

土のダイレイタンスーと異方性 (その2)

吉田 昭 治*

Dilatancy characteristics and anisotropy of soils (II)

by

Shōji YOSHIDA

(Abstract)

Dilatancy characteristics represented in the data of Sagami River sand (TATSUOKA and ISHIHARA, 1971) are well accounted for by the anisotropic nonlinear stress-strain relationship for soils proposed by the author (1978).

For the case of the experimental data of loose samples dealt with in this paper, when the anisotropic coefficients of deformation, D and G , are determined together with two different parts for the range of small principal stress ratios and for the range of large principal stress ratios, the stress-strain curves and dilatancy characteristics calculated by using these coefficients agree well with the original data. However, if a slight decrease in a degree of approximation is permitted, it seems to be possible to approximate with only one part of the coefficients of deformation, D and G , respectively.

い ま え が き

現在, コンピュータの大型化と数値解法の発達とによって, 土に固有な応力-ひずみ関係さえ定式化されれば, 二, 三次元の場合でも地盤や土構造物の変形・応力解析が可能なところになっている。そういう意味で, 土に固有な応力-ひずみ関係式の定式化が, それもできるだけ単純・簡単な形での定式化が重要な課題となってきている。土に固有な応力-ひずみ関係の定式化という場合, 土には圧縮性, 非線形性など特徴的な複雑な性質がいくつかあるが, とりわけダイレイタンスー特性を解明できるか, どうか, そのキーポイントとなることは, 多く指摘されているところである。

著者は, 従来の研究とは違った角度から, この土の応力-ひずみ関係の定式化を試みてきている(吉田, 1978, 1980a)。前報(吉田, 1980a)では, すでに提案している異方・非線形応力-ひずみ関係式によって, 土のダイレイタンスーがよく説明できることを, 龍岡らのMedium sample についてのデータ(1971)をもとに示した。

本報告では, 同じ龍岡らのLoose sample についてのデータ(1971)から, 著者の定義した異方変形係数を求め, その特性について二, 三の考察を加える。

* 新潟大学積雪地域災害研究センター

II 異方・非線型応力-ひずみ関係式

著者は、ダイレイタンスーは偏差応力によって生ずる体積ひずみであると定義した上で、次式のような異方・非線型応力-ひずみ関係式（三軸圧縮条件の場合）を提案した。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_1 &= \frac{K_1}{1+e_0} \log \frac{\sigma_m}{\sigma_0} + D_1 s_1 = \frac{K_1}{1+e_0} \log \frac{\sigma_m}{p_0} + \frac{2}{3} D q \\ \epsilon_3 &= \frac{K_3}{1+e_0} \log \frac{\sigma_m}{\sigma_0} + D_3 s_3 = \frac{K_3}{1+e_0} \log \frac{\sigma_m}{p_0} - \frac{1}{3} G q \end{aligned} \right\} \dots\dots(1)$$

ここで、 ϵ_1 = 軸ひずみ、 ϵ_3 = 側方ひずみ、 σ_1 = 最大主応力（軸応力）、 σ_3 = 最小主応力（側方応力）、 σ_m = 平均主応力、 σ_0 = 初期等方圧、 e_0 = 初期間ゲキ比、 s_1 、 s_3 = 偏差応力で、 q を主応力差 ($\sigma_1 - \sigma_3$) として $s_1 = \frac{2}{3} q$ 、 $s_3 = -\frac{1}{3} q$ である。異方変形係数 $D_1 \equiv D$ 、 $D_3 \equiv G$ は、土質定数 (a, α) (b, β)、 n を含む応力の関数として、次式で表わされると仮定して、非線型性を表わした。

$$D = \frac{a R^\alpha}{(\sigma_m/p_0)^n}, \quad G = \frac{b R^\beta}{(\sigma_m/p_0)^n} \dots\dots(2)$$

ここで、 R = 主応力比 σ_1/σ_3 、 p_0 = 基準等方圧であり、普通 $p_0 = 1 \text{ kgf/cm}^2$ にとると扱いが簡単になる。

この異方変形係数 D 、 G に含まれる土質定数 (a, α)、(b, β) と n は、土の初期構造で定まるが、そのなかで、 a と b は主に初期間ゲキ比で変わるものとして扱ってきた。しかし、本報告で求めた例では、かならずしもこのように単純にならず、 α 、 β や n も、試料の詰め方や過去の応力履歴で定まる構造の異方性の割合以外に、この初期間ゲキ比によっても微妙に影響を受けるようであるので、以下では、これらの土質定数 (a, α)、(b, β) を具体的に求めて、これらの試験条件による変化について若干の考察を加える。

なお、(1)式の成立条件としては、土構造は鉛直軸に垂直な平面が等方向をなすような軸対称直交異方性をもつものとし、応力とひずみの主軸は一致し、かつ応力の主軸が回転しないように外荷重を加える場合に限定している。これは軸方向になんらかの様な方法で試料をつめて行った場合の普通の三軸試験の応力条件と合致している。

III 平均主応力一定試験による変形係数の決定と応力-ひずみ曲線

I 変形係数 D 、 G の決定

(1)式において平均主応力 $\sigma_m = \sigma_0$ (一定) とすると、その右辺第一項はゼロとなり、この時のひずみは、

$$\epsilon_1 = \frac{2}{3} D q, \quad \epsilon_3 = -\frac{1}{3} G q \dots\dots(3)$$

で表わされるから、平均主応力 $\sigma_m = \sigma_0$ (一定) の三軸圧縮試験で、応力 (σ_1 、 σ_3) に対するひずみ (ϵ_1 、 ϵ_3) の変化を実測すれば、

$$D = \frac{3}{2} \frac{\epsilon_1}{q}, \quad G = -\frac{3}{q} \epsilon_3 \dots\dots(4)$$

から、異方変形係数 D 、 G が求まる (吉田, 1978)。

いま、ゆる詰め相模川砂についての平均主応力一定試験 ($\sigma_m = 1.0, 2.0, 3.0 \text{ kg/cm}^2$) のデータ (龍岡ら, 1971) から、(4)式によって D 、 G を求める。ただし、元のデータは $\eta = q/\sigma_m$ に対する $v = \epsilon_1$

* 応力はすべて有効応力を指すものとする。

+ 2ε₃, r = ε₁ - ε₃ の値としてグラフ表示されているので, (4)式に必要な量は,

$$\epsilon_1 = (\nu + 2r)/3, \quad \epsilon_3 = (\nu - r)/3$$

$$q = \eta \sigma_m, \quad R = (3 + 2\eta)/(3 - 2\eta)$$

の関係式によって求める。

(2)式を

$$D = a'R^\alpha, \quad G = b'R^\beta \quad \dots\dots\dots(5)$$

ただし

$$a' = \frac{a}{(\sigma_m/p_0)^\eta}, \quad b' = \frac{b}{(\sigma_m/p_0)^\eta} \quad \dots\dots\dots(6)$$

とにおいて, パラメータ (a', α) と (b', β) を求める。

以上の換算式によって, 龍岡論文のグラフのデータから求めた log R ~ log D, log G のグラフが図-1-(1), (2), (3)である。これまで扱った例では, はぼ一本の直線で近似できたが, 本例では, 図から分かるように2本の折れ直線になるとみなした方がよさそうである。これらの直線の勾配から α, β, 切片から a', b' が求まる。まとめて示すと表-1 のようになる。表-1 において, e₀ は平均主応力一定のまま主応力差 q をかけ始める (いわゆる “せん断” を始める) 初期間ゲキ比である。e₁ は前報で触れたように, 標

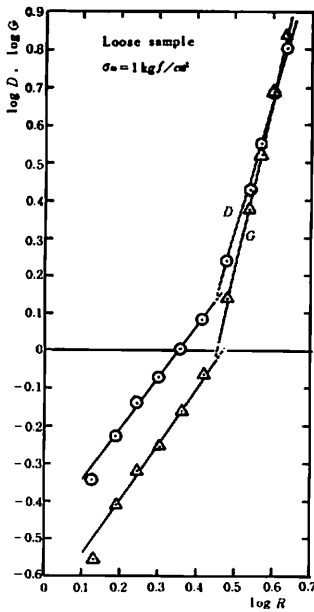


図-1-(1) 異方変形係数 D, G の決定 (σ_m = 1 kg f/cm²)
 前半 { D = 0.335 R^{1.336}
 G = 0.211 R^{1.423}
 後半 { D = 0.0358 R^{3.536}
 G = 0.011 R^{4.391}

Fig.1-(1) Determination of anisotropic coefficients of deformation D, G (σ_m = 1 kg f/cm²)

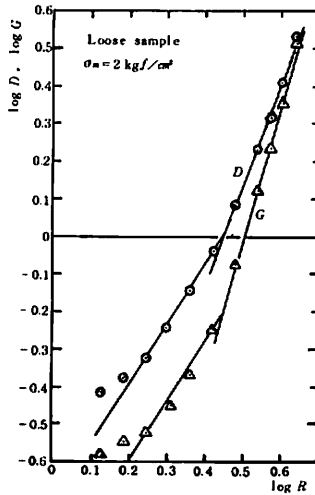


図-1-(2) 異方変形係数 D, G の決定 (σ_m = 2 kg f/cm²)
 前半 { D = 0.191 R^{1.628}
 G = 0.123 R^{1.587}
 後半 { D = 0.0556 R^{2.77}
 G = 0.0136 R^{3.70}

Fig.1-(2) Determination of anisotropic coefficients of deformation D, G (σ_m = 2 kg f/cm²)

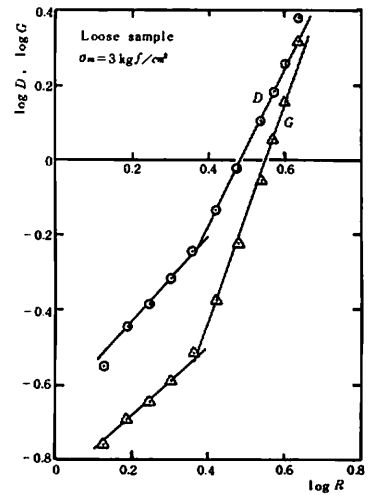


図-1-(3) 異方変形係数 D, G の決定 (σ_m = 3 kg f/cm²)
 前半 { D = 0.223 R^{1.105}
 G = 0.139 R^{0.894}
 後半 { D = 0.0802 R^{2.247}
 G = 0.0465 R^{3.038}

Fig.1-(3) Determination of anisotropic coefficients of deformation D, G (σ_m = 3 kg f/cm²)

表-1 ゆる詰め相模川砂の変形係数 D, G (e_1 は標準砂の実験式より類推)

σ_m	1		2		3 (kgf/cm ²)	
e_0	0.733		0.730		0.735	
e_1	0.733		0.744		0.758	
	前半	後半	前半	後半	前半	後半
a'	0.335	0.0358	0.191	0.0556	0.223	0.0802
b'	0.211	0.011	0.123	0.0136	0.139	0.0465
α	1.336	3.536	1.628	2.766	1.105	2.247
β	1.423	4.391	1.587	3.700	0.894	3.038

準砂の実験式(清水, 1979),

$$C_c = \lambda e_1 + \nu = 0.0553 e_1 + 0.0072 \dots\dots\dots(7)$$

と $e = e_0 - C_c \log \frac{p}{p_0}$ とから, $e_1 = \frac{e_0 + \nu \log p_0}{1 - \lambda \log p_0}$ * によって参考の意味で仮に求めた $p = 1.0 \text{ kgf/cm}^2$

の作用下で示すであろう間ゲキ比である。この e_1 は "せん断" 開始時には間ゲキ比が同じ値 e_0 を示す試料であっても, より大きい平均主応力の下で e_0 を示す試料は相対的にルーズな試料であるとみなされるから, 充填度を比較するには同一値の等方圧下での間ゲキ比を基準にすべきであるという考え方に基づいている。換言すれば, "せん断" 開始時の間ゲキ比が同じであっても, e_1 が異なれば, その土の特性が異なり, したがってその土質定数 a, α など異なるものとみなす。

さて, これまでは, α, β は土の詰まり方や応力履歴が似ているならば, 間ゲキ比や平均主応力によらず, はぼ一定の値をとるものとして扱ってきたが, 本例ではそれが少し無理なようである。図-1-1(1)~(3)のそれぞれ後半部を表わす D, G の (a', b') と (α, β) を σ_m に対して図示すると図-2-1(1), (2)となる。 a' と b' は, σ_m が大きくなるほど大きくなり, α, β の方は逆に σ_m の増大とともに減少し, α, β が σ_m の値と独立に定値になるとはみなし難い。これは D, G について(2)式の仮定に反する傾向である。しかし, 充填度の基準となる e_1 が $\sigma_m = 1, 2, 3 \text{ kgf/cm}^2$ の試料では異なることを考えると, (a', b') や (α, β) の定数には σ_m の影響だけでなく, この e_1 の違いの影響も重なって出ていると考えられる。たとえば, この e_1 は σ_m が大きい試料ほど大きい値をとる(表-1参照)ことから, (6)式において, σ_m^n に逆比例して a', b' が小さくなる以上に, 間ゲキ比 e_1 の増大に伴う a, b の値の増加の影響が大きければ, a, b は充填度 (e_1) によるが, σ_m にはよらないという仮定がほぼ満たされることになる。 α, β については, 図-2-1(1)の限りでは, e_1 か, さもなくば σ_m の影響を受けるとみなさざるを得ない。

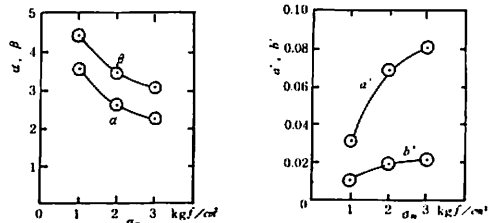


図-2-1(1) $\alpha, \beta \sim \sigma_m$ 図-2-2(2) $a', b' \sim \sigma_m$
 Fig.2-1(1) α, β vs. σ_m Fig.2-2(2) a', b' vs. σ_m

ただ, 後に示すような応力-ひずみ曲線のデータとの適合度を犠牲にして, ある程度の近似で満足すれば, α, β をはぼ定値にとることも可能であると思われる。砂のような粒状体の場合, 同じ砂で同じよう

* 試料の砂が, 相模川砂と標準砂というように異なるからである。

に試料を作って実験しても、その応力-ひずみ曲線の再現性にはかなりの限界を伴う。したがって、土の応力-ひずみ関係を規定する変形係数の決定に際しては、データそのものの再現性の限度内であれば、応力-ひずみ曲線の近似の度合を下げても、むしろ応力-ひずみ関係式の実際問題への利用のしやすさを優先させて、すなわち a , α などをできるだけ他のパラメータで左右されない定数として決定した方がよいと考えられる。本論では、 D , G に含まれる土質定数に関する以上の問題点については、指摘にとどめ、今後の研究課題としたい。

2 応力-ひずみ曲線

龍岡らのデータ (v , γ 対 q/σ_m のグラフ) から、 ϵ_1 , ϵ_3 対 $R = \sigma_1/\sigma_3$ のデータを求め、これを図-3-(1), (2), (3) に \odot で示す。そして先に求めた後半部分の変形係数 D , G から(3)式によって ϵ_1 , ϵ_3 を計算して求め、グラフに示すと実線の通りとなる。主応力比 R の小さい範囲では、図-1 の前半部分の D , G によって計算したものを破線 B で示す。図によってはこれを省略したものもある。これらの図から、図

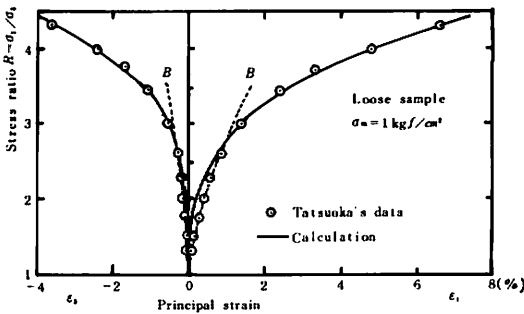


図-3-(1) 応力-ひずみ曲線 (主応力比 σ_1/σ_3 ~ 主ひずみ) ($\sigma_m = 1 \text{ kgf/cm}^2$)

Fig. 3-(1) Stress-strain curves (stress ratio σ_1/σ_3 vs. strain) ($\sigma_m = 1 \text{ kgf/cm}^2$)

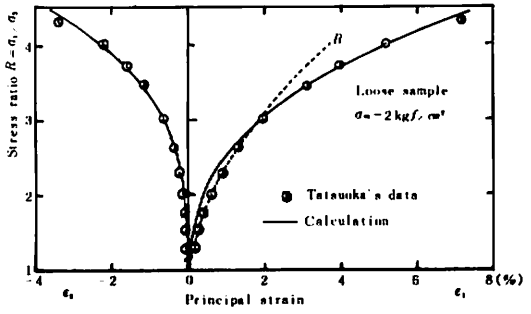


図-3-(2) 応力-ひずみ曲線 (主応力比 σ_1/σ_3 ~ 主ひずみ) ($\sigma_m = 2 \text{ kgf/cm}^2$)

Fig. 3-(2) Stress-strain curves (stress ratio σ_1/σ_3 vs. strain) ($\sigma_m = 2 \text{ kgf/cm}^2$)

-1 の2本の折れ線に対応するそれぞれ2つの D , G によって $R \sim \epsilon$ 曲線を求めると、細部までデータとよく合致させることができることが分かる。図からも分かるように、 R の小さい範囲での近似が悪くなるのを許せば、後半部分の D , G のみで全体をほぼ表わすこともできる。また、ここには示さなかったが、ひずみの小さい部分 (R の小さい範囲) と大きい部分 (R の大きい範囲) とで平均的に近似するように D , G を確定することもできる。これらのことから、 (a', b') と (α, β) , または (a, b) n と (α, β) は互いに関連し合って変化する性質をもつようであることがうかがえる。このことは図-2にもみられる。これらの定数間にどのような関連性があるか (このことは互いに独立ではないということになるが) という点も、今後の課題としたい。

ただ、少なくともこれまで得られた結果の範囲では、ダイレイタンスーが R の増大とともに圧縮から膨脹を示す土では、 $a' > b'$ (または $a > b$) かつ $\alpha < \beta$ の性質は一貫してもっていると思なされる。

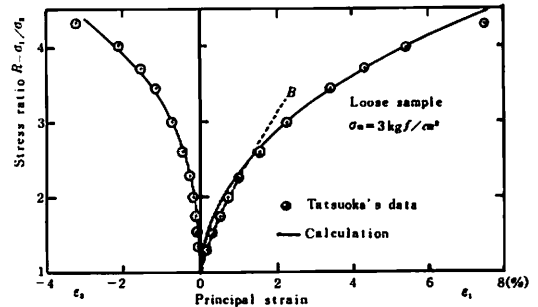


図-3-(3) 応力-ひずみ曲線 (主応力比 σ_1/σ_3 ~ 主ひずみ) ($\sigma_m = 3 \text{ kgf/cm}^2$)

Fig. 3-(3) Stress-strain curves (stress ratio σ_1/σ_3 vs. strain) ($\sigma_m = 3 \text{ kgf/cm}^2$)

応力-ひずみ曲線、図-3を、本論(1), (2)式の立場からみる限りでは、ひずみの小さい初期の部分では、後半部分の傾向(実線)からみてひずみが大き目にてでている。これは次のような理由によるのかもしれない。すなわち、元の実験では、一定の等方圧 p_0 の下で、間ゲキ比が所定の値 e_0 に達すると“せん断”を開始している。このことから、この“せん断”初期のひずみには、平均主応力 $\sigma_m = p_0$ の下でまだ完全に平衡に達していないことによる圧縮ひずみ(②式では右辺第1項)が重なってでてくるために、②式の右辺第2項のみによる計算ひずみよりも大きくでてくることが考えられる。もしこの推定が当たっていると、 D, G をそれぞれ2つの部分で近似する必要がなくなる可能性がでてくる。この点の確認も今後の課題の一つとしたい。

3 ダイレイタンスー曲線

平均主応力 σ_m 一定試験における体積ひずみ、すなわちダイレイタンスーによる体積ひずみは、(1)式から

$$\epsilon_v = \frac{2}{3}(D-G)q = \frac{2}{3}(a'R^\alpha - b'R^\beta)q \dots\dots\dots(8)$$

で表される。これを先に求めた変形係数 D, G によって計算して、図-4-(1), (2), (3)に示す。ひずみ

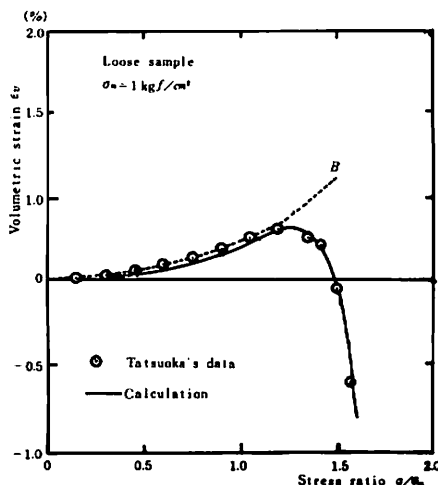


図-4-(1) ダイレイタンスー曲線 ($\sigma_m = 1 \text{ kgf/cm}^2$)
Fig.4-(1) Volumetric strain vs. stress ratio q/σ_m ($\sigma_m = 1 \text{ kgf/cm}^2$)

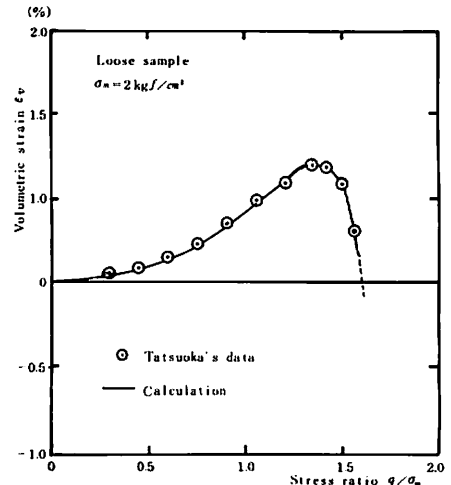


図-4-(2) ダイレイタンスー曲線 ($\sigma_m = 2 \text{ kgf/cm}^2$)
Fig.4-(2) Volumetric strain vs. stress ratio q/σ_m ($\sigma_m = 2 \text{ kgf/cm}^2$)

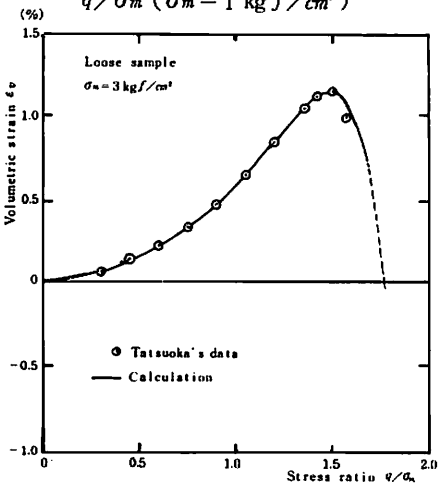


図-4-(3) ダイレイタンスー曲線 ($\sigma_m = 3 \text{ kgf/cm}^2$)
Fig.4-(3) Volumetric strain vs. stress ratio q/σ_m ($\sigma_m = 3 \text{ kgf/cm}^2$)

の小さいところは、前記の前半部分の D, G で計算して破線で示す。これを略した図もある。そうすれば、全体のデータ(◎印で示す)を細部にわたってよく表わすことができることが分かる。なお、 $R \sim \epsilon$ 曲線と違って、この $q/\sigma_m \sim \epsilon_v$ 曲線の場合は、後半部分の D, G のみによっても、 q/σ_m の小さいところでは ϵ_v は少し小さ目にてでるものの、全体をよく表わすことができる。これは(8)式から、 ϵ_v は D と G の差が関係することによる。

ここで、 a', α などの定数の有効桁数は、表-1に示すよりも小さくとりたいが、 $\epsilon_v \sim q/\sigma_m$

関係の場合、 ϵ_v には(8)式のように D と G の差が影響するため、 a' 、 α などの数値を四捨五入した結果、たとえば D と G の差がひろがるような数値になる場合には、 ϵ_v にこの程度の精度のグラフでも無視し得ない影響があるので、止むを得ず a' 、 α などの有効桁数を大きくとって示した。先にも指摘したように、応力-ひずみ関係式(1)や変形係数 D 、 G を実際問題の解析に利用する場合には、土の応力-ひずみ関係そのものの再現性に限度があることを考慮すると、もっと小さい有効桁数、2ないし3程度で十分であろう。

以上を振り返ってみるに、実験データから求めた変形係数によって逆算した応力-ひずみ関係、 $R \sim \epsilon$ や $q/\sigma_m \sim \epsilon_v$ が、同じデータのそれとよく合致するのは当然ともいえるが、これらの関係が (a', b') と (α, β) の4ケの定数のみで、しかも理論的に仮定的に求められた関係(1)式のみによって説明できるということはこれらの構成方程式の合理性を示すものといえよう。

V あ と が き

すでに提案している異方・非線型応力-ひずみ関係式によって、砂についての平均主応力一定条件における体積ひずみ、すなわちダイレイタンス特性がよく説明されることを示した。この際、異方変形係数 D 、 G については、主応力比 σ_1/σ_3 の小さい範囲と大きい範囲とでそれぞれ別の変形係数で近似した方がよいと考えられる場合があることを示した。しかし、この場合でも近似度を下げれば、それぞれ一つの D 、 G で近似が可能であると考えられる。

土の状態を規定する初期間隙比のとり方として、もっとひろくは土質パラメータを規定する初期構造のとり方としては、一定の等方圧、最も簡単には 1 kg f/cm^2 の等方圧下で平衡状態にある間隙比 e_1 、ないし構造を基準にとった方がよいことを示した。

変形係数 D 、 G に含まれる定数の特性について若干の検討を行ったが、さらに実験などによって究明していく必要がある。

文 献

- 清水俊一(1979)：異方性体としての土の応力-ひずみ関係——異方変形係数の特性について——新潟大学農学部土地保全学研究室卒論。
- TATSUOKA, F, ISHIHARA, K. (1971) : Stress dilatancy characteristics of sand in triaxial tests, Proc. 4th Conf. Soil Mech., Budapest, 337-351.
- 吉田昭治(1978)：異方性体としての土の応力-ひずみ関係, 農業土木学会論文集, 75, 68-75.
- YOSHIDA, S. (1980-a) : Stress-strain relationship of soils as anisotropic bodies under three different principal stresses, Soils and Foundations 20-1, 1-11.
- 吉田昭治(1980-b)：土のダイレイタンスと異方性, 新潟大学災害研年報, 2, 115-122.