論　説

クールノー競争における不確実性と期待利潤

濱　田　弘　潤*

概 要

本論文は，クールノー競争が行われている同質財寡占市場において，不確実性が発生するタイミングの違いによって３つの異なる不確実性の状況を想定し，不確実性が企業の期待利潤に与える影響について考察を行う．３つの異なる不確実性の下で生じるクールノー均衡を導出し，企業の事前の期待利潤を計算し比較することで，情報構造の違いと期待利潤との関係について明らかにする．また需要の不確実性と費用の不確実性をそれぞれ分析し期待利潤を比較することで，需要情報と費用情報が同じ情報価値を持っているかどうかについて検討する．一見した限りでは，不確実性の存在とその増加は寡占企業の期待利潤を減少させるように見受けられる．本論文ではこうした直感に反して，事前の不確実性の下では不確実性が増加するのに従い，企業の期待利潤が増加することが示される．

Keywords: クールノー競争，不確実性，期待利潤，寡占理論

JEL classifications: D43, D81, L13

* 住所：〒 950-2181 新潟市西区五十嵐２の町 8050　新潟大学経済学部
Tel. and fax: 025-262-6538
E-mail: khamada@econ.niigata-u.ac.jp

1 はじめに

本論文は，クールノー競争が行われている同質財寡占市場において，不確実性が発生するタイミングの違いによって3つの異なる不確実性の状況を想定し，不確実性が企業の期待利潤に与える影響について考察を行う．3つの異なる不確実性の下で生じるクールノー均衡を導出し，企業の事前の期待利潤を計算し比較することで，情報構造の違いと期待利潤との関係について明らかにする．また需要の不確実性と費用の不確実性をそれぞれ分析し期待利潤を比較することで，需要情報と費用情報が同じ情報価値を持っているかどうかについて検討する．一見した限りでは，不確実性の存在とその増加は寡占企業の期待利潤を減少させるように見受けられる．本論文ではこうした直感に反して，事前の不確実性の下では不確実性が増加するのに従い，企業の期待利潤が増加することが示される．

寡占市場において情報の不確実性を扱った先行研究は数多く存在する．[1] 代表的な先行研究として Vives (1984) は，企業が不確実な線形需要について私的情報を持つ複占市場をモデル化し，競争する財の性質が代替財か補完財か，また競争形態がクールノー競争かベルトラン競争かに応じて，情報共有 (information sharing) が起こるか否かが決定することを示した．Sakai (1985) は，費用関数について不確実性が存在する複占市場の下で情報の持つ価値を考察し，各企業の利用可能な費用情報が企業利潤にどう影響するかを調査している．こうした寡占市場における不確実性または情報の非対称性の研究は，企業間の情報共有または情報伝達 (information transmission) と呼ばれる研究領域を発展させるに至っている．例えば，Gal-Or (1985) は需要の不確実性に関する情報共有に関して，Shapiro (1986) は自企業の費用に関する私的情報の共有に関して分析を行っている．さらに Gal-Or (1986) では需要と費用の不確実性の違いが企業の情報共有に与える影響を分析し，Li (1985) はクールノー数量競争に限る一方で，需要や費用より一般的な不確実性をもたらす変数を考え，不確実性が企業間で共通の変数と企業特殊的変数のどちらに生じるかに依存して，情報共有行動が異なることを示している．こうした情報共有に関する分析を最も一般的な形で行ったものとして，Raith (1996) による包括的な分析がある．[2]

以上のように情報共有に関して蓄積された先行研究は，主に企業間の情報の非対称性を扱い，企業にとって私的情報を開示することが競争戦略上または社会厚生上望ましいか否かという視点から分析されている．それとは対照的に，あるいはより一般的な状況では，企業間で情報の非対称性は存在しないが，情報の不確実性に企業が直面する状況も起こり得る．例えば，複占市場で企業1だけが需要情報を知っている状況もあれば，両企業共に需要動向を知らない状況もある．また企業1の限界費用のみが私的情報で企業2の限界費用は共有されている状況もあれば，両企業とも自社の限界費用は知っているが相手企業にはわからない情報の非対称性もある．このように

[1] 古くはジョン・ハーサニ (John C. Harsanyi) の代表的論文 (Harsanyi (1967)) の中で，不完備情報ゲームをベイジアン・アプローチにより説明するための具体例として，複占価格競争で企業が相手企業の費用関数等の正確な情報を知らない不完備情報ゲームの例が挙げられている (*Ibid.*, pp.165–166)．なお Harsanyi (1967) は，不完備情報 (incomplete information) ゲームを不完全情報 (imperfect information) ゲームによって記述したゲーム理論の代表的論文である．

[2] 情報共有に関する包括的議論は，Vives (1999) の第8章8.3節にまとめられている．

情報の不確実性や非対称性に関して様々な起こり得る状況を考慮に入れるならば，異なる情報構造を分けてそれぞれの競争均衡を導出し，情報構造の違いが企業の期待利潤の大きさにどのような違いをもたらすかを調査することは，企業の持つ情報の価値をより明確な形で対比するのに有益であると思われる．とりわけ，情報の不確実性と情報の非対称性とを比較することで，私的情報がどれだけ期待利潤増加に繋がるのかを明らかにすることができる．

このため本論文では，情報の不確実性または非対称性が発生する情報構造を，不確実性が発生するタイミングの違いにより便宜的に，事前・中間期・事後の 3 つに区別し，それぞれの不確実性の下でクールノー均衡を導出する．このうち中間期の不確実性は，ある一部の企業だけが情報を知り他の企業は知らないといった情報の非対称性が発生する状況である．それぞれの不確実性の下で，さらに需要切片に関する不確実性と限界費用に関する不確実性をそれぞれ分けて均衡を導出し，均衡期待利潤を比較することで情報構造の違いが企業利潤の大きさにどう影響するか，明らかにすることを試みる．

本論文の構成は以下の通りである．第 2 節では，同質財寡占市場におけるクールノー競争モデルを提示し，需要または費用に関する事前・中間期・事後の不確実性について，それぞれの情報構造を説明する．第 3 節と第 4 節では，それぞれ需要の不確実性と費用の不確実性について分析結果を提示する．事前・中間期・事後の不確実性の下での競争均衡を導出し，期待利潤を計算する．それぞれの不確実性が期待利潤にどのような影響を与えるかを比較し，主要な結論を提示する．第 5 節では，需要の不確実性と費用の不確実性の下での期待利潤を比較する．第 6 節は，本論文の分析から得られる結論を要約し，今後の課題を展望する．

2 モデル

第 2 節では，不確実性が存在するクールノー競争を描写するモデルを提示する．同質財を生産する企業が $n(\geq 2)$ 社存在し，各企業を企業 $i = \{1, 2, \cdots, n\}$ で表す．各企業は，単一の同質財市場でクールノー数量競争に直面している．企業 i の生産量を $q_i(\geq 0)$，総生産量を $Q = \sum_{i=1}^{n} q_i$ で表す．代表的消費者の持つ効用関数が $U(Q) = aQ - \frac{b}{2}Q^2$ であるとし，逆需要関数は $p(Q) = a - bQ$ で表される．同質的企業は限界費用一定の生産技術を持ち，総費用関数が $C_i = c_i q_i$，すなわち限界費用 $c_i(< a)$ で固定費用が存在しないものとする．企業 i の利潤は，$\pi_i = (p(Q) - c_i)q_i = (a - b(q_i + Q_{-i}) - c_i)q_i; Q_{-i} \equiv \sum_{j \neq i} q_j$ と表現される．

ベンチマークとして，不確実性が存在しない完備情報のケースでのクールノー・ナッシュ均衡を導出する．[3] [4] クールノー数量競争の下で企業 i は，他企業の生産量 Q_{-i} を所与として，利潤 π_i

[3] クールノー・ナッシュ均衡の導出については，ミクロ経済学や産業組織論のテキストに必ず記述されている．例えば，小田切 (2001)，Cabral (2000), Tirole (1988) 等を参照せよ．

[4] 以下で示されるように事前の不確実性の下では，完備情報のクールノー均衡が実現する．

を最大にするように生産水準を決定する．利潤最大化問題は次式を満たす．

$$\max_{q_i \in [0,\infty)} \pi_i(q_i, Q_{-i}) = \max_{q_i \in [0,\infty)} (a - b(q_i + Q_{-i}) - c_i)q_i \tag{1}$$

利潤最大化の 1 階条件を解いて，企業 i の反応関数 $q_i = R_i(Q_{-i})$ を得る．

$$\frac{\partial \pi_i(q_i, Q_{-i})}{\partial q_i} = a - 2bq_i - bQ_{-i} - c_i = 0 \ \Leftrightarrow\ q_i = R_i(Q_{-i}) \equiv \frac{a - bQ_{-i} - c_i}{2b} \tag{2}$$

(2) 式を n 企業で合計して，総生産量 Q について整理すると，

$$Q = q_i + Q_{-i} = \frac{na - \sum_{i=1}^{n} c_i}{b(n+1)} \tag{3}$$

(2) 式と (3) 式よりクールノー均衡生産量 q_i^* が得られる．

$$q_i^* = \frac{a - nc_i + \sum_{j \neq i} c_j}{b(n+1)} \tag{4}$$

例えば $n = 2$ 社の場合，均衡生産量は $(q_1^*, q_2^*) = (\frac{a-2c_1+c_1}{3b}, \frac{a-2c_2+c_1}{3b})$ となる．均衡利潤マージンが $p - c_i = bq_i^*$ となり，各企業の均衡利潤は，

$$\pi_i^* = b(q_i^*)^2 = \frac{(a - nc_i + \sum_{j \neq i} c_j)^2}{b(n+1)^2} \tag{5}$$

と表される．以上が，不確実性がない時の均衡生産量と均衡利潤である．

また本論文では，不確実性がいつ発生するかに応じて異なる情報構造を考えるため，企業には生産活動に参加するか否か（すなわち市場に参入するか否か）を決定する事前の時期と，生産活動開始決定後に実際の生産量を選択する事後の時期があるものとする．[5]

次に不確実性について述べる．本論文では不確実性が発生するタイミングの違いに応じて，以下に述べる 3 つのケースに不確実性が生じる状況を区別し，それぞれ分析を行う．第 1 のケースを「事前の不確実性 (ex ante uncertainty)」，第 2 のケースを「中間期の不確実性 (interim uncertainty)」，第 3 のケースを「事後の不確実性 (ex post uncertainty)」と呼ぶことにする．[6]

第 1 の「事前の不確実性」とは，生産活動を開始するかどうか決定する事前の時期には不確実であるが，生産活動開始を決定した後，実際に生産量を選択する事後の時期には全企業で不確実性が解消している状況を指す．具体的には，ある企業が生産活動に従事するか否か（市場競争に参入するか否か）を考えている段階では，需要または費用に不確実性が存在しているが，生産活

[5] 従って本来ならば，企業が事前に生産活動を行う決定をした場合，正の参入費用が固定費用として掛かる可能性があるが，本論文では簡単化のため参入費用を捨象している．

[6] interim に「中間期」という訳語を当てるのは若干不適切で誤解を招くかもしれないが，本論文では表現の簡潔さのため敢えてこの言葉を使用する．生産量決定前（後）に不確実性が解消されるケースを事前（事後）と呼ぶ一方で，生産量決定時に不確実性が解消される企業と解消されない企業が共存するケースを中間期と呼ぶ．interim は暫定的，仮の，一時的といった意味を持つが，事前と事後の間の中間的な期間という意味で，ここでは中間期と呼ぶことにする．

動を開始する（市場参入する）決定をした後で生産量を選択する段階では，全企業で需要または費用の不確実性が解消している時が，事前の不確実性の状況である．これとは反対に第3の「事前の不確実性」では，生産活動開始を決定する事前の時期のみならず，実際に生産量を選択する事後の時期においても，全企業で不確実性が存在する状況を指す．具体的には，ある企業が生産活動を開始する（市場参入する）決定をした後，生産量を選択する段階になっても全企業で需要または費用の不確実性が解消されず，不確実性に直面したまま生産量を決定する状況が事後の不確実性の状況である．

第2の「中間期の不確実性」とは，生産活動開始を決定する事前の時期には不確実であるが，生産活動開始を決定した後，実際に生産量を選択する事後の時期において，不確実性が解消する企業と不確実性が解消しない企業が共に存在する状況を指す．事後に不確実性が解消された企業は事前の不確実性に直面し，不確実性が解消されない企業は事後の不確実性に直面している状況と言える．言わば事前と事後の間の中間的な状況である．この中間期の不確実性の下で，不確実性が解消された企業とされていない企業の間には,「情報の非対称性 (asymmetric information)」が存在している．例えば，企業 i が生産活動に従事するか否か（市場競争に参入するか否か）を考えている段階では，需要または費用に不確実性が存在しているが，生産活動を開始する（市場参入する）決定をした後で生産量を選択する段階では，需要または費用の不確実性が解消している．一方で企業 i 以外の全ての企業 j にとっては，生産量を決定する事後の段階においても不確実性が解消していない状況が，中間期の不確実性の状況である．上記3つのケースそれぞれをタイムラインに示すと図のようになる．

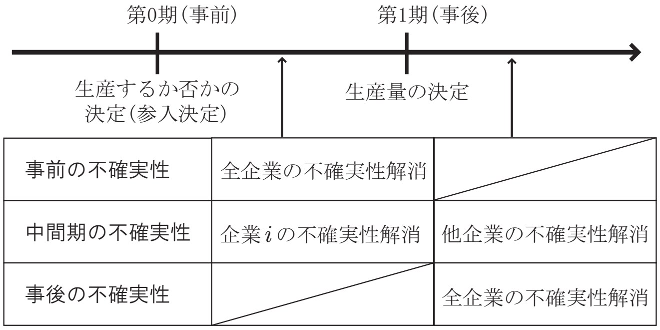

図 1: タイムラインと3つの不確実性

さらに第3節と第4節ではそれぞれ，需要の不確実性と費用の不確実性という2種類の不確実性について個別に考察を行う．まず需要の不確実性を分析する際には，費用の不確実性がなく逆需要関数のタテ軸切片 a が確率変数であるとする．確率変数は $a \in [\underline{a}, \overline{a}]; \overline{a} > \underline{a} > \max\ \{c_i\}_{i=1}^n$ 上に連続的に分布しているものとする．[7] 確率密度関数を $f(a)$，確率分布関数を $F(a)$ で表し，連続微

[7] 本論文では，確率変数 a の範囲が有界閉区間であり，連続的で十分に滑らかな確率分布に従うこと以外には，い

分可能であるとする．この逆需要関数の切片 a が上記のような確率分布に従うことは，全企業にとって共有知識 (common knowledge) であると仮定する．切片 a の期待値は $E[a] \equiv \int_{\underline{a}}^{\overline{a}} af(a)da$，分散は $V[a] \equiv E[a-E[a]]^2 = \int_{\underline{a}}^{\overline{a}}(a-E[a])^2 f(a)da$ である．[8]

一方，費用の不確実性を分析する際には，需要の不確実性がなく限界費用 c_i が確率変数であるとする．確率変数は $c_i \in [\underline{c}, \overline{c}]; a > \overline{c} > \underline{c}$ 上に連続的に分布しているものとする．[9] さらに分析の簡単化のため，各企業の限界費用は独立した同一の確率分布 (*i.i.d.*) に従うとして，確率密度関数を $f(c_i)$，確率分布関数を $F(c_i)$ で表し，連続微分可能であるとする．各企業の限界費用が私的情報である場合には，企業 i は自分の限界費用 c_i を知っているが他の全ての企業 $j(\neq i)$ の限界費用 $\{c_j\}_{j\neq i}$ については，上記の確率分布に従うことしか知らないものとする．さらにこれら全てのこと（自企業は，他企業が自企業の限界費用を知らないことを知っている等）は，全企業にとって共有知識であると仮定する．限界費用 c_i の期待値は $E[c_i] \equiv \int_{\underline{c}}^{\overline{c}} c_i f(c_i)dc_i$，分散は $V[c_i] \equiv E[c_i - E[c_i]]^2 = \int_{\underline{c}}^{\overline{c}}(c_i - E[c])^2 f(c_i)dc_i$ であるが，各企業の確率分布は同一なので期待値と分散は全企業で等しく，以下 $E[c] \equiv E[c_i]$，$V[c] \equiv V[c_i]$ と表す．[10]

不確実性が存在する下でのクールノー競争の均衡概念は，事前の不確実性がナッシュ均衡，中間期と事後の不確実性は，ベイジアン・ナッシュ均衡 (Bayesian Nash equilibrium) である．利潤最大化の 2 階条件の成立と均衡生産量の内点解を仮定する．[11] 各企業は他の全ての企業の生産量を所与として，同時かつ非協力的に利潤を最大化する生産量を選択する．

以下の第 3 節と第 4 節ではそれぞれ，事前・中間期・事後の不確実性が存在する状況で寡占競争が行われる時のクールノー均衡を導出する．次節第 3 節では需要の不確実性を分析し，第 4 節で費用の不確実性を分析する．

3　需要の不確実性

3.1　事前の不確実性

需要に関して事前の不確実性が存在する状況において，各企業が生産量を選択する事後の時点では，不確実性は既に解消している．従って，各企業が生産量を選択する時に逆需要関数の切片 a を知っているので，利潤最大化問題は不確実性のない完備情報のベンチマーク・ケースと全く同一である．企業 i は他企業の生産量 Q_{-i} を所与として，利潤 π_i を最大にするように生産量 q_i^* を決定し，前節の (1) 式から (5) 式までを満たす．

かなる追加的仮定も設けていない．分布範囲を有界閉区間に限るのは，いかなる確率変数の下でも正の生産を行うとする内点解の仮定と整合させるためである．しかし本論文の分析結果は全て，二項分布のような離散確率変数を前提としても当てはまる．

[8] 簡単な確率分布の例として一様分布を考えるならば，$\Delta a \equiv \overline{a} - \underline{a}\ (>0)$ とおくと一様分布の確率密度関数は $f(a) = \frac{1}{\Delta a}$, 確率分布関数は $F(a) = \frac{a-\underline{a}}{\Delta a}$ で表される．切片 a の期待値は $E[a] = \frac{\underline{a}+\overline{a}}{2}$，分散は $V[a] = \frac{(\Delta a)^2}{12}$ となる．

[9] 脚注 7 と同様の理由で，確率変数 c_i は有界閉区間に分布し，連続的で十分に滑らかな確率分布に従う．

[10] 一様分布の例で $\Delta c \equiv \overline{c} - \underline{c}\ (>0)$ とおくと，一様分布の確率密度関数は $f(c_i) = \frac{1}{\Delta c}$, 確率分布関数は $F(c_i) = \frac{c_i - \underline{c}}{\Delta c}$ で表される．期待値は $E[c] \equiv \frac{\underline{c}+\overline{c}}{2}$，分散は $V[c] \equiv E[c_i - E[c]]^2 = \frac{(\Delta c)^2}{12}$ である．

[11] 線形モデルにより，これらの仮定の下で解の存在，一意性，安定性は保証される．

企業が生産活動を実施するか否かを決定する事前の段階では，a に関する不確実性が存在するので，事前の期待利潤は以下のようになる．[12]

$$E[\pi_i^*(a)] = bE[(q_i^*)^2] = \frac{V[a] + (E[a] - nc_i + \sum_{j\neq i} c_j)^2}{b(n+1)^2} \tag{6}$$

(6) 式より事前の期待利潤に関して注目すべき点として，事前の不確実性の分散 $V[a]$ が大きい程，期待利潤も大きくなる点が挙げられる．理由は，不確実性が増加すればする程，不確実性の解消後に適切に生産量を調整できる余地が高まり，正しい需要水準に合わせた適切な利潤最大化生産量 $q_i^*(a)$ を選択することで，企業が得る利潤が増加するからである．

3.2 中間期の不確実性

需要に関して中間期の不確実性が存在する不完備情報のケースを考える．簡単化のため企業 i のみ不確実性が解消される状況を考える．[13] 生産量を決定する事後の段階で企業 i だけが不確実性が解消され a の真の値を知るが，他の全ての企業 $j(\neq i)$ には a の真の値がわからず上記で述べた確率分布に従うと考えている．この中間期の不確実性の下で，ベイジアン・ナッシュ均衡における企業 i の生産量を $q_i^*(a)$，それ以外の企業 j の生産量を q_j^* で表すものとする．

まず企業 i は他企業の生産量 Q_{-i} を所与として，利潤 π_i を最大にするように生産量を決定する．企業 i の利潤最大化問題は，不確実性がないケースや事前の不確実性のケースと同一である．

$$\max_{q_i} \pi_i(q_i, Q_{-i}; a) = \max_{q_i}(a - b(q_i + Q_{-i}) - c_i)q_i \tag{7}$$

利潤最大化の 1 階条件より，企業 i の反応関数 $q_i = R_i(Q_{-i}; a)$ を得る．

$$\frac{\partial \pi_i(q_i, Q_{-i}; a)}{\partial q_i} = a - 2bq_i - bQ_{-i} - c_i = 0 \ \Leftrightarrow\ q_i = R_i(Q_{-i}; a) \equiv \frac{a - bQ_{-i} - c_i}{2b} \tag{8}$$

従って均衡において次式が成立する．

$$q_i^*(a) = \frac{a - bQ_{-i}^* - c_i}{2b};\ Q_{-i}^* \equiv \sum_{j\neq i} q_j^* \tag{9}$$

一方，企業 i 以外の全ての企業 j には逆需要関数の切片 a がわからないので，a が期待値 $E[a]$ に従うと考えて生産量を決定する．さらに企業 j は，企業 i が a の真の値を知っていることを認識しており，企業 i の最適生産量が a の真の値に依存する，すなわち $q_i^*(a)$ に従うことを知ってい

[12] 需要の不確実性の下で，期待値 $E[\cdot]$ は確率変数 a に関する期待値を表す．

[13] 補論 A.1 節では，一般化されたケースとして，中間期の不確実性下で複数企業が情報を持つ時のクールノー均衡について論じている．

る．利潤最大化問題は次式を満たす．

$$\max_{q_j} E[\pi_j(q_j, Q_{-j}; a)] = \max_{q_j}(E[a] - b(q_j + E[Q_{-j}]) - c_j)q_j \tag{10}$$

ここで $E[Q_{-j}] = E[q_i^*(a)] + \sum_{k\neq i,j} q_k$ である．企業 j はあたかも切片が期待値 $E[a]$ に従うと考え，また企業 i の最適生産量の期待値 $E[q_i^*(a)]$ を踏まえて，利潤最大化生産量を決定する．利潤最大化の 1 階条件より，企業 j の他企業の期待生産量に対する反応関数 $q_j = R_j(E[Q_{-j}])$ を得る．

$$\frac{\partial E[\pi_j(q_j, Q_{-j}; a)]}{\partial q_j} = E[a] - 2bq_j - bE[Q_{-j}] - c_j = 0 \;\Leftrightarrow\; q_j = R_j(E[Q_{-j}]) \equiv \frac{E[a] - bE[Q_{-j}] - c_j}{2b} \tag{11}$$

均衡において次式が成立する．

$$q_j^* = \frac{E[a] - bE[Q_{-j}^*] - c_j}{2b};\; E[Q_{-j}^*] = E[q_i^*(a)] + \sum_{k\neq i,j} q_k^* \tag{12}$$

(12) 式を企業 i 以外の $n-1$ 企業で合計して，Q_{-i}^* について整理すると，

$$Q_{-i}^* = \frac{(n-1)E[a] - b(n-1)E[q_i^*(a)] - \sum_{j\neq i} c_j}{bn} \tag{13}$$

(9) 式と (13) 式より，企業 i の期待生産量 $E[q_i^*(a)]$ と企業 i 以外の合計生産量 Q_{-i}^* を得る．

$$E[q_i^*(a)] = \frac{E[a] - nc_i + \sum_{j\neq i} c_j}{b(n+1)},\; Q_{-i}^* = \frac{(n-1)(E[a] + c_i) - 2\sum_{j\neq i} c_j}{b(n+1)} \tag{14}$$

(9) 式と (12) 式より均衡生産量 $q_i^*(a)$ と q_j^* を得る．

$$q_i^*(a) = \frac{(n+1)a - (n-1)E[a] - 2nc_i + 2\sum_{j\neq i} c_j}{2b(n+1)},\; q_j^* = \frac{E[a] - nc_j + c_i + \sum_{k\neq i,j} c_k}{b(n+1)} \tag{15}$$

均衡総生産量と均衡期待総生産量はそれぞれ，

$$Q^* = \frac{(n+1)a + (n-1)E[a] - 2c_i - 2\sum_{j\neq i} c_j}{2b(n+1)},\; E[Q^*] = \frac{nE[a] - c_i - \sum_{j\neq i} c_j}{b(n+1)} \tag{16}$$

企業 i にとっての均衡利潤マージンは $p - c_i = bq_i^*(a)$ なので，企業 i の均衡利潤は，

$$\pi_i^*(a) = b(q_i^*(a))^2 = \frac{((n+1)a - (n-1)E[a] - 2nc_i + 2\sum_{j\neq i} c_j)^2}{4b(n+1)^2} \tag{17}$$

である．一方 i 以外の企業 j の均衡期待利潤マージンは $E[p] - c_j = bq_j^*$ なので，企業 j の均衡期待利潤は，

$$E[\pi_j^*] = b(q_j^*)^2 = \frac{(E[a] - nc_j + c_i + \sum_{k\neq i,j} c_k)^2}{b(n+1)^2} \tag{18}$$

である．以上が中間期の不確実性の下での企業の均衡生産量と均衡（期待）利潤である．

i 以外の企業 j の期待利潤は期待値 $E[a]$ の大きさだけに影響し，分散 $V[a]$ は期待利潤の大きさに影響を与えない．企業 i は生産量決定前に a の値を認識できるので，利潤は a に依存し期待値や分散には影響しない．しかし生産活動を開始するか否かを決定する事前段階では企業 i も a の真の値を認識できないので，企業 i の事前の期待利潤は以下のようになる．

$$E[\pi_i^*(a)] = \frac{(n+1)^2 V[a] + 4(E[a] - nc_i + \sum_{j \neq i} c_j)^2}{4b(n+1)^2} = \frac{V[a]}{4b} + \frac{(E[a] - nc_i + \sum_{j \neq i} c_j)^2}{b(n+1)^2} \quad (19)$$

(19) 式より企業 i の事前の期待利潤は，不確実性の分散 $V[a]$ が大きい程大きくなる．この理由は，不確実性が増大すればする程，不確実性解消後に中間期における需要の非対称情報を利用して，企業 i だけが適切に生産量を調整することができるので，他企業よりも事前の期待利潤の増加が予想されるからである．

ちなみに，生産量決定後に不確実性が解消された段階で企業 $j(\neq i)$ が実際に獲得する利潤は，a の真の値に依存して以下の通りになる．

$$\pi_j^*(a) = (p - c_j)q_j^* = \frac{((n+1)a - (n-1)E[a] - 2(nc_j - c_i - \sum_{k \neq i,j} c_k))(E[a] - nc_j + c_i + \sum_{k \neq i,j} c_k)}{2b(n+1)^2} \quad (20)$$

生産活動を開始するか否かを決定する事前の段階で全企業は不確実性に直面している．この事前段階で評価した場合，生産量決定前に不確実性が解消する企業 i と生産量決定時には不確実性が解消しない企業 j の期待利潤を比較すると，以下の命題が示される．

命題 1. 全企業の限界費用が等しいと仮定する．需要に関する中間期の不確実性の下で事前の期待利潤を比較すると，生産量決定前に不確実性が解消する企業の方が，不確実性が解消されない企業よりも期待利潤が大きい．すなわち，
もし $c \equiv c_i \ \forall i$ ならば，$E[\pi_i^*(a)] > E[\pi_j^*]$.

証明. 以下の計算式より明らか．$E[\pi_i^*(a)] = \frac{V[a]}{4b} + \frac{(E[a]-c)^2}{b(n+1)^2} > E[\pi_j^*] = \frac{(E[a]-c)^2}{b(n+1)^2}$ □

命題 1 の主張は，企業 i の事前の期待利潤は不確実性が増加すればする程大きくなり，生産量決定時に不確実性に直面する他企業より大きい期待利潤を獲得できるというものである．理由は既に (19) 式の導出過程で説明したように，生産量決定時に不確実性のない企業 i は中間期の非対称情報の下で，正しい需要動向に対応して適切に生産量を調整することができる．これに対して，生産量決定時に他企業は不確実性下で生産量を選択せねばならず，真の需要の値に応じた最適な生産量設定ができないためである．両企業の情報格差によって情報を持つ企業に事前の期待利潤増加がもたらされる．

命題 1 は一般的には次の命題に含まれる．

命題 2. 需要に関する中間期の不確実性の下で，生産量決定前に不確実性が解消されない企業の限界費用が全て等しいと仮定する．事前の期待利潤を比較すると，不確実性が解消する企業 i の限界費用が不確実性が解消されない企業の限界費用以下ならば，必ず前者の期待利潤が大きい．また前者が後者の限界費用以上であっても，不確実性の分散が十分大きければ前者の期待利潤が大きくなることが起こり得る．すなわち，
仮定 $(c \equiv c_j \ \forall j \neq i)$ の下で，もし $c_i \leq c$ ならば，$E[\pi_i^*(a)] > E[\pi_j^*]$.
たとえ $c_i > c$ としても $V[a]$ が十分大きければ，$E[\pi_i^*(a)] > E[\pi_j^*]$.

証明. 限界費用 $c \equiv c_j \ \forall j \neq i$ の下で事前の期待利潤は $E[\pi_i^*(a)] = \frac{V[a]}{4b} + \frac{(E[a]-nc_i+(n-1)c)^2}{b(n+1)^2}$ と $E[\pi_j^*] = \frac{(E[a]+c_i-2c)^2}{b(n+1)^2}$ と計算される．$E[\pi_i^*(a)]$ の第 2 項と $E[\pi_j^*]$ を比較すると，$c_i \leq c$ の時 $\frac{(E[a]-nc_i+(n-1)c)^2}{b(n+1)^2} \geq \frac{(E[a]+c_i-2c)^2}{b(n+1)^2}$ が成立し，分散 $V[a] > 0$ である限り $E[\pi_i^*(a)] > E[\pi_j^*]$ が成立する．反対に $c_i > c$ の時は $E[\pi_i^*(a)]$ の第 2 項よりも $E[\pi_j^*]$ の方が大きいが，十分に $V[a]$ が大きければ $E[\pi_i^*(a)]$ の第 1 項が大きくなり，$E[\pi_i^*(a)]$ が $E[\pi_j^*]$ より大きくなることが起こり得る． □

命題 2 は命題 1 を一般化したもので次のことを述べている．需要情報に関して企業間で情報の非対称性が存在する時，生産量決定時に需要情報を把握できる企業が限界費用に関しても効率的ならば当然，需要情報を持たない企業より高い期待利潤を得る．さらに需要情報を持つ企業がたとえ高い限界費用を持っていたとしても，不確実性の分散が大きければ需要情報を持たない効率的企業より高い期待利潤を得る余地があることを示している．言い換えれば，ある企業が費用効率性の観点から劣っていたとしても，情報獲得上の優位性を持つ場合には高い期待利潤を獲得できる可能性を示唆している．すなわち技術格差で劣っていても情報格差で競争上優位に立てる可能性がある．

参考までに不確実性解消後の両企業の確定利潤を比較すると以下の通りとなる．

補題 1. 全企業の限界費用が等しいと仮定する．需要に関する中間期の不確実性の下で，事後に確定した利潤を比較すると以下の関係が成立する．
仮定 $(c \equiv c_i \ \forall i)$ の下で，$a > E[a] \Leftrightarrow \pi_i^*(a) > \pi_j^*(a)$.

証明. 単純な計算により $\pi_i^*(a) > \pi_j^*(a) \Leftrightarrow (n+1)(a - E[a]) > 0$ を得る． □

当然のことだが，企業が実際に獲得する事後利潤は a の実現値に依存する．補題 1 より全企業の限界費用が等しい時，a の実現値が期待値 $E[a]$ 以上（以下）ならば，情報を持つ企業は情報を持たない企業より高い（低い）利潤を得る．この理由は明らかで，情報を持たない企業は常に需要 a の期待値に反応して利潤最大化生産量を選択するからである．実現値が期待値以上（以下）であれば情報を持たない企業は需要を過小（過大）に見積もり，過少（過剰）生産の結果利潤が小さ

く（大きく）なる．[14] ただしこの補題の結論はあくまで事後的に見た結果論に過ぎない．事前の段階では両企業共に事後に確定する利潤がわからないので，事前の期待利潤の大きさに基づいて意志決定を行う．

3.3 事後の不確実性

需要に関して事後の不確実性が存在する不完備情報の下で，企業 i は他企業の生産量 Q_{-i} を所与として，期待利潤 $E[\pi_i]$ を最大にするように生産水準を決定する．各企業は逆需要関数の切片 a がわからないので，切片が期待値 $E[a]$ に従うと考えて生産量を決定する．利潤最大化問題は次式を満たす．

$$\max_{q_i} E[\pi_i(q_i, Q_{-i}; a)] = \max_{q_i}(E[a] - b(q_i + Q_{-i}) - c_i)q_i \tag{21}$$

事後の不確実性の下では生産量を決定する段階でどの企業も a の真の値を知らない．このため各企業はあたかも切片が期待値 $E[a]$ に従うと考えるので，不確実性のないケースの利潤最大化問題の a を $E[a]$ に置き換える以外，問題は全く同じである．

利潤最大化の 1 階条件を解いて企業 i の反応関数 $q_i = R_i(Q_{-i})$ を得る．

$$\frac{\partial E[\pi_i(q_i, Q_{-i}; a)]}{\partial q_i} = E[a] - 2bq_i - bQ_{-i} - c_i = 0 \ \Leftrightarrow \ q_i = R_i(Q_{-i}) \equiv \frac{E[a] - bQ_{-i} - c_i}{2b} \tag{22}$$

(22) 式を n 企業で合計して総生産量 Q について整理すると，

$$Q = q_i + Q_{-i} = \frac{nE[a] - \sum_{i=1}^{n} c_i}{b(n+1)} \tag{23}$$

(22) 式と (23) 式よりクールノー均衡生産量 q_i^* が得られる．

$$q_i^* = \frac{E[a] - nc_i + \sum_{j \neq i} c_j}{b(n+1)} \tag{24}$$

均衡期待利潤マージンは $E[p] - c_i = bq_i^*$ なので，各企業の均衡期待利潤は，

$$E[\pi_i^*] = b(q_i^*)^2 = \frac{(E[a] - nc_i + \sum_{j \neq i} c_j)^2}{b(n+1)^2} \tag{25}$$

である．以上が事後の不確実性の下での均衡生産量と均衡期待利潤である．

生産量決定時に企業は a の真の値を認識できないため，期待利潤は期待値 $E[a]$ の大きさだけに影響される．事前の不確実性とは異なり事後の不確実性の下では，分散 $V[a]$ の大きさは期待利潤の大きさに全く影響を与えない．

[14] 事後の確定利潤を比較する補題 1 では，情報を持たない企業の方が情報を持つ企業よりも結果として利潤が大きくなることが起こり得る．しかしこのことは，情報を持つ企業が利潤最大化できていないことを意味している訳では決してない．中間期の不確実性の情報構造下で情報を持つ企業が利潤最大化した結果，確定利潤が a の実現値によっては他企業より小さくなることを単に述べているに過ぎない．

生産量決定後，不確実性解消後に実際に獲得する利潤は a の実現値に依存する．

$$\pi_i^*(a) = (p - c_i)q_i^* = \frac{((n+1)a - nE[a] - nc_i + \sum_{j\neq i} c_i)(E[a] - nc_i + \sum_{j\neq i} c_j)}{b(n+1)^2} \tag{26}$$

3.4 異なる情報構造の下での期待利潤の比較

これまで異なる3つの情報構造の下でクールノー均衡を導出し，各企業の期待利潤を計算してきた．本節では異なる情報構造の下で企業が獲得を予想する期待利潤を比較する．事前・中間期・事後の不確実性の下での期待利潤を $E\pi$ で表し，それぞれ *ex ante, interim, ex post* と上付文字を付けて区別する．また中間期の不確実性の下で，情報を持つ企業の期待利潤を $E\pi_i$，持たない企業を企業 $E\pi_j$ で表す．[15] 比較した結果は次の命題に要約される．

命題 3. 事前・中間期・事後の不確実性の下での事前段階における期待利潤を比較すると，次の大小関係が成立する．$E\pi_i^{interim} > E\pi^{ex\ ante} > E\pi^{ex\ post} = E\pi_j^{interim}$

証明. (6) 式と (19) 式を比較して $E\pi_i^{interim} > E\pi^{ex\ ante} \Leftrightarrow (n+1)^2 > 4$ を得るが，$n \geq 2$ より不等式が成立する．$E\pi^{ex\ ante} > E\pi^{ex\ post}$ は (6) 式と (25) 式の比較より明らか．中間期の不確実性下で情報を持たない企業の期待利潤と事後の不確実性下の企業の期待利潤を比較するには，脚注15で述べたように $E\pi_j^{interim}$ と企業 j の $E\pi^{ex\ post}$ を比較するのが適切である．(18) 式と (25) 式より $E\pi_j^{interim} = E\pi^{ex\ post}$ が成立する． □

命題3より，中間期の不確実性下で情報を持つ企業の期待利潤が最も大きいことが示される．すなわち，企業間で情報格差が存在する時に情報上の優位性を持つ企業は，企業間で対称的な不確実性にさらされる時よりも大きい利潤の期待値が予想される．また事前の不確実性は事後の不確実性よりも高い期待利潤をもたらす．事前の不確実性の下では，生産量決定前に不確実性が解消され企業は真の需要の値を知るので，適切に生産量を調整できることから得られる利益が発生するためである．一方，中間期の不確実性下で情報を持たない企業の期待利潤は，事後の不確実性下の期待利潤と等しい．情報を持たない企業にとって，両情報構造は不確実性に対し期待値の水準で予測することしかできない点において同じであり，結果としての期待利潤も等しくなっている．言い換えれば，中間期の不確実性下で情報格差から期待利潤の増加を享受するのは，情報を持つ企業だけであり，情報を持たない企業は何ら利益を得ないが損失も被らない状況にあると言える．

[15] 厳密に言えば notation の悪用であるが，誤解のない限り表記の複雑さを避けるためにこの notation を使用する．前節では，企業 i や企業 j はそれぞれ n 社の中で第 i 番目，第 j 番目の企業を意味するインデックスとして使われていた．前節と異なりこの節では企業 i や企業 j はそれぞれ，中間期の不確実性下で情報を持つ企業と持たない企業を意味するものとして使われている．従って以下の命題の証明で示されているように，同じ企業の期待利潤を適切に比較するためには $E\pi_j^{interim}$ と企業 j の $E\pi^{ex\ ante}$ または企業 j の $E\pi^{ex\ post}$ を比較する必要がある．事前 (ex ante) や事後 (ex post) の不確実性下では企業間で情報上の格差は存在しないので，企業のインデックスは省略されている．

本論文では，不確実性に関する 3 つの異なる情報構造を外生的に与えられたものとして議論を行っている．もしも企業自らが情報構造を選択できるような内生的な状況を考えるのであれば，上記の命題 3 は次のように解釈することができるであろう．すなわち，事後の不確実性の下での期待利潤よりも，中間期の不確実性の下で企業が情報を持つ時の期待利潤の方が大きいので，企業は需要情報を収集し他企業と比べて情報上の優位に立つことを選択する．一方で情報を取得できなかったとしても，企業の期待利潤は以前と変わらない．しかし多くの企業が情報優位に立つために情報収集を行うことによって，全ての企業が生産決定時に需要情報を得ることになれば，情報優位性による利益は減少する．[16] 結果として，事前の不確実性の下での期待利潤は事後の不確実性の下での期待利潤を上回るものの，中間期の不確実性下で情報優位の企業が獲得する期待利潤よりも下回る結果となる．

最後に，不確実性がない時の利潤と不確実性がある時の期待利潤を比較する．不確実性がなく，全企業が事前に a を知っている時の利潤は (5) 式で表される．一方，事後の不確実性の下での期待利潤は (25) 式で表される．両（期待）利潤を比較すると当然ながら，a の実現値が期待値 $E[a]$ より大きければ（小さければ），不確実性のない時の利潤が上回る（下回る）．命題 3 より，不確実性がない時の利潤と中間期の不確実性下で情報を持たない企業の期待利潤と比較しても，同じ結論を得る．要約すると以下の命題となる．

命題 4. 不確実性のない時の利潤と事後の不確実性下の期待利潤（中間期の不確実性下で情報を持たない企業の期待利潤）を比較すると，次の関係が成立する．
$a \gtrless E[a] \Leftrightarrow \pi_i(a) \gtrless E\pi^{ex\ post}(= E\pi_j^{interim})$

証明. (5) 式と (25) 式の比較より明らか． □

続いて，不確実性がない時の利潤と事前の不確実性の下での期待利潤とを比較すると，以下の命題が得られる．

命題 5. 不確実性のない時の利潤と事前の不確実性下の期待利潤（中間期の不確実性下で情報を持つ企業の期待利潤）を比較すると，次の関係が成立する．
(a) もし $a = E[a]$ ならば，$\pi_i(a) < E\pi^{ex\ ante}$ $(< E\pi_i^{interim})$.
(b) $\pi_i(a) = E\pi^{ex\ ante}$ を満たす a が，$E[a] < a < \overline{a}$ の範囲に必ず存在する．この a の値を a_1 で表すと，$[a \gtrless a_1 \Rightarrow \pi_i(a) \gtrless E\pi^{ex\ ante}]$ が成立する．
(c) $\pi_i(a) = E\pi_i^{interim}$ を満たす a の値を a_2 で表すと，$a_2 > a_1(> E[a])$ を満たし，$[a \gtrless a_2 \Rightarrow$

[16] 中間期の不確実性下で複数企業が情報を持つ時のクールノー均衡を論じた補論 A.1 節では，情報を持つ企業の数が増加するのに伴い，情報を持つ企業の事前の期待利潤が低下することが示されている．すなわち多くの企業が情報を獲得するにつれて，情報上の優位性は低下する．

$\pi_i(a) \gtrless E\pi_i^{interim}]$ が成立する．$a_2 < \overline{a}$ を満たすかどうかは，不確実性の大きさと企業数に依存し，もし $a_2 > \overline{a}$ ならば a の実現値にかかわらず常に，$\pi_i(a) < E\pi_i^{interim}$ が成立する．

証明. (a) (5) 式に $a = E[a]$ を代入し，(6) 式（(19) 式）と比較すると明らか．
(b) (5) 式と (6) 式を比較すると，$\pi_i(a) \gtrless E\pi^{ex\ ante} \Leftrightarrow a \gtrless a_1 \equiv nc_i - \sum_{j\neq i} c_j + \sqrt{V[a] + (E[a] - nc_i + \sum_{j\neq i} c_j)^2}$ が成立する．単純な計算により $V[a] > 0$ の下で $a_1 > E[a]$ が成立することが示される．同様に，$a_1 < \overline{a} \Leftrightarrow (\overline{a} + E[a] - 2(nc_i - \sum_{j\neq i} c_j))(\overline{a} - E[a]) > V[a]$ が成立する．生産量が正の仮定，$E[a] - (nc_i - \sum_{j\neq i} c_j) > 0$ の下で，$\overline{a} + E[a] - 2(nc_i - \sum_{j\neq i} c_j) > \overline{a} - E[a]$ が成立し，$(\overline{a} - E[a])^2 = \int_{\underline{a}}^{\overline{a}} (\overline{a} - E[a])^2 f(a)da > V[a] = \int_{\underline{a}}^{\overline{a}} (a - E[a])^2 f(a)da$ より，$a_1 < \overline{a}$ が成立する．
(c) (5) 式と (19) 式を比較すると，$\pi_i(a) \gtrless E\pi_i^{interim} \Leftrightarrow a \gtrless a_2 \equiv nc_i - \sum_{j\neq i} c_j + \sqrt{\frac{(n+1)^2}{4} V[a] + (E[a] - nc_i + \sum_{j\neq i} c_j)^2}$ が成立する．単純な計算により $a_2 > a_1$ が示される．一方，$a_2 < \overline{a} \Leftrightarrow (\overline{a} + E[a] - 2(nc_i - \sum_{j\neq i} c_j))(\overline{a} - E[a]) > \frac{(n+1)^2}{4} V[a]$ が成立するが，(b) とは異なり上記不等式の右辺の値は，分散 $V[a]$ または企業数 n が大きい程大きくなり，左辺と右辺の大小関係は一般的には確定しない． □

命題5の (a) は，不確実性がない時に a の実現値が $E[a]$ である時の確定利潤よりも，事前の不確実性が存在し，a が期待値 $E[a]$ の確率分布に従う時の期待利潤の方が，(期待）利潤が大きくなることを示している．すなわち，企業は確実に得られる利得よりも不確実な期待利得を好むことを述べている．言い換えれば，事前の不確実性を選択するかどうかに関して，企業はリスク愛好的 (risk-loving) に行動することを意味する．この結論は一見したところ直感とは異なる．しかし不確実性が存在しない時には，生産量が確定し利潤が変動する可能性が全くないのに対し，事前の不確実性の下では，生産決定時に不確実性が解消されるので，適切に生産量を調整することによって利潤が増加・減少することが予想される．企業の期待利潤は生産量の二乗に比例する厳密な凸関数 (strictly convex function) なので，生産量を適切に調整できる余地があることが，利潤が変動する可能性があるにもかかわらず企業の期待利潤を増大させる原因になっている．期待利潤が生産量に関して厳密に凸関数であることが，あたかも企業をリスク愛好的であるかのように振る舞わせると言える．[17]

命題5の (b) と (c) は，不確実性がない時の利潤と事前の不確実性下の（または中間期の不確実性下で情報を持つ企業の）期待利潤が等しくなるには，a の実現値が $E[a]$ よりも大きくなければならないことを主張している．a の確定値が期待値より大きくなければ，前者は後者の期待利潤と等しくならない．(b) では，a の範囲内で a の大きさに依存して，前者と後者の大小関係が決まることを示している．しかし (c) で主張されているように，不確実性の分散や企業数が大きい場合には，中間期の不確実性下で情報を持つ企業の期待利潤は，不確実性のない時の利潤を常に上回る

[17] 命題5の結論を踏まえて Hamada (2010) では，合併に伴って生じる事前の不確実性下で，合併の期待利潤が不確実性の増大と共に増加する結論を示し，不確実性の増大が企業に水平的合併を促す一つの理由を提示している．

可能性がある．言い換えれば，不確実性が大きい時や企業数が多い時ほど，情報優位に立つ企業の優位性は高まり，単純な（不確実性のない）市場競争よりも大きな利潤が予想されることを意味している．

4 費用の不確実性

需要の不確実性では，逆需要関数のタテ軸切片 a が不確実である状況を扱った．本節で扱う費用の不確実性は，各企業の持つ限界費用 c_i が不確実である状況を考察する．もし全ての企業が同一かつ完全相関する限界費用の下で不確実性に直面するのであれば，第 3 節の需要に関する不確実性の分析は全て，費用に関する不確実性の分析として解釈し直すことができる．具体的には需要切片 $a \in [\underline{a}, \overline{a}]; \Delta a \equiv \overline{a} - \underline{a}$ 上の確率変数の変化を，全企業で同一の限界費用 $c = C - a \in [\underline{c}, \overline{c}]$ 上の確率変数の変化と解釈し，$C \equiv \underline{c} + \overline{a}$, $\Delta c \equiv \overline{c} - \underline{c} = \Delta a$ とおけば，前節の分析は全て費用に関する不確実性の分析として議論することができる．このため，企業が同一の完全相関する限界費用を持つのであれば，企業間で対称的な情報構造の下では，費用に関する不確実性の下での均衡は，前節で既に導出されていると言える．[18]

しかしながら現実には，限界費用は企業ごとに異なるのが普通であり，独立企業間で限界費用が完全相関するケースは極めて稀であると思われる．従って前節で議論したような企業間で共通する同質財の需要予測とは異なり，本節では各企業の限界費用に全く相関関係がないケースで，費用に関する異なる不確実性下のクールノー均衡を導出し，均衡期待利潤に与える影響を考察する．本節の分析と前節の分析の重要な違いは，需要情報が企業間で完全相関するのに対し，限界費用情報は企業間で相関関係がなく独立した確率変数であるという点にある．本節では，各企業の限界費用が独立した確率分布に従う状況を扱い，限界費用に関して事前・中間期・事後に分類される 3 つの異なる不確実性が存在する状況で，それぞれのクールノー・ナッシュ均衡を導出することを試みる．分析の簡単化のため，各企業の限界費用は独立した同一の確率分布 (*i.i.d.*) に従うものとし，不確実性解消後に実現する限界費用は当然企業ごとに異なる．

費用の不確実性を分析するにあたり，注意点を一点述べる．事前の不確実性の下では，生産開始決定後に各企業が認識できる費用に関する情報構造の違いによって，次の 2 つのケースを区別して分析することができる．第 1 のケースは，企業が全企業の限界費用 $\{c_i\}_{i=1}^n$ について知ることができるケース，第 2 のケースは，企業は自社の限界費用 c_i については知ることができるが，他企業の限界費用は常に知ることができないケースである．事前の不確実性の下で，第 1 のケースにおいて生産開始決定前には，企業は全企業の限界費用 $\{c_i\}_{i=1}^n$ が全てわからず未知であるが，生産開始の決定後には，全企業の限界費用 $\{c_i\}_{i=1}^n$ を全て認識することができる．一方，第 2 のケースでは生産開始決定前には，企業は全ての限界費用 $\{c_i\}_{i=1}^n$ がわからず未知であり，生産開始の決定後には，他社の限界費用 $\{c_j\}_{j \neq i}$ はわからないままだが自社の限界費用 c_i のみ認識することがで

[18] 前節の需要に関する不確実性の分析では，各企業の限界費用が同一でないケースを含めて均衡を導出している．

きる．事前の不確実性の下では，費用に関して認識できる情報の違いが，企業に異なる期待利潤をもたらす．従って事前の不確実性の分析では，両ケースを共に扱うこととする．もちろん事前の不確実性の下で第 1 のケースは，生産量を選択する事後の時点で全ての企業が，他企業の限界費用を認識できる点で情報を最大限獲得できるケースだが，自企業が他社の費用を知る点で現実的な設定とは言えないかもしれない．このため第 1 のケースは，事後時点で知ることのできる費用情報の違いが期待利潤に与える影響を調査するための，一つのベンチマークとしての側面が強い．

中間期の不確実性の下では，ある企業 i が生産開始決定後に，全企業の限界費用 $\{c_i\}_{i=1}^n$ を知ることができたとしても，自社の限界費用 c_i のみを知ることができた時と同じ期待利潤しか得られないため，2 つの異なる情報構造上の違いはない．事後の不確実性の下では，生産量選択時点でどの企業もいかなる費用情報も把握できないので，情報構造を区別する必要がない．

従って以下では，事前の不確実性の下では，企業が生産開始決定後に全企業の限界費用を知ることができる第 1 のケースと，自社の限界費用のみ認識する第 2 のケースの均衡をそれぞれ導出する．事前の不確実性に加えて，中間期と事後の不確実性の下での均衡をそれぞれ導出し，異なる不確実性に直面する企業の均衡期待利潤を比較する．

4.1 事前の不確実性

はじめに，生産開始の決定後に，全企業の限界費用 $\{c_i\}_{i=1}^n$ に関する不確実性が解消される第 1 のケースを考える．事前の不確実性下で第 1 のケースでは，生産量決定時点で全ての企業の限界費用についての不確実性が解消されている．従って各企業が生産量を選択する際，全企業の限界費用 $\{c_i\}_{i=1}^n$ を知っており，利潤最大化問題は不確実性のない完備情報のベンチマーク・ケースと全く同一である．企業 i は他企業の生産量 Q_{-i} を所与として利潤 π_i を最大にするように生産水準を決定し，第 2 節の (1) 式から (5) 式までを満たす．

企業が生産活動を実施するか否かを決定する事前の段階では，$\{c_i\}_{i=1}^n$ に関する不確実性が存在するので，事前の期待利潤は以下のようになる．なお本節では確率変数 X に関する Y の期待値を $E[Y;X]$ と表現することにする．[19]

$$E[\pi_i^*(\{c_i\}_{i=1}^n);\{c_i\}_{i=1}^n] = \frac{(n^2+n-1)V[c]+(a-E[c])^2}{b(n+1)^2} \tag{27}$$

(27) 式より，分散 $V[c]$ が大きい程期待利潤も大きくなる．理由は，不確実性が増加すればする程，不確実性解消後に全ての企業が正しい限界費用を認識し，限界費用の実現値に合わせて生産量を適切に調整することができるので，企業利潤が増大する可能性が拡大するからである．

[19] 前節の需要に関する不確実性の分析では，確率変数が需要切片 a だけなので期待値は常に a に関して計算されていた．本節の費用に関する不確実性の分析では，確率変数が $i.i.d.$ の確率分布に従う全企業の限界費用 $\{c_i\}_{i=1}^n$ であり，各企業は自社が知っている情報に依存して期待値を計算しなければならない．このため確率変数 X に関する Y の期待値を $E[Y;X]$ と表現し，例えば企業が自社以外の限界費用について知らない時の利潤の期待値を $E[\pi_i;\{c_j\}_{j\neq i}]$ のように表現するものとする．

次に，生産開始の決定後に，自社の限界費用 c_i に関する不確実性のみが解消される第 2 のケースを考える．事前の不確実性下で第 2 のケースでは，生産量決定時点で自社以外の他企業の限界費用は全て不確実のままである．従って各企業が生産量を選択する際，自社以外の全ての他企業の限界費用 $\{c_j\}_{j\neq i}$ を知らず，利潤最大化問題は次式を満たす．

$$\max_{q_i} E[\pi_i(q_i, Q_{-i}; c_i); \{c_j\}_{j\neq i}] = \max_{q_i}(a - b(q_i + E[Q_{-i}; \{c_j\}_{j\neq i}]) - c_i)q_i \tag{28}$$

ここで (28) 式における期待演算子 $E[Q_{-i}; \{c_j\}_{j\neq i}]$ は，企業 i 以外の全企業の限界費用 $\{c_j\}_{j\neq i}$ に対する期待値であり，企業ごとに異なる点に注意が必要である．

利潤最大化の 1 階条件を解いて，企業 i の反応関数 $q_i = R_i(E[Q_{-i}; \{c_j\}_{j\neq i}])$ を得る．

$$\frac{\partial E[\pi_i(q_i, Q_{-i}; c_i); \{c_j\}_{j\neq i}]}{\partial q_i} = a - 2bq_i - bE[Q_{-i}; \{c_j\}_{j\neq i}] - c_i = 0$$
$$\Leftrightarrow\ q_i = R_i(E[Q_{-i}; \{c_j\}_{j\neq i}]) \equiv \frac{a - bE[Q_{-i}; \{c_j\}_{j\neq i}] - c_i}{2b} \tag{29}$$

(29) 式を n 企業で合計して総生産量 Q について整理すると，

$$Q = \frac{na - b\sum_{i=1}^{n} E[Q_{-i}; \{c_j\}_{j\neq i}] - \sum_{i=1}^{n} c_i}{2b} \tag{30}$$

企業 i の均衡生産量を $q_i^*(c_i)$，均衡総生産量を $Q^* = \sum_{i=1}^{n} q_i^*(c_i)$ とおくと，均衡において $E[Q^*_{-i}; \{c_j\}_{j\neq i}] = E[Q^*; \{c_j\}_{j\neq i}] - q_i^*$ が成立する．均衡下で (30) 式を均衡総生産量 Q^* について整理して，

$$Q^* = \frac{na - b\sum_{i=1}^{n} E[Q^*; \{c_j\}_{j\neq i}] - \sum_{i=1}^{n} c_i}{b} \tag{31}$$

(31) 式について $\{c_i\}_{i=1}^{n}$ に関する期待値と $\{c_j\}_{j\neq i}$ に関する期待値をそれぞれとると，均衡期待総生産量 $E[Q^*; \{c_i\}_{i=1}^{n}]$ と $E[Q^*; \{c_j\}_{j\neq i}]$ がそれぞれ得られる．[20]

$$E[Q^*; \{c_i\}_{i=1}^{n}] = \frac{n(a - E[c])}{b(n+1)} \tag{32}$$
$$E[Q^*; \{c_j\}_{j\neq i}] = \frac{na - b(n-1)E[Q^*; \{c_i\}_{i=1}^{n}] - c_i - (n-1)E[c]}{2b}$$
$$= \frac{2na - (n+1)c_i - (n-1)E[c]}{2b(n+1)} \tag{33}$$

(31) 式に (33) 式を代入して均衡総生産量 Q^* を得る．

$$Q^* = \frac{2na - (n+1)\sum_{i=1}^{n} c_i + n(n-1)E[c]}{2b(n+1)} \tag{34}$$

反応関数 (29) 式に (33) 式より $E[Q^*_{-i}; \{c_j\}_{j\neq i}] = E[Q^*; \{c_j\}_{j\neq i}] - q_i^*$ を代入して，クールノー均

[20] 各企業の限界費用 c_i の確率分布は $i.i.d.$ なので，$E[E[Q; \{c_j\}_{j\neq i}]; c_i] = E[Q; \{c_i\}_{i=1}^{n}]$ となることに注意．

衡生産量 $q_i^*(c_i)$ を得る．

$$q_i^*(c_i) = \frac{2a-(n+1)c_i+(n-1)E[c]}{2b(n+1)} \tag{35}$$

自社の限界費用 c_i に関する不確実性が解消した時点における均衡期待利潤マージンは，$E[p]-c_i = a-bE[Q^*;\{c_j\}_{j\neq i}]-c_i = bq_i^*$ となり，各企業の均衡期待利潤は，

$$E[\pi_i^*(c_i);\{c_j\}_{j\neq i}] = b(q_i^*)^2 = \frac{(2a-(n+1)c_i+(n-1)E[c])^2}{4b(n+1)^2} \tag{36}$$

企業が生産活動を実施するか否かを決定する事前の段階では，$\{c_j\}_{j\neq i}$ のみならず c_i に関する不確実性が存在するので，事前の期待利潤は以下のようになる．

$$E[E[\pi_i^*(c_i);\{c_j\}_{j\neq i}];c_i] = \frac{(n+1)^2V[c]+4(a-E[c])^2}{4b(n+1)^2} = \frac{V[c]}{4b}+\frac{(a-E[c])^2}{b(n+1)^2} \tag{37}$$

(37) 式より分散 $V[c]$ が大きい程，期待利潤も大きくなる．理由は，第 1 のケースの説明と同様で，不確実性の増大は不確実性解消後に正しい限界費用水準に合わせて生産量を適切に調整する可能性を高め，利潤が増大する可能性をもたらすからである．

ここで事前の不確実性の下で，企業が知る情報が異なる 2 つのケースの事前の期待利潤を比較する．第 1 のケース（生産開始決定後に全企業の限界費用 $\{c_i\}_{i=1}^n$ がわかるケース）と，第 2 のケース（生産開始決定後に自社の限界費用 c_i だけがわかるケース）の事前の期待利潤を比較すると，次の命題が得られる．

命題 6. 事前の不確実性下で生産開始決定後に，全企業の限界費用 $\{c_i\}_{i=1}^n$ がわかるケースと，自社の限界費用 c_i だけがわかるケースの事前の期待利潤を比較すると，前者の方が後者よりも大きい．すなわち，
$E[\pi_i^*(\{c_i\}_{i=1}^n);\{c_i\}_{i=1}^n] > E[E[\pi_i^*(c_i);\{c_j\}_{j\neq i}];c_i]$

証明. $E[\pi_i^*(\{c_i\}_{i=1}^n);\{c_i\}_{i=1}^n] - E[E[\pi_i^*(c_i);\{c_j\}_{j\neq i}];c_i] = \frac{(n-1)(3n+5)V[c]}{4b(n+1)^2} > 0.$ □

命題 6 は，生産量決定時に企業の知っている情報が多い程，事前の期待利潤が高いことを意味する．この命題が成立する理由は明らかで，各企業が生産量決定時に自社の限界費用しかわからない時よりも，全社の限界費用を把握している時に，ライバル企業の費用条件を考慮して市場競争の中でより適切に生産量を決定できるからである．戦略的意志決定の状況では，自社が他社の費用を知っていることは相手生産量を適切に把握することに繋がり，一方他社が自社の費用を知っていることは，他社の生産量に対して自社生産量が適切に決定されると他社が知っていることを意味する．いずれも他社の限界費用に関する情報が，生産量の適切な決定をもたらし期待利潤を増大させる．

実際，分散 $V[c]=0$ の下では (27) 式と (37) 式は同じ値をとるが，不確実性が存在する時には (37) 式の $V[c]$ の係数が企業数 n に依存せず一定 ($\frac{1}{4b}$) であるのに対して，(27) 式の係数は企業数に依存して増加する ($\frac{n^2+n-1}{b(n+1)^2}$)．このことは，企業数が増加するにつれて生産量決定前に知る他企業の限界費用情報 $\{c_j\}_{j\neq i}$ が増大するために，第 1 のケースの事前の期待利潤 $E[\pi_i^*(\{c_i\}_{i=1}^n);\{c_i\}_{i=1}^n]$ が企業数の増加と共に増大することを意味している．

しかしながら，生産量決定時に全企業が全ての他社の限界費用を認識できる第 1 のケースは，第 2 のケースと比べて現実的な状況を描写しているとは言い難い．生産量決定時に全企業が自社の限界費用だけを認識できる第 2 のケースの方が，より現実的な情報構造であるかもしれない．従って第 1 のケースは，事前の不確実性下の一つの仮想的な情報構造であり，情報構造の違いがもたらす影響を比較検討するための一つの参照点に過ぎないことに留意する必要がある．

4.2 中間期の不確実性

費用に関して中間期の不確実性が存在する不完備情報のケースを考える．[21] 簡単化のため企業 i のみ不確実性が解消される状況を考える．[22]

生産量を決定する事後の段階で，企業 i だけが不確実性が解消され自社の限界費用 c_i を知るが，他社の限界費用 $\{c_j\}_{j\neq i}$ は分からないものとする．他の全ての企業 $j(\neq i)$ は自社の限界費用を含めて $\{c_i\}_{i=1}^n$ を全く認識できず，上記で述べた確率分布に従うものと考えている．さらに i 以外の全企業は，企業 i が自社の限界費用 c_i を知っていることを知っているというように，こうした情報構造は共有知識である．[23] この中間期の不確実性の下で，ベイジアン・ナッシュ均衡における企業 i の生産量を $q_i^*(c_i)$，それ以外の企業 j の生産量を q_j^* で表すものとする．

まず企業 i は他企業の生産量の期待値 $E[Q_{-i};\{c_j\}_{j\neq i}]$ を所与として，期待利潤 $E[\pi_i;\{c_j\}_{j\neq i}]$ を最大にするように生産水準を決定する．期待利潤最大化問題は以下の通りである．

$$\max_{q_i} E[\pi_i(q_i,Q_{-i};c_i);\{c_j\}_{j\neq i}] = \max_{q_i}(a-b(q_i+E[Q_{-i};\{c_j\}_{j\neq i}])-c_i)q_i \tag{38}$$

---

[21] ギボンズ (1995) の第 3 章 3.1 節 (pp.142–144) では，静学ベイジアン・ゲームの例として非対称情報下のクールノー競争が提示されている．これは，本論文の費用に関して中間期の不確実性が発生する状況と対応する．ギボンズ (1995) では，複占市場で 1 企業の限界費用のみ不確実であり確率分布は二項分布に従っている．同様に Fudenberg and Tirole (1991) の Chapter 6 (pp.215–216) においても，離散分布の数値例が記載されている．

[22] 補論 A.3 節では，一般化されたケースとして，中間期の不確実性下で複数企業が情報を持つ時のクールノー均衡について論じている．

[23] 事前の不確実性の下では生産量決定時点で，各企業が全企業の限界費用を知っている第 1 のケースと自企業の限界費用だけを知っている第 2 のケースとでは，事前の期待利潤が異なることを示した．事前の不確実性下の議論とは異なり中間期の不確実性下では，他社とは違い情報を獲得する企業 i が，全企業の限界費用 $\{c_i\}_{i=1}^n$ を知っているケースと自企業の限界費用 c_i だけを知っているケースとで，同じ均衡結果が得られることが示される．詳しくは補論 A.2 節を参照せよ．均衡結果は両ケースで変わらないが前者のケースは，企業 i だけが全企業の費用を認識する一方，i 以外の他企業は自社を含めた費用を全く認識できない状況である．この状況は，企業間の情報格差が最も大きく他企業が自社の限界費用すら認識できない点で非現実的である．従って以下の分析では，情報を持つ企業 i が生産量決定時に自社の限界費用だけを知る状況に議論を限定する．

利潤最大化の１階条件より，企業 i の反応関数 $q_i = R_i(E[Q_{-i}; \{c_j\}_{j\neq i}]; c_i)$ を得る．

$$\frac{\partial E[\pi_i(q_i, Q_{-i}; c_i); \{c_j\}_{j\neq i}]}{\partial q_i} = a - 2bq_i - bE[Q_{-i}; \{c_j\}_{j\neq i}] - c_i = 0$$
$$\Leftrightarrow \ q_i = R_i(E[Q_{-i}; \{c_j\}_{j\neq i}]; c_i) \equiv \frac{a - bE[Q_{-i}; \{c_j\}_{j\neq i}] - c_i}{2b} \tag{39}$$

しかし i 以外の企業 j は全企業の限界費用 $\{c_i\}_{i=1}^n$ を知らないので，均衡生産量 q_j^* や Q_{-i}^* は $\{c_i\}_{i=1}^n$ に依存しない．従って $E[Q_{-i}^*; \{c_j\}_{j\neq i}] = Q_{-i}^*$ であり，そもそも企業 i の利潤最大化問題は $\{c_j\}_{j\neq i}$ に依存せず求められる．従って均衡において次式が成立する．

$$q_i^*(c_i) = \frac{a - bQ_{-i}^* - c_i}{2b};\ Q_{-i}^* \equiv \sum_{j\neq i} q_j^* \tag{40}$$

一方，i 以外の全企業 j は限界費用 $\{c_i\}_{i=1}^n$ を知らないので，全ての限界費用は同一の期待値 $E[c]$ に従うと推測して生産量を決定する．さらに企業 j は，企業 i が c_i を知っていることを認識しており，企業 i の最適生産量が c_i に依存して $q_i^*(c_i)$ に従うことを知っている．利潤最大化問題は次式を満たす．

$$\max_{q_j} E[\pi_j(q_j, Q_{-j}; c_j); \{c_i\}_{i=1}^n] = \max_{q_j}(a - b(q_j + E[Q_{-j}; \{c_i\}_{i=1}^n]) - E[c])q_j \tag{41}$$

利潤最大化の１階条件より，企業 j の他企業の期待生産量に対する反応関数 $q_j = R_j(E[Q_{-j}; \{c_i\}_{i=1}^n])$ を得る．

$$\frac{\partial E[\pi_j(q_j, Q_{-j}; c_j); \{c_i\}_{i=1}^n]}{\partial q_j} = a - 2bq_j - bE[Q_{-j}; \{c_i\}_{i=1}^n] - E[c] = 0$$
$$\Leftrightarrow \ q_j = R_j(E[Q_{-j}; \{c_i\}_{i=1}^n]) \equiv \frac{a - bE[Q_{-j}; \{c_i\}_{i=1}^n] - E[c]}{2b} \tag{42}$$

ここで企業 $k \neq i, j$ の均衡生産量 q_k^* は限界費用 $\{c_i\}_{i=1}^n$ に依存せず，企業 i の生産量 $q_i^*(c_i)$ は限界費用 c_i のみに依存するので，$E[Q_{-j}^*; \{c_i\}_{i=1}^n] = E[q_i^*(c_i); c_i] + \sum_{k\neq i,j} q_k^*$ である．すなわち $E[Q_{-j}^*; \{c_i\}_{i=1}^n] = E[Q_{-j}^*; c_i]$ が成立し，Q_{-j}^* は c_i のみに依存し $\{c_j\}_{j\neq i}$ には依存していない．企業 j はあたかも自社の限界費用が期待値 $E[c]$ に従うと考え，また企業 i の最適生産量の期待値 $E[q_i^*(c_i); c_i]$ を踏まえて，利潤最大化生産量を決定する．従って均衡において次式が成立する．

$$q_j^* = \frac{a - bE[Q_{-j}^*; c_i] - E[c]}{2b};\ E[Q_{-j}^*; c_i] = E[q_i^*(c_i); c_i] + \sum_{k\neq i,j} q_k^* \tag{43}$$

(43) 式を企業 i 以外の $n-1$ 企業で合計して，Q_{-i}^* について整理すると，

$$Q_{-i}^* = \frac{(n-1)(a - E[c] - bE[q_i^*(c_i); c_i])}{bn} \tag{44}$$

i 以外の企業は $\{c_i\}_{i=1}^n$ を知らずに生産量を決定するので，(42) 式や (44) 式に示されるように q_j^* と Q_{-i}^* は $\{c_i\}_{i=1}^n$ に依存しない．従って (40) 式と (44) 式より，企業 i の期待生産量 $E[q_i^*(c_i); c_i]$ と企業 i 以外の合計生産量 Q_{-i}^* を得る．

$$E[q_i^*(c_i); c_i] = \frac{a - E[c]}{b(n+1)},\ Q_{-i}^* = \frac{(n-1)(a-E[c])}{b(n+1)} \tag{45}$$

(40) 式と (43) 式より均衡生産量 $q_i^*(c_i)$ と q_j^* を得る．

$$q_i^*(c_i) = \frac{2a - (n+1)c_i + (n-1)E[c]}{2b(n+1)},\ q_j^* = \frac{a - E[c]}{b(n+1)} \tag{46}$$

均衡総生産量と均衡期待総生産量はそれぞれ，

$$Q^* = \frac{2na - (n+1)c_i - (n-1)E[c]}{2b(n+1)},\ E[Q^*; c_i] = \frac{n(a - E[c])}{b(n+1)} \tag{47}$$

企業 i にとっての均衡利潤マージンは $p - c_i = bq_i^*(c_i)$ なので，企業 i の均衡利潤は，[24]

$$\pi_i^*(c_i) = b(q_i^*(c_i))^2 = \frac{(2a - (n+1)c_i + (n-1)E[c])^2}{4b(n+1)^2} \tag{48}$$

一方，i 以外の企業 j の均衡期待利潤マージンは $E[p - c_j; \{c_i\}_{i=1}^n] = E[p - c_j; c_i] = bq_j^*$ なので，企業 j の均衡期待利潤は，

$$E[\pi_j^*] = b(q_j^*)^2 = \frac{(a - E[c])^2}{b(n+1)^2} \tag{49}$$

以上が，中間期の不確実性下における企業の均衡生産量と均衡（期待）利潤である．i 以外の企業 j の期待利潤は，期待値 $E[c]$ の大きさだけに影響し分散 $V[c]$ には依存しない．

生産活動を開始するか否かを決定する事前段階では企業 i も c_i の真の値を認識できないので，企業 i の事前の期待利潤は以下のようになる．

$$E[\pi_i^*(c_i); c_i] = \frac{(n+1)^2 V[c] + 4(a - E[c])^2}{4b(n+1)^2} = \frac{V[c]}{4b} + \frac{(a - E[c])^2}{b(n+1)^2} \tag{50}$$

(50) 式より企業 i の事前の期待利潤は，不確実性の分散 $V[c]$ が大きい程大きくなる．この理由は，不確実性が増大すればする程，不確実性解消後に中間期の非対称情報を利用して，限界費用を知る企業 i だけが適切に生産量を調整できるので，他企業よりも期待利潤の増加が予想されるからである．

ちなみに，生産量決定後に不確実性が解消された段階で企業 j が実際に獲得する利潤は，c_i と c_j の真の値に依存して以下の通りになる．

$$\pi_j^*(c_i, c_j) = (p - c_j)q_j^* = \frac{(2a - (n+1)(2c_j - c_i) + (n-1)E[c])(a - E[c])}{2b(n+1)^2} \tag{51}$$

[24] 生産量を決定する事後の段階で企業 i は利潤が確定している．

不確実性解消後に企業 j が獲得する確定利潤は，情報を持つ企業の限界費用 c_i と自社の限界費用 c_j のみに依存し，それ以外の限界費用 $\{c_i\}_{k\neq i,j}$ には依存しない．この理由は，企業 j の利潤は自企業の限界費用と総生産量に依存し，総生産量は事前に情報を持つ企業 i の限界費用にのみ依存するからである．事前に情報を持たない企業は限界費用の期待値に依存して生産量を決定するため，それ以外の企業の限界費用の実現値が確定利潤に影響することはない．

生産活動を開始するか否かを決定する事前段階で全企業は不確実性に直面している．この事前段階で評価した場合，生産量決定前に不確実性が解消する企業 i と生産量決定時には不確実性が解消しない企業 j の期待利潤を比較すると，以下の命題が示される．

命題 7. 費用に関する中間期の不確実性の下で事前の期待利潤を比較すると，生産量決定前に不確実性が解消する企業の方が，不確実性が解消されない企業よりも期待利潤が大きい．すなわち，$E[\pi_i^*(c_i); c_i] > E[\pi_j^*]$.

証明. $E[\pi_i^*(c_i)] - E[\pi_j^*] = \frac{V[c]}{4b} > 0$ □

命題 7 の主張は，企業 i の事前の期待利潤は不確実性が増加すればする程大きくなり，生産量決定時に情報を持たない他企業より大きい期待利潤を獲得するというものである．理由は既に (50) 式の導出過程で説明したように，生産量決定時に不確実性のない企業 i は中間期の非対称情報の下で，自社の限界費用 c_i に対応して生産量を適切に調整できる．これに対して，生産量決定時に企業 j は自社の限界費用を知らずに生産量を選択せねばならず，限界費用の期待値に応じて生産量を設定するため，適切な生産量設定ができないためである．両企業の情報格差が生産量設定の適切さに影響を与え，自社の限界費用を知る企業に事前の期待利潤増加がもたらされる．

参考までに不確実性解消後の両企業の確定利潤を比較すると以下の通りとなる．

補題 2. 費用に関する中間期の不確実性の下で，事後に確定した利潤を比較すると以下の関係が成立する．
もし $E[c] > c_i$ かつ $c_j > c_i$ ならば，$\pi_i^*(c_i) > \pi_j^*(c_i, c_j)$.
もし $E[c] < c_i$ かつ $c_j < c_i$ ならば，$\pi_i^*(c_i) < \pi_j^*(c_i, c_j)$.

証明. 単純な計算により $\pi_i^*(c_i) > \pi_j^*(c_i, c_j) \Leftrightarrow (2a-(n+1)c_i+(n-1)E[c])^2 \geq 2(2a-(n+1)(2c_j-c_i)+(n-1)E[c])(a-E[c])$. $2a-(n+1)c_i+(n-1)E[c] \gtrless 2(a-E[c]) \Leftrightarrow E[c] \gtrless c_i$ と $2a-(n+1)c_i+(n-1)E[c] \gtrless 2a-(n+1)(2c_j-c_i)+(n-1)E[c] \Leftrightarrow c_j \gtrless c_i$ により，上記の関係を得る． □

補題 2 より，企業が獲得する事後利潤の大小関係は実現した c_i と c_j の値に依存する．当然，情報優位の企業の c_i の実現値が他企業の c_j の実現値と限界費用の期待値 $E[c]$ よりも低ければ（高ければ），情報を持つ企業は情報を持たない企業より高い（低い）利潤を得る．情報を持たない企

業は，常に限界費用の期待値 $E[c]$ に反応して利潤最大化生産量を選択するので，限界費用 c_j の実現値が期待値 $E[c]$ を下回る（上回る）場合には少なく（多く）生産しているはずであり，戦略的代替の下で情報を持つ企業の利潤は大きく（小さく）なる．

需要に関する中間期の不確実性を論じた 3.2 節の補題 1 と同様，この補題の結論もあくまで事後的に見た結果論に過ぎない．事前段階ではどの企業も事後に確定する利潤がわからないので，事前の期待利潤に基づいて意志決定を行っている．

4.3 事後の不確実性

費用に関して事後の不確実性が存在する不完備情報の下で，企業 i は他企業の生産量 Q_{-i} を所与として，期待利潤 $E[\pi_i; \{c_i\}_{i=1}^n]$ を最大にするように生産量 q_i^* を決定する．各企業は全企業の限界費用 $\{c_i\}_{i=1}^n$ がわからないので，限界費用の期待値 $E[c]$ に従うと考えて生産量を決定する．利潤最大化問題は次式を満たす．

$$\max_{q_i} E[\pi_i(q_i, Q_{-i}; c_i); \{c_i\}_{i=1}^n)] = \max_{q_i}(a - b(q_i + E[Q_{-i}; \{c_i\}_{i=1}^n]) - E[c])q_i \tag{52}$$

事後の不確実性の下では，生産量を決定する段階でどの企業も c_i の真の値を知らない．このため各企業はあたかも限界費用が期待値 $E[c]$ に従うと考えるので，不確実性のない利潤最大化問題の c_i を $E[c]$ に置き換える以外，問題は全く同じである．

利潤最大化の 1 階条件を解いて，企業 i の反応関数 $q_i = R_i(E[Q_{-i}; \{c_i\}_{i=1}^n])$ を得る．

$$\begin{aligned}\frac{\partial E[\pi_i(q_i, Q_{-i}; c_i); \{c_i\}_{i=1}^n)]}{\partial q_i} &= a - 2bq_i - bE[Q_{-i}; \{c_i\}_{i=1}^n] - E[c] = 0 \\ \Leftrightarrow \ q_i = R_i(E[Q_{-i}; \{c_i\}_{i=1}^n]) &\equiv \frac{a - bE[Q_{-i}; \{c_i\}_{i=1}^n] - E[c]}{2b}\end{aligned} \tag{53}$$

均衡生産量 q_i^* は $\{c_i\}_{i=1}^n$ に依存しないので $E[Q_{-i}^*; \{c_i\}_{i=1}^n] = Q_{-i}^*$ である．(53) 式を n 企業で合計して均衡総生産量 Q^* について整理すると，

$$Q^* = q_i^* + Q_{-i}^* = \frac{n(a - E[c])}{b(n+1)} \tag{54}$$

(53) 式と (54) 式よりクールノー均衡生産量 q_i^* が得られる．

$$q_i^* = \frac{a - E[c]}{b(n+1)} \tag{55}$$

均衡期待利潤マージンは $p - E[c] = bq_i^*$ なので，各企業の均衡期待利潤は，

$$E[\pi_i^*] = b(q_i^*)^2 = \frac{(a - E[c])^2}{b(n+1)^2} \tag{56}$$

である．以上が，事後の不確実性の下での均衡生産量と均衡期待利潤である．

生産量決定時に企業は c_i の真の値を認識できないため，期待利潤は期待値 $E[c]$ の大きさだけに影響を受ける．事前の不確実性とは異なり事後の不確実性の下では，分散 $V[c]$ は期待利潤の大きさに影響を与えない．

生産量決定後に事後の不確実性が解消された段階で，実際に獲得する利潤は c_i の真の値に依存する．他企業の限界費用 $\{c_i\}_{j\neq i}$ には依存しない．

$$\pi_i(c_i) = (p - c_i)q_i^* = \frac{(a-(n+1)c_i + nE[c])(a - E[c])}{b(n+1)^2} \tag{57}$$

4.4 異なる情報構造の下での期待利潤の比較

これまで異なる 3 つの情報構造の下でクールノー均衡を導出し，各企業の期待利潤を計算してきた．本節では異なる情報構造の下で企業が獲得を予想する期待利潤を比較する．事前・中間期・事後の不確実性の下での期待利潤を $E\pi$ で表し，それぞれ *ex ante, interim, ex post* と上付文字を付けて区別する．さらに事前の不確実性の下で，生産量決定時に企業が全企業の限界費用を知る第 1 のケースと自分の限界費用だけを知る第 2 のケースをそれぞれ，*ex ante*(all), *ex ante*(own) と上付文字を加え区別して比較検討を行う．また中間期の不確実性の下で，情報を持つ企業の期待利潤を $E\pi_i$，持たない企業の期待利潤を $E\pi_j$ で表す．[25] 比較した結果は次の命題に要約される．

命題 8. 事前・中間期・事後の不確実性の下での事前段階における期待利潤を比較すると，次の大小関係が成立する．$E\pi^{ex\ ante(all)} > E\pi^{ex\ ante(own)} = E\pi_i^{interim} > E\pi_j^{interim} = E\pi^{ex\ post}$

証明. (37) 式と (50) 式，また命題 6 より，$E\pi^{ex\ ante(all)} > E\pi^{ex\ ante(own)} = E\pi_i^{interim}$ は明らか．同様に (49) 式と (56) 式，また命題 7 より，$E\pi_i^{interim} > E\pi_j^{interim} = E\pi^{ex\ post}$ も明らか． □

命題8より，事前の不確実性下で全企業の限界費用情報を持つ企業の事前の期待利潤 $E\pi^{ex\ ante(all)}$ が最も大きく，同状況で自社だけの限界費用情報を持つ企業の期待利潤 $E\pi^{ex\ ante(own)}$ は，中間期の不確実性下で情報を持つ企業の期待利潤 $E\pi_i^{interim}$ に等しいことが示される．既に命題6で示したように，事前の不確実性下で生産量決定時に明らかになる情報量が多い程，期待利潤は高くなる．一方中間期の不確実性下で生産量決定時に，ある企業だけが自社の限界費用を知ることによる情報優位性は存在していない．事前と中間期の不確実性を比較するといずれも，生産量決定時に企業 i は自社の限界費用を知っている．情報構造の大きな違いは，事前の不確実性下では他企業も自社の限界費用を知り，中間期の不確実性下では他企業は自社の限界費用を知らないという点にある．限界費用に関する不確実性の下で，自分だけが知っている状況は期待利潤の増加に繋がらない．$E\pi^{ex\ ante(own)}$ と $E\pi_i^{interim}$ が等しくなる結論は，中間期の情報優位企業の期待利潤が事前の期待利潤を上回った需要の不確実性下の結論とは異なっている．

[25] notation の注意点について脚注 15 を参照せよ．

需要と費用で異なる結果が得られる理由は，需要情報と異なり自社の限界費用は，自企業にとってのみ有用な情報で他企業には必要ない情報であるという点に求められる．従って，中間期の不確実性下で自社だけが限界費用情報を入手する時の期待利潤は，仮に他企業も自分の限界費用情報を入手したとしても全く影響を受けない．このため事前の不確実性下で，全企業が自分の限界費用情報を入手する時の期待利潤と等しくなるのである．需要情報は全企業にとって有益であるため，企業間で情報格差が存在するならば，需要情報を持つ企業は企業間で対称的な不確実性にさらされる時より大きい期待利潤が獲得できると予想される．これとは対照的に，限界費用情報は各企業にとってのみ有益であるため，自社の限界費用情報を持つ企業は，他企業も自分の限界費用を知っているか否かとは無関係に期待利潤が決定する．

また，事前の不確実性は事後の不確実性よりも高い期待利潤をもたらす．事前の不確実性の下では，生産量決定時に不確実性が解消され企業は自社の限界費用の真の値を知るので，適切に生産量を調整できることから得られる利益が発生するためである．次に，中間期の不確実性下で情報を持たない企業の期待利潤は，事後の不確実性下の期待利潤と等しい．情報を持たない企業にとって，両情報構造は不確実性に対し期待値の水準で予測することしかできない点において同じであり，結果としての期待利潤も等しくなっている．この結論は需要に関する不確実性のものと同じである．従って，中間期の不確実性下の期待利潤に関する結果をまとめると，情報を持つ企業も持たない企業も，情報格差から何ら期待利潤の増加を享受したり減少を被ったりしていない状況にあると言える．

本論文では，不確実性に関する 3 つの異なる情報構造を外生的に与えられたものとして議論を行っている．もしも企業自らが情報構造を選択できるような内生的な状況を考えるのであれば，上記の命題 8 は次のように解釈することができる．すなわち，事後の不確実性の下での期待利潤よりも，中間期の不確実性下で企業が自社の限界費用を知る時の期待利潤が大きいので，企業は自社の限界費用情報を収集することを選択する．仮に情報を取得できなかったとしても，企業の期待利潤は以前と変わらない．さらに需要とは異なり費用に関する不確実性の下では，多くの企業が自社の限界費用情報を知るために情報収集を行ったとしても，期待利潤が減少することはない．これは需要情報が全企業の利潤の大きさに影響する情報であったのに対し，自社の限界費用の情報は自企業の利潤の大きさにだけ影響するので，自社費用を知ったとしても他企業に対して情報上の優位に立つことがないからである．[26]

なお事前の不確実性下で，生産量決定時に全企業が全ての限界費用情報を知っている時（期待利潤 $E\pi^{ex\ ante(all)}$ のケース），全ての企業が真の限界費用 $\{c_i\}_{i=1}^{n}$ に従って適切に生産量を選択できる．事前段階で限界費用がわからなくとも，事後的に生産量が最適調整されることが予見されるため，期待利潤は情報量が多い分大きくなり，不確実性や企業数の増大と共に増加する．ただし既に述べたように，この情報構造は一つの仮想的なケースである．この仮想的な情報構造の結果を除いて結果を要約すると，事前の不確実性下の期待利潤は，中間期の不確実性下で私的情報

[26] 中間期の不確実性下で複数企業が自社の限界費用を知る時のクールノー均衡を論じた補論 A.3 節では，情報を持つ企業の数が増加しても事前の期待利潤に全く影響がない，言い換えれば情報の優位性は存在しないことが示されている．

を持つ企業の期待利潤と等しく，事後の不確実性下の期待利潤（中間期の不確実性下で情報を持たない企業の期待利潤と等しい）を上回る．

最後に，不確実性がない時の利潤と不確実性がある時の期待利潤（＝中間期の不確実性下で情報を持たない企業の期待利潤）を比較する．不確実性がなく全企業が事前に $\{c_i\}_{i=1}^n$ を知っている時の利潤は (5) 式で表される．一方，事後の不確実性の下での期待利潤は (56) 式で表される．両期待利潤を比較すると c_i の実現値が相対的に低ければ（高ければ），不確実性のない時の利潤が上回る（下回る）．要約すると以下の命題となる．

命題 9. 不確実性のない時の利潤と事後の不確実性下の期待利潤（＝中間期の不確実性下で情報を持たない企業の期待利潤）を比較すると，次の関係が成立する．
$nc_i \lesseqgtr E[c] + \sum_{j \neq i} c_j \Leftrightarrow \pi_i(c_i) \gtreqless E\pi^{ex\ post} (= E\pi_j^{interim})$
証明. (5) 式と (56) 式の比較より明らか． □

次に，不確実性がない時の利潤と事前の不確実性の下での期待利潤とを比較する．事前の不確実性下で，生産量決定時に企業が自社の限界費用のみ認識する第 2 のケースを比較すると，以下の命題が得られる．

命題 10. 不確実性のない時の利潤と事前の不確実性下の第 2 のケースの期待利潤（＝中間期の不確実性下で情報を持つ企業の期待利潤）を比較すると，次の関係が成立する．
もし $nc_i = E[c] + \sum_{j \neq i} c_j$ ならば，$\pi_i(c_i) < E\pi^{ex\ ante(own)}$ $(= E\pi_i^{interim})$.
証明. (5) 式に $nc_i = E[c] + \sum_{j \neq i} c_j$ を代入し，(27) 式と比較すると明らか． □

命題 10 では，不確実性がない時の c_i の実現値が $nc_i = E[c] + \sum_{j \neq i} c_j$ を満たすならば，事前の不確実性が存在し c_i が期待値 $E[c]$ の確率分布に従う時の期待利潤の方が，不確実性のない確定利潤よりも期待利潤が大きいことを示している．この命題の 1 つの系 (corollary) として，例えば $c_i = E[c]\ \forall i$，すなわち限界費用の実現値が全て期待値と等しい時，企業は確実に得られる利潤よりも不確実な期待利潤を好むことが言える．言い換えれば，事前の不確実性を選択するかどうか問われる時，企業はリスク愛好的 (risk-loving) であるかのように行動し不確実性を選択する．この結論は一見したところ直感とは反するが，既に需要に関する不確実性で説明したのと同じ理由により成立する．すなわち，不確実性が存在しない時は生産量が確定し利潤が変動する余地が全くないのに対し，事前の不確実性の下では，生産決定時に不確実性が解消され生産量を適切に調整することを通じて，利潤が確定利潤より増加または減少する可能性がある．限界費用に合わせて生産量を適切に調整できる能力が，生産量の二乗に比例して決まる期待利潤を不確実性の増大と共に増加させることに繋がり，企業が不確実性を好む理由となっている．

5 需要の不確実性と費用の不確実性の比較

本節では，需要と費用に関する不確実性の下で，事前・中間期・事後それぞれのタイミングにおける期待利潤を比較する．需要と費用それぞれの不確実性下の期待利潤 $E\pi$ を，下付文字 *demand, cost* に書いて区別する．異なる情報構造の下で期待利潤の相対的な大小関係を比較するために，需要に関する不確実性の下では，各企業の限界費用の実現値が $E[c]$ に等しいと仮定し $(c_i = E[c]\ \forall i)$，費用に関する不確実性の下では，需要切片の実現値が $E[a]$ に等しいと仮定する $(a = E[a])$．さらに不確実性の程度が同じ，すなわち分散の大きさが等しいと仮定する $(V[a] = V[c] \equiv V)$．それぞれの期待利潤を要約すれば表 1 の通りである．

	需要に関する不確実性	費用に関する不確実性
事前	$E\pi^{ex\ ante}_{demand} = \frac{V+(E[a]-E[c])^2}{b(n+1)^2}$	$E\pi^{ex\ ante(all)}_{cost} = \frac{(n^2+n-1)V+(E[a]-E[c])^2}{b(n+1)^2}$ $E\pi^{ex\ ante(own)}_{cost} = \frac{(n+1)^2V+4(E[a]-E[c])^2}{4b(n+1)^2}$
中間期	$E\pi^{interim}_{i\ demand} = \frac{(n+1)^2V+4(E[a]-E[c])^2}{4b(n+1)^2}$ $E\pi^{interim}_{j\ demand} = \frac{(E[a]-E[c])^2}{b(n+1)^2}$	$E\pi^{interim}_{i\ cost} = \frac{(n+1)^2V+4(E[a]-E[c])^2}{4b(n+1)^2}$ $E\pi^{interim}_{j\ cost} = \frac{(E[a]-E[c])^2}{b(n+1)^2}$
事後	$E\pi^{ex\ post}_{demand} = \frac{(E[a]-E[c])^2}{b(n+1)^2}$	$E\pi^{ex\ post}_{cost} = \frac{(E[a]-E[c])^2}{b(n+1)^2}$

表 1: 需要と費用に関する事前・中間期・事後における不確実性下の期待利潤

上記の仮定の下で事前・中間期・事後の期待利潤を比較すると，以下の命題が示される．

命題 11. $a = E[a]$, $c_i = E[c]\ \forall i$, $V[a] = V[c] \equiv V$ を仮定する．
(a) 事前の不確実性下の期待利潤を比較すると次式が成立する．
$E\pi^{ex\ ante(all)}_{cost} > E\pi^{ex\ ante(own)}_{cost} > E\pi^{ex\ ante}_{demand}$
(b) 中間期の不確実性下の期待利潤を比較すると次式が成立する．
$E\pi^{interim}_{i\ demand} = E\pi^{interim}_{i\ cost} > E\pi^{interim}_{j\ demand} = E\pi^{interim}_{j\ cost}$
(c) 事後の不確実性下の期待利潤を比較すると次式が成立する．
$E\pi^{ex\ post}_{demand} = E\pi^{ex\ post}_{cost}$

証明. 仮定 $a = E[a]$, $c_i = E[c]\ \forall i$, $V[a] = V[c] \equiv V$ の下で各期待利潤は表 1 に示されている．
(a) $E\pi^{ex\ ante(all)}_{cost} > E\pi^{ex\ ante(own)}_{cost}$ は命題 8 により示されている．
$E\pi^{ex\ ante(own)}_{cost} - E\pi^{ex\ ante}_{demand} = \frac{(n-1)(n+3)V}{4b(n+1)^2} > 0.$
(b), (c) は表 1 より明らか． □

従って命題 11 の (b) と (c) より，中間期の不確実性と事後の不確実性においては，需要と費用の不確実性が期待利潤に与える影響は同程度である．特に (c) で得られた，事後の不確実性下で期

待利潤が等しくなるのは当たり前の結論と言える．なぜなら，各企業が生産量決定時に需要切片の大きさを知らないケースと自社の限界費用の大きさを知らないケースとでは，他企業の限界費用が独立かつ同一の確率分布に従い，両ケースの不確実性の期待値が同一であれば，期待利潤が等しいはずだからである．同様に (b) の中間期の不確実性下でも，情報を持たない企業は需要と費用に関して同程度の不確実性にさらされており，事後の不確実性と同様の期待利潤を得る．情報を持つ企業については，私的情報が需要に関するものか費用に関するものかにかかわらず，私的情報を持つことで同程度に期待利潤が増加することが示されている．

一方 (a) で示されているのは，事前の不確実性については，需要と費用のどちらに不確実性が発生するかによって期待利潤の大きさが異なる点である．事前の不確実性下では需要よりも限界費用に関する不確実性の方が，期待利潤が高くなることが示されている．この理由は次のように説明される．需要切片に関する情報は，利潤の大きさを把握するために全企業にとって等しく有益な情報である．生産量決定時に全企業が需要の真の値を知る事前の不確実性の状況では，同じ情報を持つ企業数が増えるに従って，情報の価値は低下していく．従って $E_{demand}^{ex\ ante}$ の分散 V の係数 $(\frac{1}{b(n+1)^2})$ は企業数の増加と共に減少する．これに対して自社の限界費用に関する情報は，利潤の大きさを把握するために個別企業にとって重要な情報であるが，他企業にとって自社以外の限界費用を知ったとしても情報上の価値はない．生産量決定時に企業が自社の真の限界費用を知る事前の不確実性の状況では，自分の限界費用を知る企業数が増えても，限界費用の情報の価値は低下しない．従って $E_{cost}^{ex\ ante(own)}$ の分散 V の係数 $(\frac{1}{4b})$ は企業数に全く依存しない．この違いが限界費用情報の価値を需要の価値よりも高め，両ケースを比較した場合に高い期待利潤をもたらしている．さらに生産量決定時に各企業が全企業の限界費用を知ることができるならば，自社の限界費用がもたらす情報の価値に加えて，他社の限界費用を知ることで生産量を最適調整することができ，さらなる期待利潤の上昇が見込まれる．全企業が全ての限界費用を知り，寡占数量競争の下で最適反応できることが利潤をもたらすので，全企業の限界費用を知る企業が増加するにつれてある種の外部性が発生すると言える．従って $E_{cost}^{ex\ ante(all)}$ の分散 V の係数 $(\frac{n^2+n-1}{b(n+1)^2})$ は企業数の増加関数となっている．

6 結論と今後の課題

本論文では，クールノー数量競争が行われる同質財寡占市場を考え，タイミングの異なる不確実性が企業の生産活動開始前の期待利潤にどのような影響を与えるのかについて，分析を行った．不確実性が発生するタイミングにより，事前・中間期・事後それぞれの不確実性を考察し，また需要切片に関する不確実性と限界費用に関する不確実性をそれぞれ区別して，クールノー均衡を導出し均衡期待利潤の比較を行った．とりわけ注目すべきは，事前の不確実性の下で，または中間期の不確実性下で情報を持つ企業は，事前の不確実性の増大と共に期待利潤が増加する点である．

それゆえ，事前の不確実性下の期待利潤が不確実性のない時の確定利潤を上回り，企業があたかもリスク愛好的 (risk-loving) であるかのように不確実性を選好する可能性があることが示されている（命題 5，命題 10）．また需要に関する事前・中間期・事後の不確実性下の期待利潤を比較すると，中間期の不確実性下で情報優位に立つ企業の期待利潤が最も大きいことが示された（命題 3）．これとは対照的に費用に関する事前・中間期・事後の不確実性下の期待利潤を比較すると，中間期の不確実性下で情報優位に立つ企業の期待利潤は事前の不確実性下の期待利潤を超えないことが示された（命題 8）．さらに需要と費用に関する事前の不確実性を比較すると，費用に関する不確実性の方が期待利潤が大きいことが示された（命題 11）．これらの結論は，需要と費用の持つ情報が事前の不確実性下では異なる影響を持っていることを示唆している．

以下では本論文の課題と今後の拡張可能性について述べて，論文を終えることにする．本論文では，均衡で正の生産量が保証されるように確率変数の分布範囲を有界閉区間に限る以外は，一般的な確率分布を前提として議論を行った．こうした議論は線形需要関数の仮定の下で，期待値計算が簡単化できるために可能であった．しかし一般化した需要関数の下では，分析はかなり複雑になると思われる．とはいえ本論文の結論の基本的なロジックは，一般化された関数形においても依然として成立すると思われる．言い方を変えれば本論文の結論は，一般的な関数形の線形近似として解釈することができよう．また，限界費用の確率分布は $i.i.d.$ を仮定しているが，この仮定も導出の簡単さのためになされた．より現実的な状況として，各企業の限界費用の確率分布が相関している状況も検討する必要がある．既に第 4 節の冒頭で議論したように，各企業の限界費用が完全正相関であれば，需要切片の変動を限界費用の変動と解釈し直せばよい．この点で，本論文では各企業の限界費用が完全相関するケースと無相関のケースという両極端の情報構造を扱ったと言える．このため相関に関して中間的なケースについては，本論文の結論からある程度推測できるが，限界費用の相関関係の程度が期待利潤や情報優位性にどのように寄与するかは，モデルの拡張を必要とする．

最後に今後の拡張可能性を述べる．第一に本論文では，不確実性導入とそのタイミングが期待利潤に与える影響を調査するために，簡単な同質財クールノー数量競争にモデルを限定した．本論文の結論が異なる競争形態の下でどのように修正されるかについて，議論を続ける必要がある．同質財競争を製品差別化財競争に拡張しただけでは，ほぼ同様の結論が維持されると予想されるが，製品差別化の程度が期待利潤や情報優位性の大きさにどう影響するかは，一つの重要な論点である．また数量競争から価格競争に変更した時に，需要または費用に関する不確実性が期待利潤に与える影響がどう変わるかを比較検討することも，今後の検討課題である．さらに生産量決定のタイミングを変更し，例えばシュタッケルベルク均衡を考えた時に，リーダーとフォロワーとでどちらが，情報優位性からの期待時潤が大きくなるかを分析することも，不確実性下の意志決定を議論する際に今後検討すべき課題と言える．

A　補論

A.1　需要に関する中間期の不確実性の下で，情報を持つ企業が複数存在するケース

3.2 節で，需要に関して中間期の不確実性が存在する不完備情報のケースのベイジアン・ナッシュ均衡を導出した．そこでは，企業 i の 1 社だけが生産量決定時に不確実性が解消され，a の真の値を知っている状況であった．A.1 節では 3.2 節の議論を拡張し，需要に関する中間期の不確実性という同じ情報構造の下で，情報を持つ企業が m 社 $(1 \leq m < n)$ 存在するケースのベイジアン・ナッシュ均衡を導出する．[27]

企業の index を変更し，企業 $k \in \{1, 2, \cdots, m, m+1, \cdots, n\}$ を 2 つの集合に分割 (partition) して，情報を持つ企業を最初の m 番目までの企業，すなわち $i \in I \equiv \{1, 2, \cdots, m\}$ とし，情報を持たない企業を後半の $m+1$ 番目から n 番目までの $(n-m)$ 社の企業，すなわち $j \in J \equiv \{m+1, \cdots, n\}$ とする．ベイジアン・ナッシュ均衡における企業 $i \in I$ の生産量を $q_i^*(a)$，それ以外の企業 $j \in J$ の生産量を q_j^* で表す．

企業 $i \in I$ の利潤最大化問題は，不確実性がないケースや事前の不確実性のケースと同一である．

$$\max_{q_i} \pi_i(q_i, Q_{-i}; a) = \max_{q_i}(a - b(q_i + Q_{-i}) - c_i)q_i \tag{A.1}$$

利潤最大化の 1 階条件より，企業 i の反応関数 $q_i = R_i(Q_{-i}; a)$ を得る．

$$\frac{\partial \pi_i(q_i, Q_{-i}; a)}{\partial q_i} = a - 2bq_i - bQ_{-i} - c_i = 0 \iff q_i = R_i(Q_{-i}; a) \equiv \frac{a - bQ_{-i} - c_i}{2b} \tag{A.2}$$

均衡において次式が成立する．

$$q_i^*(a) = \frac{a - bQ_{-i}^* - c_i}{2b};\ Q_{-i}^* \equiv \sum_{k \in I/i} q_k^*(a) + \sum_J q_j^* \tag{A.3}$$

(A.3) 式を情報を持つ m 社で合計して，$\sum_I q_i^*(a)$ について整理すると，

$$\sum_I q_i^*(a) = \frac{ma - \sum_I c_i - mb\sum_J q_j^*}{b(m+1)} \tag{A.4}$$

企業 $j \in J$ の利潤最大化問題は次式を満たす．

$$\max_{q_j} E[\pi_j(q_j, Q_{-j}; a)] = \max_{q_j}(E[a] - b(q_j + E[Q_{-j}]) - c_j)q_j \tag{A.5}$$

ここで $E[Q_{-j}] = E[\sum_I q_i^*(a)] + \sum_{l \in J/j} q_l$ である．利潤最大化の 1 階条件より，企業 j の他企業の期待生産量に対する反応関数 $q_j = R_j(E[Q_{-j}])$ を得る．

$$\frac{\partial E[\pi_j(q_j, Q_{-j}; a)]}{\partial q_j} = E[a] - 2bq_j - bE[Q_{-j}] - c_j = 0 \iff q_j = R_j(E[Q_{-j}]) \equiv \frac{E[a] - bE[Q_{-j}] - c_j}{2b} \tag{A.6}$$

均衡において次式が成立する．

$$q_j^* = \frac{E[a] - bE[Q_{-j}^*] - c_j}{2b};\ E[Q_{-j}^*] = E[\sum_I q_i^*(a)] + \sum_{l \in J/j} q_l^* \tag{A.7}$$

---

[27] $m = 1$ 社のケースを 3.2 節で分析した．また $m = n$ 社のケースは 3.1 節の事前の不確実性のケースと同じである．

(A.7) 式を情報を持たない $(n-m)$ 社で合計して，$\sum_J q_j^*$ について整理すると，

$$\sum_J q_j^* = \frac{(n-m)E[a] - \sum_J c_j - b(n-m)E[\sum_I q_i^*(a)]}{b(n-m+1)} \tag{A.8}$$

(A.4) 式と (A.8) 式より，情報を持つ企業の期待合計生産量 $E[\sum_I q_i^*(a)]$ と合計生産量 $\sum_I q_i^*(a)$，情報を持たない企業の合計生産量 $\sum_J q_j^*$ を得る．

$$E[\sum_I q_i^*(a)] = \frac{mE[a] - (n-m+1)\sum_I c_i + m\sum_J c_j}{b(n+1)} \tag{A.9}$$

$$\sum_I q_i^*(a) = \frac{m((n+1)a - (n-m)E[a]) - (m+1)((n-m+1)\sum_I c_i - m\sum_J c_j)}{b(m+1)(n+1)} \tag{A.10}$$

$$\sum_J q_j^* = \frac{(n-m)(E[a] + \sum_I c_i) - (m+1)\sum_J c_j}{b(n+1)} \tag{A.11}$$

(A.3) 式と (A.7) 式より均衡生産量 $q_i^*(a)$ と q_j^* を得る．

$$q_i^*(a) = \frac{(n+1)a - (n-m)E[a] - (m+1)(nc_i - \sum_{k\in I/i} c_k - \sum_J c_j)}{b(m+1)(n+1)} \tag{A.12}$$

$$q_j^* = \frac{E[a] - nc_j + \sum_{l\in J/j} c_l + \sum_I c_i}{b(n+1)} \tag{A.13}$$

均衡総生産量と均衡期待総生産量はそれぞれ，

$$Q^* = \frac{m(n+1)a + (n-m)E[a] - (m+1)(\sum_I c_i + \sum_J c_j)}{b(m+1)(n+1)} \tag{A.14}$$

$$E[Q^*] = \frac{nE[a] - \sum_I c_i - \sum_J c_j}{b(n+1)} \tag{A.15}$$

情報を持つ企業の均衡利潤マージンは $p - c_i = bq_i^*(a)$ であり，企業 i の均衡利潤は，

$$\pi_i^*(a) = b(q_i^*(a))^2 = \frac{((n+1)a - (n-m)E[a] - (m+1)(nc_i - \sum_{k\in I/i} c_k - \sum_J c_j))^2}{b(m+1)^2(n+1)^2} \tag{A.16}$$

一方，情報を持たない企業の均衡期待利潤マージンは $E[p] - c_j = bq_j^*$ であり，企業 j の均衡期待利潤は，

$$E[\pi_j^*] = b(q_j^*)^2 = \frac{(E[a] - nc_j + \sum_{l\in J/j} c_l + \sum_I c_i)^2}{b(n+1)^2} \tag{A.17}$$

以上が中間期における企業の均衡生産量と均衡（期待）利潤である．

a の真の値を認識できない事前段階で，企業 i の事前の期待利潤は以下のようになる．

$$\begin{aligned} E[\pi_i^*(a)] &= \frac{(n+1)^2 V[a] + (m+1)^2 (E[a] - nc_i + \sum_{k\in I/i} c_k + \sum_J c_j)^2}{b(m+1)^2(n+1)^2} \\ &= \frac{V[a]}{b(m+1)^2} + \frac{(E[a] - nc_i + \sum_{k\in I/i} c_k + \sum_J c_j)^2}{b(n+1)^2} \end{aligned} \tag{A.18}$$

(A.18) 式より，情報を持つ企業の事前の期待利潤は分散 $V[a]$ が大きい程大きくなる．また予想されるように，企業数を一般化したこのケースでは，情報を持つ企業数 m が増加するにつれて期待利潤は小さくなる．

すなわち，情報を持つ企業数が増大するにつれ，情報優位性が失われ事前の期待利潤が減少していく．

不確実性解消後に情報を持たない企業 j が実際に得る利潤は，a に依存して以下の通り．

$$\pi_j^*(a) = \frac{((n+1)a-(n-m)E[a]-(m+1)(nc_j-\sum_{l\in J/j}c_l-\sum_I c_i))(E[a]-nc_j+\sum_{l\in J/j}c_l+\sum_I c_i)}{b(m+1)(n+1)^2} \tag{A.19}$$

3.2 節で提示した命題 1，命題 2，補題 1 と同様の命題または補題が，拡張されたケースでも成立する．

命題 1′. 全企業の限界費用が等しいと仮定する．需要に関する中間期の不確実性下で事前の期待利潤を比較すると，生産量決定時に不確実性が解消する企業の方が解消されない企業よりも期待利潤が大きい．すなわち，仮定 $c \equiv c_i\ \forall i$ の下で，$E[\pi_i^*(a)] > E[\pi_j^*]$.

証明. $E[\pi_i^*(a)] - E[\pi_j^*] = \frac{V[a]}{b(m+1)^2} > 0$ □

命題 2′. 需要に関する中間期の不確実性下で，生産量決定時に情報を持つ企業の限界費用が全て等しく $(c_I \equiv c_i)$，情報を持たない企業の限界費用も全て等しい $(c_J \equiv c_j)$ と仮定すると，以下の関係が成立する．
もし $c_I \leq c_J$ ならば，$E[\pi_i^*(a)] > E[\pi_j^*]$.
たとえ $c_I > c_J$ であっても $V[a]$ が十分大きければ，$E[\pi_i^*(a)] > E[\pi_j^*]$.

証明. 限界費用 c_I, c_J の下で事前の期待利潤は，$E[\pi_i^*(a)] = \frac{V[a]}{b(m+1)^2} + \frac{(E[a]+(m-n-1)c_I+(n-m)c_J)^2}{b(n+1)^2}$, $E[\pi_j^*] = \frac{(E[a]-(m+1)c_J+mc_I)^2}{b(n+1)^2}$．$E[\pi_i^*(a)]$ の第 2 項と $E[\pi_j^*]$ を比較すると，$c_I \leq c_J$ の時，
$\frac{(E[a]+(m-n-1)c_I+(n-m)c_J)^2}{b(n+1)^2} \geq \frac{(E[a]-(m+1)c_J+mc_I)^2}{b(n+1)^2}$ が成立し，分散 $V[a] > 0$ である限り $E[\pi_i^*(a)] > E[\pi_j^*]$ が成立する．反対に $c_I > c_J$ の時は，$E[\pi_i^*(a)]$ の第 2 項よりも $E[\pi_j^*]$ の方が大きいが，十分に $V[a]$ が大きければ $E[\pi_i^*(a)]$ の第 1 項が大きくなり，$E[\pi_i^*(a)]$ が $E[\pi_j^*]$ より大きくなることが起こり得る． □

補題 1′. 全企業の限界費用が等しい時，需要に関する中間期の不確実性下で事後の確定利潤を比較すると，$a > E[a] \Leftrightarrow \pi_i^*(a) > \pi_j^*(a)$.

証明. $\pi_i^*(a) > \pi_j^*(a) \Leftrightarrow (n+1)(a-E[a]) > 0$ □

さらに 3.4 節と同様に，異なる情報構造の下での期待利潤や不確実性のない時の利潤と比較すると，命題 3，命題 4 と同様の命題が得られる．3.4 節と同様，$E\pi_i^{interim}$ と $E\pi_j^{interim}$ はそれぞれ，情報を持つ企業と持たない企業の期待利潤を表す．

命題 3′. $E\pi_i^{interim} > E\pi^{ex\ ante} > E\pi^{ex\ post} = E\pi_j^{interim}$

証明. (6) 式と (A.18) 式を比較して $E\pi_i^{interim} > E\pi^{ex\ ante} \Leftrightarrow n > m$. $E\pi^{ex\ ante} > E\pi^{ex\ post}$ は命題 3 で証明済み．脚注 15 より $E\pi_j^{interim}$ と企業 j の $E\pi^{ex\ post}$ を比較すると (A.17) 式と (25) 式より $E\pi_j^{interim} = E\pi^{ex\ post}$. □

命題 4′. If $a \gtrless E[a]$, $\pi_i(a) \gtrless E\pi^{ex\ post} (= E\pi_j^{interim})$

証明. 命題 4 の証明と同じ. □

命題 5′. (a′) If $a = E[a]$, $\pi_i(a) < E\pi_i^{interim}$
(c′) $\pi_i(a) = E\pi_i^{interim}$ を満たす a の値を a_2 で表すと，$a_2 > a_1 (> E[a])$ を満たし，$[a \gtrless a_2 \Rightarrow \pi_i(a) \gtrless E\pi_i^{interim}]$ が成立する．$a_2 < \overline{a}$ を満たすかどうかは不確実性の大きさと企業数に依存し，もし $a_2 > \overline{a}$ ならば，a の実現値にかかわらず常に $\pi_i(a) < E\pi_i^{interim}$ が成立する．

証明. 証明の過程は命題 5 と同じなので省略. □

A.2 費用に関する中間期の不確実性の下で，情報を持つ企業が全企業の限界費用を知るケース

4.2 節で，費用に関して中間期の不確実性が存在する不完備情報のケースのベイジアン・ナッシュ均衡を導出した．そこで分析されたのは，生産量決定時に不確実性が解消された企業 i が，自社の限界費用 c_i の真の値を知る情報構造であった．仮に情報を持つ企業 i が全企業の限界費用 $\{c_i\}_{i=1}^n$ を知る状況を考えるならば，均衡はどうなるであろうか．実は，企業 i の知っている情報が増えても，均衡は変化しないことが示される．言い換えれば，企業 i が情報優位を獲得するには自社の限界費用 c_i を知ることで十分であり，他企業の限界費用に関する情報は全く必要ない．以下でこのことを示す．

費用に関する中間期の不確実性下で，生産量決定時に企業 i だけが不確実性が解消し，全企業の限界費用 $\{c_i\}_{i=1}^n$ を知るものとする．一方，他の全企業は自社の限界費用を含め $\{c_i\}_{i=1}^n$ を全く認識できず，上記で述べた確率分布に従うものと考えている．さらに i 以外の企業は，企業 i が限界費用 $\{c_i\}_{i=1}^n$ を知っていることを知っているというように，こうした情報構造は共有知識である．

企業 i は他企業の生産量 Q_{-i} を所与として，利潤 π_i を最大にするように生産水準を決定する．この中間期の不確実性下で，ベイジアン・ナッシュ均衡における企業 i の生産量を $q_i^*(\{c_i\}_{i=1}^n)$，それ以外の企業 j の生産量を q_j^* で表すものとする．

企業 i の利潤最大化問題は，不確実性がない時や事前の不確実性下の第 1 のケースと同一である．

$$\max_{q_i} \pi_i(q_i, Q_{-i}; c_i) = \max_{q_i}(a - b(q_i + Q_{-i}) - c_i)q_i \tag{A.20}$$

利潤最大化の 1 階条件より，企業 i の反応関数 $q_i = R_i(Q_{-i}; c_i)$ を得る．

$$\frac{\partial \pi_i(q_i, Q_{-i}; c_i)}{\partial q_i} = a - 2bq_i - bQ_{-i} - c_i = 0 \;\Leftrightarrow\; q_i = R_i(Q_{-i}; c_i) \equiv \frac{a - bQ_{-i} - c_i}{2b} \tag{A.21}$$

均衡において次式が成立する．

$$q_i^*(\{c_i\}_{i=1}^n) = \frac{a - bQ_{-i}^* - c_i}{2b};\; Q_{-i}^* \equiv \sum_{j \neq i} q_j^* \tag{A.22}$$

一方，i 以外の企業 j は限界費用 $\{c_i\}_{i=1}^n$ がわからないので，全ての限界費用は同一の期待値 $E[c]$ に従うと考えて生産量を決定する．さらに企業 j は，企業 i が $\{c_i\}_{i=1}^n$ を知っていることを認識しており，企業 i の最適生産量が真の値 $\{c_i\}_{i=1}^n$ に依存し $q_i^*(\{c_i\}_{i=1}^n)$ であると知っている．利潤最大化問題は次式を満たす．

$$\max_{q_j} E[\pi_j(q_j, Q_{-j}; c_j); \{c_i\}_{i=1}^n] = \max_{q_j}(a - b(q_j + E[Q_{-j}; \{c_i\}_{i=1}^n]) - E[c])q_j \tag{A.23}$$

ここで $E[Q_{-j}; \{c_i\}_{i=1}^n] = E[q_i^*(\{c_i\}_{i=1}^n); \{c_i\}_{i=1}^n] + \sum_{k \neq i,j} q_k$ である．企業 j はあたかも自社の限界費用が期待値 $E[c]$ に従うと考え，また企業 i の最適生産量の期待値 $E[q_i^*(\{c_i\}_{i=1}^n); \{c_i\}_{i=1}^n]$ を踏まえて，利潤最大化生産量を決定する．利潤最大化の 1 階条件より，企業 j の他企業の期待生産量に対する反応関数 $q_j = R_j(E[Q_{-j}; \{c_i\}_{i=1}^n])$ を得る．

$$\begin{aligned}&\frac{\partial E[\pi_j(q_j, Q_{-j}; c_j); \{c_i\}_{i=1}^n]}{\partial q_j} = a - 2bq_j - bE[Q_{-j}; \{c_i\}_{i=1}^n] - E[c] = 0\\ &\Leftrightarrow\; q_j = R_j(E[Q_{-j}; \{c_i\}_{i=1}^n]) \equiv \frac{a - bE[Q_{-j}; \{c_i\}_{i=1}^n] - E[c]}{2b}\end{aligned} \tag{A.24}$$

均衡において次式が成立する．

$$q_j^* = \frac{a - bE[Q_{-j}^*; \{c_i\}_{i=1}^n] - E[c]}{2b};\ E[Q_{-j}^*; \{c_i\}_{i=1}^n] = E[q_i^*(\{c_i\}_{i=1}^n); \{c_i\}_{i=1}^n] + \sum_{k \neq i,j} q_k^* \tag{A.25}$$

(A.25) 式を企業 i 以外の $(n-1)$ 企業で合計し，Q_{-i}^* について整理すると，

$$Q_{-i}^* = \frac{(n-1)(a - E[c] - bE[q_i^*(\{c_i\}_{i=1}^n); \{c_i\}_{i=1}^n])}{bn} \tag{A.26}$$

(A.22) 式と (A.26) 式より企業 i の期待生産量 $E[q_i^*(\{c_i\}_{i=1}^n); \{c_i\}_{i=1}^n]$ と企業 i 以外の合計生産量 Q_{-i}^* を得る．

$$E[q_i^*(\{c_i\}_{i=1}^n); \{c_i\}_{i=1}^n] = \frac{a - E[c]}{b(n+1)},\ Q_{-i}^* = \frac{(n-1)(a - E[c])}{b(n+1)} \tag{A.27}$$

(A.22) 式と (A.25) 式より均衡生産量 $q_i^*(\{c_i\}_{i=1}^n)$ と q_j^* を得る．

$$q_i^*(\{c_i\}_{i=1}^n) = \frac{2a - (n+1)c_i + (n-1)E[c]}{2b(n+1)},\ q_j^* = \frac{a - E[c]}{b(n+1)} \tag{A.28}$$

注意すべき点として，(A.28) 式の企業 i の均衡生産量 $q_i^*(\{c_i\}_{i=1}^n)$ は，実は企業 i の限界費用 c_i のみにしか依存していない（つまり $q_i^*(c_i)$）点が挙げられる．企業 i は全企業の限界費用情報 $\{c_i\}_{i=1}^n$ を認識しているにもかかわらず，均衡生産量は他企業の費用情報 $\{c_i\}_{j\neq i}$ に全く依存していない．言い換えれば，他企業の費用情報は均衡生産量に影響せず，何ら情報優位をもたらさない．理由は，企業 i が利潤最大化問題（(A.20) 式）を解く際，自社の限界費用 c_i の情報だけしか必要ないためである．完全代替財の数量競争の下では，一見したところ，企業 i は他企業の生産水準を推測するために，他企業の費用情報 $\{c_i\}_{j\neq i}$ を有効に活用できるように思える．しかし，他企業は全て自社の費用情報を認識できず，限界費用の期待値 $E[c]$ に基づいて生産量を決定するために，企業 i の持つ真の限界費用情報が，他社の生産量を推測するために活用されることはない．従って中間期の不確実性下で，企業 i が $\{c_i\}_{i=1}^n$ を知るケースと c_i だけを知るケースとで，均衡生産量に違いがないことが言える．

A.3　費用に関する中間期の不確実性の下で，情報を持つ企業が複数存在するケース

4.2 節で，費用に関して中間期の不確実性が存在する不完備情報のケースのベイジアン・ナッシュ均衡を導出した．そこでは，企業 i の 1 社だけが生産決定時に不確実性が解消され，c_i の真の値を知っている状況であった．A.3 節では 4.2 節の議論を拡張し，限界費用に関する中間期の不確実性という同じ情報構造の下で，情報を持つ企業が m 社 $(1 \leq m < n)$ 存在するケースのベイジアン・ナッシュ均衡を導出する．[28]

A.1 節と同様，情報を持つ企業を $i \in I \equiv \{1, 2, \cdots, m\}$，持たない企業を $j \in J \equiv \{m+1, \cdots, n\}$ とする．ベイジアン・ナッシュ均衡における企業 $i \in I$ の生産量を $q_i^*(c_i)$，企業 $j \in J$ の生産量を q_j^* で表す．

企業 i の利潤最大化問題は，不確実性がないケースや事前の不確実性のケースと同一である．

$$\max_{q_i} E[\pi_i(q_i, Q_{-i}; c_i); \{c_j\}_{j\neq i}] = \max_{q_i}(a - b(q_i + E[Q_{-i}; \{c_j\}_{j\neq i}]) - c_i)q_i \tag{A.29}$$

利潤最大化の 1 階条件より，企業 i の反応関数 $q_i = R_i(E[Q_{-i}; \{c_j\}_{j\neq i}]; c_i)$ を得る．

$$\frac{\partial E[\pi_i(q_i, Q_{-i}; c_i); \{c_j\}_{j\neq i}]}{\partial q_i} = a - 2bq_i - bE[Q_{-i}; \{c_j\}_{j\neq i}] - c_i = 0$$

[28] この節では，複数の企業が全企業の限界費用 $\{c_i\}_{i=1}^n$ を知るケースは，分析の複雑さのため扱わない．$m = 1$ 社のケースを 4.2 節で分析した．また $m = n$ 社のケースは 4.1 節の事前の不確実性の第 2 のケースと同じである．

$$\Leftrightarrow\ q_i = R_i(E[Q_{-i};\{c_j\}_{j\neq i}];c_i) \equiv \frac{a - bE[Q_{-i};\{c_j\}_{j\neq i}] - c_i}{2b} \tag{A.30}$$

均衡において次式が成立する．

$$q_i^*(c_i) = \frac{a - bE[Q_{-i}^*;\{c_j\}_{j\neq i}] - c_i}{2b};\ E[Q_{-i}^*;\{c_j\}_{j\neq i}] = \sum_{k\in I/i} E[q_k^*(c_i);c_k] + \sum_J q_j^* \tag{A.31}$$

(A.31) 式の c_i についての期待値をとり，

$$E[q_i^*(c_i);c_i] = \frac{a - b(\sum_{k\in I/i} E[q_k^*(c_i);c_k] + \sum_J q_j^*) - E[c]}{2b} \tag{A.32}$$

(A.32) 式を情報を持つ m 企業で合計して整理すると，

$$\sum_I E[q_i^*(c_i);c_i] = \frac{m(a - E[c] - b\sum_J q_j^*)}{b(m+1)} \tag{A.33}$$

一方，企業 j の利潤最大化問題は次式を満たす．

$$\max_{q_j} E[\pi_j(q_j,Q_{-j};c_j);\{c_i\}_{i=1}^n] = \max_{q_j}(a - b(q_j + E[Q_{-j};\{c_i\}_{i=1}^n]) - E[c])q_j \tag{A.34}$$

ここで $E[Q_{-j};\{c_i\}_{i=1}^n] = \sum_I E[q_i^*(c_i);c_i] + \sum_{l\in J/j} q_l$ である．利潤最大化の 1 階条件より，企業 j の他企業の期待生産量に対する反応関数 $q_j = R_j(E[Q_{-j};\{c_i\}_{i=1}^n)$ を得る．

$$\begin{aligned}\frac{\partial E[\pi_j(q_j,Q_{-j};c_j);\{c_i\}_{i=1}^n]}{\partial q_j} &= a - 2bq_j - bE[Q_{-j};\{c_i\}_{i=1}^n] - E[c] = 0\\ \Leftrightarrow\ q_j = R_j(E[Q_{-j};\{c_i\}_{i=1}^n]) &\equiv \frac{a - bE[Q_{-j};\{c_i\}_{i=1}^n] - E[c]}{2b}\end{aligned} \tag{A.35}$$

均衡において次式が成立する．

$$q_j^* = \frac{a - bE[Q_{-j}^*;\{c_i\}_{i=1}^n] - E[c]}{2b};\ E[Q_{-j}^*;\{c_i\}_{i=1}^n] = \sum_I E[q_i^*(c_i);c_i] + \sum_{l\in J/j} q_l^* \tag{A.36}$$

(A.36) 式を情報を持たない $(n-m)$ 企業で合計して整理すると，

$$\sum_J q_j^* = \frac{(n-m)(a - E[c] - b\sum_I E[q_i^*(c_i);c_i])}{b(n-m+1)} \tag{A.37}$$

(A.33) 式と (A.37) 式より，情報を持つ企業の期待合計生産量 $\sum_I E[q_i^*(c_i);c_i]$ と情報を持たない企業の合計生産量 $\sum_J q_j^*$ を得る．

$$\sum_I E[q_i^*(c_i);c_i] = \frac{m(a - E[c])}{b(n+1)},\ \sum_J q_j^* = \frac{(n-m)(a - E[c])}{b(n+1)} \tag{A.38}$$

(A.32) 式に (A.38) 式を代入して，

$$E[q_i^*(c_i);c_i] = \frac{(a - E[c])}{b(n+1)} \tag{A.39}$$

(A.31) 式と (A.36) 式に (A.39) 式を代入して均衡生産量 $q_i^*(c_i)$ と q_j^* を得る．

$$q_i^*(c_i) = \frac{2a - (n+1)c_i + (n-1)E[c]}{2b(n+1)},\ q_j^* = \frac{a - E[c]}{b(n+1)} \tag{A.40}$$

(A.40) 式は，情報を持つ企業が 1 社だけの時の均衡生産量（(46) 式）と全く同一であることが確認できる．

情報を持つ企業の均衡期待利潤マージンは $E[p;\{c_j\}_{j\neq i}] - c_i = bq_i^*(c_i)$ であり，企業 i の均衡期待利潤は，

$$E[\pi_i^*(c_i);\{c_j\}_{j\neq i}] = b(q_i^*(c_i))^2 = \frac{(2a - (n+1)c_i + (n-1)E[c])^2}{4b(n+1)^2} \tag{A.41}$$

情報を持たない企業の均衡期待利潤マージンは $E[p;\{c_i\}_{i=1}^n] - E[c] = bq_j^*$ であり，企業 j の均衡期待利潤は，

$$E[\pi_j^*;\{c_i\}_{i=1}^n] = b(q_j^*)^2 = \frac{(a - E[c])^2}{b(n+1)^2} \tag{A.42}$$

である．以上が，中間期の不確実性下での企業の均衡生産量と均衡期待利潤である．

c_i の真の値を認識できない事前段階で，企業 i の事前の期待利潤は以下の通り．

$$E[\pi_i^*(c_i);c_i] = \frac{(n+1)^2V[c] + 4(a - E[c])^2}{4b(n+1)^2} = \frac{V[c]}{4b} + \frac{(a - E[c])^2}{b(n+1)^2} \tag{A.43}$$

(A.43) 式は (50) 式と同一である．すなわち情報を持つ企業数が増加しても，事前の期待利潤は全く変化しない．これは需要に関する不確実性の下で，情報を持つ企業数 m が増加するにつれ，期待利潤が小さくなるのと対照的である．

謝辞

新潟大学経済学会研究会 (2010 年 3 月 16 日開催) において，私の報告論文 (Hamada (2010)) に対して諸先生方から大変有益なコメントを頂いた．本論文は，上記研究会にて頂いたコメントの中から新たに派生した問題提起を踏まえ，論文にまとめたものである．特に，松島法明先生（大阪大学社会経済研究所）からは，不確実性と期待利潤の関係についての説明の仕方に関して，水野敬三先生（関西学院大学商学部）からは，不確実性に関する先行研究の存在，とりわけ Boyer and Moreaux (1997) 論文の存在に関して，それぞれ有益なコメントを頂いた．Boyer and Moreaux (1997) は，複占市場の下で市場の変動性 (market volatility) が企業の技術的柔軟性 (technological flexibility) 選択に影響を及ぼす点を分析しており，本論文のテーマと直接的な関連はないが，需要パラメータの変動のモデル化は本論文と同一である．ここに記して感謝の意を表したい．

参考文献

[1] 小田切宏之 (2001) 『新しい産業組織論』，有斐閣．

[2] ロバート・ギボンズ著，福岡正夫・須田伸一訳 (1995) 『経済学のためのゲーム理論入門』，創文社．

[3] Boyer, M. and M. Moreaux (1997) "Capacity Commitment Versus Flexibility," *Journal of Economics & Management Strategy*, 6(2), 347–376.

[4] Cabral, L. (2000) *Introduction to Industrial Organization*, MIT Press: Massachusetts.

[5] Gal-Or, E. (1985) "Information Sharing in Oligopoly," *Econometrica*, 53(2): 329–343.

[6] Gal-Or, E. (1986) "Information Transmission: Cournot and Bertrand Equilibria," *Review of Economic Studies*, 53(1): 85–92.

[7] Fudenberg, D. and J. Tirole (1991) *Game Theory*, MIT Press: Massachusetts.

[8] Hamada, K. (2010) "Increased Uncertainty Drives Firms to Merge," *Working Papers, Faculty of Economics, Niigata University*, No.112. (http://ecows.econ.niigata-u.ac.jp/~e-lib/wp/wp_list.html)

[9] Harsanyi, J. (1967) "Games with Incomplete Information Played by "Bayesian" Players, I-III. Part I. The Basic Model," *Management Science*, 14(3): 159–182.

[10] Li, L. (1985) "Cournot Oligopoly with Information Sharing," *RAND Journal of Economics*, 16(4): 521–536.

[11] Raith, M. (1996) "A General Model of Information Sharing in Oligopoly," *Journal of Economic Theory*, 71(1): 260–288.

[12] Sakai, Y. (1985) "The Value of Information in a Simple Duopoly Model," *Journal of Economic Theory*, 36(1): 36–54.

[13] Shapiro, C. (1986) "Exchange of Cost Information in Oligopoly," *Review of Economic Studies*, 53(3): 433–446.

[14] Tirole, J. (1988) *The Theory of Industrial Organization*, MIT Press: Massachusetts.

[15] Vives, X. (1984) "Duopoly Information Equilibrium: Cournot and Bertrand," *Journal of Economic Theory*, 34(1): 71–94.

[16] Vives, X. (1999) *Oligopoly Pricing*, MIT Press: Massachusetts.