に説明する。

### 3.1 軌道上部構造のモデル化

まず、まくらぎより上部に存在する構成部材のモデル化について説明する。わが国の鉄道における一般的なレール継目は、2 本のレールを挟み込むように 2 枚の継目板を添接し、4 本ないしは 6 本のボルトによって締結する構造を有している。本研究では、継目通過時に発生する衝撃応答を振動解析によって再現することを目的としていることもあり、レールは Timoshenko ば

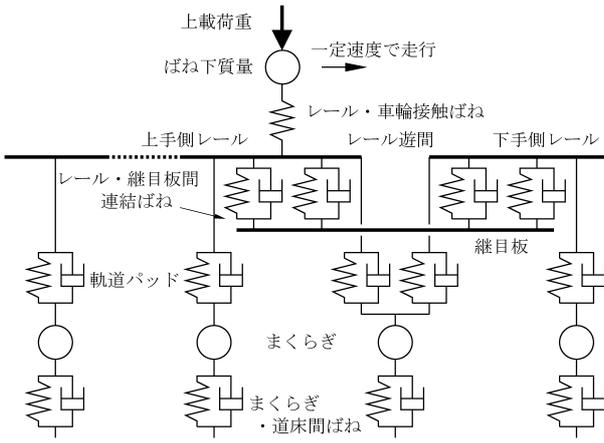


図-4 軌道上部構造の振動解析モデル。

りとしてモデル化する。また、継目板については、添接される2枚の継目板を、それと等価な剛性を有する1本のTimoshenkoばりとして表現する。なお、解析モデルにおいては、ボルト締結位置に配置されたばねによってレールと継目板とを連結し、ボルト締結時の変形の拘束を表現している。

Timoshenkoばりとしてモデル化されるレール・継目板は、ともに有限要素法(FEM)によって離散化する。Timoshenkoばりを採用する場合、未知量となるたわみ・断面回転の補間多項式の組み合わせによっては、せん断ロックが発生する。本研究では、ロックを回避できる要素であるTIM7要素<sup>9)</sup>を用いて有限要素近似を導入することとした。

当該問題における軌道振動は、レール・車輪間の相互作用力によって励起される。3.2節でも示すが、本研究ではレール・車輪接触力をHertzの弾性接触理論に基づき、集中力として表現する。また、図-4に示すように、本研究で用いる振動解析モデルでは、軌道パッドはVoigtユニットでモデル化し、レールと継目板はばねで連結している。そのため、レールに作用する作用力は、全て集中力として定義されることとなる。Timoshenkoばりに集中力が作用する場合、力の作用点ではたわみ角が不連続とならねばならない。しかし、TIM7要素をそのまま適用するとたわみ角の不連続性を表現できないため、有限要素近似が実際の変形に適合せず、不自然な応答が発生してしまう<sup>10)</sup>。そこで、まくらぎ反力などの移動しない集中力に関するたわみ角の不連続性については、荷重作用点をたわみ角に関する二重節点とすることで処理する。一方、移動集中荷重に関するたわみ角の不連続性については、移動しない集中荷重作用点間をサポートとする三角形の重合要素を定義し、TIM7要素と併せてレールたわみを近似する<sup>10)</sup>。その結果、レールたわみ $u$ と断面回転 $\psi$ は、TIM7要素における節点値ベクトル $\mathbf{u}$ 、 $\psi$ とその補関数 $\mathbf{N}$ 、 $\phi$ 、重合要素の補関数 $\mathbf{w}$ とそれに関するたわみの補正量 $\Delta\mathbf{u}$ を用いて、次式のように近似される。

$$\begin{Bmatrix} u \\ \psi \end{Bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \mathbf{N} & \mathbf{0} & \mathbf{w} \\ \mathbf{0} & \phi & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \psi \\ \Delta\mathbf{u} \end{Bmatrix}, \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{u}$ はたわみ・たわみ角の節点値ベクトルであり、 $\psi$ は断面回転の節点値を収納するベクトルである。

式(1)における $\mathbf{w}(x)$ の形状は荷重の移動とともに変化し、 $\mathbf{w}$ に関する剛性行列・質量行列成分についても各時刻で更新する必要がある。しかし、更新対象となる行列成分はごく一部であり、更新によって計算量が大幅に増加することはない。なお、運動方程式に有限要素近似を導入することで得られた時間 $t$ に関する常微分方程式は、積分方程式に基づく方法<sup>11)</sup>によって時間積分を直接処理し、各時間ステップにおける応答を逐次計算・評価する。

なお、図-4に示すように、軌道パッドは、慣性力を考慮せずにVoigtユニットによって表現し、まくらぎは鉛直方向変位のみが許容された質点としてモデル化する。また、まくらぎ・道床間作用力についても、軌道パッドの作用力と同様にVoigtユニットでモデル化する。振動解析の際には軌道パッドの作用力評価式、まくらぎの運動方程式、まくらぎ・道床間作用力評価式を時間方向に離散化し、レール・継目板の有限要素方程式と連立させて解を計算する必要がある。そのため、これら3種類の方程式とも、レール、継目板と同様の方法<sup>11)</sup>で時間積分を実行し、各時間ステップにおける応答を評価する。

### 3.2 車両とレールとの接触力の評価

本研究においては、車両(モーターカー)の動的応答を再現するために、車体・車輪間ばねより下部に存在する部分の上下動を1個の「ばね下質量」でモデル化し、車体から車輪へ伝達する荷重は時間依存しない「上載荷重」の形で考慮する(図-4参照)。車両がレール上を走行する際には、車輪とレールとの接触面には接触圧力が生じ、その大きさは車両と軌道相互の運動状態に応じて変化していく。接触圧力の総和であるレール・車輪間接触力は、Hertzの弾性接触理論に基づき評価する。

なお、Hertzの理論は、接触状態にある2つの弾性体の変形を半無限体近似の下で評価するものである。そのため、レール継目から十分に離れた箇所を車両が走行している場合には振動解析にそのまま適用できるが、レール継目部では2本のレールが遊間の存在によって不連続になっている。その結果、レール継目部では車輪はレール表面だけでなくレール角部でも接触可能となる。また、レールの不連続性は、Hertz理論の前提条件に矛盾する。そこで本研究では、Hertz理論から導出された接触力評価式を以下の形に修正して用いる。

$$P_c = \begin{cases} \kappa \cdot k_c \delta_c^\gamma, & (\delta_c > 0), \\ 0, & (\delta_c \leq 0), \end{cases} \quad (2)$$

ここで、 $\delta_c$ は押込み側を正としており、 $k_c$ は車輪・レールのYoung率、Poisson比、接触面の曲率によって定まる接触ばね定数である。片岡らの方法<sup>4)</sup>によれば、修正パラメータ $\kappa, \gamma$ は、有限要素解析によって評価したレール変形の影響関数とKalkerのアルゴリズムとを用いて事前に設定可能である。なお、本論文で示す解析結果は、文献<sup>4)</sup>に示された修正パラメータの値を用いて得られたものである。

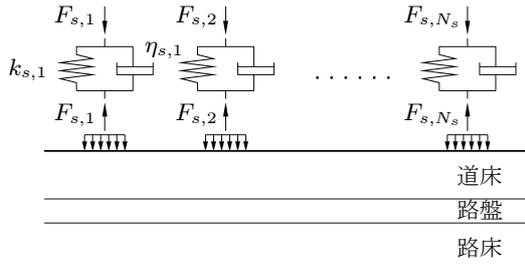


図-5 連続体モデルにおけるまくらぎ・道床間の変位・作用力.

一方、レール角部でのレールと車輪との接触は、レール端でのたわみ角とレール凹凸勾配から定義されるレール頭頂面の接線方向単位ベクトル  $\mathbf{a}$  と、レール端と車輪中心とを結ぶベクトル  $\mathbf{v}$  を用いて判定する. ある運動状態にある車輪とレールに関し、2つのベクトル  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{v}$  が次式を満足する場合、車輪はレール端の角部で接触するものとする.

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{v} > 0. \quad (3)$$

この場合、押し込み変位  $\delta_c$  は次式で与える.

$$\delta_c = R - \|\mathbf{v}\|, \quad (4)$$

ここで、 $R$  は車輪径である.

式(3)を満足しない接触状態においては、車輪とレールは面的に接触するものとする. なお、上述の接触判定方法の詳細は文献<sup>10)</sup>で示されているので、文献<sup>10)</sup>を参照されたい.

### 3.3 道床・路盤部のモデル化

先にも述べたように、既往の研究で用いられている軌道振動解析モデルにおいては、道床・路盤部をばね-質点モデルで表現することが多い. しかし、ばね-質点モデルを採用した場合、せん断ばね等を導入しない限り鉛直方向の振動成分しか再現できない. 本研究では、道床・路盤部各層内の波動伝播の影響を容易かつ適切に考慮するために、道床以下各層を2次元の弾性波動場としてモデル化する. なお、当該の部位を3次元弾性波動場としてモデル化することもできるが、文献<sup>7)</sup>において2次元モデルと3次元モデル双方の下で得られた動的応答解析結果には大きな差は生じないことが示されているので、ここでは2次元モデルを採用することとした. 以下においては、道床・路盤部の動的応答の評価方法とその定式化を示す.

前述のように、本研究では  $N_s$  本のまくらぎを質点、まくらぎ・道床間作用力は Voigt ユニットでモデル化し、道床以下は2次元連続体として取り扱っている. まくらぎと道床とは完全に付着した状態にあるものとする. また、接触面における法線方向直応力は、図-5に示すように一様に分布するものと仮定する. この直応力の合力をまくらぎ・道床間作用力  $F_{s,i}$  と定義する. このとき、 $F_{s,i}$  は次式で評価できる.

$$F_{s,i} = k_{s,i}(u_{s,i} - u_{bs,i}) + \eta_{s,i}(\dot{u}_{s,i} - \dot{u}_{bs,i}), \quad (5)$$

ここで、 $i = 1, 2, \dots, N_s$  であり、 $k_{s,i}$ ,  $\eta_{s,i}$  はそれぞれ接触ばね定数、減衰係数である.  $u_{bs,i}$  は接触位置における道床上面鉛直方向変位であり、接触面上での当該変位の重み平均として定義する.

本研究においては、道床・路盤部と軌道上部構造との連成振動解析を行なう際には、時間域 Green 関数法を用いて道床・路盤部の動的応答の影響を考慮する. 時間域 Green 関数法によれば、式(5)における道床変位  $u_{bs,i}$  は次式で評価できる.

$$u_{bs,i}(t) = \sum_{j=1}^{N_s} \int_0^{t^+} F_{s,i}(\tau) G^*(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j, t - \tau) d\tau, \quad (6)$$

上式に含まれる時間域 Green 関数  $G^*(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j, \tau)$  は、時刻  $t = 0$  において  $\mathbf{x} = \mathbf{x}_j$  なる点を代表点に大きさ1の鉛直下向きの作用力が作用したときの、時刻  $t = \tau$  での  $i$  番まくらぎ直下 ( $\mathbf{x} = \mathbf{x}_i$ ) の鉛直方向道床変位なる物理的意味を持つ. なお、Green 関数は、合力が1となるような等分布圧力をまくらぎと同一の幅で道床上面に作用させ、有限要素解析によって数値的に作成する. 本研究では、無限遠方での波動の放射を適切に表現するために粘性境界<sup>12)</sup>を導入し、Rayleighの方法によって波動の減衰性を考慮することとした. 有限要素分割を導入する際の要素長は、文献<sup>13)</sup>の方法に準じて定めている.

式(6)の積分を一定の時間間隔  $\Delta t$  に細分割し、この間隔ではまくらぎ・道床間作用力  $F_{s,i}(\tau)$  は後退方向に時間一定値をとるものとして積分を計算する. その結果、時刻  $t = M\Delta t$  における道床上面鉛直変位  $u_{bs,i}^{(M)}$  は次式で評価できる.

$$u_{bs,i}^{(M)} = \sum_{j=1}^{N_s} \sum_{m=1}^M F_{s,j}^{(m)} G_{ij}^{*(M-m+1)}, \quad (7)$$

$$G_{ij}^{*(M-m+1)} := \int_{(M-m+1)\Delta t}^{(M-m)\Delta t} G^*(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j, \tau) d\tau, \quad (8)$$

式(7)において、 $F_{s,j}^{(m)} = F_{s,j}(t = m\Delta t)$  である. なお、式(7), (8)を用いて道床変位を与える場合、道床・路盤の非線形性が存在しない限り、 $G^*$  を評価する有限要素解析は軌道振動解析と独立に実行できる. 所定の時間刻みに対応する数値 Green 関数  $G_{ij}^{*(m)}$  を、道床以下の有限要素モデルのみを用いて作成しておく. 軌道振動解析の際には、この数値 Green 関数を入力データとして与え、道床上面鉛直変位の評価式(7)の係数として用いる. その結果、式(7)をはじめとする離散化した運動方程式等を連立させ、各時間ステップでの動的応答を計算する. そのため、まくらぎ上部の動的応答を計算する際には、道床より下部の有限要素方程式を連立させる必要がなくなり、計算の効率化を図ることができる.

## 4. 解析結果と実測値との比較

2節では、平成15年度に鉄道総研が実施したモーターカー走行試験の概要を説明した. それと対応する

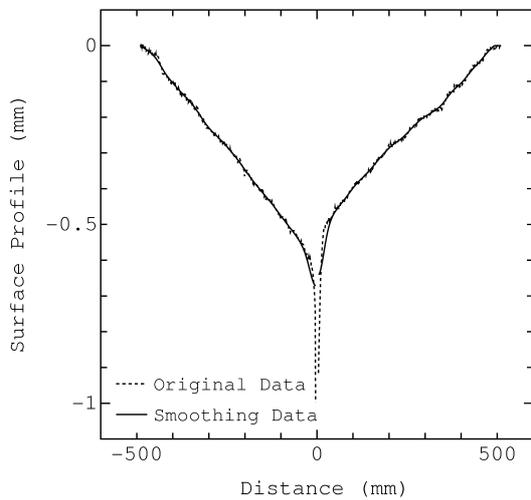
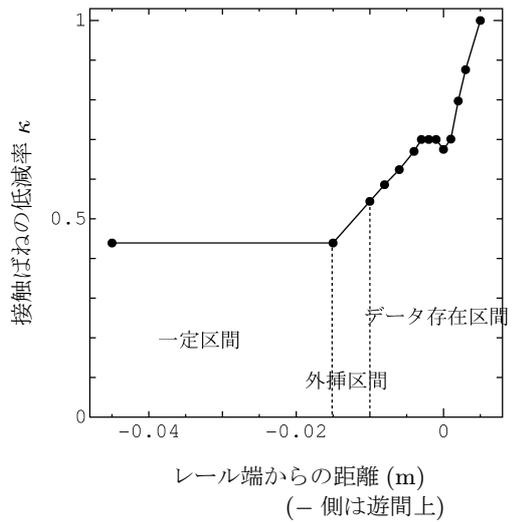


図-6 レール継目近傍のレール頭頂面に存在する凹凸の測定結果（点線）とその平滑化データ（実線）。

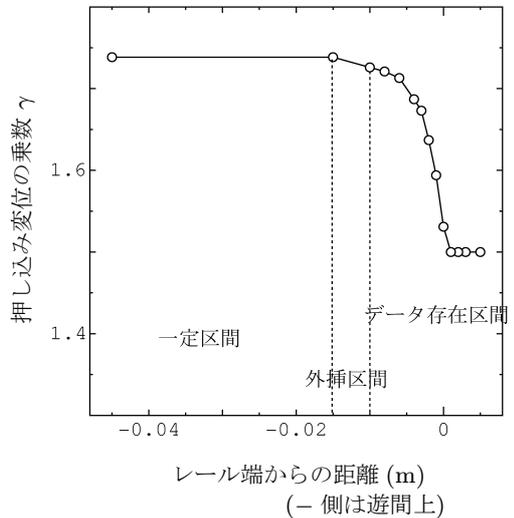
レール継目部振動解析の方法と条件について紹介してきた。本節では、走行試験によって得られた軌道各部の動的応答と解析結果とを比較し、双方の特徴を明らかにした上で振動解析の再現性やモデル化の妥当性について検討する。動的応答の比較は、モーターカーの前輪が継目を通過する際に生じる動的応答を対象とする。レール圧力、まくらぎ・道床間作用力、まくらぎ振動加速度、道床振動加速度の順で考察を進める。なお、以下に示す解析結果は、走行試験における測定時の時間間隔と同一の時間増分  $\Delta t = 1/12000$  (sec) に設定して得られたものである。

#### 4.1 解析条件

先に概要を紹介したモーターカー走行試験実施時のレール継目部動的応答を軌道振動解析によって再現する際には、解析結果の再現性能を考えると、実際の軌道に存在しているレール凹凸を先見情報として与える必要がある。レール継目近傍のレール凹凸高は、先にも述べたように走行試験実施時に測定しているのので、測定値をそのまま用いて振動解析を実行することもできる。しかし、本来レールと車輪とは面的に接触しているため、特定の1点におけるレール凹凸高によってレール・車輪接触力が決まるとは考えにくい。一方、本研究で用いた振動解析モデルにおいては、レールと車輪との接触判定の際に前節において定義した押し込み変位  $\delta_c$  を逐次計算する必要がある。この計算では、車輪とレールとの幾何学的関係を考慮した上でレール上に「接触点（押し込み変位評価点）」(1点)を定めておき、この点におけるレール凹凸高さと車輪半径・鉛直変位を用いて押し込み変位を求める。特に走行試験に先立って測定したレール凹凸は、図-6点線で示したように継目の近傍では頭頂面が急激に落ち込んでいる。そのため、平滑化をしないレール凹凸を解析に用いることで顕著な輪重抜けが生じ、継目通過直後に発生する瞬間的な接触力の増加量も動的な影響を受けて大きくなることが予想される。以下においては、車輪の乗り移りに生じる衝撃的な動的応答の過大評価を避ける目的



(a) 接触ばね定数の低減率  $\kappa$ 。



(b) 押し込み変位の乗数  $\gamma$ 。

図-7 車輪・レール接触ばねの低減率と押し込み変位の乗数の設定値。

で、車輪とレールが実際には面的に接触することを考慮し、レール凹凸を平滑化して軌道振動解析に用いることとする。

平滑化後におけるレール凹凸は、図-6実線に示すとおりである。平滑化後のレール凹凸では、レール継目部のレール頭頂面の落ち込み量が平滑化前の7割程度に低減されている。また、それ以外の部分の高周波の変動成分が平滑化によって除去されていることが確認できる。なお、平滑化は移動平均を50回繰り返し実行することによって処理している。移動平均のデータ数は、レールと車輪との接触面の大きさを考慮して定めた。

また、車輪とレールとの接触力の評価の際には、式(2)で示したように、ばね定数の低減率  $\kappa$  と押し込み変位  $\delta_c$  の乗数  $\gamma$  の値を設定しておく必要がある。車輪とレールとの幾何学的関係を考慮し、弾性接触の仮定

表-3 レール・継目板・軌道パッド・まくらぎの諸元.

(a) レール.

弾性係数	210	(GPa)
Poisson 比	0.3	
断面 2 次モーメント	$1960 \times 10^{-8}$	(m <sup>4</sup> )
質量密度	$7.850 \times 10^3$	(kg/m <sup>3</sup> )
断面積	$64.29 \times 10^{-4}$	(m <sup>2</sup> )
せん断係数	0.281	
頭頂部の曲率半径	0.3	(m)
要素分割数	支持点間 3 要素を基本	

(b) 継目板 (1 枚分).

弾性係数	210	(GPa)
Poisson 比	0.3	
断面 2 次モーメント	$303 \times 10^{-8}$	(m <sup>4</sup> )
質量密度	$7.850 \times 10^3$	(kg/m <sup>3</sup> )
断面積	$33.86 \times 10^{-4}$	(m <sup>2</sup> )
せん断係数	0.394	
レールとの締結	4カ所	
要素分割数	連結点間 3 要素を基本	

表-4 レール・継目板連結部, 軌道パッドの諸元.

レール・継目板	ばね定数	10	(GN/m)
連結部	減衰係数	0	(Nsec/m)
軌道パッド	ばね定数	35.5	(MN/m)
(大盤まくらぎ)	減衰係数	49	(kNsec/m)
軌道パッド	ばね定数	47.3	(MN/m)
(並まくらぎ)	減衰係数	65.3	(kNsec/m)
軌道パッド	ばね定数	110	(MN/m)
(PC3 号まくらぎ)	減衰係数	98	(kNsec/m)

が成立する場合においては  $\kappa = 1$ ,  $\gamma = 1.5$  を与えた. 継目近傍に車輪が存在する場合には, 図-7 に示す値を内挿して  $\kappa$ ,  $\gamma$  の値を与えることとした. なお, 図-7 に示した値は文献<sup>4)</sup>に示された値を基に, 車輪乗り移り時において接触力の急変動に起因する数値的な不安定性が発現しないように, 一部外挿値を追加したものである. また, 今回の解析では文献<sup>4)</sup>とは車輪径が異なっていることも留意しておく必要がある.

レール・継目板の諸元については, 表-3(a), (b) に示すとおりである. 継目板とレールとの締結は, 相互の連結ばねをボルト位置に配することで表現しており, 継目板とレールとの締結ボルトの本数と位置は使用しているレールの種別によって定まる. 今回は 50N レールを敷設した試験軌道を対象としているため, 連結ばねの本数は全部で 4 本となっている. また, 軌道パッドは, その変形が鉛直方向に関して一次元的であることを考慮し, 線形の Voigt ユニットの表現している. 継目板・レール連結ばね, 軌道パッドの物性値は, 表-4 に示すように設定した. なお, 軌道パッドの物性値は, 文献<sup>14)</sup>を参考にまくらぎの圧縮変形と載荷幅とを考慮

表-5 まくらぎ部質点質量の設定値. (数値はレール片側分で, まくらぎ 1 本分とはなっていない.)

大盤まくらぎ使用部	117.58	(kg)
(継目直下)		
並まくらぎ使用部	43.75	(kg)
(継目前後 4 本分)		
PC3 号まくらぎ使用部	80	(kg)
まくらぎ総数	21	(本)

表-6 まくらぎ・道床間 Voigt ユニットのばね定数・減衰係数の設定値.

大盤まくらぎ	ばね定数	200	(MN/m)
敷設位置	減衰係数	98	(kNsec/m)
並まくらぎ	ばね定数	133.3	(MN/m)
敷設位置	減衰係数	65.3	(kNsec/m)
PC3 号まくらぎ	ばね定数	10	(GN/m)
敷設位置	減衰係数	98	(kNsec/m)

表-7 道床・路盤部の物性値.

バラスト道床	弾性係数	88	(MPa)
	Poisson 比	0.28	
	質量密度	1700	(kg/m <sup>3</sup> )
コンクリート路盤	表-1 を参照.		
土路盤	弾性係数	100	(MPa)
	Poisson 比	0.3	
	質量密度	1800	(kg/m <sup>3</sup> )

し公称値を修正して与えることとした.

まくらぎについては, 先にも示したように, 継目直下では木製大盤まくらぎ, 継目前後の 4 本は木製並まくらぎ, それ以外はプレストレストコンクリート製 PC3 号まくらぎ, というように場所に応じて 3 種類のまくらぎを使い分けている. また, 継目直下まくらぎには門型ロードセル, 並まくらぎ直下には高さ調整用鉄板が置かれている. 解析モデルにおいては, まくらぎの質量と計測機器・その付属物の質量をあわせて「まくらぎ質量」とし, 質点の上下運動によって当該部位の運動をモデル化する. 質点質量の設定値と総数は, 表-5 に示す通りとなっている.

まくらぎより下部には道床・路盤が存在しており, 道床より下部の動的応答は, 車両走行時にまくらぎから道床へ力が動的に作用することで生じる. まくらぎと道床との間の相互作用力は Voigt ユニットの評価するが, ばね定数と減衰係数はまくらぎの種類に応じて以下のように定めた. まず, 木まくらぎが配置されているまくらぎ位置においては, まくらぎの弾性変形を表現するのに必要な値をばね定数として与えた. 一方, PC まくらぎ敷設区間においては, PC まくらぎの変形は木まくらぎと比較すると無視できるほど小さいため, 木まくらぎの場合と同様の方法で当該ばねのばね定数を設定することができない. そのため, PC まくらぎ敷設

位置が継目からある程度の距離が確保されている地点であることを考慮し、PC まくらぎと道床が車両走行時に完全に付着しているものと仮定してばね定数を設定した。設定した値は表-6 に示す通りである。

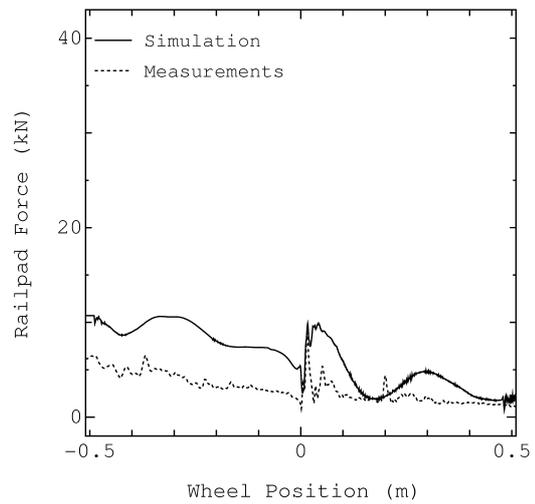
なお、本来であれば当該のばねは、まくらぎと道床との完全付着を前提としたものではなく、接触状態の喪失も表現し得るものである必要がある。しかし、まくらぎと道床との接触（非接触）を考慮した際には反復計算が収束せず、解析を最後まで実行することができなかった。そのため、今回の解析ではまくらぎの浮きは考慮せず、ばね・ダッシュポットとも線形とした。

2 節でも示したように、試験軌道は継目前後まくらぎ5本分の下方は道床・コンクリート路盤・土路盤の3層から構成されているが、他の部分では道床・土路盤の2層となっている。解析において使用した有限要素モデルでは、道床・コンクリート路盤・土路盤のいずれも等方弾性体を仮定し、境界面は完全付着しているものとした。なお、道床・路盤部の物性値は、表-7 に示す通りである。

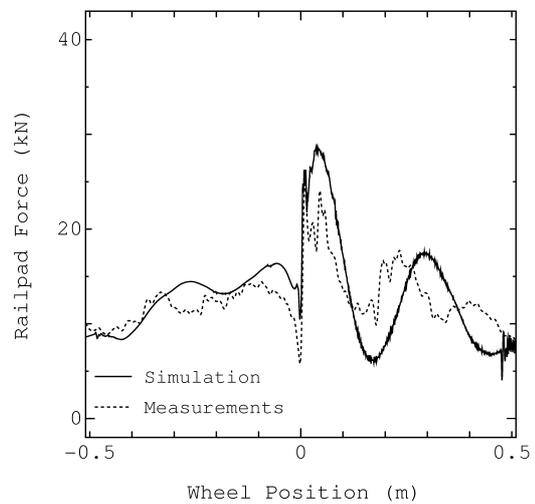
#### 4.2 レール圧力

まず、レール圧力の実測結果と解析結果を図-8 に示し、両者を比較する。継目前後のまくらぎ位置 (SLP1, SLP3) におけるレール圧力値は、実測と解析とで小さくない差が生じている。継目通過前における準静的応答については、解析が実測を最大 5kN ほど過大に評価する傾向を示している。レール継目通過時の衝撃応答については、最大作用力は解析と実測とでほぼ同水準の値となっているが、衝撃発生後の作用力の変動は解析結果の方が大きくなっている。これは、車両側のモデル化を非常に簡便なものとしたことに起因していると思われる。

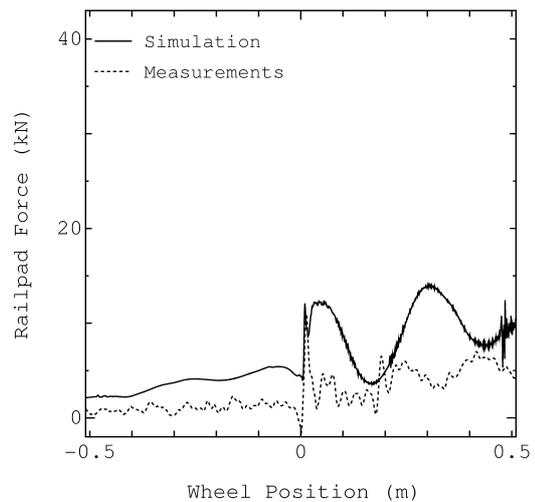
次に、継目直下 (SLP2) でのレール圧力について比較・検討する。継目通過直前の作用力の抜けが実測と比べ解析値の方が小さくなっている。解析結果の挙動については、レール凹凸を前節の方法で平滑化したことが原因の一つであると考えられる。一方、継目通過時の最大作用力は、実測と解析とで概ね同様の値を示している。衝撃応答発生後のレール圧力の変動幅と変動周期には違いが見られる。解析結果の方が変動幅は大きく、変動周期も長くなっている。本解析では、入力情報として与えた軌道各部の物性値等は、既往の研究成果を踏まえつつ可能な限り物理的根拠のある数値を与えている。しかし、車輪・レールの接触部の構成関係など、実際の試験条件とパラメータの設定条件とが完全に一致していないものも一部に残されている。また、車両は1車輪についてのみ動的応答が考慮されており、車体等は定荷重により表現されている。そのため、今後当該の動的応答の再現性能を向上・改善するためには、物性値設定の妥当性をさらに検討した上で、場合によっては車両の振動解析モデルを実際の車両の動的応答特性をより正確に表現するものとする必要があると思われる。なお、いずれの観測点においても、車輪位置が+0.5m直前となる時にスパイク状の作用力の変動が認められる。これはレール凹凸を平滑化したときに、レール凹凸区間の下手側端点での凹凸高さが滑



(a) まくらぎ SLP1.



(b) まくらぎ SLP2.



(c) まくらぎ SLP3.

図-8 レール圧力の解析値と実測値。

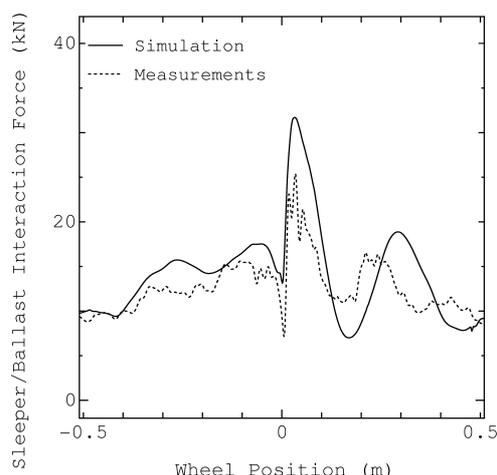


図-9 継目直下まくらぎ・道床間作用力の解析値と実測値.

らかに0に移行していないことに起因しているものである。

### 4.3 まくらぎ・道床間作用力

まず、継目直下まくらぎ位置でのまくらぎ・道床間作用力を図-9に示す。定性的な挙動については、レール圧力と同様である。準静的な応答には5kN程度の差が解析結果・実測結果との間に認められる。しかし、継目通過時に生じる衝撃応答については、今回の試験における走行速度の下では衝撃応答発生前の作用力の低減量が小さくなる上、継目通過時の最大作用力には5kN程度の差が生じている。まくらぎとバラスト砕石との接触力を門型ロードセルで測定していることを考慮すると、十分妥当な解析結果と判断できるとと思われる。なお、車両側のモデル化の問題から、解析結果においては衝撃応答発生後の作用力の変動が大きく、変動周期も長い。この差については、レール圧力と同様に走行車両の振動解析モデルを車種に応じて改良することで改善できるものと思われる。

### 4.4 まくらぎ振動加速度

次に、継目直下まくらぎの鉛直方向加速度に関する振動解析モデルの再現性について論じる。まず、振動加速度と車輪中心位置との関係を図-10に、加速度の振幅スペクトルを図-11に示す。解析で得られた加速度時刻歴はレール凹凸の平滑化によって高周波応答成分が除去されたものとなっており、継目通過前、通過時、通過後のいずれにおいても実測を下回っている。特に最大加速度は、実測の半分以下の値を示していることがわかる。しかし、まくらぎ加速度の実測値にはまくらぎの上下動の他にまくらぎ自身の振動の影響も混入しており、高周波数応答について当該の解析モデルの再現性を論じることに若干無理があると言わざるを得ない。当該箇所の動的応答の再現性向上には、まくらぎをはり要素で与えるなど、より精緻なモデル化の検討が必要と思われる。

スペクトル分布については、図-11に示すように、200Hz以下の周波数域での変動傾向は振動解析によ

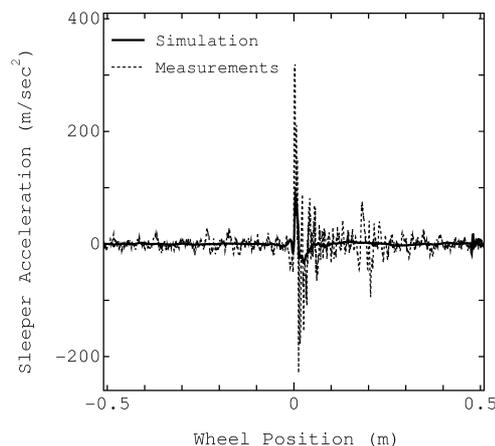


図-10 継目直下まくらぎの鉛直方向加速度と車輪位置.

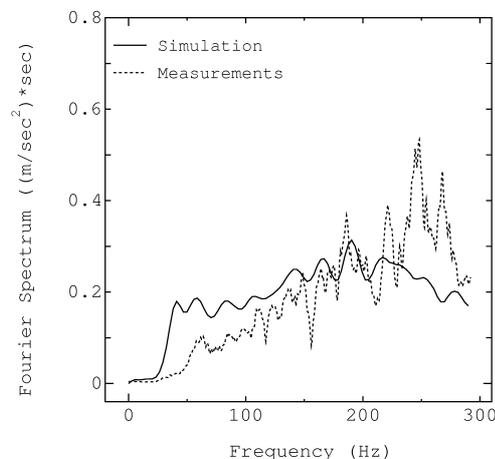
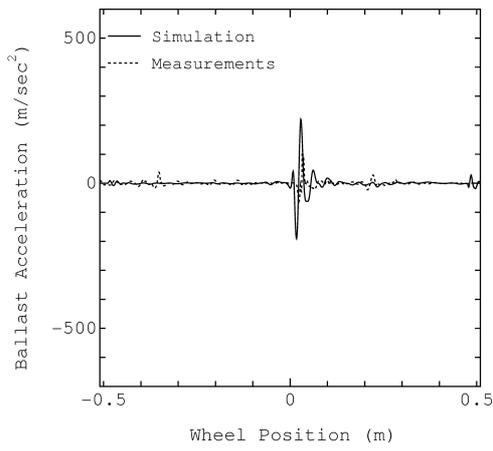


図-11 継目直下まくらぎの鉛直方向加速度の振幅スペクトル.

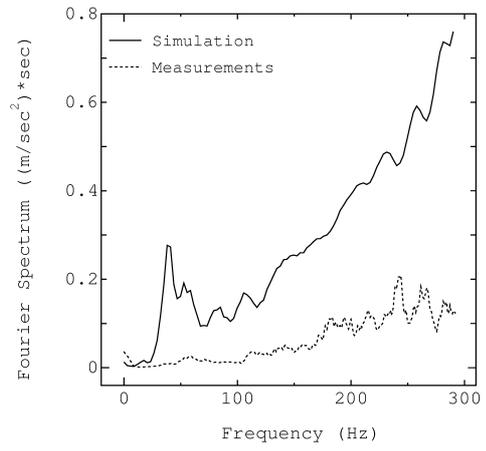
て概ね再現されている。振幅スペクトルの大きさ自体も、解析結果と実測結果とで概ね同オーダーを示している。その反面、解析結果と実測結果では若干の違いが生じていることも事実である。実測結果では、70Hz付近に小さなピークが見られた後は250Hz付近まで周波数の増加とともに加速度応答も大きくなる傾向を示している。しかし解析結果においては、30-40Hz付近で加速度応答がいったん大きくなり、180Hz付近を頂点とした緩やかな変動が認められる。なお、実測に見られる250Hz付近のピークはまくらぎの曲げ振動によるものと考えられる。以上のことより、今回比較対象としている走行速度(40.5km/h)の下では、本研究で採用している解析モデルにより、200Hz以下のまくらぎ加速度応答については変動傾向やオーダーを概ね一致させることは可能である。しかし、250Hz以上の高周波数域において十分な再現精度を得るには、解析モデルの更なる改善が必要であると思われる。

### 4.5 道床振動加速度

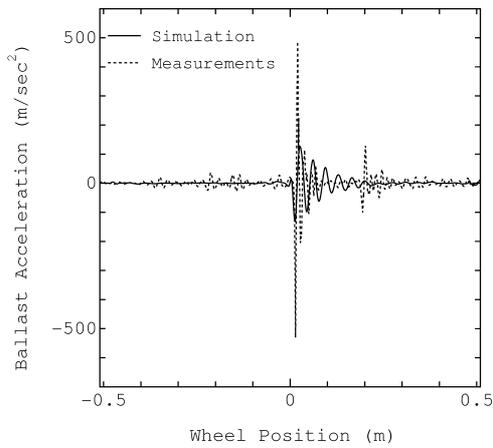
最後に、バラスト道床内の3カ所の観測点(BAC1-BAC3)における道床振動加速度の再現性について検討する。ここで、道床加速度と車輪中心位置との関係を



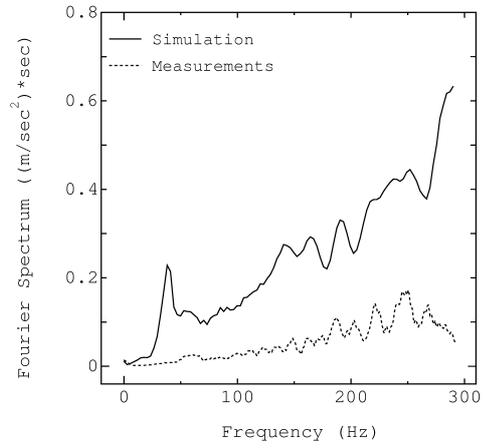
(a) 道床内観測点 BAC1.



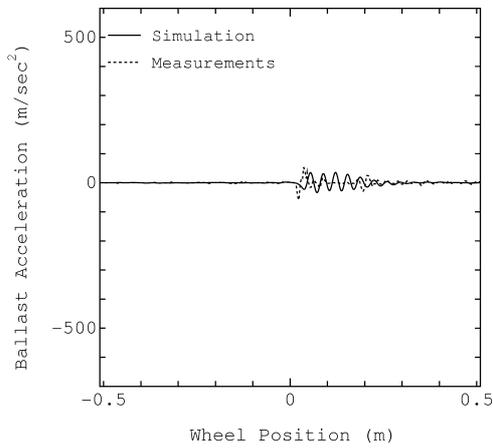
(a) 道床内観測点 BAC1.



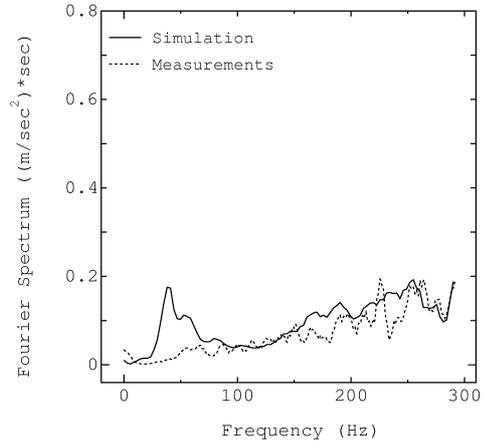
(b) 道床内観測点 BAC2.



(b) 道床内観測点 BAC2.



(c) 道床内観測点 BAC3.



(c) 道床内観測点 BAC3.

図-12 道床内鉛直方向加速度の解析値と実測値.

図-13 道床内鉛直方向加速度の振幅スペクトル.

図-12 に示す。また、加速度の振幅スペクトルを図-13 に示す。実測結果と解析結果とを比較した場合、BAC1-BAC3 の3カ所の観測点での加速度応答は異なるものとなっているが、まくらぎ加速度と同様、100-200Hz を超えるような高周波の加速度応答は解析モデルの限

界を超える応答成分であると考えられる。そのため、継目直下で瞬間的に発生している高周波成分を除けば解析値と実測値は概ね同オーダーの加速度を示しており、加速度自体の規模を再現する観点においては本研究で採用している振動解析結果は中程度の走行速度の下で

も十分信頼できるものと判断できる。

ただし、3カ所の観測点での加速度応答には、それぞれ異なる特徴が認められる。BAC1では、継目前後では解析結果と実測とで目立った差はないように思われるが、継目通過時の衝撃応答成分に注目すると、解析結果が実測の2倍程度の値を示している。BAC2では、BAC1とは逆に実測の加速度応答のほうが解析結果よりも大きな最大加速度を示している。また、BAC3では、解析値と実測値とでほぼ同程度の最大加速度を示している。しかし、BAC1、BAC2、BAC3とも、継目通過後の加速度の変動周期と減衰の速さが解析と実測とでは異なるものとなっている。これらは道床部分の物性値の設定や振動解析モデルの選択に起因しているものと考えられる。

一方、加速度の振幅スペクトルについては、特にBAC1、BAC2において大きな差が生じる結果となった。解析結果は、300Hz以下の周波数帯において概ね実測の2倍程度の応答を示している。BAC3での応答については、解析結果は30Hz付近の応答を除いて実測と概ね同程度の応答成分となっている。解析結果に認められる30Hz付近のピークについてはいずれの観測点でも生じており、実測では認められない応答である。なお、この応答成分はまくらぎ加速度、道床加速度のいずれでも解析結果においてのみ確認されており、継目通過後に生ずるレール圧力の変動周期とほぼ同一となっている。また、車両の走行速度にもよらない。このことから、当該の成分は軌道系上部（車輪・レール・まくらぎ）の鉛直振動における卓越成分と考えられる。実測結果には認められない応答が振動解析において生じることは、本研究で比較に用いた解析モデルの弱点と考えられる。この点の改善については、今後さらなる検討が必要であろう。

## 5. おわりに

本研究では、文献<sup>7)</sup>のレール継目部振動解析モデルにより得られる動的応答の再現性について検討してきた。解析結果の再現性は、モーターカー走行試験により得られた計測結果と、走行試験に対応する条件下で得られた解析結果とを比較することによって検討した。

その結果、レール圧力とまくらぎ・道床間作用力については準静的・動的両成分を同時に十分な精度内で一致させるまでには至らなかったものの、本手法により概ね良好な再現結果を得ることが可能であることが確認できた。また、まくらぎ振動加速度は、200Hz以下の低周波領域でスペクトル分布・応答のオーダーとも、振動解析によって概ねシミュレートすることができた。一方、道床の振動加速度成分は、BAC3を除く2カ所でのスペクトル分布において、実測・解析結果の間で比較的大きな差が生じる結果となった。周波数特性など動的応答のより詳細な情報の解析には、さらに精緻なモデル化が必要である。道床振動加速度の時刻歴応答の最大値は、4.5に示したように振動解析によって3カ所の観測点で概ね再現できた。ただし、加速度スペクトルにおいては、30Hz付近に実測では認められない応答成分が確認されている。この不自然な応答の発

生が解析モデルの弱点であることは明らかであり、今後発生原因を特定し、何らかの除去策を講じていく必要がある。

なお、本研究ではバラスト道床を線形弾性体としてモデル化した。しかし、本来バラスト道床は碎石からなる粒子集合体であり、道床沈下は粒状体の力学特性を反映した現象に支配されているはずである。したがって、道床部の挙動の再現精度のさらなる向上には、粒状体としての諸特性の把握とそれらを適切に反映した解析モデルの構築が必要に思われる。この点については今後の検討課題としたい。

## 参考文献

- 1) Knothe, K.L. & Grassie, S.L.: Modelling of railway track and vehicle/track interaction at high frequencies. *Vehicle System Dynamics*, Vol.22, pp.209–262, 1993.
- 2) Dahlberg, T.: Some railroad settlement models – a critical review. *Proc. Instn. Mech. Engrs., Part F*, Vol.215, pp. 289–300, 2001.
- 3) 石田 誠, 名村 明, 鈴木貴洋: 軌道沈下の実態と予測モデル. 鉄道力学シンポジウム論文集, Vol.6, pp.61–66, 2002.
- 4) 片岡宏夫, 阿部則次, 若月 修, 及川祐也: レール継目部の梁モデルによる動的応力解析. 土木学会第57回年次学術講演会講演概要集, pp.283–284, 2002.
- 5) Zhai, W.M., Wang, K.Y. & Lin, J.H.: Modelling and experiment of railway ballast vibrations. *J. Sound and Vib.*, Vol.270, pp.673–683, 2004.
- 6) Hall, L.: Simulations and analyses of train-induced ground vibrations in finite element models. *Soil Dyn. & Earthquake Engng.*, Vol.23, pp.403–413, 2003.
- 7) 紅露一寛, 阿部和久, 石田 誠, 鈴木貴洋: レール継目部の衝撃応答解析結果における道床・路盤部のモデル化の影響. 土木学会応用力学論文集, Vol.7, pp.1313–1323, 2004.
- 8) 鈴木貴洋, 石田 誠, 阿部和久, 紅露一寛: レール継目部で生じる輪重変動に関する一考察. 土木学会鉄道力学論文集, Vol.8, pp.35–40, 2004.
- 9) Nickel, R.E. & Secor, G.A.: Convergence of consistently derived Timoshenko beam finite elements. *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol.5, pp.243–253, 1972.
- 10) Koro, K., Abe, K., Ishida, K. & Suzuki, T.: Timoshenko beam finite element for vehicle-track vibration analysis and its application to jointed railway track. *Proc. Instn. Mech. Engrs., Part F*, Vol.218, pp.159–172, 2004.
- 11) 阿部和久: 積分方程式に基づく時間積分法の動弾性有限要素・境界要素結合法への適用. 境界要素法論文集, Vol.14, pp.93–98, 1997.
- 12) Lysmer, J. & Kuhlemeyer, R.L.: Finite dynamic model for infinite media. *Proc. of ASCE*, Vol.95, No.EM4, pp.859–877, 1969.
- 13) Kuhlemeyer, R.L. & Lysmer, J.: Finite element method accuracy for wave propagation problems.

*Proc. of ASCE*, Vol.99, No.SM5, pp.421-427, 1973.

- 14) 鉄道総合技術研究所編：鉄道構造物等設計標準・同解説，  
軌道構造 [有道床軌道] (案)，1996.

(2005 年 4 月 15 日 受付)