# Wavelet境界要素法に基づく3次元定常波動伝播解析手法に関する研究

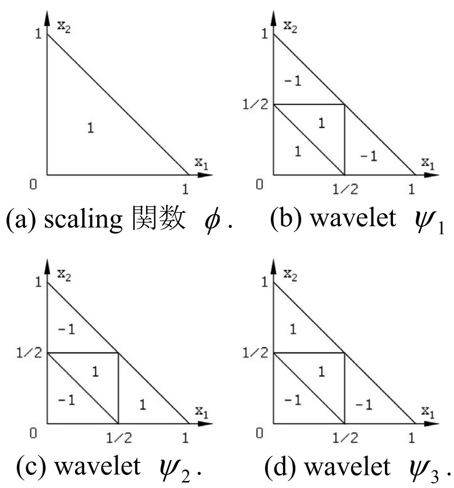
紅露　一寛

## 1. はじめに

地震動解析のように，遠方からの波動入射によって地表面近くの動的応答を評価する場合，無限遠での波動の散乱を正確に表現するためには，境界要素法（BEM）により動弾性解析を行なうことが合理的である[1]．ただし，BEMでは，離散化により得られる係数行列が密行列となることから，特に3次元解析では，何らかの計算負荷の軽減を図らねばならない．そこで著者らは，定常動弾性問題の3次元境界要素解析の効率化のために，三角形サポートを有する正規直交waveletを用いた境界要素解析を行ない，計算負荷の削減効果について検討する．

## 2. 三角形サポートを有する正規直交wavelet

本研究では，3次元定常動弾性問題の境界積分方程式を離散化するために，三角形コンパクトサポートを有する区間一定・正規直交wavelet基底[2]を用いる．この基底では，1種類のscaling関数$\phi$と，3種類のwavelet $\psi_1$，$\psi_2$，$\psi_3$をもとに，これらの基底の拡大・縮小とサポートの平行移動により，wavelet級数を定義するのに必要なすべての基底関数を生成する．これら4種類の関数の定義は，図1に示す通りである．なお，基底の解像度が一つ大きくなるごとに，サポートは1/4に，基底の関数値は図1に示す値の2倍になる．




(a) scaling 関数 $\phi$.　(b) wavelet $\psi_1$

(c) wavelet $\psi_2$.　(d) wavelet $\psi_3$.

図1　三角形コンパクトサポートを有する区間一定・正規直交wavelet.

## 3. Waveletを用いた境界要素法（wavelet BEM）

3次元定常動弾性問題の境界積分方程式[1]において，境界上の変位$u_i$と表面力$t_i$を前節で示した正規直交基底を用いたwavelet級数で近似した上で，積分方程式の残差に対し，前述の正規直交waveletを用いたGalerkin法を適用すると，代数方程式**HU=GT**を得る．ここで，**G**，**H**はそれぞれ変位の基本解$\tilde{u}^*_{jk}$，基本解の表面力$\tilde{t}^*_{jk}$を積分核に持つ二重の境界積分により各成分が生成される係数行列であり，**U**，**T**はそれぞれ境界上の変位，表面力に関するwavelet展開係数を収納したベクトルである．なお，係数行列成分の切り捨ては，2つの基底のサポートが重複する場合の係数成分は切り捨て対象から除外した上で，各係数の絶対値が所定の切り捨て基準値$\eta$を下回る成分のみを対象として実行する．

## 4. 解析結果

今回は，辺長1の立方体を周波数$f=\omega/2\pi$の波動の伝播領域とした上で，基本解の距離減衰性が相対的に低い係数行列$\mathbf{G}$の保存成分数について調べた．なお，質量密度は$\rho=1$，弾性係数とポアソン比はそれぞれ$E=1.0\times10^5$，$\nu=0.3$とし，解析自由度は$N=3\times768=2{,}304$である．表1に示すように，係数行列には微小な係数成分が多く，近似解の精度に応じて微小成分の切り捨てにより係数成分をスパース化できることがわかる．ただし，2次元定常波動問題の場合と同様，高周波応答を評価する場合には保存成分数が増加しスパース性が低下する．

表1 係数行列Gの成分の保存率

(a) $f=1$ Hz

| $\eta$ | 保存率(%) |
|---|---|
| $1.0\times10^{-6}$ | 1.935 |
| $1.0\times10^{-7}$ | 2.161 |
| $1.0\times10^{-8}$ | 4.148 |
| $1.0\times10^{-9}$ | 17.973 |
| $1.0\times10^{-10}$ | 47.313 |

(b) $f=10$ Hz

| $\eta$ | 保存率(%) |
|---|---|
| $1.0\times10^{-6}$ | 1.935 |
| $1.0\times10^{-7}$ | 2.162 |
| $1.0\times10^{-8}$ | 4.155 |
| $1.0\times10^{-9}$ | 18.005 |
| $1.0\times10^{-10}$ | 47.359 |

(c) $f=100$ Hz

| $\eta$ | 保存率(%) |
|---|---|
| $1.0\times10^{-6}$ | 1.932 |
| $1.0\times10^{-7}$ | 2.198 |
| $1.0\times10^{-8}$ | 4.839 |
| $1.0\times10^{-9}$ | 21.620 |
| $1.0\times10^{-10}$ | 56.900 |

## 5. まとめ

本研究では，3次元地震動解析や地盤振動解析において，無限遠方での波動放射を矛盾なく表現できる境界要素法を用いる場合を対象に，境界要素解析の計算負荷の軽減のためのwavelet基底の適用の有効性について検討した．その結果，今回用いた三角形サポートを有する区間一定・正規直交waveletを用いても，係数行列の保存成分数を削減可能であることがわかった．今後は，3次元解析の高速化や，2次元・3次元の定常動弾性問題のwavelet BEMにおける切り捨て基準値の自動設定法の開発に取り組む予定である．

## 参考文献

1）小林昭一編著：波動解析と境界要素法，京都大学学術出版会，1999.
2）紅露一寛，阿部和久：Wavelet BEMにおける Beylkin型係数切り捨て手法の行列圧縮効果に関する検討, 土木学会応用力学論文集，Vol. 6, pp. 301-310, 2003.