

Wavelet BEM における Beylkin 型係数切り捨て手法の 行列圧縮効果に関する検討

紅露 一寛, 阿部 和久

Matrix-compression property of Beylkin-type truncation scheme for wavelet BEM

by Kazuhiro KORO, Kazuhisa ABE

近年, 大規模問題への適用が困難な境界要素法 (BEM) の解析効率を高めることを目的として, wavelet 基底の利用 (wavelet BEM) が試みられている。Wavelet BEM は, wavelet を基底関数に用いて境界積分方程式を離散化する方法である。離散化によって最終的には線形代数方程式が得られることとなるが, 代数方程式の係数行列成分の大半が wavelet のゼロモーメント性によって微小なものとなる。解析の際には, 微小成分を切り捨てることで本来密行列となる係数行列を疎行列化することができ, 解析時の計算効率が向上される結果となる。そのため, wavelet BEM においては, 近似解の精度を維持しつつ, できるだけ多数の不要な係数成分を切り捨てる切り捨て手法を構成・選択することが肝要である。

今日用いられている切り捨て手法は, 切り捨て基準値 (切り捨て判定に用いる閾値) の設定方法により, 階層依存型手法と Beylkin 型手法の 2 種類に大別することができる。前者は, 現在主に用いられている切り捨て手法であり, 切り捨て基準値は係数成分に対応する wavelet の階層レベルに応じて変動するように設定される。なお, この方法で切り捨てを実行すると, 係数行列の保存成分数が $O(N(\log N)^\alpha)$ ($\alpha > 1$, N : 解析自由度) を示すことが保証されている。ただし, 適用する際には問題設定や wavelet の補間次数・ゼロモーメント性などの制約を受け, 場合によっては適用できない場合もある。一

方, 後者の Beylkin 型の切り捨て手法では, 全成分に対して単一の切り捨て基準値を用いる。この手法の最大の利点は, アルゴリズムの単純さと適用上の制約の少なさにある。しかし, この手法によって切り捨てを行っても解析自由度の正のべき乗の保存成分数でしか圧縮することができない。そのため, 理論的には Beylkin 型手法は階層依存型手法よりも非効率であると予想される。しかし, これらの評価は保存成分数の自由度依存性を示したものに過ぎず, 解析において実際に必要となる保存成分数を与えるものではない。既往の研究においては, 各種切り捨て手法の下での保存成分数の評価の妥当性や一般的な境界要素解析との計算効率の比較について詳細に論じられているが, 実際の解析における両切り捨て手法の実効性や優劣についての比較・検討はなされていない。また, Beylkin 型手法に基づく切り捨てを対象とした場合, 2次元問題にも適用可能な保存成分数の評価方法は未だ提案されていない。

標記論文では, wavelet BEM において用いられる係数成分切り捨て手法の行列圧縮性能について, 理論的な評価結果と数値解析結果の双方に基づいて議論している。切り捨て手法には著者らが構成した Beylkin 型手法と Schneider が提案した階層依存型手法の 2 種類を採用し, 特に境界要素解析における Beylkin 型切り捨て手法の実効性について詳細に検討した。また, 2種類の切り捨て手法を適用した際

の係数行列の保存成分数の評価式を示し、2次元問題・3次元問題とも Beylkin 型手法の下では保存成分数が $O(N^{1+\gamma})$ ($0 < \gamma < 1$) となることを明らかにした。この評価結果は、Beylkin 型手法が、保存成分数が自由度に対して擬線形に推移する Schneider の手法と比べ非効率であることを示唆するものである。そこで、2次元・3次元ポテンシャル問題を対象に、境界条件を Neumann 条件、Dirichlet 条件またはそれらの組み合わせ（混合境界値問題）によって与えた場合の保存成分数を、数値実験によって評価した。その結果、理論上 Beylkin 型手法は階層依存型手法よりも不利と考えられるが、実際の解析を対

象とした場合、Beylkin 型手法による切り捨ては、Schneider の手法を正しく運用した場合と同程度またはそれ以上の高率で係数行列を圧縮することが確認できた。

なお、Schneider の手法は問題設定や離散化条件の制約を受け、場合によっては適用できない場合がある。そこで、本来設定範囲外である切り捨て基準値を用いて Schneider の手法を適用したところ、係数が過剰に切り捨てられ精度低下を招く場合があることが確認できた。そのため、適用範囲外で Schneider の切り捨て手法をやむを得ず適用する際には、解析精度の維持に関して注意を要することがわかった。