地域安全科学部門　生活・産業基盤分野

Wavelet境界要素法に基づく面外定常波動解析手法の開発

紅露　一寛

1. はじめに

地盤振動・波動伝播解析を行なう場合，無限遠方への波動放射の表現が問題となる．境界要素法（BEM）は，実境界上の離散化を行なうだけ波動放射が表現できる利点を有しているものの，密な係数行列を取り扱う必要から，大規模解析への適用可能性は有限要素法（FEM）に劣ってしまう．このような背景から，高速多重極法（FMM）やwavelet法（wavelet BEM）[1] などの高速化・効率化解法が提案されている．特にwavelet BEMは，FMMほどの計算効率の改善効果が期待できないが，定式化が簡易で比較的容易に解析の効率化が実現できる手法である．Wavelet BEMでは離散化においてscaling関数とwaveletの2種類の基底関数を用いるが，境界形状が複雑な場合など，基底関数の総数に占めるscaling関数の比率が増すと，scaling関数は疎行列化の鍵であるゼロモーメント性を持たないため，境界要素解析の計算効率は低下する．そこで平成23年度は，面外波動場の定常波動解析を対象に，複雑形状におけるwavelet BEMの適用限界を明らかにした上で，wavelet BEM，FEM双方の欠点が顕在化しない解析手法として，wavelet BEMとFEMの結合解法を構成する．

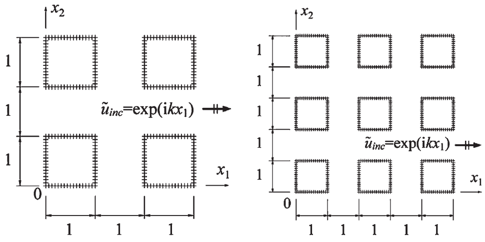
2. Wavelet BEMによる複雑形状を有する領域を対象とした定常波動伝播解析

まず，wavelet BEMにより複雑形状を有する領域を対象とした定常波動解析を行ない，その計算効率を検討する．離散化に用いる基底は，区分多項式で定義される非直交スプラインwavelet[1] を用いた．数値実験は，図1に示す多重連結な開領域問題を対象に行なった．なお，波数は$k=\omega/c$，$\omega=1$，$c=1$とし，係数成分の切り捨ての閾値は係数の絶対最大値と切り捨て基準値の積で与えた．図1の2つの例題における係数行列成分の保存率を図2に示す．解析結果より，wavelet BEMでは，離散化に用いるwavelet級数の基底のうち，scaling関数が少ないほど，級数展開の最高階層を高く設定するほど，高い計算効率を実現できることがわかる．特に，複雑な境界形状を有する問題では，境界上の未知量の近似のために多数のscaling関数を必要とする場合が多く，解析時の計算効率の悪化が懸念される．

3. Wavelet BEMとFEMの結合解法の構成

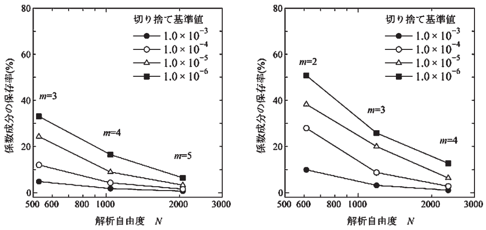
上述の結果を受けて，複雑な境界形状を有する問題におけるwavelet BEMの計算効率の低下を回避する方法として，wavelet BEMと有限要素法（FEM）との結合解法[2] の構成を試みた．

定式化においては，解析対象領域をwavelet BEM適用領域とFEM適用領域の2つに分割し，各々の領域で離散化して代数方程式を導出した後，結合面上での面外変位の適合条件と表面力の釣り合い条件を課すことで結合方程式を得る．計算効率の向上のために，係数成分の切り捨ては，境界要素方程式の係数行列作成時と結合方程式の構成のための係数行列の縮約計算終了後の2度実行した．



（a）Ex.1　　（b）Ex.2

図1　解析領域（（a）スケーリング関数16個，（b）スケーリング36個）



（a）Ex.1　　（b）Ex.2

図2　物体形状と解析自由度の関係

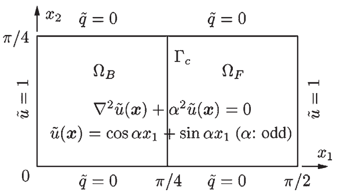


図3　結合解法の定式化の妥当性を検証するための例題

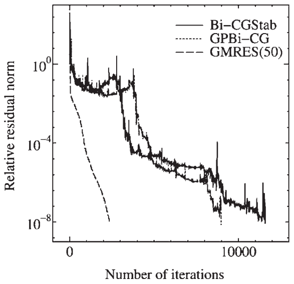


図4　反復解法の収束性（解析自由度：1188）

表1　結合方程式の係数行列成分の保存率と解の精度

κ	τ	保存率 (%)	境界要素解の誤差
1.0×10^{-3}	1.0×10^{-3}	0.735	2.71×10^{-2}
	1.0×10^{-4}	0.837	8.64×10^{-3}
	1.0×10^{-5}	0.956	7.78×10^{-3}
	1.0×10^{-6}	1.060	7.76×10^{-3}
1.0×10^{-4}	1.0×10^{-3}	0.738	2.61×10^{-2}
	1.0×10^{-4}	0.846	4.18×10^{-3}
	1.0×10^{-5}	1.033	1.02×10^{-3}
	1.0×10^{-6}	1.199	9.16×10^{-4}
1.0×10^{-5}	1.0×10^{-3}	0.740	2.61×10^{-2}
	1.0×10^{-4}	0.846	4.20×10^{-3}
	1.0×10^{-5}	1.037	5.29×10^{-4}
	1.0×10^{-6}	1.290	4.20×10^{-5}
1.0×10^{-6}	1.0×10^{-3}	0.740	2.61×10^{-2}
	1.0×10^{-4}	0.848	4.15×10^{-3}
	1.0×10^{-5}	1.039	5.57×10^{-4}
	1.0×10^{-6}	1.303	4.20×10^{-5}

定式化の妥当性を検討する目的で，図3に示す簡単な例題の面外定常波動解析を行ない，精度と計算効率を検討した．解析では，図中のαは$\alpha=1$に設定し，図中左側の領域ではwavelet BEMを，右側の領域ではFEMをそれぞれ適用した．まず，結合方程式の係数行列成分の保存率と解の精度を表1に示す．有限要素法と結合することで，wavelet BEMの切り捨て効果によらず，概ね同程度のスパース性が期待できる．次に，結合方程式を解く際に用いる反復解法の収束性を検討する．3種類の反復解法（Bi-CGStab，GPBi-CG，GMRES）の反復解法適用時の収束挙動を図4に示す．GMRESを適用することで安定な収束が実現できるものの，結合により収束が緩慢となるため，収束性改善のためには前処理手法の改善が今後必要である．なお，提案手法の計算効率に対する波数の影響，開領域の定常波動解析における当該手法の有効性については，24年度以降の検討課題としたい．

参考文献

1）Koro, K. & Abe, K.: Non-orthogonal spline wavelets for boundary element analysis. Engrg. Anals. Bound. Elems., Vol.25, pp.149-164, 2001.

2）Harbrecht, H., Paiva, F., Perez, C. & Schneider, R.: Biorthogonal wavelet approximation for the coupling of FEM-BEM. Numer. Math., Vol.92, pp.325-356, 2002.