論　説

混合寡占市場の下での公企業と私企業の合併

濱　田　弘　潤*

概 要

本論文は，寡占理論の標準的な枠組みを用いて，混合寡占市場の下での公企業と私企業の合併について分析を行う．本論文では，公企業と私企業が合併してできた合併企業の目的が，社会厚生と自社利潤の加重平均となる状況を考察し，合併前後の社会厚生を比較すると共に，企業の合併インセンティブについて分析を行う．企業の費用関数について関数形を特定化し，線形関数と 2 次関数のケースそれぞれの下での公企業と私企業の合併を検討し，合併前後の社会厚生の大小関係についての数値計算を行う．シミュレーション結果から得られる本論文の主な結論は，以下の通りである．第一に，線形費用関数のケースで合併前の生産技術が合併後も使われる時，合併企業が独占となる場合に社会厚生は減少する．一方，合併企業が私企業と市場競争に直面する場合，合併後社会厚生が増加するかどうかは目的関数のウエイトパラメータに依存し，合併後社会厚生が増加する可能性がある．第二に，線形費用関数のケースで合併企業が私企業の効率的生産技術を採用する時，合併企業が独占となる場合に，社会厚生が増加する場合がある．一方，合併企業が私企業と市場競争に直面する場合，合併後社会厚生は増加する．第三に，2 次費用関数のケースでは，合併企業が直面する市場競争状態にかかわらず，合併後社会厚生が減少する場合が起こり得る．合併後に社会厚生が減少するか否かは費用効率性パラメータに依存し，費用関数の傾きが小さければ合併後社会厚生が大きくなり易い．これらの結果から，費用関数が線形関数か 2 次関数かにかかわらず，合併企業で採用される生産技術の効率性の程度が，合併後社会厚生に大きな影響を与えることが示唆される．

Keywords: 合併，混合寡占市場，厚生比較，企業の目的

JEL classifications: D43, L13, L21, L33

* 住所：〒 950-2181 新潟市西区五十嵐 2 の町 8050 新潟大学経済学部
Tel. and Fax: 025-262-6538
Email: khamada@econ.niigata-u.ac.jp

1　はじめに

本論文は，寡占理論の標準的な枠組みを用いて，混合寡占市場の下での公企業と私企業の合併について社会厚生分析を行うことを目的とする．混合寡占市場の下では，社会厚生最大化を目的とする公企業と利潤最大化を目的とする私企業が，同一市場で不完全競争を行っている．産業組織論の研究領域ではこの 30 年間に，寡占理論の枠組みを用いた混合寡占市場の分析が急激に進展し，多くの研究成果が明らかになってきた．しかしながら，混合寡占市場における公企業と私企業の合併分析は，クールノー均衡の計算結果が複雑過ぎるために，先行研究が充実しているとは言い難い研究テーマの一つである．

本論文では，公企業と私企業が合併してできた合併企業の目的が，社会厚生と合併企業利潤の加重平均となる状況を考察し，合併前後の社会厚生比較を行い，両企業にとっての合併インセンティブについて分析を行う．混合寡占市場の分析モデルでは通常，費用関数を線形とするモデルと 2 次関数とするモデルが混在しており，分析対象やモデルの扱いやすさに応じて先行研究では，2 つのモデルのうちいずれかを採用した分析を行っている．本論文では企業の費用関数について，線形関数と 2 次関数のケースをそれぞれ扱い，公企業と私企業による合併を分析する．計算結果が複雑であることと，パラメータの変化に応じた合併後社会厚生の大きさを視覚的に明らかにするために，数値計算（シミュレーション）を行い社会厚生のグラフを提示する．

公企業が存在しない純粋私企業同士のクールノー競争の下で，企業合併が社会厚生に与える影響を分析した論文は多数存在する (Salant, Switzer, and Reynolds (1983); Farrell and Shapiro (1990); McAfee and Williams (1992)). [1] 需要関数と費用関数について関数形を特定化しないと合併前後の社会厚生が計算できないため，ほぼ全ての先行研究が特定の関数形の下で，社会厚生を比較した結果を導出している．このため私企業同士のクールノー競争の下でさえ，均衡の計算結果は複雑となり，合併前後の社会厚生も複雑な計算式として導出される．ましてや，公企業と私企業が同一市場で競争する混合寡占市場下のクールノー均衡では，そもそも公企業と私企業とで目的関数が異なるために，非同質的経済主体による非対称均衡を導出せねばならず，さらに計算結果は複雑なものとなる．このため，同質的・対称的な私企業が存在する市場競争下で私企業同士の合併を分析した多数の既存研究とは異なり，混合寡占市場の文脈で，企業合併を分析する先行研究は非常に限られている状況であった．

とはいえ 21 世紀に入り，いくつかの研究が混合寡占市場における公企業と私企業の合併を議論するようになっている．Bárcena-Ruiz and Garzón (2003) は，初めて公企業と私企業の合併を考察した．しかし彼らのモデルでは，公企業と私企業が同質財市場で競争するといった標準的な市場競争状態を分析しておらず，合併後に合併企業が複数の差別化財を供給する状況を議論している．同質財市場における混合寡占下の合併を初めて扱った論文として，Nakamura and Inoue (2007) が挙げられる．彼らは，公企業と私企業が合併した後合併企業の生産性が改善する状況について分析を行い，私企業数に依存して合併前の両企業が合併企業の利潤シェアを適切に配分することにより，

[1] 水平的合併に関するサーベイについては，Motta (2004) を参照せよ．

合併するインセンティブが存在することを示した．同様に Méndez-Naya (2008) も，公企業と私企業の合併インセンティブを考察し，合併インセンティブが合併企業の民営化の程度と私企業数に依存することを示した．Kamijo and Nakamura (2009) は，合併を協力ゲーム理論におけるコア (core) として捉え，公企業と私企業の内生的な合併形成について考察を行っている．Artz, Heywood, and McGinty (2009) は，公企業と私企業の合併インセンティブを考察し，合併に参加する条件を提示している．Ouattara (2015) では，公企業と私企業との間に技術格差が存在する状況に分析を拡張し，合併インセンティブを考察している．

当然のことながら，上記の先行研究は想定している合併の状況や考察対象が異なるため，モデル設定が微妙に異なっている．Nakamura and Inoue (2007) では 2 次関数の費用関数を想定し，合併企業が合併前よりも完全に効率的となり，合併企業の生産費用が合併前企業の半分となるケースを考察している．Ouattara (2015) では，Nakamura and Inoue (2007) の設定を一般化し，2 次関数の費用関数で合併企業が合併前より費用効率的となる一般的な状況を分析している．一方，Kamijo and Nakamura (2009) は主な分析対象が内生的な合併形成であり，費用関数が公企業と私企業とで限界費用の異なる線形関数を想定している．企業間で費用格差がない状況での分析は，Méndez-Naya (2008) と Artz, Heywood, and McGinty (2009) であり，公企業と私企業とで費用効率性格差のない 2 次費用関数モデルを用いており，本論文の 2 次費用関数の分析と非常に近い．しかしながら，Méndez-Naya (2008) では，2 次費用関数の費用効率性に影響するパラメータを一定としており，2 次関数の傾きの大きさが合併の起こり易さや社会厚生にどう影響するかという，本論文が考察したい論点については扱われていない．[2] 一方，Artz, Heywood, and McGinty (2009) では，2 次費用関数の費用効率性に影響するパラメータを明示的にモデルに取り入れているものの，合併企業の生産費用が合併前企業の半分となるケースを分析対象としている．

いくつかの先行研究で想定されている合併後の生産費用が合併前企業の半分となるという仮定は，Perry and Porter (1985) 以来，ある程度の説得力を持っている．合併前に公企業と私企業が 2 つの工場を持ち，合併後両工場を閉鎖せず操業し続けるならば，生産量を折半して両工場で操業させることで，2 次費用関数の下では費用を半分に削減できる．しかしながら，先行研究において費用関数の設定が様々であることからもわかるように，合併企業の技術選択に関してどのような経済状況を考えるかによって異なるモデル設定をする必要がある．特に，合併後の工場閉鎖や効率的な生産技術の導入が可能かどうかといった経済的状況の違いによって，合併後の技術的効率性に違いがもたらされることは，より注意されて然るべき点である．本論文では，公企業と私企業の間で限界費用に格差のある線形費用関数モデルを分析すると共に，合併前後で費用関数が変化しない状況を想定した 2 次費用関数モデルを分析し，目的関数のウエイトや費用効率性に関するパラメータが合併後社会厚生や合併インセンティブにどのような影響を与えるのかについて，明らかにすることを試みる．均衡結果の計算が複雑であるために，数値例に基づいた数値計算を行

[2] 第 4節で扱った 2 次費用関数のモデルで，費用効率性パラメータ $k=1$ の特殊ケースが，Méndez-Naya (2008) が分析したケースである．彼の論文とは異なり，パラメータ k の大きさに合併後社会厚生の大きさや合併のインセンティブが依存することを，本論文は示している．

い，どのような場合に合併が社会厚生を増大させるか，また公企業と私企業が合併に参加するのはどのような場合かについて，結果を提示する．また本論文では，主として公企業と私企業の合併を扱うが，混合寡占市場下での私企業同士の合併についても簡単に触れる．

合併前後の社会厚生比較について数値計算結果から得られる本論文の主な結論は，以下の通りである．第一に，線形費用関数のケースで合併前の生産技術が合併後も使われる時，合併企業が独占となる場合に社会厚生は減少する．一方，合併企業が私企業と市場競争に直面する場合，合併後社会厚生が増加するかどうかは目的関数のウエイトパラメータに依存し，合併後社会厚生が増加する可能性がある．第二に，線形費用関数のケースで合併企業が私企業の効率的生産技術を採用する時，合併企業が独占となる場合に，社会厚生が増加する場合がある．一方，合併企業が私企業と市場競争に直面する場合，合併後社会厚生は増加する．第三に，2 次費用関数のケースでは，合併企業が直面する市場競争状態にかかわらず，合併後社会厚生が減少する場合が起こり得る．合併後に社会厚生が減少するか否かは費用効率性パラメータに依存し，費用関数の傾きが小さければ合併後社会厚生が大きくなり易い．これらの数値計算結果から，費用関数が線形関数か 2 次関数かにかかわらず，合併企業が採用する生産技術の効率性の程度が，合併後社会厚生に大きな影響を与えることが示唆される．

本論文の構成は以下の通りである．第 2節では，合併前後の混合寡占市場についてモデルを提示する．考察対象とするモデルは需要関数を線形に特定化し，第3節では，限界費用一定で公企業と私企業の間に限界費用格差のある線形費用関数のモデルを扱い，第 4節では，費用格差のない 2 次費用関数のモデルを扱う．第3節では，線形費用関数モデルで，公企業と私企業の合併に伴い社会厚生が増加するか否かについて比較を行う．また公企業と私企業の合併インセンティブについて検討する．第 4節では，2 次費用関数モデルで，公企業と私企業の合併前後の社会厚生の比較と，企業の合併インセンティブについて検討する．第5節では，まとめと今後の課題についての展望を述べる．計算結果の導出過程は補論に要約されている．

2　モデル

第 2節では，合併前に公企業と私企業が競争する混合寡占市場について，また合併後に合併企業と私企業との間の混合寡占市場について，記号を特定しモデルを提示する．基本的なモデル設定は，De Fraja and Delbono (1989) と同様である．

同質財寡占市場で数量競争が行われている状況を考える．合併前に，同質財を生産する $(n+1)$ 企業が存在し，同時手番クールノー競争を行う．その内訳は公企業 (public firm) が 1 社，私企業 (private firms) が $n(\geq 2)$ 社である．各企業の表示 (index) について，公企業を企業 $i=0$，私企業を企業 $i=\{1,2,\cdots,n\}$ で表す．合併前の公企業は完全公企業で社会厚生最大化を目的とし，私企業は自社の利潤最大化を目的とする．[3] q_i を企業 i の生産量とすると，合併前の公企業と私企業の生産量は

[3] 議論の複雑化を避けるため，公企業が当初より部分民営化している状況は想定しない．

それぞれ q_0 と q_i で表される．私企業は同質的で均衡生産量は等しくなるので，$q \equiv q_i,\ i = \{1, \cdots, n\}$ と表す．総生産量は $Q \equiv q_0 + \sum_{i=1}^{n} q_i = q_0 + nq$ である．p を価格とし，線形の需要関数を仮定する．逆需要関数を $p = p(Q) = a - Q;\ a > 0$ で表す．

本論文では，企業の費用関数の定式化について，2 種類のモデルをそれぞれ検討する．[4] 第一に，費用関数が線形で，公企業が私企業よりも非効率的な生産をする，すなわち公企業の限界費用が高い状況を分析する．第二に，費用関数が 2 次関数で，公企業と私企業が共に同質的な生産技術を持ち，費用関数が同一の状況を考察する．以下では，前者を線形費用関数モデルと呼び，後者を 2 次費用関数モデルと呼ぶ．

第一の線形費用関数モデルでは，公企業が私企業よりも限界費用が高く，私企業よりも公企業の生産技術が劣っている状況のみを扱う．この状況に議論を限る理由は，もしこの前提が成立せず，公企業と私企業の生産技術が完全に同一ならば，私企業は市場から撤退してしまい，混合寡占市場について意味のある状況を分析できないからである．このことは，混合寡占の既存研究により古くから知られている．線形費用関数モデルで企業の費用関数を，$C_i(q_i) = F + c_i q_i, F \geq 0, c_i > 0$ とする．簡単化のため，また分析の一般性を失わないので，以下では固定費用を 0 とする ($F = 0$)．私企業同士は同質的生産技術を持ち，$c_i \equiv c,\ \forall i = \{1, \cdots, n\}$ であるとする．一方，公企業は私企業よりも非効率的な生産を行い，$c_0 > c$ を仮定する．$\Delta c \equiv c_0 - c > 0$ を公企業と私企業との限界費用格差とする．また $a \gg c_0$ を仮定する．この仮定は，逆需要関数の縦軸切片が公企業の限界費用を大きく上回ることを意味し，均衡生産量が正であることを保証する．

第二の 2 次費用関数モデルでは，公企業と私企業が同質的技術を持つ状況を考える．混合寡占市場の理論的分析を初めて行った De Fraja and Delbono (1989) において，民営化を分析する際にモデル化された設定である．費用関数が 2 次関数の場合には，公企業と私企業とが同質的技術を持つとしても，均衡で両企業が正の生産を行うことが既存研究により知られている．2 次費用関数を，$C(q_i) = F + \frac{k}{2} q_i^2, F \geq 0, k > 0$ とする．k は一定の費用係数で，費用効率性を表す変数である．線形費用関数モデルと同様，簡単化のため固定費用を $F = 0$ とする．

企業 i の利潤は，$\pi_i = p(Q) q_i - C_i(q_i)$ で表される．同質的私企業の均衡利潤は同一になるので，$\pi \equiv \pi_i,\ i = \{1, \cdots, n\}$ と置く．消費者余剰は $CS \equiv \int_0^Q p(x)dx - p(Q)Q = \frac{1}{2}Q^2$，生産者余剰は企業利潤の合計で，$PS \equiv \pi_0 + n\pi = p(Q)Q - \sum_{i=0}^{n} C_i(q_i)$ で表される．社会厚生は，$W \equiv CS + PS = aQ - \frac{1}{2}Q^2 - \sum_{i=0}^{n} C_i(q_i)$ である．以下では簡単化のため，企業数 n の整数問題を無視する．[5]

次に企業の合併を描写する．以下では，公企業 1 社と私企業 1 社の合併を考える．合併により，総企業数は $(n+1)$ 社から n 社に減少する．公企業と私企業が合併してできた合併企業の変数を，下付文字 M を用いて区別する．q_M は合併企業の生産量，π_M は合併企業の利潤を表す．合併企業は，公企業と私企業の合併交渉時の交渉力の大きさに依存して，（公企業の目的である）社会厚生と（私企業の目的である）自社利潤にウエイトを置いた一般的な目的関数を最大化するものとする．このため合併企業は，部分民営化企業と同様の目的関数を持つことになる．目的関数におけ

[4] 混合寡占市場をモデル分析する際には，以下の 2 つの費用関数のいずれかを利用して分析されることが多い．

[5] 寡占理論の分析において，企業数に関する整数問題は通常無視して分析される．

る社会厚生のウエイトを $\alpha \in [0,1]$ と置く．$(1-\alpha)$ は，目的関数における合併企業利潤のウエイトである．従って，合併企業の目的関数は $W_M \equiv \alpha W + (1-\alpha)\pi_M$ で表される．α は，目的関数のウエイトを巡る公企業と私企業の合併時交渉力の大きさを表す指標とみなすことができる．以下の分析では，合併企業の目的関数における社会厚生のウエイト α が，合併後の均衡諸変数にどのような影響を与えるのかについて分析を行う．典型的な状況として，公企業と私企業が対等合併を行う状況を以下の数値例では主に想定する．この状況では，目的関数における社会厚生と利潤のウエイトが等しくなり，$\alpha = 1/2$ となる．

線形費用関数モデルを考える際には，合併企業の限界費用について，より詳細な設定を追加する必要がある．合併前に公企業と私企業の限界費用が異なるので，合併企業の限界費用がどの値を取るかについて，事前に明確にしなければならない．本論文では，合併企業の限界費用が，合併前の公企業と私企業の限界費用 c_0 と c の加重平均となる状況を考える．具体的には，$\beta \in [0,1]$ を加重平均のウエイトを表す変数とし，公企業の非効率的な生産技術が採用される程度を表すものとする．従って，β が大きければ合併企業の限界費用が大きくなり，β を合併後の技術的効率性の改善の遅れを表すパラメータと解釈できる．合併企業の限界費用を，$c_M \equiv \beta c_0 + (1-\beta)c = c + \beta\Delta c,\ c_M \in [c, c_0]$ で表す．以下では，合併後の技術的効率性の程度が，合併後の均衡諸変数にどのような影響を与えるのかについても分析を行う．例えば，一つの典型的な状況として，合併後に私企業の効率的生産技術が用いられるのであれば，$\beta = 0$ となる．

以下の節では，合併前後のクールノー均衡諸変数を比較する．合併前と合併後の均衡諸変数を区別するために，以下では合併前 (before merger) 均衡と合併後 (after merger) 均衡の諸変数にそれぞれ，下付文字 B, A を用いて区別する．また本論文では，3.6節と4.6節で私企業同士の合併についても簡単に触れる．混合寡占市場で同質的な私企業同士の合併を考える時，$m \in [2,n]$ 社の私企業が合併した後に，私企業数は n 社から $(n-m+1)$ 社に減少する．

3　線形費用関数

第3節では，合併前の公企業と私企業の限界費用がそれぞれ，c_0 と c $(c_0 > c)$，合併企業の限界費用が $c_M \equiv c + \beta\Delta c, \beta > 0, \Delta c > 0$ となる線形の費用関数の下で，公企業と私企業の合併について考察する．

3.1　合併前均衡

合併前は，公企業1社，私企業 n 社，総企業数 $(n+1)$ 社のクールノー競争が行われている．以下，合併前クールノー均衡を導出する．

公企業の反応関数は，社会厚生 W を最大化するための q_0 に関する 1 階条件を解いて得られる．

$$\frac{\partial W}{\partial q_0} = a - Q - c_0 = 0 \Leftrightarrow q_0 = r_0(\{q_i\}_{i=1}^n) \equiv a - c_0 - \sum_{i=1}^n q_i \tag{3.1}$$

一方，企業 i の反応関数は，自社利潤最大化の q_i に関する 1 階条件を解いて得られる．

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} = a - Q - c - q_i = 0 \Leftrightarrow q_i = r_i(q_0, \{q_j\}_{j\neq\{0,i\}}) \equiv \frac{a - c - q_0 - \sum_{j\neq\{0,i\}} q_j}{2} \tag{3.2}$$

私企業は同質的なので $q_i \equiv q$, $\forall i = \{1, \cdots, n\}$ である．同質的私企業の公企業に対する反応関数は次式を満たす．

$$q = r(q_0) \equiv \frac{a - c - q_0}{n+1} \tag{3.3}$$

反応関数 (3.1) と (3.3) を連立して，クールノー均衡生産量は以下の通り求められる．[6]

$$q_0 = a - (n+1)c_0 + nc = a - c_0 - n\Delta c \tag{3.4}$$

$$q = c_0 - c = \Delta c \tag{3.5}$$

合併前のクールノー均衡諸変数を要約すると，表3.1の通りである．

		合併前
公企業の生産量	q_{0B}	$a - c_0 - n\Delta c$
私企業の生産量	q_B	Δc
総生産量	Q_B	$a - c_0$
価格	p_B	c_0
公企業の利潤	π_{0B}	0
私企業の利潤	π_B	$(\Delta c)^2$
社会厚生	W_B	$\frac{1}{2}(a - c_0)^2 + n(\Delta c)^2$

表 3.1: 合併前均衡

合併前の公企業と私企業の生産量を比較すると，$a - c_0 - n\Delta c > \Delta c \Leftrightarrow \Delta c < \frac{a-c}{n+2}$ ならば，公企業の生産量は私企業の生産量を上回る．脚注6で述べたように，公企業の生産量が正となるための条件として $\Delta c < \frac{a-c}{n+1}$ を仮定するので，$\Delta c < \frac{a-c}{n+2}$ ならば公企業の生産量は私企業の生産量よりも多く ($q_{0B} > q_B$)，反対に $\Delta c \in (\frac{a-c}{n+2}, \frac{a-c}{n+1})$ ならば公企業の生産量は私企業の生産量よりも少ない ($q_{0B} < q_B$)．以下では簡単化のため，合併前に公企業が私企業より多く生産するケースを想定し，$\Delta c < \frac{a-c}{n+2}$ を仮定する．

[6] 公企業の生産量が正であると仮定する．すなわち，$a - c_0 - n\Delta c = a - c - (n+1)\Delta c > 0 \Leftrightarrow \Delta c < \frac{a-c}{n+1}$ を仮定する．公企業と私企業の費用格差が大きすぎると，公企業が生産できない．$a \gg c_0$ の仮定の下で正の生産が保証される．

3.2 合併後均衡

次に，公企業1社と私企業1社の合併を考える．[7] 合併後は，合併企業1社，私企業 $(n-1)$ 社，総企業数 n 社によるクールノー競争が行われる．合併企業は，社会厚生と自社利潤に関してウエイト付けされた目的を最大化するので，一種の部分民営化企業になっているとみなせる．

合併企業は，目的関数 $W_M \equiv \alpha W + (1-\alpha)\pi$ を最大化するように生産量 q_M を選択する．また合併企業の限界費用は，$c_M \equiv \beta c_0 + (1-\beta)c$ である．合併企業の最大化の1階条件を解き，以下の反応関数を得る．

$$\frac{\partial W_M}{\partial q_M} = \alpha(a-Q-c_M) + (1-\alpha)(a-Q-c_M-q_M) = 0$$
$$\Leftrightarrow q_M = r_M(\{q_i\}_{i=2}^{n}) \equiv \frac{a-c_M-\sum_{i=2}^{n} q_i}{2-\alpha} \tag{3.6}$$

私企業 i の利潤最大化の1階条件は合併前と同じであり，反応関数は次式の通りである．

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} = a-Q-c-q_i = 0 \Leftrightarrow q_i = r_i(q_M, \{q_j\}_{j\neq\{M,i\}}) \equiv \frac{a-c-q_M-\sum_{j\neq\{M,i\}} q_j}{2} \tag{3.7}$$

私企業は同質的なので $q_i \equiv q,\ \forall i = \{2,\cdots,n\}$ が成立し，同質的私企業の反応関数は次式を満たす．

$$q = r(q_M) \equiv \frac{a-c-q_M}{n} \tag{3.8}$$

反応関数 (3.6) と (3.8) を連立して，クールノー均衡生産量は以下の通り求められる．[8]

$$q_M = \frac{a+(n-1)c-nc_M}{n(1-\alpha)+1} \tag{3.9}$$
$$q = \frac{(1-\alpha)a-(2-\alpha)c+c_M}{n(1-\alpha)+1} \tag{3.10}$$

合併後のクールノー均衡諸変数を要約すると，表3.2 の通りである．

合併後の公企業と私企業の生産量を比較すると，$q_{MA} \gtreqless q_A \Leftrightarrow \Delta c \lesseqgtr \frac{\alpha(a-c)}{\beta(n+1)}$ が成立し，大小関係は α と β の相対的な大きさに依存する．特に $\alpha = \beta$ の時，$\Delta c < \frac{a-c}{n+1}$ の仮定の下で，$q_{MA} > q_A$ が成立し，合併企業の生産量が非合併私企業の生産量を上回る．

---

[7] 企業の表記に関して，公企業0と私企業1が合併するものとし，合併後の合併 (merger) 企業の表記を $i = M$ で表す．非合併私企業は企業 $i = \{2,\cdots,n\}$ である．

[8] 合併前公企業が正の生産をする仮定 $(\Delta c < \frac{a-c}{n+1})$ の下で，合併企業の生産量は常に正 $(q_{MA} > 0)$ である．

		合併後
合併企業の生産量	q_{MA}	$\frac{a+(n-1)c-nc_M}{n(1-\alpha)+1}$
私企業の生産量	q_A	$\frac{(1-\alpha)a-(2-\alpha)c+c_M}{n(1-\alpha)+1}$
総生産量	Q_A	$\frac{(n-(n-1)\alpha)a-(1-\alpha)(n-1)c-c_M}{n(1-\alpha)+1}$
価格	p_A	$\frac{(1-\alpha)a+(1-\alpha)(n-1)c+c_M}{n(1-\alpha)+1}$
合併企業の利潤	π_{MA}	$(1-\alpha)q_{MA}^2$
私企業の利潤	π_A	q_A^2
社会厚生	W_A	$\frac{(3-2\alpha)q_{MA}^2+2(n-1)q_{MA}q_A+(n^2-1)q_A^2}{2}$

表 3.2: 合併後均衡

3.3 合併後均衡の比較静学

表3.2で要約した合併後のクールノー均衡諸変数は，合併企業の目的関数における社会厚生のウエイト α と，合併企業の費用非効率性の程度 β の大きさに依存している．α の大きさは，合併後に企業の目的を巡って公企業と私企業の間で行われる交渉力の大きさを反映すると解釈でき，α が 1 に近ければ（0 に近ければ），合併企業において合併前公企業（私企業）の影響力が強いことを意味する．また β の大きさは，合併企業がどの程度，費用効率的な私企業の技術を採用できるかを表し，β が 1 に近ければ（0 に近ければ），非効率的（効率的）生産が行われることを意味する．以下では，合併後均衡におけるパラメータ (α,β) に関する比較静学を行う．

3.3.1 α に関する比較静学

均衡諸変数は (α,β) に関して微分可能である．均衡諸変数を α で偏微分した結果を表3.3にまとめる．[9]

$$\frac{\partial q_{MA}}{\partial\alpha}=\frac{n(a+(n-1)c-nc_M)}{(n(1-\alpha)+1)^2}=\frac{nq_{MA}}{n(1-\alpha)+1}>0$$
$$\frac{\partial q_A}{\partial\alpha}=-\frac{a+(n-1)c-nc_M}{(n(1-\alpha)+1)^2}=-\frac{q_{MA}}{n(1-\alpha)+1}<0$$
$$\frac{\partial Q_A}{\partial\alpha}=\frac{a+(n-1)c-nc_M}{(n(1-\alpha)+1)^2}=\frac{q_{MA}}{n(1-\alpha)+1}>0$$
$$\frac{\partial p_A}{\partial\alpha}=-\frac{\partial Q_A}{\partial\alpha}<0$$
$$\frac{\partial\pi_{MA}}{\partial\alpha}=\frac{n(1-\alpha)-1}{n(1-\alpha)+1}q_{MA}^2\gtreqless 0\Leftrightarrow\alpha\lesseqgtr\frac{n-1}{n}$$
$$\frac{\partial\pi_A}{\partial\alpha}=2q_A\frac{\partial q_A}{\partial\alpha}<0$$
$$\frac{\partial W_A}{\partial\alpha}=\frac{q_{MA}[n(1-\alpha)q_{MA}-(n-1)q_A]}{n(1-\alpha)+1}\gtreqless 0\Leftrightarrow n(1-\alpha)q_{MA}\gtreqless(n-1)q_A$$

表 3.3: 合併後均衡諸変数の α に関する偏微係数

合併後均衡の α に関する比較静学の結果をまとめると，次の通りである．第一に，α の増加は合併企業の生産量の増加，非合併私企業の生産量の減少，総生産量増加，価格下落，非合併私企

[9] 補論A.1にて，一部の導出過程を要約してある．

業の利潤減少をもたらす ($\frac{\partial q_{MA}}{\partial \alpha} > 0, \frac{\partial q_A}{\partial \alpha} < 0, \frac{\partial Q_A}{\partial \alpha} > 0, \frac{\partial p_A}{\partial \alpha} < 0, \frac{\partial \pi_A}{\partial \alpha} < 0$)．公企業の交渉力が高まり，合併企業の目的が社会厚生により多くのウエイトを置くのに伴って，合併企業は生産量を増加させ，戦略的代替関係にある非合併企業の生産量は減少する．社会厚生へのウエイトが増えるのに従い，総生産量は増え価格が下落し，消費者余剰は増加する．

第二に，合併企業の利潤に関して $\frac{\partial \pi_{MA}}{\partial \alpha} \gtreqless 0 \Leftrightarrow \alpha \lesseqgtr \frac{n-1}{n}$ が成立する．合併前私企業が $n=1$ 社の時は必ず $\alpha \geq \frac{n-1}{n} = 0$ が成立し，α の増加は合併企業利潤を増加させる．この理由は明らかで，$n=1$ 社の時，合併後に非合併私企業が居なくなり合併企業は独占となるからである．独占企業は企業目的にかかわらず，合併前より利潤が増大する．企業数が $n \geq 2$ 社の時は，合併企業の利潤と α との関係は，α が閾値 ($\frac{n-1}{n} \in (0,1)$) を超えて大きければ α の減少関数，小さければ増加関数となる．このことから，合併後も非合併私企業と市場競争状態にある時，合併企業の利潤を最大にする α の値は内点 $\alpha \in (0,1)$ となることがわかる．

第三に，社会厚生に関して $\frac{\partial W_A}{\partial \alpha} \gtreqless 0 \Leftrightarrow n(1-\alpha)q_{MA} \gtreqless (n-1)q_A$ が成立する．合併前私企業が $n=1$ 社ならば必ず，$n(1-\alpha)q_{MA} \geq 0$ が成立し，社会厚生は α の非減少関数となる ($\frac{\partial W_A}{\partial \alpha} \geq 0$)．等号は $\alpha=1$ の時のみ成立する．当然のことだが合併企業が独占となる場合には，企業間の戦略的相互作用が存在しないので，目的関数が社会厚生である時 ($\alpha=1$) に社会厚生が最大となる．また $\frac{\partial W_A}{\partial \alpha} \gtreqless 0 \Leftrightarrow \beta(n^2(1-\alpha)+n-1)\Delta c \lesseqgtr (1-\alpha)(a-c)$ と計算できるので（補論A.1参照），私企業数にかかわらず $\beta=0$ の時，すなわち合併企業が費用効率的な私企業と同じ費用で生産し，技術的効率性を完全に実現できる時，必ず $\frac{\partial W_A}{\partial \alpha} \geq 0$ （等号は $\alpha=1$ の時のみ成立）となる．$\beta=0$ の時，合併企業の目的に関して利潤から社会厚生により大きなウエイトを置くことで，必ず社会厚生は増大し，社会厚生を最大にするのは社会厚生最大化を目的とする端点 $\alpha^*=1$ となる．

一方，$\beta>0$ ならば私企業数が $n \geq 2$ 社の時に，合併企業は私企業と市場競争を行うので企業間の戦略的関係が存在する．既に寡占競争の文脈では，企業が社会厚生最大化を目的とすることが，必ずしも社会厚生最大化に繋がらない事実がよく知られている．社会厚生が α と共に増加するか否かは，α, β と企業数 n の相対的な関係に依存する．$\alpha=1$ で評価して必ず $\frac{\partial W_A}{\partial \alpha}\big|_{\alpha=1} < 0$ なので，$\alpha=1$ から α を減らすことで社会厚生が大きくなる．一方，$\alpha=0$ で評価すると $\frac{\partial W_A}{\partial \alpha}\big|_{\alpha=0} \gtreqless 0 \Leftrightarrow \beta(n^2+n-1)\Delta c \lesseqgtr a-c$ であるので，$\beta>0$ の下で $\Delta c < \frac{a-c}{\beta(n^2+n-1)}$ ならば $\frac{\partial W_A}{\partial \alpha}\big|_{\alpha=0} > 0$ が成立し，社会厚生を最大にする目的関数のウエイト α^* は内点となる．反対に $\Delta c > \frac{a-c}{\beta(n^2+n-1)}$ ならば，任意の $\alpha \in [0,1]$ について $\frac{\partial W_A}{\partial \alpha} < 0$ が成立するので，端点 $\alpha^*=0$ で社会厚生が最大となる．[10] 技術的非効率性の程度を表す β が0に近く効率的技術が採用される時，$\Delta c < \frac{a-c}{\beta(n^2+n-1)}$ が成立し易く，利潤最大化から社会厚生へのウエイト α の増加は，社会厚生を増大させる．この理由は，合併企業が私企業と同じ技術的効率性を実現できるならば，合併に伴う費用非効率性がもたらす厚生損失がないからである．目的関数のウエイトを利潤から社会厚生に移動しても，生産量拡大に伴う費用非効率性を伴わずに厚生増加に寄与できる．反対に，公企業と私企業の限界費用格差 (Δc) が比較的

[10] 社会厚生の α に関する 2 階微分の符号 ($\frac{\partial^2 W_A}{\partial \alpha^2}$) は一般的には決まらない．このため凸関数であるとは限らない．補論A.1を参照せよ．

大きければ，完全に利潤最大化を目的とする方が，技術的効率性を改善し社会厚生が大きくなる場合がある．

上記で述べた社会厚生に関する比較静学の結果を要約すると，以下の命題を得る．

命題 1.
線形費用関数モデルで，公企業と私企業の合併を考える．
(i) 私企業 $n=1$ 社の時，社会厚生が最大となる独占合併企業の目的関数のウエイトは，
端点 $\alpha^*=1$ である．
(ii) 私企業数が $n \geq 2$ 社の時，$\beta(n^2+n-1)\Delta c < a-c$ ならば，
社会厚生が最大となる合併企業の目的関数のウエイトは，内点 $\alpha^* \in (0,1)$ となる．
一方，$(n^2+n-1)\beta\Delta c \geq a-c$ ならば，合併後の社会厚生は端点 $\alpha^*=0$ の時に最大となる．
(iii) 合併後に完全な技術的効率性が実現するならば ($\beta=0$)，
社会厚生最大化となる交渉力は端点 $\alpha^*=1$ となる．

証明. 上述の説明より明らか． □

命題 1(ii) において，合併前私企業数が $n \geq 2$ 社存在する場合，合併後に合併企業と私企業が競争する状況となる．こうした状況では，合併前公企業が合併に関して完全な交渉力を持ち，合併企業が社会厚生最大化を目的とする $(\alpha=1)$ ならば，社会厚生は最大とはならない．逆説的ではあるが，企業の相互依存関係が存在する寡占市場において，合併後に社会厚生を最大化するためには，合併企業が社会厚生最大化とは異なる目的を持つ方が必ずよくなることを，命題 1(ii) は明らかにしている．

ここで既存研究の結果との関係について述べる．Proposition 1(ii) で得られた，合併後社会厚生を最大化する目的関数における社会厚生のウエイトが内点であるという結論は，部分民営化を分析した Matsumura (1998) における「部分民営化が社会厚生を最大化する」という結論と対応している．本論文の公企業と私企業の合併の設定では，合併時の両企業の交渉力の違いが合併企業の目的関数のウエイトに影響をもたらすと解釈できる．公企業と私企業が合併した後で，合併企業が一般的な目的関数を持って行動する設定は，まさに合併企業が部分民営化企業として行動することを意味する．従って，命題 1 の内点の議論は，部分民営化が社会厚生を最大化するのと同じになる．Matsumura (1998) では，部分民営化を議論しているので公企業 1 社が自ら民営化の程度を選択しているのに対し，本論文では，公企業 1 社と私企業 1 社が合併し，市場競争する企業数が合併後に 1 社減少する状況を考察しており，また費用関数に関する設定も異なるものの，社会厚生と企業利潤にウエイト付けをした目的関数を最大化することが，社会厚生最大化をもたらすという結論は同一のロジックにより成立する．

最後に，α の増加に伴い合併後社会厚生 W_A がどう変化するかについて，数値計算の結果をグラフに提示する．[11] 数値例を $a=10, c_0=1, c=0$ $(\Delta c=1)$ とし，$\beta=0.5$ をケース 1，$\beta=0$ をケース 2 とする．ケース 1 とケース 2 の合併企業の限界費用は，それぞれ $c_M=0.5$ と $c_M=0$ である．ケース 1 は，合併企業の技術的効率性が公企業と私企業のちょうど中間に位置するケースである．言い換えれば，合併後も公企業と私企業の生産技術を半分ずつ使い続け，技術的効率性が部分的にしか実現できない状況に対応する．一方ケース 2 は，合併企業が私企業の効率的生産技術を全て採用する状況である．どちらのケースの状況が合併後に実現するかは，生産技術の移転度合いに依存し，企業の置かれた経済的文脈に応じて異なる．私企業数が $n=1,2,5$ 社の場合にケース 1 とケース 2 それぞれについて，α と合併後社会厚生の関係を図示したものが，図3.1と図3.2である．

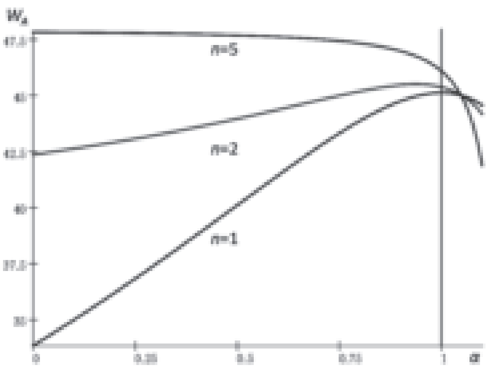


図 3.1: 合併後社会厚生 W_A（ケース 1）
$(a=10, c_0=1, c=0, \beta=0.5)$

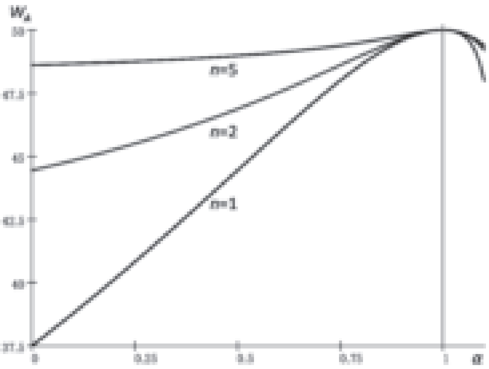


図 3.2: 合併後社会厚生 W_A（ケース 2）
$(a=10, c_0=1, c=0, \beta=0)$

数値計算から，1. 命題 1(i) で示されたように，ケース 1 とケース 2 いずれも私企業数 $n=1$ 社の時は，$\alpha^*=1$ で社会厚生が最大となる．2. 命題 1(ii) で示されたように，ケース 1 では $n=2$ で α^* が内点で $n=5$ で $\alpha^*=0$ と端点となる点，3. 命題 1(iii) で示されたように，ケース 2 では企業数 n にかかわらず $\alpha^*=1$ となる点，が確認できる．

3.3.2　β に関する比較静学

次に，均衡諸変数を β に関して偏微分した結果を表3.4にまとめる．[12]

合併後均衡の β に関する比較静学の結果をまとめると，次の通りである．第一に，β の増加は合併企業の生産量の減少，非合併私企業の生産量の増加，総生産量減少，価格上昇，合併企業の利潤減少，非合併私企業の利潤増加をもたらす $(\frac{\partial q_{MA}}{\partial \beta}<0, \frac{\partial q_A}{\partial \beta}>0, \frac{\partial Q_A}{\partial \beta}<0, \frac{\partial p_A}{\partial \beta}>0, \frac{\partial \pi_{MA}}{\partial \beta}\leq 0, \frac{\partial \pi_A}{\partial \beta}>0)$．脚注 12より合併企業の限界費用 c_M は β と共に増加するので，合併企業の技術的効率性の減少（β

[11] W_A の関数形と，数値例で特定化される W_A の値について，補論A.1に記す．
[12] $\frac{\partial c_M}{\partial \beta}=\Delta c>0$ であることに注意する．

$\frac{\partial q_{MA}}{\partial \beta} = -\frac{n\Delta c}{n(1-\alpha)+1} < 0$
$\frac{\partial q_A}{\partial \beta} = \frac{\Delta c}{n(1-\alpha)+1} > 0$
$\frac{\partial Q_A}{\partial \beta} = -\frac{\Delta c}{n(1-\alpha)+1} < 0$
$\frac{\partial p_A}{\partial \beta} = -\frac{\partial Q_A}{\partial \beta} > 0$
$\frac{\partial \pi_{MA}}{\partial \beta} = 2(1-\alpha)q_{MA}\frac{\partial q_{MA}}{\partial \beta} \leq 0$
$\frac{\partial \pi_A}{\partial \beta} = 2q_A\frac{\partial q_A}{\partial \beta} > 0$
$\frac{\partial W_A}{\partial \beta} = \frac{[-(2n(1-\alpha)+1)q_{MA}+(n-1)q_A]\Delta c}{n(1-\alpha)+1} \gtreqless 0 \Leftrightarrow (2n(1-\alpha)+1)q_{MA} \lesseqgtr (n-1)q_A$

表 3.4: 合併後均衡諸変数の β に関する偏微係数

の増加）と共に合併企業の生産量は減少し，戦略的代替関係にある非合併私企業の生産量は増加する．総生産量の減少は消費者余剰の減少をもたらす．β が大きく技術的効率性の低い合併企業の利潤は減少し，ライバルとなる私企業の利潤は増加する．

第二に，社会厚生に関して $\frac{\partial W_A}{\partial \beta} \gtreqless 0 \Leftrightarrow (2n(1-\alpha)+1)q_{MA} \lesseqgtr (n-1)q_A$ が成立する．合併前私企業が $n=1$ 社ならば必ず $(3-2\alpha)q_{MA} > 0$ が成立するので，社会厚生は β の減少関数となる．$n \geq 2$ 社の時は，α, β と企業数 n の大きさに依存して符号が決まる．補論A.1より $\frac{\partial W_A}{\partial \beta} \gtreqless 0 \Leftrightarrow [(n+1)(1-\alpha)+1](a-c) \lesseqgtr \beta[2n^2(1-\alpha)+2n-1]\Delta c$ である．これより $\beta=0$ の時必ず $[(n+1)(1-\alpha)+1](a-c)>0$ なので，$\frac{\partial W_A}{\partial \beta}\big|_{\beta=0} < 0$ が成立する．一方 $\beta=1$ の時，$\frac{\partial W_A}{\partial \beta}\big|_{\beta=1} \gtreqless 0 \Leftrightarrow \Delta c \gtreqless \frac{[(n+1)(1-\alpha)+1](a-c)}{2n^2(1-\alpha)+2n-1}$ が成立する．$n=1,2$ 社の時は必ず $\frac{\partial W_A}{\partial \beta}\big|_{\beta=1} < 0$. 一方 $n \geq 3$ 社の時は，$\Delta c < \frac{[(n+1)(1-\alpha)+1](a-c)}{2n^2(1-\alpha)+2n-1}$ ならば $\frac{\partial W_A}{\partial \beta}\big|_{\beta=1} < 0$, $\Delta c \in (\frac{[(n+1)(1-\alpha)+1](a-c)}{2n^2(1-\alpha)+2n-1}, \frac{a-c}{n+1})$ ならば $\frac{\partial W_A}{\partial \beta}\big|_{\beta=1} > 0$ となる．W_A は β に関する厳密な凸関数なので，$n=1,2$ 社の時は，$\beta=0$ ならば社会厚生 W_A が最大となる．一方 $n \geq 3$ の時は，$\frac{\partial W_A}{\partial \beta}\big|_{\beta=0} < 0$ かつ $\frac{\partial W_A}{\partial \beta}\big|_{\beta=1} > 0$ が成立する場合があるが，$W_A\big|_{\beta=0} > W_A\big|_{\beta=1}$ が成立するので，$\beta=0$ の時に社会厚生 W_A が最大となる．[13]

以上の結果より次の命題を得る．

命題 2.
線形費用関数モデルで，公企業と私企業の合併を考える．
私企業数 n と合併企業の目的関数のウエイト α に依存せず，技術的効率性が最大となる時 $(\beta^*=0)$ に，合併後社会厚生は最大となる．

証明. 上述の内容より明らか. □

[13] 計算過程の詳細は補論A.1を参照せよ．

命題2は当然の帰結を述べているに過ぎない．合併企業の技術的効率性が最も高くなる時 $(\beta = 0)$，市場での競合企業数や目的関数のウエイト如何にかかわらず，合併後社会厚生は常に最大となる．従って合併企業の限界費用削減（β の減少）が社会厚生に与える大域的影響は，必ず正である．しかしながら注意点として，パラメータの値によっては，β の限界的増加が社会厚生を増加させる可能性がある．既述したように，$n \geq 3$ 社のケースで $\Delta c \in (\frac{[(n+1)(1-\alpha)+1](a-c)}{2n^2(1-\alpha)+2n-1}, \frac{a-c}{n+1})$ ならば $\frac{\partial W_A}{\partial \beta}\big|_{\beta=1} > 0$ が成立し，W_A は β の厳密な凸関数なので，$\beta = 1$ から β を限界的に減少させると（技術的効率性を限界的に増加させると），社会厚生が減少する場合が起こり得る．この現象が起こるのは，合併前の公企業と私企業の限界費用格差 Δc が相対的に小さい場合である．Δc が小さいと合併企業の技術的効率性のわずかな改善に伴う合併企業の生産量の増加よりも，技術的効率性の高い非合併私企業の生産量の減少が上回る状況が生じる．このいわば，非生産的合併企業による生産的私企業の「クラウディング・アウト効果 (crowding out effect)」によって，合併企業の技術的効率性の改善が社会厚生を減少させてしまう状況が，局所的には起こり得る．[14]

最後に，β と合併後社会厚生 W_A との関係について，数値計算の結果を提示する．数値例 $a = 10$, $c_0 = 1$, $c = 0$ $(\Delta c = 1)$ の下で，$\alpha = 0.5$ となるケースをケース3と呼び，その下での数値計算結果を示す．$\alpha = 0.5$ は，公企業と私企業が対等合併し合併企業の目的関数における社会厚生と企業利潤のウエイトがちょうど等しくなる典型的な状況を表す．ケース3において私企業数が $n = 1, 2, 5$ 社の場合の β と合併後社会厚生の関係を図示したものが，図3.3である．

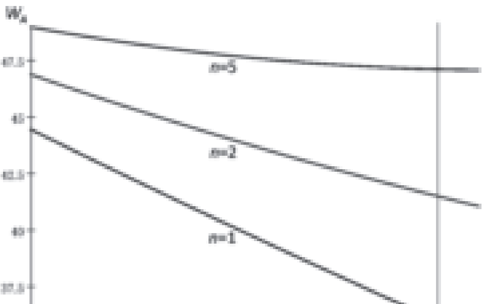


図 3.3: 合併後社会厚生 W_A（ケース3）

$(a = 10, c_0 = 1, c = 0, \alpha = 0.5)$

数値計算のグラフから，命題2で示されたように，私企業数 n にかかわらず $\beta = 0$ の時，すなわち技術的効率性が最大となる時に，合併後社会厚生が最大となることが確認できる．合併後社会厚生 W_A は β に関する厳密な凸関数であり，この数値例においては単調減少関数となっている．

[14] この結論は Lahiri and Ono (1988) に対応している．彼らは，非効率的企業を存続させると社会厚生が減少する可能性があるという結論を示した．

3.3.3　$\alpha=\beta$ の時の比較静学

続いて，$\alpha=\beta$ の時の比較静学を考える．この状況は，合併前の公企業と私企業の交渉力 α が技術的効率性の程度 β にも同一の影響を与えるケースである．α と β が等しいということは，公企業と私企業の交渉力に応じて，合併企業の目的関数における社会厚生のウエイトが決まると同時に，生産技術の選択の程度も決まる状況を想定している．もし公企業と私企業の交渉力に連動して生産技術の利用割合が決定するならば，$\alpha=\beta$ となる．

既に3.3.1節と3.3.2節でそれぞれ，α と β が単独で変化する場合の比較静学を行った．$\frac{dW_A(\alpha,\beta)}{d\alpha}\big|_{\alpha=\beta}=\frac{\partial W_A(\alpha,\beta)}{\partial\alpha}\big|_{\alpha=\beta}+\frac{\partial W_A(\alpha,\beta)}{\partial\beta}\big|_{\alpha=\beta}$ が成立することに注意すると，$\alpha=\beta$ の場合の α の変化に伴う社会厚生の変化は，3.3.1節の表3.3と3.3.2節の表3.4で提示した偏微分の項を合計し，$\alpha=\beta$ の値で評価して求められる．従って，α に関する効果と β に関する効果の 2 つが合成されており，$\alpha=\beta$ の時の α の比較静学は 2 つの効果が組み合わさって働くため複雑となる．このため，2 つの効果のうちどちらが大きな影響を与えるかに依存して，α と共に社会厚生が増加するか減少するかが決定する．従って以下では，どちらの効果が合併後社会厚生により大きな影響を与えるかについて詳細を考察せず，比較静学の結果のみを提示する．[15]

$\alpha=\beta$ の時に均衡諸変数を α で微分した結果を，表3.5にまとめる．

$$
\begin{array}{l}
\frac{dq_{MA}}{d\alpha}\big|_{\alpha=\beta}=\frac{n(q_{MA}-\Delta c)}{n(1-\alpha)+1}=\frac{n(a-c-(n+1)\Delta c)}{(n(1-\alpha)+1)^2}>0\\
\frac{dq_A}{d\alpha}\big|_{\alpha=\beta}=-\frac{(q_{MA}-\Delta c)}{n(1-\alpha)+1}=-\frac{(a-c-(n+1)\Delta c)}{(n(1-\alpha)+1)^2}<0\\
\frac{dQ_A}{d\alpha}\big|_{\alpha=\beta}=\frac{q_{MA}-\Delta c}{n(1-\alpha)+1}=\frac{a-c-(n+1)\Delta c}{(n(1-\alpha)+1)^2}>0\\
\frac{dp_A}{d\alpha}\big|_{\alpha=\beta}=-\frac{dQ_A}{d\alpha}\big|_{\alpha=\beta}<0\\
\frac{d\pi_{MA}}{d\alpha}\big|_{\alpha=\beta}=\frac{[(n(1-\alpha)-1)q_{MA}-2n(1-\alpha)\Delta c]q_{MA}}{n(1-\alpha)+1}\gtreqless 0\Leftrightarrow(n(1-\alpha)-1)q_{MA}\gtreqless 2n(1-\alpha)\Delta c\\
\frac{d\pi_A}{d\alpha}\big|_{\alpha=\beta}=-\frac{2q_A(q_{MA}-\Delta c)}{n(1-\alpha)+1}=-\frac{2(a-c-(n+1)\Delta c)q_A}{(n(1-\alpha)+1)^2}<0\\
\frac{dW_A}{d\alpha}\big|_{\alpha=\beta}=\frac{[n(1-\alpha)(a-c)-(n^2(1-\alpha)(2-\alpha)+3n(1-\alpha)+1)\Delta c]q_{MA}-(n-1)(a-c-(n+1)\Delta c)q_A}{(n(1-\alpha)+1)^2}\gtreqless 0\\
\Leftrightarrow[n(1-\alpha)(a-c)-(n^2(1-\alpha)(2-\alpha)+3n(1-\alpha)+1)\Delta c]q_{MA}\gtreqless(n-1)(a-c-(n+1)\Delta c)q_A
\end{array}
$$

表 3.5: $\alpha=\beta$ の時の合併後均衡諸変数の α に関する微係数

$\alpha=\beta$ の時の合併後均衡の α に関する比較静学の結果をまとめると，次の通りである．第一に，α の増加は合併企業の生産量の増加，非合併私企業の生産量の減少，総生産量増加，価格下落，非合併私企業の利潤減少をもたらす ($\frac{dq_{MA}}{d\alpha}\big|_{\alpha=\beta}>0$, $\frac{dq_A}{d\alpha}\big|_{\alpha=\beta}<0$, $\frac{dQ_A}{d\alpha}\big|_{\alpha=\beta}>0$, $\frac{dp_A}{d\alpha}\big|_{\alpha=\beta}<0$, $\frac{d\pi_A}{d\alpha}\big|_{\alpha=\beta}<0$)．既に3.3.1節と3.3.2節で見たように，生産量や非合併私企業の利潤などの均衡諸変数への α の影響と β の影響は反対に働く場合が多いが，α の影響が β の影響を常に上回ることが確認できる．言い換えれば，$\alpha=\beta$ の時，目的関数における社会厚生へのウエイト増加の効果が，技術的効率性の減少効果を上回る．一方，合併企業の利潤と社会厚生に関しては，α と企業数 n に依存して，微係数の符号は確定しない．第二に，合併企業の利潤に関して $\frac{d\pi_{MA}}{d\alpha}\big|_{\alpha=\beta}\gtreqless 0\Leftrightarrow(n(1-\alpha)-1)q_{MA}\gtreqless 2n(1-\alpha)\Delta c$ が成立する．私企業数 $n=1$ 社の時，$-\alpha q_{MA}<2(1-\alpha)\Delta c$ より $\frac{d\pi_{MA}}{d\alpha}\big|_{\alpha=\beta}<0$ が成立し，π_{MA} は α

[15] $\alpha=\beta$ なので $c_M=c+\alpha\Delta c$ である．

の減少関数となる．$n \geq 2$ 社の時は $\left.\frac{d\pi_{MA}}{d\alpha}\right|_{\alpha=\beta}$ の符号は，α と n の大きさに依存する．$\alpha = 1$ の時，$-q_{MA} < 0$ より必ず $\left.\frac{d\pi_{MA}}{d\alpha}\right|_{\alpha=\beta} < 0$ だが，それ以外は一般的には，α と企業数 n の相対的な大きさによって符号が決まる．

第三に，社会厚生に関しては，$\left.\frac{\partial W_A}{\partial\alpha}\right|_{\alpha=\beta}$ の符号は表3.5で示した複雑な条件式に依存することしかわからない．符号条件が複雑となる理由は，3.3.1節と3.3.2節で説明した α と β 両方の効果が影響し，どちらの効果が上回るのかに符号が依存するからである．$\alpha = 1$ の時 $\left.\frac{\partial W_A}{\partial\alpha}\right|_{\alpha=\beta=1} < 0$ であることは言えるが，それ以外は $\Delta c > 0$ の相対的な大きさに依存し，一般的には α と企業数 n の相対的な大きさによって符号が決まる．基本的には，目的関数における社会厚生へのウエイトが $\alpha = 0$ から増加するにつれて，社会厚生が増大する傾向にある（ただし増大するかどうかは企業数 n に依存する）．一方，$\beta = 0$ が増加するにつれて技術的効率性が失われるので，社会厚生が減少する．前者の効果を「社会厚生追求効果」，後者の効果を「技術改善停滞効果」と名付けると，この二つの相反する効果の相対的な大きさに依存して，α の増加と共に社会厚生が増加するか減少するかが決定する．

最後に，$\alpha = \beta$ の時の α と合併後社会厚生 W_A との関係について，数値計算の結果を提示する．数値例 $a = 10, c_0 = 1, c = 0\ (\Delta c = 1)$ の下で，$\alpha = \beta$ のケースをケース 4 として，その下で私企業数 $n = 1, 2, 5$ 社の場合の α と合併後社会厚生の関係を図示したものが，図3.4である．

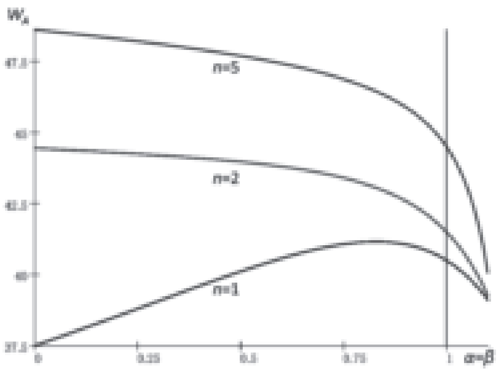


図 3.4: 合併後社会厚生 W_A（ケース 4）

$(a = 10, c_0 = 1, c = 0, \alpha = \beta)$

図3.4の W_A のグラフは，おおよそ図3.1と図3.3の W_A の高さを足し合わせたグラフの形状をしており，この数値例では私企業数 n が多い時に W_A が α の減少関数となっている．n が大きい時は，合併企業の目的関数へのウエイト α の増加よりも，β の増加に伴う技術的効率性の減少が，社会厚生にもたらす影響が大きくなることが確認できる．

3.4 合併前後の均衡比較

この節では合併前後の均衡諸変数を比較する．3.1節の表3.1と3.2節の表3.2でまとめた均衡諸変数のうち生産量，利潤，社会厚生を比較すると，大小関係は表3.6に示された符号条件に依存する．

$q_{0B} \gtreqless q_{MA}$	$\Leftrightarrow \Delta c \lesseqgtr \frac{n(1-\alpha)(a-c)}{(n+1)(n(1-\alpha)+1)-n\beta}$
$q_B \gtreqless q_{MA}$	$\Leftrightarrow \Delta c \gtreqless \frac{a-c}{n(1-\alpha+\beta)+1}$
$q_B \gtreqless q_A$	$\Leftrightarrow \Delta c \gtreqless \frac{(1-\alpha)(a-c)}{n(1-\alpha)+1-\beta}$ $(\alpha \neq 1, \beta \neq 1)$
$Q_B \gtreqless Q_A$	$\Leftrightarrow \Delta c \lesseqgtr \frac{(1-\alpha)(a-c)}{n(1-\alpha)+1-\beta}$ $(\alpha \neq 1, \beta \neq 1)$
$\pi_{0B} \leq \pi_{MA}$	$\Leftrightarrow \alpha \leq 1$
$\pi_B \gtreqless \pi_{MA}$	$\Leftrightarrow \Delta c \gtreqless \frac{(1-\alpha)^{\frac{1}{2}}(a-c)}{n(1-\alpha)+n\beta(1-\alpha)^{\frac{1}{2}}+1}$
$\pi_B \gtreqless \pi_A$	$\Leftrightarrow \Delta c \gtreqless \frac{(1-\alpha)(a-c)}{n(1-\alpha)+1-\beta}$ $(\alpha \neq 1, \beta \neq 1)$
$W_B \gtreqless W_A$	$\Leftrightarrow Y(\alpha,\beta) \equiv (1-\alpha)^2(a-c)^2 + X_1(a-c)\Delta c - X_2(\Delta c)^2 \gtreqless 0$

表 3.6: 合併前後の均衡諸変数の大小関係

$$(X_1 = X_1(\alpha,\beta) \equiv 2\beta(n+2-(n+1)\alpha) - 2(n(1-\alpha)+1)^2,$$
$$X_2 = X_2(\alpha,\beta) \equiv \beta^2(2n^2(1-\alpha)+2n-1) - (2n+1)(n(1-\alpha)+1)^2)$$

表3.6より，合併前後の均衡諸変数の大小関係は，公企業と私企業の費用格差 Δc の大きさに依存している．はじめに生産量の比較について述べる．第一に，合併前の公企業生産量 q_{0B} と合併企業の生産量 q_{MA} を比較すると，$\alpha = 1$ の時必ず $q_{0B} < q_{MA}$ となるが，α が 0 に近い時は大小関係は費用格差に依存する．[16] 第二に，合併前の私企業生産量 q_B と合併企業の生産量 q_{MA} を比較すると，$\alpha \geq \beta$ ならば $q_B < q_{MA}$ となるが，それ以外の場合は費用格差に依存する．第三に，合併前の私企業生産量 q_B と合併後の私企業生産量 q_A を比較すると，$\alpha = 1, \beta \neq 1$ の時必ず $q_B > q_A$ となる．$\alpha = \beta = 1$ の時は $q_B = q_A = \Delta c$ が成立する．さらに $\alpha \leq \beta$ ならば $q_B \leq q_A$ が成立する．[17] 第四に，合併前後の総生産量 Q_B と Q_A を比較すると，$q_B \gtreqless q_A \Leftrightarrow Q_B \lesseqgtr Q_A$ が成り立つことが確認できる．すなわち，合併前後の私企業生産量の大小関係と総生産量の大小関係を決定する条件は，符号が逆になっている．$\alpha = 1, \beta \neq 1$ の時 $Q_B < Q_A$, $\alpha = \beta = 1$ の時 $Q_B = Q_A = a - c_0$ であり，$\alpha \leq \beta$ ならば $Q_B \geq Q_A$ が成立する．

次に利潤を比較する．第一に，合併前の公企業利潤は $\pi_{0B} = 0$ なので $\alpha \neq 1$ ならば必ず合併企業の利潤の方が大きい ($\pi_{0B} = 0 < \pi_{MA}$)．第二に，合併前の私企業利潤 π_B と合併企業の利潤 π_{MA} を比較すると，$\alpha = 1$ の時 $\pi_B > \pi_{MA}$ が成立する．第三に，合併前後の私企業利潤 π_B と π_A を比較すると，私企業利潤の大小関係を決める条件は私企業生産量の大小関係を決める条件と同一である．

16 $\frac{1}{1+n} > \frac{n(1-\alpha)}{(n+1)(n(1-\alpha)+1)-n\beta}$ が成立するので，合併前公企業の生産量が正である仮定 $\Delta c < \frac{a-c}{n+1}$ からは，大小関係を特定できない．

17 $\frac{1}{n+1} \leq \frac{1-\alpha}{n(1-\alpha)+1-\beta}$ が成立するので，$\Delta c < \frac{a-c}{n+1}$ の下で必ず $\Delta c < \frac{1-\alpha}{n(1-\alpha)+1-\beta}$ が成立する．

すなわち $q_B \gtreqless q_A \Leftrightarrow \pi_B \gtreqless \pi_A$ である．$\alpha = 1, \beta \neq 1$ の時 $\pi_B > \pi_A$, $\alpha = \beta = 1$ の時 $\pi_B = \pi_A = (\Delta c)^2$ が成立し，$\alpha \leq \beta$ ならば $\pi_B < \pi_A$ が成立する．

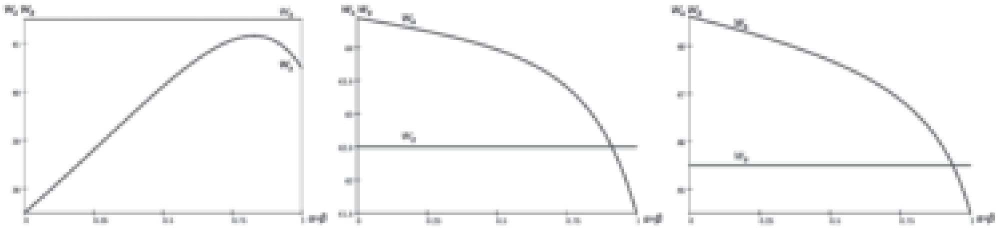
続いて合併前後の社会厚生比較を行う．合併後社会厚生が多くのパラメータ $(a, c, \Delta c, n, \alpha, \beta)$ に依存した複雑な関数となるため，一般的な大小関係を考察することは極めて困難である．合併前後の社会厚生の大小関係は表3.6の符号条件に従い，(α, β, n) の大きさに依存して決まる．以下では，合併後均衡のパラメータ (α, β) に関して，2 つの典型的状況を想定して分析を行う．第一に，3.3節で説明した $\alpha = \beta$ となるケースである．第二に，$\alpha > 0$ $\beta = 0$ となるケースである．この 2 つのケースに限定して，合併前後の社会厚生の大きさを比較する．

3.4.1　$\alpha = \beta$ のケース

考察すべき一つの典型的な状況として，$\alpha = \beta$ のケースを考える．このケースは，目的関数のウエイト α と技術的非効率性の程度 β が等しく，合併前の公企業と私企業の交渉力の程度が，合併企業の目的関数に影響を与えるのみならず，合併企業の選択する技術的効率性の程度にも等しく影響を与える状況である．従ってこの状況では，α の増加に伴うプラスの「社会厚生追求効果」と β の増加に伴うマイナスの「技術改善停滞効果」という，相反する 2 つの効果が混在している．

まず極端なケースとして，$\alpha = \beta = 1$ の時，すなわち合併企業が社会厚生最大化を目指す一方，技術的効率性が全く改善されない時，合併により社会厚生は必ず減少する $(W_B > W_A)$．反対に $\alpha = \beta = 0$ の時，すなわち合併企業が利潤最大化を追求し，技術的効率性が完全に実現される時，合併前後の社会厚生の大小関係は費用格差 Δc の大きさに依存する．詳細な式の展開は補論A.2を参照せよ．一方，中間に位置するケースとして，$\alpha = \beta = 0.5$ の時を考える．このケースは，合併前の公企業と私企業の交渉力が等しく，目的関数における社会厚生と企業利潤のウエイトが等しくなると同時に，合併後も公企業と私企業の生産技術を等しく利用する状況に相当する．$\alpha = \beta = 0.5$ の時，費用格差 Δc の水準に依存して次の結果が導かれる（結果の導出は補論A.2を参照）．1. 費用格差が非常に小さい時 $(\Delta c < \frac{a-c}{x^+})$，合併後に社会厚生は減少する $(W_B > W_A)$．2. 費用格差が拡大しある水準を超える時 $(\frac{a-c}{x^+} < \Delta c < \frac{a-c}{x^-})$，合併後に社会厚生は増加する $(W_B < W_A)$．3. さらに費用格差が拡大する時 $(\frac{a-c}{x^-} < \Delta c (< \frac{a-c}{n+1}))$，再び合併後に社会厚生は減少する $(W_B > W_A)$．

$\alpha = \beta = 0.5$ の時の合併後社会厚生 W_A の数値計算結果は，ケース 4 として既に3.3.3節の図3.4にて示されている．ケース 4 の数値例 $(a = 10, c_0 = 1, c = 0, \Delta c = 1, \alpha = \beta)$ で，$n = 1, 2, 5$ 社のそれぞれの合併前後の社会厚生 W_B と W_A を，図3.5に示す（関数形は補論A.1参照）．$n = 1$ 社の時，$\alpha = \beta$ の値にかかわらず常に $W_B > W_A$ が成立している．$n = 2, 5$ 社の時は，W_B と W_A のどちらが大きいかは $\alpha = \beta$ の値に依存する．$\alpha = \beta = 0.5$ の時に $W_B < W_A$ が成立し，この数値例では合併後に社会厚生が大きくなっている．



(a) $n=1$　(b) $n=2$　(c) $n=5$

図 3.5: ケース 4 の社会厚生比較
$(a=10, c_0=1, c=0, \alpha=\beta)$

3.4.2　$\alpha>0, \beta=0$ のケース

続いてもう一つの典型的な状況として，$\alpha>0, \beta=0$ のケースを考える．このケースは，目的関数の社会厚生へのウエイトが正である一方，合併前公企業の非効率的な生産技術を全て廃止し，私企業の効率的生産技術を導入する状況である．合併企業は最も効率的な技術的効率性を採用できる．[18] 従ってこのケースは3.4.1節の状況とは異なり，α の増加に伴うプラスの「社会厚生追求効果」だけが存在し，合併は必ず最大限の「技術改善効果」をもたらす状況を描写している．

$\alpha=1, \beta=0$ の時，すなわち合併企業が社会厚生最大化を目指し，技術的効率性が完全に実現する時，合併により社会厚生は必ず増加する $(W_B<W_A)$．反対に $\alpha=0, \beta=0$ の時，社会厚生の大小関係は費用格差 Δc の大きさに依存する．詳細は補論A.2を参照せよ．いずれにせよ $\frac{dW_A}{d\alpha}\geq 0$ が成立し，このケースにおいて W_A は α の増加関数である．$\alpha=0.5, \beta=0$ の時を考えるとこの状況は，合併後に最も効率的な技術を採用し，目的関数における社会厚生と企業利潤のウエイトがちょうど折半される状況である．この時，費用格差 Δc の水準に依存して次の結果が導かれる．1. 費用格差が小さい時 $(\Delta c<\frac{a-c}{y^+})$，合併後に社会厚生は減少する．2. 費用格差がある閾値を超えて拡大すると $(\Delta c\in(\frac{a-c}{y^+},\frac{a-c}{n+1}))$，合併後に社会厚生が大きくなる．これが生じる理由は，費用格差が大きい時，合併後の技術効率性改善効果が大きくなるので，社会厚生が改善し易いからである．

$\alpha=0.5, \beta=0$ の時の合併後社会厚生 W_A の数値計算結果は，ケース 2 として既に3.3.1節の図3.2にて示されている．数値例 $(a=10, c_0=1, c=0, \Delta c=1, \beta=0)$ で，$n=1,2,5$ 社のそれぞれの合併前後の社会厚生 W_B と W_A を図3.6に示す（関数形は補論A.1参照）．この数値例では，$\alpha=\beta=0.5$ の時と異なり，$n=1,2,5$ 社全てのケースで，$\alpha=0.5$ の時に合併後社会厚生が大きくなることが確認できる．技術的効率性の改善が合併後社会厚生の増加に大きく寄与している．

3.4.1節と3.4.2節の結果から，$\alpha=\beta=0.5$ のケースと $\alpha=0.5, \beta=0$ のケースの合併前後の社会厚生の大小関係を要約すると，図3.7 の通りである．この図より技術的効率性が改善される $\beta=0$ の方が，合併後に社会厚生が大きくなる費用格差 Δc の範囲が拡大することがわかる．

[18] 合併後に最も非効率的な技術を採用するケース $(\beta=1)$ も形式的には検討できるが，非現実的状況なので扱わない．

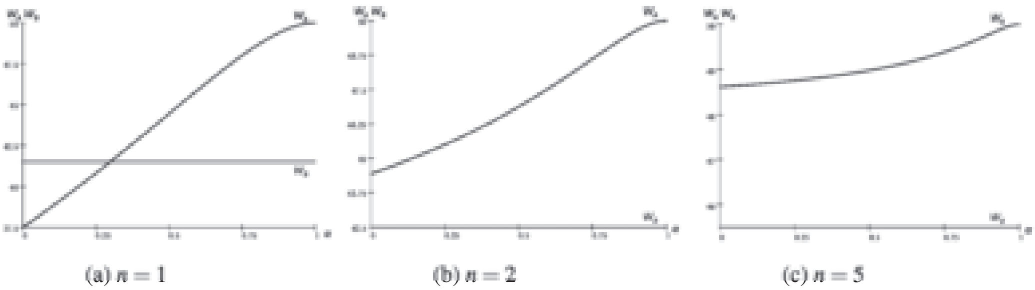


図 3.6: ケース 2 の社会厚生比較
($a = 10$, $c_0 = 1$, $c = 0$, $\beta = 0$)

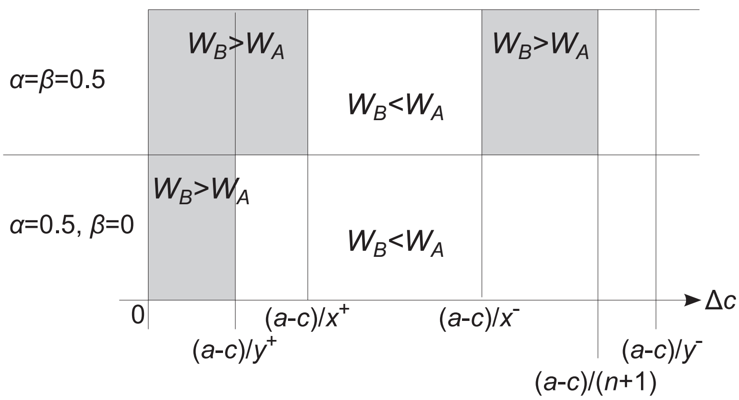


図 3.7: 合併前後の社会厚生の比較

3.5　企業の合併参加条件

続いて，公企業と私企業が合併に参加するか否かについて考察する．第一に，公企業が合併に参加するためには，合併後社会厚生 W_A が合併前社会厚生 W_B 以上であることが必要である．すなわち $W_B \leq W_A$ が，公企業が合併に参加するための合併参加条件である．前節3.4節において既に，合併前後の社会厚生の大小関係について説明してある．$\alpha = \beta = 0.5$ の時と $\alpha = 0.5, \beta = 0$ の時，図3.7で示されるように費用格差 Δc がある範囲内に位置する時に，$W_B \leq W_A$ が成立し，公企業の合併参加条件が満たされる．

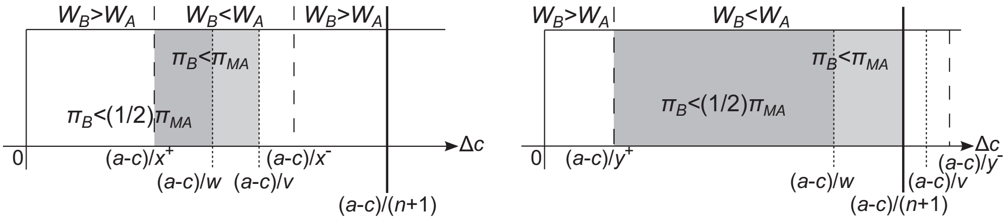
第二に，企業利潤の観点からは，両企業が合併に参加するためには，少なくとも公企業と私企業の合併前利潤合計 $\pi_{0B} + \pi_B$ を合併企業の利潤 π_{MA} が上回る必要がある $(\pi_{0B} + \pi_B \leq \pi_{MA})$．しかし，合併前公企業の利潤は 0 なので $(\pi_{0B} = 0)$，企業利潤から見た合併参加条件は，合併前私企業利潤が合併企業利潤を上回る条件となる $(\pi_B \leq \pi_{MA})$．表3.1と表3.2より，$\pi_B \leq \pi_{MA} \Leftrightarrow \Delta c \leq (1-\alpha)^{\frac{1}{2}} q_{MA}$ である．

第三に，私企業が合併に参加するためには，合併企業利潤からの私企業の取り分が合併前私企業利潤 π_B 以上であることが必要である．合併企業利潤を合併前の公企業部門と私企業部門とでどう分けるかを考える際，公企業と私企業とで合併利潤を α と $1-\alpha$ の比率で分配すると想定するならば，私企業の合併参加条件は $\pi_B \leq (1-\alpha)\pi_{MA}$ となる．簡単な計算より，$\pi_B \leq (1-\alpha)\pi_{MA} \Leftrightarrow \Delta c \leq (1-\alpha) q_{MA}$ と計算できる．

$\alpha = \beta = 0.5$ のケースで，公企業の合併参加条件 $(W_A \leq W_B)$ が成立する時に，合併参加条件が満たされるかどうかは，費用格差の水準に依存する．企業利潤から見た合併参加条件 $\pi_B \leq \pi_{MA}$ について言えば，$n = 1, 2$ 社の時 $W_B \leq W_A$ が成立すれば必ず $\pi_B \leq \pi_{MA}$ が成立している．一方 $n \geq 3$ 社の時は $W_B \leq W_A$ が成立しても，合併参加条件を満たさない場合がある．私企業の合併参加条件 $\pi_B \leq \frac{1}{2}\pi_{MA}$ を考える場合も同様の結論が導かれる．$n = 1$ 社の時は $W_B \leq W_A$ が成立すれば必ず $\pi_B \leq \frac{1}{2}\pi_{MA}$ が成立するが，$n \geq 2$ 社の時は $W_B \leq W_A$ が成立しても，私企業の合併参加条件を満たさない場合がある．次に $\alpha = 0.5, \beta = 0$ のケースを考える．企業利潤から見た合併参加条件 $\pi_B \leq \pi_{MA}$ について言えば，$n \geq 2$ 社の時必ず $\pi_B \leq \pi_{MA}$ が成立する．私企業の合併参加条件 $\pi_B \leq \frac{1}{2}\pi_{MA}$ については，n の大きさにかかわらず，$W_B < W_A$ が成立しても，合併参加条件を満たさない場合が必ず存在する．上述した内容を図にまとめると図3.8の通りである．

3.6　混合寡占市場における私企業同士の合併

第3節の最後に，混合寡占市場における私企業同士の合併について簡単に触れる．表3.1の合併前の混合寡占市場均衡より，私企業利潤は $\pi_B = (\Delta c)^2$ である．混合寡占市場で私企業同士が m 社合併すると，市場の私企業数が n 社から $(n-m+1)$ 社に減少する混合寡占市場競争になる．混合寡占市場の下で，私企業利潤は私企業数に依存せず常に $\pi_B = (\Delta c)^2$ であるので，合併によって私企業利潤は決して増加しない．私企業利潤を私企業数 n で表現すると，合併前利潤が $\pi_B(n)$, 私企業同士が合併し



(a) $\alpha=\beta=0.5$　　　　　　　　(b) $\alpha>0,\beta=0$

図 3.8: 企業利潤に関する 2 種類の合併参加条件

(a) $\alpha=\beta=0.5$ の時，$\Delta\in(\frac{a-c}{x^+},\frac{a-c}{x^-})$ ならば $W_B<W_A$; $\Delta c<\frac{a-c}{v}$ ならば $\pi_B<\pi_{MA}$; $\Delta c<\frac{a-c}{w}$ ならば $\pi_B<\frac{1}{2}\pi_{MA}$

(b) $\alpha>0$ $\beta=0$ の時，$\Delta\in(\frac{a-c}{y^+},\frac{a-c}{y^-})$ ならば $W_B<W_A$; $\Delta c<\frac{a-c}{v}$ ならば $\pi_B<\pi_{MA}$; $\Delta c<\frac{a-c}{w}$ ならば $\pi_B<\frac{1}{2}\pi_{MA}$

x^+,x^-,y^+,y^-,v,w とその大小関係については，補論A.2参照.

た後の私企業利潤が $\pi_B(n-m+1)$ で表される．混合寡占市場の下では $\pi_B(n)=\pi_B(n-m+1)=(\Delta c)^2$ が成立するので，合併前私企業の利潤合計が合併後の企業利潤を上回るという，私企業の合併参加条件 $(m\pi_B(n)\leq\pi_B(n-m+1)$ は，決して満たされない．従って線形費用関数モデルでは，混合寡占市場で私企業同士の合併は決して起こらない.

4　2 次費用関数

第 4節では，公企業と私企業の費用関数が同一であり，さらに合併前後で費用関数が変化しない状況を考察する．企業の費用関数は 2 次関数で，$C(q_i)=\frac{k}{2}q_i^2,k>0$ である．第3節で分析した線形費用関数とは異なり，2 次費用関数を分析することのメリットは，合併前後や公企業と私企業間で同一の費用関数を用いた分析ができるという点にある．このため混合寡占市場を分析する既存研究の多くが，2 次費用関数を用いたモデルで分析を行ってきた．線形費用の下では限界費用が一定であるため，公企業が私企業よりも限界費用が高いとする費用格差を前提としないと，混合寡占市場で両企業が共存できない．従って，公企業と私企業とでは費用格差が存在することを前提に，分析が行われてきた．また限界費用が合併前後で変化しないと，合併に伴う生産の効率性についての議論ができない．このため技術的非効率性の程度 β を明示的に導入した分析を，前節で行った.

これとは対照的に 2 次費用関数モデルでは，生産量増加に伴う平均費用逓増，すなわち規模の不経済が存在するので，同一の費用関数の下でも生産水準が大きければ費用が増大する．このため費用逓増の生産技術の下で，目的関数の違いに伴う生産量の多寡が費用非効率性を引き起こす．従って，線形費用関数モデルとは異なり 2 次費用関数モデルでは，技術的効率性がモデルに内在しており，合併企業の技術的効率性の程度を外生的なパラメータを置いて議論する必要がないという大きなメリットがある．以下では，2 次費用関数モデルにおける合併前と合併後の均衡を導出した後，合併前後の社会厚生比較を行う.

4.1 合併前均衡

合併前における，公企業 1 社，私企業 n 社，総企業数 $(n+1)$ 社の混合寡占市場のクールノー均衡を導出する．公企業の社会厚生最大化の 1 階条件を解いて，以下の反応関数を得る．

$$\frac{\partial W}{\partial q_0} = a - Q - kq_0 = 0 \Leftrightarrow q_0 = r_0(\{q_i\}_{i=1}^n) \equiv \frac{a - \sum_{i=1}^n q_i}{k+1} \tag{4.1}$$

一方，私企業 i の自社利潤最大化の 1 階条件を解いて，以下の反応関数を得る．

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} = a - Q - q_i - kq_i = 0 \Leftrightarrow q_i = r_i(q_0, \{q_j\}_{j\neq\{0,i\}}) \equiv \frac{a - q_0 - \sum_{j\neq\{0,i\}} q_j}{k+2} \tag{4.2}$$

私企業は同質的なので $q_i \equiv q,\ \forall i = \{1, \cdots, n\}$ である．同質的私企業の反応関数は次式を満たす．

$$q = r(q_0) \equiv \frac{a - q_0}{n+k+1} \tag{4.3}$$

反応関数 (4.1) と (4.3) を連立して，クールノー均衡生産量は以下の通り求められる．[19]

$$q_0 = \frac{(k+1)a}{(k+1)^2 + nk} \tag{4.4}$$

$$q = \frac{ka}{(k+1)^2 + nk} \tag{4.5}$$

合併前のクールノー均衡諸変数を要約すると，表4.1の通りである．

		合併前
公企業の生産量	q_{0B}	$\frac{(k+1)a}{D}$
私企業の生産量	q_B	$\frac{ka}{D}$
総生産量	Q_B	$\frac{(nk+k+1)a}{D}$
価格	p_B	$\frac{k(k+1)a}{D}$
公企業の利潤	π_{0B}	$\frac{k(k+1)^2a^2}{2D^2}$
私企業の利潤	π_B	$\frac{k^2(k+2)a^2}{2D^2}$
社会厚生	W_B	$\frac{[(k+1)^3+nk(k^2+4k+2+nk)]a^2}{2D^2}$

表 4.1: 合併前均衡
$(D \equiv (k+1)^2 + nk)$

合併前の公企業と私企業の生産量を比較すると，表4.1より常に，公企業の生産量が私企業の生産量を上回ることが確認できる $(q_{0B} > q_B)$.

[19] 線形費用関数モデルと異なり，2 次費用関数モデルでは必ず，企業の生産量が正であることが保証される．

4.2　合併後均衡

次に，公企業1社と私企業1社の合併後の均衡を導出する．合併後は，合併企業1社，私企業 $(n-1)$ 社，総企業数 n 社によるクールノー競争が行われる．合併企業は目的関数 $W_M \equiv \alpha W + (1-\alpha)\pi$ を最大化する生産量 q_M を選択する．合併企業の最大化の 1 階条件を解き，以下の反応関数を得る．

$$\frac{\partial W_M}{\partial q_M} = \alpha(a - Q - kq_M) + (1-\alpha)(a - Q - q_M - kq_M) = 0$$
$$\Leftrightarrow q_M = r_M(\{q_i\}_{i=2}^n) \equiv \frac{a - \sum_{i=2}^n q_i}{k+2-\alpha} \tag{4.6}$$

私企業 i の利潤最大化の 1 階条件は合併前と同じで，反応関数は次式の通りである．

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} = a - Q - q_i - kq_i = 0 \Leftrightarrow q_i = r_i(q_M, \{q_j\}_{j \neq \{M,i\}}) \equiv \frac{a - q_M - \sum_{j \neq \{M,i\}} q_j}{k+2} \tag{4.7}$$

私企業は同質的なので $q_i \equiv q, \forall i = \{2, \cdots, n\}$ が成立する．同質的私企業の反応関数は次式を満たす．

$$q = r(q_M) \equiv \frac{a - q_M}{n+k} \tag{4.8}$$

反応関数 (4.6) と (4.8) を連立して，クールノー均衡生産量は以下の通り求められる．

$$q_M = \frac{(k+1)a}{(k+1)(n+k+1) - (n+k)\alpha} \tag{4.9}$$
$$q = \frac{(k+1-\alpha)a}{(k+1)(n+k+1) - (n+k)\alpha} \tag{4.10}$$

合併後のクールノー均衡諸変数を要約すると，表4.2の通りである．

		合併後
合併企業の生産量	q_{MA}	$\frac{(k+1)a}{E}$
私企業の生産量	q_A	$\frac{(k+1-\alpha)a}{E}$
総生産量	Q_A	$\frac{(n(k+1)-(n-1)\alpha)a}{E}$
価格	p_A	$\frac{(k+1)(k+1-\alpha)a}{E}$
合併企業の利潤	π_{MA}	$\frac{(k+1)^2(k+2-2\alpha)a^2}{2E^2}(= \frac{k+2-2\alpha}{2}q_{MA}^2)$
私企業の利潤	π_A	$\frac{(k+2)(k+1-\alpha)^2a^2}{2E^2}(= \frac{k+2}{2}q_A^2)$
社会厚生	W_A	$\frac{(k+3-2\alpha)q_{MA}^2+2(n-1)q_{MA}q_A+(n-1)(n+k+1)q_A^2}{2}$

表 4.2: 合併後均衡
$(E \equiv (k+1)(n+k+1) - (n+k)\alpha)$

合併後の合併企業と私企業の生産量を比較すると，合併企業の生産量は非合併私企業の生産量よりも大きい $(q_{MA} > q_A)$.

4.3 合併後均衡の比較静学

表4.2に要約した合併後の均衡諸変数は，合併企業の目的関数における社会厚生へのウエイト α に依存している．α の程度は，合併後の企業目的を巡る合併前の公企業と私企業の間の交渉力の強さを反映している．以下では，合併後均衡におけるパラメータ α に関する比較静学を行う．

4.3.1 α に関する比較静学

均衡諸変数を α で微分した値を，表4.3にまとめる．

$$
\begin{aligned}
&\frac{dq_{MA}}{d\alpha} = \frac{(n+k)(k+1)a}{E^2} > 0\\
&\frac{dq_A}{d\alpha} = -\frac{(k+1)a}{E^2} < 0\\
&\frac{dQ_A}{d\alpha} = \frac{(k+1)^2 a}{E^2} > 0\\
&\frac{dp_A}{d\alpha} = -\frac{dQ_A}{d\alpha} < 0\\
&\frac{d\pi_{MA}}{d\alpha} = \frac{(k+1)(n-1-(n+k)\alpha)a}{E^2} q_{MA} \gtreqless 0 \Leftrightarrow \alpha \lesseqgtr \frac{n-1}{n+k}\\
&\frac{d\pi_A}{d\alpha} = (k+2)q_A \frac{dq_A}{d\alpha} < 0\\
&\frac{dW_A}{d\alpha} = \frac{(k+1)[(n+k)(1-\alpha)q_{MA}-(n-1)q_A]a}{E^2} \gtreqless 0 \Leftrightarrow (n+k)(1-\alpha)q_{MA} \gtreqless (n-1)q_A
\end{aligned}
$$

表 4.3: 合併後均衡諸変数の α に関する微係数

合併後均衡の α に関する比較静学の結果をまとめると，次の通りである．第一に，α の増加は合併企業の生産量の増加，非合併私企業の生産量の減少，総生産量増加，価格下落，非合併私企業の利潤減少をもたらす ($\frac{dq_{MA}}{d\alpha} > 0$, $\frac{dq_A}{d\alpha} < 0$, $\frac{dQ_A}{d\alpha} > 0$, $\frac{dp_A}{d\alpha} < 0$, $\frac{d\pi_A}{d\alpha} < 0$)．合併企業の目的が社会厚生に多くのウエイトを置く時，合併企業の生産量は増大し，総生産量が増加することで消費者余剰は増大する．

第二に，合併企業の利潤に関して $\frac{d\pi_{MA}}{d\alpha} \gtreqless 0 \Leftrightarrow \alpha \lesseqgtr \frac{n-1}{n+k}$ が成立する．これより，合併前に私企業が $n=1$ 社の時，合併後に合併企業は独占となるので，必ず $\frac{d\pi_{MA}}{d\alpha} \geq 0$ が成立する．すなわち，α の増加は合併企業利潤を増加させる．企業数 $n \geq 2$ 社の時は，α が閾値 $(\frac{n-1}{n+k})$ を超えて大きければ W_A は α の減少関数，閾値よりも小さければ増加関数となる．このことから，合併企業の利潤を最大にする α の値は内点 $\alpha \in (0,1)$ であることがわかる．

第三に，社会厚生に関して $\frac{dW_A}{d\alpha} \gtreqless 0 \Leftrightarrow (n+k)(1-\alpha)q_{MA} \gtreqless (n-1)q_A$ が成立する．合併前私企業が $n=1$ 社ならば $(1+k)(1-\alpha)q_{MA} \geq 0$ より必ず，社会厚生は α の非減少関数となる ($\frac{dW_A}{d\alpha} \geq 0$)．等号は $\alpha = 1$ の時のみ成立する．私企業数が $n \geq 2$ 社の時，社会厚生が α の増加関数となるか否かは，α と企業数 n の相対的な関係によって決まる．$\frac{dW_A}{d\alpha} \gtreqless 0 \Leftrightarrow \alpha \lesseqgtr \frac{(k+1)^2}{k(n+k+1)+1}$ が成立するので，α がこの閾値を超えて大きければ W_A は α の減少関数，小さければ増加関数となる．私企業数 $n \geq 2$ 社で $\alpha = 1$ の時，必ず $\frac{dW_A}{d\alpha}|_{\alpha=1} < 0$ なので，合併企業が社会厚生最大化を目的とする場合 $(\alpha = 1)$ には，社会厚生が最大化されない．一方，$n \geq 2$ 社で $\alpha = 0$ の時，必ず $\frac{\partial W_A}{\partial \alpha}|_{\alpha=0} > 0$ が成立する．このことから，社会厚生を最大化する目的関数のウエイト α^* は内点となる．逆説的だが，社会厚生が最大化されるためには，社会厚生最大化とは異なる目的を持つ方が良い．上述した合併企業

の目的関数における社会厚生へのウエイトについての結論は，Matsumura (1998) における民営化の結論と対応している．α に関する上述の比較静学の結果が生じる基本的なロジックは，線形費用関数のところで述べたものとほぼ同じであるので，説明を繰り返さない．要約すると以下の命題を得る．

命題 3.
2 次費用関数モデルで，公企業と私企業の合併を考える．
(i) 私企業 $n=1$ 社の時，社会厚生が最大となる独占合併企業の目的関数のウエイトは，
端点 $\alpha^*=1$ である．
(ii) 私企業数が $n\geq 2$ 社の時，社会厚生が最大となる合併企業の目的関数のウエイトは，
内点 $\alpha^*\in(0,1)$ となる．

証明. 上述の説明より明らか． □

命題3の主張は以下の通りである．公企業と私企業が合併する際，社会厚生を最大にする合併企業の目的は，合併企業が独占の時のみ社会厚生最大化である（命題3(i)）．合併企業が市場競争に直面する時は，社会厚生と企業利潤の加重平均を目的とするのが社会厚生最大化である（命題3(ii)）．この結論は，部分民営化が社会厚生を最大化することを示した既存研究の結論に対応している．第3節の命題 1の結論との違いは，線形費用関数の場合，技術的効率性の程度 β に依存して，社会厚生を最大化するウエイトが内点になる場合と端点となる場合が生じたが，2 次費用関数モデルでは，技術的効率性がモデル自体によって内生的に決定されるので，合併企業の生産技術選択を考慮しなくとも，常に内点になるという結果が導出される点である．

最後に，α と合併後社会厚生 W_A の関係について，数値計算の結果を提示する．$a=10, k=1$ の数値例で，合併前の私企業数が $n=1,2,5$ 社それぞれについて，α と合併後社会厚生の関係を図示したものが，図4.1である．図4.1からは命題 1で示されるのと同様に，私企業数が $n=1$ 社の時，端点 $\alpha^*=1$ で社会厚生が最大となり，私企業数が $n=2,5$ 社の時は，社会厚生を最大化するウエイトが内点 $\alpha^*\in(0,1)$ になる点が確認できる．

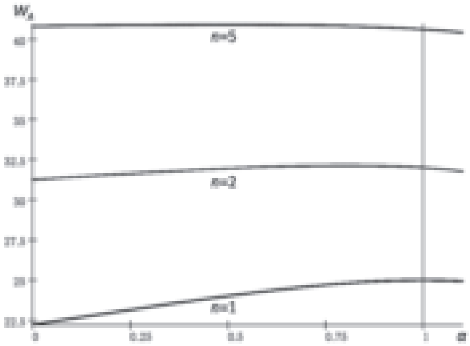


図 4.1: 合併後社会厚生 W_A
$(a = 10, k = 1)$

4.4　合併前後の均衡比較

この節では，合併前後の均衡諸変数を比較する．4.1節の表4.1と4.2節の表4.2 でまとめた均衡諸変数から生産量，利潤，社会厚生を比較すると，大小関係は表4.4に示された符号条件に依存する．

$q_{0B} \gtreqless q_{MA}$	$\Leftrightarrow \alpha \lesseqgtr \frac{n}{n+k}$
$q_B < q_{MA}$	$\Leftrightarrow k(n+k)\alpha + (k+1)^2 > 0$
$q_B < q_A$	$\Leftrightarrow \alpha < \frac{(k+1)^2}{2k+1}$
$Q_B > Q_A$	$\Leftrightarrow \alpha < \frac{(k+1)^2}{2k+1}$
$\pi_{0B} \gtreqless \pi_{MA}$	$\Leftrightarrow kE^2 \gtreqless (k+2-2\alpha)D^2$
$\pi_B \gtreqless \pi_{MA}$	$\Leftrightarrow k^2(k+2)E^2 \gtreqless (k+1)^2(k+2-2\alpha)D^2$
$\pi_B < \pi_A$	$\Leftrightarrow \alpha < \frac{(k+1)^2}{2k+1}$
$W_B \gtreqless W_A$	$\Leftrightarrow H(\alpha,k) \gtreqless 0$

表 4.4: 合併前後の均衡諸変数の大小関係

$$
\begin{aligned}
(H(\alpha,k) \equiv\ & (k+1)^3[k^4+2(n+2)k^3+(n^2+3n+6)k^2-(n^2-n-4)k+1] \\
& -2(k+1)^2[k^4+2(n+2)k^3+(n^2+3n+6)k^2-(n^2-2n-4)k+1]\alpha \\
& +[2k^5+4(n+2)k^4+(2n^2+8n+13)k^3+(8n+11)k^2-(n^2-3n-5)k+1]\alpha^2)
\end{aligned}
$$

はじめに生産量を比較する．第一に，合併前の公企業生産量 q_{0B} と合併企業の生産量 q_{MA} を比較すると $q_{0B} \gtreqless q_{MA} \Leftrightarrow \alpha \lesseqgtr \frac{n}{n+k} \in (0,1)$ より，α が小さい時 q_{0B} が大きく，α が大きい時には q_{0B} が小さくなる．この事実は，合併企業が社会厚生に大きいウエイトを置くにつれて，生産量が拡大することから導かれる当然の帰結である．$\alpha = 1$ の時 $q_{0B} < q_{MA}$ であり，$\alpha = 0$ の時 $q_{0B} > q_{MA}$ となっている．第二に，合併前の私企業生産量 q_B と合併企業の生産量を比較すると，合併企業の生産量は合併前私企業の生産量を必ず上回る $(q_B < q_{MA})$．この大小関係が成立する理由は，合併

により企業数が1社減少し市場競争が緩和されることで，各企業の生産量が増加するからである．それに加えて，合併企業が社会厚生にある程度ウエイトを置く以上，利潤最大化企業よりも生産量が増加する．第三に，合併前の私企業生産量 q_B と合併後の私企業生産量 q_A を比較すると，合併前の私企業生産量を合併後私企業生産量は必ず上回る $(q_B < q_A)$．この理由は $q_{MA} > q_B$ で説明したのと同様に，合併により市場競争が緩和されることで各企業の生産量が増加するからである．2次費用関数の下では，技術的効率性のパラメータに依存した線形費用関数モデルとは異なり，基本的に合併後各企業の生産量が増大する．第四に，合併前後の総生産量 Q_B と Q_A を比較すると，必ず合併後に総生産量は減少する $(Q_B > Q_A)$．私企業の個別生産量が合併後に増加する $(q_B < q_{MA}$, $q_B < q_A)$ にもかかわらず総生産量が減少するのは，合併企業が合併前公企業よりも生産量が減少する可能性と，合併に伴う私企業数の減少による寡占化の影響のためである．従って消費者余剰は合併後必ず減少する．

次に利潤を比較する．第一に，合併前の公企業利潤 π_{0B} と合併企業の利潤 π_{MA} を比較すると，$\pi_{0B} \gtreqless \pi_{MA} \Leftrightarrow kE^2 \gtreqless (k+2-2\alpha)D^2 \Leftrightarrow G_1(\alpha,k) \gtreqless 0$ が成立する．[20] $G_1(\alpha,k)$ の符号は (α,k) と企業数 n に依存する．$\alpha = 0$ の時 $G_1(0,k)$ は $n \leq 4$ ならば負となり，$\pi_{0B} < \pi_{MA}$ が成立するが，一般的には (n,k) の相対的な大小関係に依存する．$\alpha = 1$ の時は $G_1(1,k) < 0$ より，$\pi_{0B} < \pi_{MA}$ が成立する．一般的には，(α,k) と n の値に符号は依存する．第二に，合併前の私企業利潤 π_B と合併企業の利潤 π_{MA} を比較すると，$\pi_B \gtreqless \pi_{MA} \Leftrightarrow k^2(k+2)E^2 \gtreqless (k+1)^2(k+2-2\alpha)D^2 \Leftrightarrow G_2(\alpha,k) \gtreqless 0$ が成立する．計算過程は複雑であるが（詳細は補論A.3参照），$G_2(\alpha,k) < 0\ \forall\alpha \in [0,1]$ が成立し，必ず合併前の私企業利潤を合併企業の利潤が上回る $(\pi_B < \pi_{MA})$．[21] 第三に，合併前の私企業利潤 π_B と合併後の私企業利潤 π_A を比較すると，必ず合併後の方が私企業利潤が大きい $(\pi_B < \pi_A)$．これは，非合併企業は企業数減少による寡占化の恩恵に与るからで，当然の帰結である．

続いて合併前後の社会厚生比較を行う．社会厚生が多くのパラメータ (a, k, n, α) に依存した複雑な関数形をしているので，線形費用関数モデルと同様に，一般的な大小関係を考察することは極めて困難である．実際，$H(\alpha,k)$ の符号は (α,k) 及び n の大きさに依存している．従って以下では，α の値が，0, 0.5,1 という特定の状況下で，合併前後の社会厚生の大きさを比較する．

はじめに $\alpha = 1$，すなわち合併企業が社会厚生最大化を目的とする時を考える．$H(1,k) > 0$ より常に $W_B > W_A$ となり，合併は社会厚生を減少させる．一方 $\alpha = 0$，すなわち合併企業が自社利潤最大化する時を考える．$H(0,k)$ の符号は (n,k) の大きさに依存して一意には定まらない．k が十分小さく n が大きい時には $W_B < W_A$ となり得る．私企業数が $n = 1,2$ 社の時は $H(0,k) > 0$ より，$W_B > W_A$ が成立し合併後社会厚生は減少する．合併企業の目的が社会厚生と利潤に等しいウエイトを置く時 $(\alpha = 0.5)$ も，$H(0.5,k)$ の符号は (n,k) の大きさに依存して一意には定まらない．もし $k = 1$ ならば $H(0.5,1) > 0$ より $W_B > W_A$ が成立する．また $n = 1,2$ 社の時も $H(0.5,k) > 0$ となり，

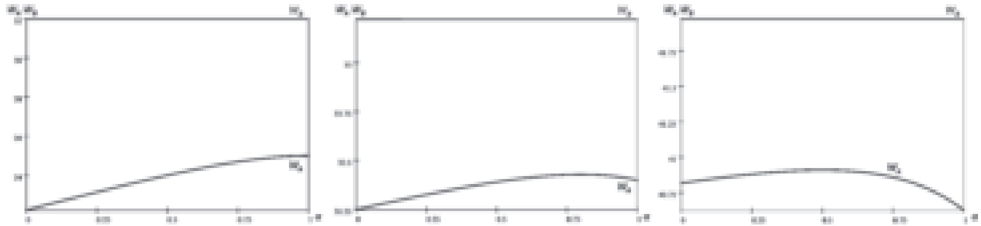
---

[20] $G_1(\alpha,k) \equiv -[2k^4+2(n+4)k^3+4(n+3)k^2-(n+2)(n-4)k+2]+2[2k^3+(n+5)k^2-(n^2-n-4)k+1]\alpha+k(n+k)^2\alpha^2$. $G_1(0,k) = -[2k^4+2(n+4)k^3+4(n+3)k^2-(n+2)(n-4)k+2]$ は，少なくとも $n \leq 4$ ならば，$G_1(0,k) < 0$. $G_1(1,k) = -k^2[2k^2+k(2n+3)+2] < 0$.

[21] $G_2(\alpha,k) \equiv -(k+2)(k+1)^3[2k^2+(2n+3)k+1]+2(k+1)[2k^4+(n+8)k^3-(n^2-4n-10)k^2+(2n+5)k+1]\alpha+k^2(k+2)(n+k)^2\alpha^2$.

$W_B > W_A$ が成立する．他方，$n = 5$ 社の時は，もし $k < 0.0441$ または $k > 0.3275$ ならば $H(0.5, k) > 0$ だが，$k \in (0.0441, 0.3275)$ ならば $H(0.5, k) < 0$ が成立し，費用関数のパラメータ k がある範囲に存在する時に $W_B < W_A$ が成立する．

数値例 $a = 10, k = 1$ の下で $n = 1, 2, 5$ 社のそれぞれにおける，合併前後の社会厚生 W_B と W_A を図4.2に示す（関数形は補論A.4）．上記の数値例 $k = 1$ の下では $\alpha = 0.5$ において，企業数が $n = 1, 2, 5$ 社いずれにおいても，社会厚生は合併後に低下している．

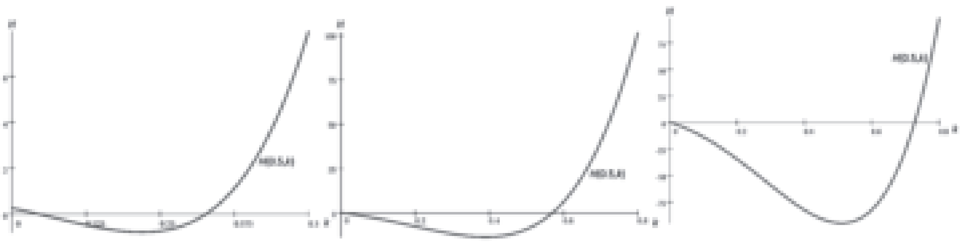


(a) $n = 1$　(b) $n = 2$　(c) $n = 5$

図 4.2: α の変化と社会厚生比較

$(a = 10, k = 1)$

一方，$\alpha = 0.5$ と固定して k の変化に伴う社会厚生の大小関係を考察する．数値例 $a = 10, \alpha = 0.5$ の下で k を変化させる時，$n = 5, 10, 20$ 社のそれぞれについて，合併前後の社会厚生 W_B と W_A を比較する．$W_B \gtreqless W_A \Leftrightarrow H(0.5, k) \gtreqless 0$ より，$H(0.5, k)$ を図示したグラフを図4.3に示す（関数形は補論A.4）．



(a) $n = 5$　(b) $n = 10$　(c) $n = 20$

図 4.3: k の変化と社会厚生比較

$(a = 10, \alpha = 0.5; W_B \gtreqless W_A \Leftrightarrow H(0.5, k) \gtreqless 0)$

上記の数値例では，k が非常に大きい時は $W_B > W_A$ が成立し，k が比較的小さい値の時は，$W_B < W_A$ が成立することが確認できる．社会厚生が合併後に増加するか否かが k の値に依存するおおよその理由は，次の通りである．k は費用関数の傾きを決定するパラメータで，生産費用の効率性を表す．k が非常に大きい時，合併企業が生産量を増やすと生産費用が大幅に増加し社会的に非効率なため，この「費用逓増効果」が合併後社会厚生を減少させる．一方，k がそれほど大きくなけれ

ば，合併企業の生産量増加に伴う費用増加があまり大きくなく,「費用逓増効果」が小さいため合併後社会厚生が大きくなる．実際には，合併前に公企業と私企業の生産量に差があることで生じる「費用増加効果」や，合併後には企業数減少に伴う「総生産量減少効果」が存在するので，こうした複数の効果を合成した結果が図4.3に示されているが，k が相対的に小さい時には，合併企業が非合併私企業よりも多く生産することに伴う「費用逓増効果」が相対的に小さく，このことが合併前と比べて合併後の社会厚生を大きくする理由となっている．

4.5　企業の合併参加条件

続いて，公企業と私企業が合併に参加するか否かについて考察する．第一に，公企業が合併に参加するためには，合併後社会厚生 W_A が合併前社会厚生 W_B 以上であることが必要である．すなわち $W_B \leq W_A$ が，公企業にとっての合併参加条件である．前節4.4節では，主に $\alpha = 0.5$ のケースにおいて，W_B と W_A の大小関係について数値計算結果を図示したが，$H(0.5, k) \leq 0$ が公企業にとっての合併参加条件である．第二に，企業利潤の観点からは，両企業が合併に参加するためには，少なくとも公企業と私企業の合併前利潤合計 $\pi_{0B} + \pi_B$ を合併企業の利潤 π_{MA} が上回る必要がある $(\pi_{0B} + \pi_B \leq \pi_{MA})$．$\pi_{0B} + \pi_B \leq \pi_{MA} \Leftrightarrow I_1(\alpha, k) \leq 0$ が成立するが，この符号は (α, k) と n の相対的な大きさに依存する．第三に，私企業が合併に参加するためには，合併企業利潤からの私企業の取り分が合併前私企業利潤 π_B 以上であることが必要である．公企業と私企業とで合併企業利潤を α と $1-\alpha$ で分配すると想定するならば，私企業の合併参加条件は $\pi_B \leq (1-\alpha)\pi_{MA}$ となる．$\pi_B \leq (1-\alpha)\pi_{MA} \Leftrightarrow I_2(\alpha, k) \leq 0$ が成立するが，この符号についても (α, k) と n の相対的な大きさに依存する．[22]

数値例 $a = 10, \alpha = 0.5$ の下で，$n = 1, 2, 5, 10, 20$ 社の各企業数について，k の値が上記2種類の企業の合併参加条件にどう影響するかをグラフで表したものが図4.4である．企業利潤に関する合併参加条件は $\pi_{0B} + \pi_B \leq \pi_{MA} \Leftrightarrow I_1(0.5, k) \leq 0$ なので $I_1(0.5, k)$ が非正となる時に参加条件が満たされる．一方，私企業利潤に関する合併参加条件は $\pi_B \leq (1-\alpha)\pi_{MA} \Leftrightarrow I_2(0.5, k) \leq 0$ で表され，$I_2(0.5, k)$ が非正となる時に参加条件が満たされる．

この数値例では，私企業数 n が大きくなるにつれて，両方の合併参加制約が共に満たされにくくなることが確認できる．企業数が増えると各企業の生産量が減少し「費用逓増効果」が減少していくためと考えられる．また私企業の合併参加制約は，企業の合計利潤に関する合併参加制約よりも成立する k の範囲が大きいことも確認できる．この事実は，混合寡占市場で私企業と公企業が合併する時，合併前後で企業利潤合計が大きくなる状況よりも，合併企業利潤の私企業への取り分が合併前私企業利潤を上回る状況の方が起こり易いことを意味する．従って，企業利潤全体を考えるよりも，私企業単独の合併インセンティブに注目した方が，合併が受け入れ易い状況にあることが確認できる．

[22] 合併参加条件の関数，$I_1(\alpha, k)$ と $I_2(\alpha, k)$ については，補論A.4を参照せよ．

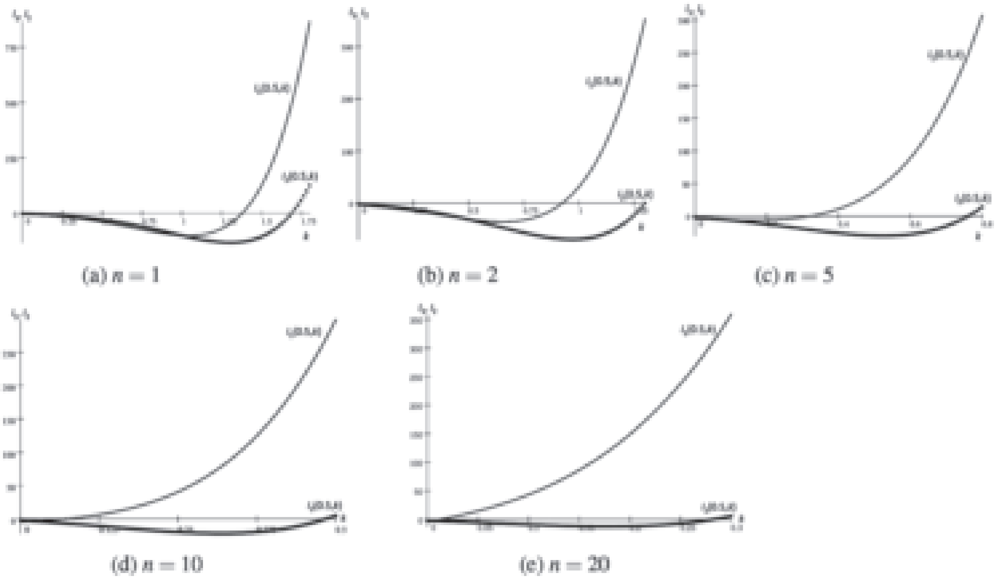


図 4.4: k の変化と合併参加条件

$(a=10,\ \alpha=0.5;\ \pi_{0B}+\pi_B \le \pi_{MA} \Leftrightarrow I_1(0.5,k)\le 0;\ \pi_B \le (1-\alpha)\pi_{MA} \Leftrightarrow I_2(0.5,k)\le 0)$

4.6　混合寡占市場における私企業同士の合併

第 4節の最後に，合併前混合寡占における私企業同士の合併について考察する．表4.1の合併前均衡より，私企業利潤は $\pi_B=\frac{k^2(k+2)a^2}{2D^2}; D\equiv(k+1)^2+nk$ であった．私企業同士が $m\in[2,n]$ 社合併すると，市場の私企業数が n 社から $(n-m+1)$ 社に減少する混合寡占市場競争となる．私企業利潤を私企業数 n で表現すると，合併前利潤が $\pi_B(n)$, 私企業同士が合併した後の私企業利潤が $\pi_B(n-m+1)$ で表される．合併後の私企業利潤は $\pi_B(n-m+1)=\frac{k^2(k+2)a^2}{2\widehat{D}^2}; \widehat{D}\equiv(k+1)^2+(n-m+1)k$ となっている．混合寡占市場の下で，私企業同士の合併参加条件は，合併前企業の利潤合計を合併後の企業利潤が上回ることである．従って，私企業の合併参加条件は次式を満たす．

$$m\pi_B(n)\le\pi_B(n-m+1)\Leftrightarrow\sqrt{m}\widehat{D}\le D\Leftrightarrow n\le m+\sqrt{m}-\frac{(k+1)^2}{k} \tag{4.11}$$

合併参加条件 (4.11) より以下のことが言える．第一に，$m=n$ の時，すなわち全私企業が合併する時，(4.11) より参加制約は $n\ge\frac{(k+1)^4}{k^2}$ となる．私企業数が十分大きいか，または費用関数の傾き k が十分小さければ，私企業は合併を行うインセンティブがある．第二に，合併企業数が $m=n-1$ 社の時，(4.11) より参加制約は $n\ge\frac{(k+1)^4}{k^2}+2(\frac{(k+1)^2}{k}+1)>\frac{(k+1)^4}{k^2}$ となり，全私企業が合併する時と比べて，合併参加条件を満たすのに必要な私企業数 n が多くなければならない．反対に，合併企業数が $m=2$ 社の時，参加条件 (4.11) は $n\le 2+\sqrt{2}-\frac{(k+1)^2}{k}$ となり，この不等式を満たす私企業数は $n=2,3$ 社の時だけである．

いずれにせよ，線形費用関数モデルとは異なり 2 次費用関数モデルの混合寡占市場では，私企業同士の合併が起こり得る．$m+\sqrt{m}>n$ ならば，費用関数の係数 k に依存して私企業同士が合併するインセンティブを持つ場合がある．反対に，もし $m+\sqrt{m}\leq n$ ならば，合併は私企業にとって利益とならず合併は起こり得ない．[23]

ところで，私企業が $(n+1)$ 社存在する純粋クールノー寡占市場の下で，私企業利潤は $\pi(n+1)=\frac{a^2}{(k+n+2)^2}(1+\frac{k}{2})$ である．私企業が $m(\geq 2)$ 社合併すると私企業数が $n-m+1$ 社に減り，$\pi(n-m+1)=\frac{a^2}{(k+n-m+3)^2}(1+\frac{k}{2})$ となる．私企業 m 社の合併参加条件は，合併企業の利潤が合併前企業の利潤合計を上回ることなので，$m\pi(n)\leq\pi(n-m+1)\Leftrightarrow\sqrt{m}(3+k+n-m)\leq 2+k+n\Leftrightarrow n\leq m+\sqrt{m}-k-2$ である．これより $n+2\leq m+\sqrt{m}$ ならば，費用の係数 k に依存して私企業同士が合併するインセンティブを持つ場合がある．既に示したように，公企業 1 社，私企業 n 社存在する混合寡占市場で，私企業の合併参加条件は $n<m+\sqrt{m}$ であった．私企業 $(n+1)$ 社の純粋寡占市場で，企業の合併参加条件は $n+2<m+\sqrt{m}$ なので，同じ総企業数 $(n+1)$ 社の下でも，混合寡占市場の方が純粋寡占市場よりも，私企業の合併参加条件が緩くなることが確認できる．

5　結論と今後の課題

本論文では，混合寡占市場の下で公企業と私企業の合併を考察し，合併前後の社会厚生の比較と，公企業と私企業にとっての合併参加条件について分析を行った．公企業と私企業の間で限界費用格差のある線形費用関数モデルと，合併前後で費用関数が変化しない 2 次費用関数モデルをそれぞれ分析し，目的関数のウエイトや費用効率性に関するパラメータの値に応じた合併前後の社会厚生の大小比較を行い，企業の合併参加条件について考察した．混合寡占均衡は計算結果が大変複雑であるために，いくつかの結果については数値例に基づいた数値計算を示し，シミュレーション結果をグラフで示した．

本論文で明らかになった結論の中から主なものを要約すると，1. 線形費用関数モデルでは，合併後に利用される生産技術に依存して，合併後に社会厚生が増加するか減少するかが決定することを確認した．効率的技術の採用は，合併企業の目的関数にかかわらず合併後社会厚生を増加させる．2. 2 次費用関数モデルでは，合併企業が直面する市場競争状態にかかわらず，合併後に社会厚生が減少する場合が起こり得る．合併後に社会厚生が増加するか否かは費用効率性に依存し，費用関数の傾きが小さければ合併後社会厚生が増加し易い．以上の結論から，いずれのモデルにおいても合併企業の技術効率性の程度が，合併前と比べて合併後に社会厚生が大きくなるか否かに重要な影響を与えることを確認した．先行研究で想定される費用関数には様々な設定が存在するが，合併が技術的効率性に与える影響に応じて，合併の社会厚生への影響や合併動機が大きく異なる可能性があることが示された．従って，公企業と私企業との合併を分析する際には，合併が費用効率性，より一般的には合併のシナジー効果に与える影響を正しく理解し，分析対象とす

[23] 合併参加条件の計算過程については，補論A.5を参照せよ．

る経済状況ではどのような費用効率性の状況を想定しているかに応じて，費用関数を正しく特定化する必要がある．

最後に，今後の分析課題と拡張可能性に言及して筆を擱く．第一に，関数形を特定化しないと合併前後の利潤や社会厚生の比較はできない．どの費用関数が適切かは既に論じた通り，分析対象となる経済状況に依存するが，こうした特定化には公企業と私企業の合併から得られる現実の費用関数の推計データが不可欠である．実証的な観点から合併前後で費用効率性がどの程度変化するかを調査した上で，理論分析を精緻化させる必要がある．第二に，本論文の混合寡占市場の枠組みでは，合併を企業数の減少と市場シェアの変化の観点から分析したが，実際には合併は様々な視点が存在する．費用効率性といった規模の経済性以外にも，合併のシナジー効果と呼ばれる範囲の経済性や補完性が，合併を実施する動機となり得る．こうした合併のメリットを取り入れた分析を今後行う必要がある．また，合併・買収 (M&A) には誰がどのように企業を買収するかに関して，手続き的な側面である．こうした現実的な合併手続きを明示的に考慮して合併参加条件を分析することが，今後の研究課題である．第三に，合併企業はいわば部分民営化の状態である．完全民営化市場ではない以上，政府の政策的介入や何らかの規制が課せられる可能性が高い．こうした政府と公企業とのインタラクションを考慮した合併分析は，未だ研究成果が蓄積されておらず，今後解明されるべき重要な研究課題である．

謝辞

本論文を完成させるにあたり，名古屋大学大学院経済学研究科で開催された第 2 回及び第 3 回混合寡占市場研究会（2015 年 5 月, 8 月）において，多数の先生より有益な助言を頂いた．研究会代表者の國崎 稔先生（愛知大学経済学部）と柳原 光芳先生（名古屋大学大学院経済学研究科），また研究会参加者の中村 和之先生（富山大学経済学部），加藤 秀弥先生（龍谷大学経済学部），篠崎 剛先生（東北学院大学経済学部）とその他多くの参加者から有益なコメントを頂いた．ここに記して感謝の意を表する．本論文に有り得べき誤謬は全て筆者に帰する．本研究は，科学研究費（基盤研究 (C)）No. 25380286 の助成を受けている．

A　補論

A.1　線形費用関数モデル：合併後の均衡諸変数の偏微係数の導出と数値計算

□ $\frac{\partial \pi_{MA}}{\partial \alpha}$ の導出

▷ $\pi_{MA} = (1-\alpha)q_{MA}^2$ より $\frac{\partial \pi_{MA}}{\partial \alpha} = -q_{MA}^2 + 2(1-\alpha)q_{MA}\frac{\partial q_{MA}}{\partial \alpha}$. $\frac{\partial q_{MA}}{\partial \alpha} = \frac{nq_{MA}}{n(1-\alpha)+1}$ を代入して，結果を得る．

□ $\frac{\partial W_A}{\partial \alpha}$ の導出

▷ $\frac{\partial W_A}{\partial \alpha} = Q_A\frac{\partial Q_A}{\partial \alpha} + \frac{n(1-\alpha)-1}{n(1-\alpha)+1}q_{MA}^2 + 2(n-1)q_A\frac{\partial q_A}{\partial \alpha}$ に，$\frac{\partial q_{MA}}{\partial \alpha} = \frac{nq_{MA}}{n(1-\alpha)+1}$, $\frac{\partial q_A}{\partial \alpha} = -\frac{q_{MA}}{n(1-\alpha)+1}$, $\frac{\partial Q_A}{\partial \alpha} = \frac{q_{MA}}{n(1-\alpha)+1}$ を代入して，結果を得る．

▷ $n(1-\alpha)q_{MA} \gtrless (n-1)q_A$ に q_{MA}, q_A を代入すると，
$(1-\alpha)(a-c-n^2\beta\Delta c) \gtreqless (n-1)\beta\Delta c \Leftrightarrow \beta(n^2(1-\alpha)+n-1)\Delta c \lesseqgtr (1-\alpha)(a-c)$.

□ $\frac{\partial^2 W_A}{\partial \alpha^2}$ の導出

▷ 表3.3より $\frac{\partial W_A}{\partial \alpha} = \frac{q_{MA}[n(1-\alpha)q_{MA}-(n-1)q_A]}{n(1-\alpha)+1}$. これを α で偏微分して，
$\frac{\partial W_A}{\partial \alpha} = \frac{(\frac{\partial q_{MA}}{\partial \alpha}[n(1-\alpha)q_{MA}-(n-1)q_A]+q_{MA}[n(-q_{MA}+(1-\alpha)\frac{\partial q_{MA}}{\partial \alpha})-(n-1)\frac{\partial q_A}{\partial \alpha}])(n(1-\alpha)+1)+nq_{MA}[n(1-\alpha)q_{MA}-(n-1)q_A]}{(n(1-\alpha)+1)^2}$.
$\frac{\partial q_{MA}}{\partial \alpha} = \frac{nq_{MA}}{n(1-\alpha)+1}$, $\frac{\partial q_A}{\partial \alpha} = -\frac{q_{MA}}{n(1-\alpha)+1}$ を代入して式変形すると，
$\frac{\partial W_A}{\partial \alpha} = \frac{(2n^2(1-\alpha)-1)q_{MA}-2n(n-1)q_A}{(n(1-\alpha)+1)^2}q_{MA}$ を得る．
$\frac{\partial W_A}{\partial \alpha} \gtreqless 0 \Leftrightarrow (2n^2(1-\alpha)-1)q_{MA} \gtreqless 2n(n-1)q_A$ だが，$(2n^2(1-\alpha)-1)q_{MA}$ と $2n(n-1)q_A$ の大小関係は一般には決まらない．$\frac{\partial W_A}{\partial \alpha}\Big|_{\alpha=1} < 0$ なので，$\alpha = 1$ に近い時は凹関数となっている．

□ $\frac{\partial W_A}{\partial \beta}$ の導出

▷ $\frac{\partial W_A}{\partial \beta} = Q_A\frac{\partial Q_A}{\partial \beta} + 2(1-\alpha)q_{MA}\frac{\partial q_{MA}}{\partial \beta} + 2(n-1)q_A\frac{\partial q_A}{\partial \beta}$ に，$\frac{\partial q_{MA}}{\partial \beta} = -n\frac{\partial q_A}{\partial \beta}$, $\frac{\partial Q_A}{\partial \beta} = -\frac{\partial q_A}{\partial \beta}$, $\frac{\partial q_A}{\partial \beta} = \frac{\Delta c}{n(1-\alpha)+1} > 0$ を代入して，結果を得る．

▷ $(2n(1-\alpha)+1)q_{MA} \lesseqgtr (n-1)q_A$ に q_{MA} と q_A を代入すると，
$\frac{\partial W_A}{\partial \beta} \gtreqless 0 \Leftrightarrow [(n+1)(1-\alpha)+1](a-c) \lesseqgtr \beta[2n^2(1-\alpha)+2n-1]\Delta c$.

▷ $\beta = 0$ の時，$[(n+1)(1-\alpha)+1](a-c) > 0$ より，$\frac{\partial W_A}{\partial \beta}\Big|_{\beta=0} < 0$.

▷ $\beta = 1$ の時，$[(n+1)(1-\alpha)+1](a-c) \lesseqgtr [2n^2(1-\alpha)+2n-1]\Delta c \Leftrightarrow \Delta c \gtreqless \frac{[(n+1)(1-\alpha)+1](a-c)}{2n^2(1-\alpha)+2n-1}$.
$\frac{[(n+1)(1-\alpha)+1](a-c)}{2n^2(1-\alpha)+2n-1} \gtrless \frac{a-c}{n+1} \Leftrightarrow (n^2-2n-1)(1-\alpha)+n-2 \lesseqgtr 0$.
$n = 1, 2$ の時，$(n^2-2n-1)(1-\alpha)+n-2 < 0$ より必ず，$\Delta c < \frac{a-c}{n+1} < \frac{[(n+1)(1-\alpha)+1](a-c)}{2n^2(1-\alpha)+2n-1}$.
従って $n = 1, 2$ の時，$\frac{\partial W_A}{\partial \beta}\Big|_{\beta=1} < 0$.
一方 $n \geq 3$ の時，$(n^2-2n-1)(1-\alpha)+n-2 > 0$ より，$\frac{[(n+1)(1-\alpha)+1](a-c)}{2n^2(1-\alpha)+2n-1} < \frac{a-c}{n+1}$.
従って $n \geq 3$ の時，$\Delta c < \frac{[(n+1)(1-\alpha)+1](a-c)}{2n^2(1-\alpha)+2n-1}$ ならば $\frac{\partial W_A}{\partial \beta}\Big|_{\beta=1} < 0$.
反対に $\Delta c \in (\frac{[(n+1)(1-\alpha)+1](a-c)}{2n^2(1-\alpha)+2n-1}, \frac{a-c}{n+1})$ ならば $\frac{\partial W_A}{\partial \beta}\Big|_{\beta=1} > 0$.

□ $\frac{\partial^2 W_A}{\partial \beta^2}$ の導出

▷ 表3.4より $\frac{\partial W_A}{\partial \beta} = \frac{[-(2n(1-\alpha)+1)q_{MA}+(n-1)q_A]\Delta c}{n(1-\alpha)+1}$. これを β で偏微分して，
$\frac{\partial^2 W_A}{\partial \beta^2} = \frac{[-(2n(1-\alpha)+1)\frac{\partial q_{MA}}{\partial \beta}+(n-1)\frac{\partial q_A}{\partial \beta}]\Delta c}{n(1-\alpha)+1}$. $\frac{\partial q_{MA}}{\partial \beta} = -\frac{n\Delta c}{n(1-\alpha)+1}$, $\frac{\partial q_A}{\partial \beta} = \frac{\Delta c}{n(1-\alpha)+1}$ を代入して式変形すると，$\frac{\partial^2 W_A}{\partial \beta^2} = \frac{(2n^2(1-\alpha)+2n-1)(\Delta c)^2}{(n(1-\alpha)+1)^2} > 0$ を得る．従って W_A は β に関する厳密な凸関数である．

□ $W_A\big|_{\beta=0}$ と $W_A\big|_{\beta=1}$ の導出

▷ 表3.2より $q_{MA}=\frac{a+(n-1)c-nc_M}{n(1-\alpha)+1}$, $q_A=\frac{(1-\alpha)a-(2-\alpha)c+c_M}{n(1-\alpha)+1}$, $W_A=\frac{(3-2\alpha)q_{MA}^2+2(n-1)q_{MA}q_A+(n^2-1)q_A^2}{2}$.
$\beta=0$ の時，$q_{MA}=\frac{a-c}{n(1-\alpha)+1}$, $q_A=\frac{(1-\alpha)(a-c)}{n(1-\alpha)+1}$ を W_A に代入して，
$W_A\big|_{\beta=0}=\frac{(n-(n-1)\alpha)((n+1)(1-\alpha)+1)(a-c)^2}{2(n(1-\alpha)+1)^2}$.
$\beta=1$ の時，$q_{MA}=\frac{a-c-n\Delta c}{n(1-\alpha)+1}$, $q_A=\frac{(1-\alpha)(a-c)+\Delta c}{n(1-\alpha)+1}$ を W_A に代入して，
$W_A\big|_{\beta=1}=\frac{(n-(n-1)\alpha)((n+1)(1-\alpha)+1)(a-c)^2-2((n+1)(1-\alpha)+1)(a-c)\Delta c+(2n^2(1-\alpha)+2n-1)(\Delta c)^2}{2(n(1-\alpha)+1)^2}$.
$W_A\big|_{\beta=0}>W_A\big|_{\beta=1}\Leftrightarrow 2((n+1)(1-\alpha)+1)(a-c)>(2n^2(1-\alpha)+2n-1)\Delta c$
$\Leftrightarrow \Delta c<\frac{2((n+1)(1-\alpha)+1)(a-c)}{2n^2(1-\alpha)+2n-1}$.
$\frac{a-c}{n+1}<\frac{2((n+1)(1-\alpha)+1)(a-c)}{2n^2(1-\alpha)+2n-1}\Leftrightarrow 2(2n+1)(1-\alpha)+3>0$ より，
$\Delta c<\frac{a-c}{n+1}$ の仮定の下で必ず $\Delta c<\frac{2((n+1)(1-\alpha)+1)(a-c)}{2n^2(1-\alpha)+2n-1}$.
従って常に $W_A\big|_{\beta=0}>W_A\big|_{\beta=1}$ が成立する．

□ $\frac{dW_A}{d\alpha}\big|_{\alpha=\beta}$ の導出

▷ $\frac{dW_A}{d\alpha}\big|_{\alpha=\beta}=\frac{\partial W_A}{\partial\alpha}\big|_{\alpha=\beta}+\frac{\partial W_A}{\partial\beta}\big|_{\alpha=\beta}=\frac{[n(1-\alpha)q_{MA}-(2n(1-\alpha)+1)\Delta c]q_{MA}-[(n-1)q_{MA}-(n-1)\Delta c]q_A}{n(1-\alpha)+1}$ に，
q_{MA} と q_A を代入して，
$\frac{dW_A}{d\alpha}\big|_{\alpha=\beta}=\frac{[n(1-\alpha)(a-c)-(n^2(1-\alpha)(2-\alpha)+3n(1-\alpha)+1)\Delta c]q_{MA}-(n-1)(a-c-(n+1)\Delta c)q_A}{(n(1-\alpha)+1)^2}\gtreqless 0$
$\Leftrightarrow[n(1-\alpha)(a-c)-(n^2(1-\alpha)(2-\alpha)+3n(1-\alpha)+1)\Delta c]q_{MA}\gtreqless(n-1)(a-c-(n+1)\Delta c)q_A$.

▷ $\alpha=1$ の時，符号条件より $\frac{dW_A}{d\alpha}\big|_{\alpha=\beta=1}<0\Leftrightarrow-\Delta cq_{MA}<(n-1)(a-c-(n+1)\Delta c)q_A$.
一般的には，α と企業数 n の相対的な大きさによって符号が決まる．

□ W_B と W_A の計算結果

$$W_B=\frac{(a-c)^2-2(a-c)\Delta c+(2n+1)(\Delta c)^2}{2} \tag{A.1}$$
$$W_A=\frac{((n-(n-1)\alpha)a-(1-\alpha)(n-1)c-c_M)^2+2(1-\alpha)(a+(n-1)c-nc_M)^2+2(n-1)((1-\alpha)a-(2-\alpha)c+c_M)^2}{2(n(1-\alpha)+1)^2} \tag{A.2}$$

□ W_B と W_A の数値計算

▷ $a=10, c_0=1, c=0$ の下で，$W_B=n+\frac{81}{2}$
- $n=1$ の時，$W_B=41.5$; $n=2$ の時，$W_B=42.5$; $n=5$ の時，$W_B=45.5$

▷ ケース 1 ($\beta=0.5$)：$W_A=\frac{(10(n-(n-1)\alpha)-0.5)^2+2(1-\alpha)(10-0.5n)^2+2(n-1)(10(1-\alpha)+0.5)^2}{2(n(1-\alpha)+1)^2}$
- $n=1$ の時，$W_A=\frac{135.38-90.25\alpha}{(2-\alpha)^2}$
- $n=2$ の時，$W_A=\frac{381.38-486\alpha+150\alpha^2}{(3-2\alpha)^2}$
- $n=5$ の時，$W_A=\frac{1722.4-2876.3\alpha+1200\alpha^2}{(6-5\alpha)^2}$

▷ ケース 2 ($\beta=0$)：$W_A=\frac{50[(n-(n-1)\alpha)^2+2(1-\alpha)+2(n-1)(1-\alpha)^2]}{(n(1-\alpha)+1)^2}$
- $n=1$ の時，$W_A=\frac{50(3-2\alpha)}{(2-\alpha)^2}$
- $n=2$ の時，$W_A=\frac{50(2-\alpha)(4-3\alpha)}{(3-2\alpha)^2}$
- $n=5$ の時，$W_A=\frac{50(5-4\alpha)(7-6\alpha)}{(6-5\alpha)^2}$

▷ ケース 3 ($\alpha=0.5$)： $W_A=\frac{(10(n-0.5(n-1))-\beta)^2+(10-n\beta)^2+2(n-1)(5+\beta)^2}{2(0.5n+1)^2}$
- $n=1$ の時，$W_A=\frac{(10-\beta)^2}{2.25}$
- $n=2$ の時，$W_A=\frac{375-50\beta+7\beta^2}{8}$
- $n=5$ の時，$W_A=\frac{1200-80\beta+34\beta^2}{24.5}$

- ▷ ケース 4 ($\alpha=\beta$)：$W_A=\frac{(10(n-(n-1)\alpha)-\alpha)^2+2(1-\alpha)(10-n\alpha)^2+2(n-1)(10(1-\alpha)+\alpha)^2}{2(n(1-\alpha)+1)^2}$
  - ○ $n=1$ の時，$W_A=\frac{(3-2\alpha)(10-\alpha)^2}{2(2-\alpha)^2}$
  - ○ $n=2$ の時，$W_A=\frac{800-1080\alpha+371\alpha^2-8\alpha^3}{2(3-2\alpha)^2}$
  - ○ $n=5$ の時，$W_A=\frac{3500-5940\alpha+2579\alpha^2-50\alpha^3}{2(6-5\alpha)^2}$

A.2　線形費用関数モデル：合併前後の社会厚生比較と合併参加条件

□ $\alpha=\beta$ の時

- ▷ 合併前社会厚生：$W_B=\frac{(a-c)^2-2(a-c)\Delta c+(2n+1)(\Delta c)^2}{2}$
- ▷ 合併後社会厚生：$W_A=\frac{(n+2-(n+1)\alpha)(n-(n-1)\alpha)(a-c)^2-2\alpha(n+2-(n+1)\alpha)(a-c)\Delta c+\alpha^2(2n^2(1-\alpha)+2n-1)(\Delta c)^2}{2(n(1-\alpha)+1)^2}$
- ▷ $W_B \gtreqless W_A \Leftrightarrow Y(\alpha,\alpha)=(1-\alpha)^2(a-c)^2-2(1-\alpha)X_1(\alpha,\alpha)(a-c)\Delta c+X_2(\alpha,\alpha)(\Delta c)^2 \gtreqless 0$
  $X_1(\alpha,\alpha)=(n+1)^2-(n^2+n+1)\alpha$,
  $X_2(\alpha,\alpha)=2n^2\alpha^3+(n+1)(n-1)(2n-1)\alpha^2-2n(n+1)(2n+1)\alpha+(n+1)^2(2n+1)$
- ▷ $\alpha=1$ の時，$Y(1,1)=X_2(1,1)(\Delta c)^2=2(\Delta c)^2>0$.
  合併企業が社会厚生最大化を目的とし，技術的効率性が全く実現しない時 ($\alpha=\beta=1$)，
  合併により社会厚生は必ず減少する ($W_B>W_A$).
- ▷ $\alpha=0$ の時，$Y(0,0)=(a-c)^2-2(n+1)^2(a-c)\Delta c+(n+1)^2(2n+1)(\Delta c)^2$
  $=(a-c-(n+1)(2n+1)\Delta c)(a-c-(n+1)\Delta c) \gtreqless 0$.
  $\Delta c \lesseqgtr \frac{a-c}{(n+1)(2n+1)} \Leftrightarrow W_B \gtreqless W_A$.
- ▷ $\frac{dW_A}{d\alpha}\Big|_{\alpha=\beta}=\frac{Z(\alpha)}{(n(1-\alpha)+1)^3}$;
  $Z(\alpha)\equiv(1-\alpha)(a-c)^2-[(n+1)(n+2)-(n^2+2n+2)\alpha](a-c)\Delta c+\alpha[n^3\alpha^2-3n^2(n+1)\alpha+(n+1)(2n^2+2n-1)](\Delta c)^2$ と置くと，
  $\frac{dW_A}{d\alpha} \gtreqless 0 \Leftrightarrow Z(\alpha) \gtreqless 0$.
  - ○ $\alpha=1$ の時，$Z(1)=-(n(a-c)-(n^2+n-1)\Delta c)\Delta c<0 \Leftrightarrow \frac{dW_A}{d\alpha}<0$.
    $\alpha=0$ の時，$Z(0)=(a-c-(n+1)(n+2)\Delta c)(a-c) \gtreqless 0 \Leftrightarrow \frac{dW_A}{d\alpha} \gtreqless 0$.
- ▷ $\alpha=\beta=0.5$ の時，$W_A=\frac{(0.5)^2[(n+1)(n+3)(a-c)^2-2(n+3)(a-c)\Delta c+(n^2+2n-1)(\Delta c)^2]}{2(0.5n+1)^2}$.
- ▷ $W_B \gtreqless W_A \Leftrightarrow Y(0.5,0.5)=(a-c-x^-\Delta c)(a-c-x^+\Delta c) \gtreqless 0$;
  $x^+ \equiv n^2+3n+1+(n+2)\sqrt{n^2-1}$，$x^- \equiv n^2+3n+1-(n+2)\sqrt{n^2-1}$.
  $n=1$ の時，$x\equiv x^+=x^-=n^2+3n+1$ より，$Y(0.5,0.5)=(a-c-x\Delta c)^2>0 \Leftrightarrow W_B>W_A$.
  $n\geq 2$ の時，$x^+>x^->n+1$ なので，$\Delta c<\frac{a-c}{x^+}$ または $\Delta c\in(\frac{a-c}{x^-},\frac{a-c}{n+1})$ ならば $W_B>W_A$.
  $\Delta c\in(\frac{a-c}{x^+},\frac{a-c}{x^-})$ ならば $W_B<W_A$.

□ $\alpha>0, \beta=0$ の時

- ▷ 合併前社会厚生：$W_B=\frac{(a-c)^2-2(a-c)\Delta c+(2n+1)(\Delta c)^2}{2}$
- ▷ 合併後社会厚生：$W_A=\frac{(n+2-(n+1)\alpha)(n-(n-1)\alpha)(a-c)^2}{2(n(1-\alpha)+1)^2}$
- ▷ $W_B \gtreqless W_A$
  $\Leftrightarrow Y(\alpha,0)\equiv(1-\alpha)^2(a-c)^2-2(n(1-\alpha)+1)^2(a-c)\Delta c+(2n+1)(n(1-\alpha)+1)^2(\Delta c)^2 \gtreqless 0$.
- ▷ $\alpha=1$ の時，$Y(1,0)=-(2(a-c)-(2n+1)\Delta c)\Delta c<0$ より，$W_B<W_A$.
- ▷ $\alpha=0$ の時，$Y(0,0)=(a-c-(n+1)\Delta c)(a-c-(n+1)(2n+1)\Delta c) \gtreqless 0$.
  $\Delta c \lesseqgtr \frac{a-c}{(n+1)(2n+1)} \Leftrightarrow W_B \gtreqless W_A$.
- ▷ $\frac{dW_A}{d\alpha}=\frac{(1-\alpha)(a-c)^2}{(n(1-\alpha)+1)^3}\geq 0$ （等号は $\alpha=1$ の時のみ）.
  従ってこのケースでは，W_A は α の増加関数である.

- ▷ $\alpha = 0.5, \beta = 0$ の時，$W_A = \frac{(0.5)^2(n+1)(n+3)(a-c)^2}{2(0.5n+1)^2}$.
- ▷ $W_B \gtreqless W_A \Leftrightarrow Y(0.5,0) = (a-c-y^-\Delta c)(a-c-y^+\Delta c) \gtreqless 0$;
  $y^+ \equiv (n+2)^2 + (n+2)\sqrt{n^2+2n+3},\ y^- \equiv (n+2)^2 - (n+2)\sqrt{n^2+2n+3}$.
  $y^+ > n+1 > y^-$ なので，$\Delta c < \frac{a-c}{y^+}$ ならば $W_B > W_A$. $\Delta c \in (\frac{a-c}{y^+}, \frac{a-c}{n+1})$ ならば $W_B < W_A$.
- ▷ $n \geq 2$ の時，$y^- < n+1 < x^- < x^+ < y^+$ が成立する．

□ 合併参加条件

- ▷ 合併参加条件 1：$\pi_B \leq \pi_{MA} \Leftrightarrow \Delta c \leq (1-\alpha)^{\frac{1}{2}} q_{MA} \Leftrightarrow \Delta c \leq \frac{a-c}{v(\alpha,\beta)}, v(\alpha,\beta) \equiv \frac{n(1-\alpha)+n\beta(1-\alpha)^{\frac{1}{2}}+1}{(1-\alpha)^{\frac{1}{2}}}$.
- ▷ 合併参加条件 2：$\pi_B \leq (1-\alpha)\pi_{MA} \Leftrightarrow \Delta c \leq (1-\alpha)q_{MA} \Leftrightarrow \Delta c \leq \frac{a-c}{w(\alpha,\beta)}, w(\alpha,\beta) \equiv \frac{n(1-\alpha)(1+\beta)+1}{1-\alpha}$.
  $v(\alpha,\beta) \leq w(\alpha,\beta)$（等号は $\alpha = 0$ の時のみ）．
- ▷ $\alpha = \beta = 0.5$ の時
  - ○ $\pi_B \leq \pi_{MA} \Leftrightarrow \Delta c \leq \frac{a-c}{v(0.5,0.5)}$; $v(0.5,0.5) = (0.5+0.5^{\frac{1}{2}})n + 0.5^{-\frac{1}{2}} \approx 1.207n + 1.414(> n+1)$.
    もし $\Delta c \leq \frac{a-c}{v(0.5,0.5)}$ ならば $\pi_B \leq \pi_{MA}$.
  - ○ $\pi_B \leq \frac{1}{2}\pi_{MA} \Leftrightarrow \Delta c \leq \frac{a-c}{w(0.5,0.5)}$; $w(0.5,0.5) = 1.5n + 2(> n+1)$.
    もし $\Delta c \leq \frac{a-c}{w(0.5,0.5)}$ ならば $\pi_B \leq \frac{1}{2}\pi_{MA}$.
  - ○ x^+, x^- と $v(0.5,0.5), w(0.5,0.5)$ の大小関係について
    $x^+ > w(0.5,0.5) > v(0.5,0.5)$ は成立する．
    $x^- \gtreqless v(0.5,0.5) \Leftrightarrow n \lesseqgtr 2.518$.
    $n = 1,2$ の時 $x^- > v(0.5,0.5)$; $n \geq 3$ の時 $x^- < v(0.5,0.5)$.
    従って $n = 1,2$ の時，$W_B < W_A$ が成立すれば必ず $\pi_B \leq \pi_{MA}$ が成立する．
    $n \geq 3$ の時は $W_B < W_A$ が成立しても，合併参加条件 1 を満たさない場合がある．
    $x^- \gtreqless w(0.5,0.5) \Leftrightarrow n \lesseqgtr 1.25$.
    $n = 1$ の時 $x^- > w(0.5,0.5)$; $n \geq 2$ の時 $x^- < w(0.5,0.5)$.
    従って $n = 1$ の時，$W_B < W_A$ が成立すれば必ず $\pi_B \leq (1-\alpha)\pi_{MA}$ が成立する．
    $n \geq 2$ の時は $W_B < W_A$ が成立しても，合併参加条件 2 を満たさない場合がある．
- ▷ $\alpha = 0.5, \beta = 0$ の時
  - ○ $\pi_B \leq \pi_{MA} \Leftrightarrow \Delta c \leq \frac{a-c}{v(0.5,0)}$; $v(0.5,0) = 0.5^{\frac{1}{2}}(n+2) \approx 0.707n + 1.414$.
    もし $\Delta c \leq \frac{a-c}{v(0.5,0)}$ ならば $\pi_B \leq \pi_{MA}$.
    $n \geq 2$ の時，必ず $v(0.5,0) < n+1$ となり，$\Delta c < \frac{a-c}{n+1}$ の仮定の下で必ず $\pi_B \leq \pi_{MA}$ が成立する．
  - ○ $\pi_B \leq \frac{1}{2}\pi_{MA} \Leftrightarrow \Delta c \leq \frac{a-c}{w(0.5,0)}$; $w(0.5,0) = n + 2(> n+1)$.
    もし $\Delta c \leq \frac{a-c}{w(0.5,0)}$ ならば $\pi_B \leq \frac{1}{2}\pi_{MA}$.
  - ○ y^+, y^- と $v(0.5,0), w(0.5,0)$ の大小関係について
    $y^+ > w(0.5,0) > v(0.5,0)$ は成立する．
    $y^- \gtreqless v(0.5,0) \Leftrightarrow n \lesseqgtr 2.268$.
    $n = 2$ の時 $y^- > v(0.5,0)$; $n \geq 3$ の時 $y^- < v(0.5,0)$.
    しかしいずれの値も $n+1$ より小さいので，n の値にかかわらず，$W_B < W_A$ が成立すれば必ず $\pi_B \leq \pi_{MA}$ が成立する．
    また $y^- < n+1 < w(0.5,0)$ より，n の値にかかわらず，$W_B < W_A$ が成立しても，合併参加条件 2 を満たさない場合がある．

A.3　2 次費用関数モデル：合併後の均衡諸変数の偏微係数の導出と数値計算

□ $\frac{d\pi_{MA}}{d\alpha}$ の導出

▷ $\pi_{MA}=\frac{k+2-\alpha}{2}q_{MA}^2$ より $\frac{d\pi_{MA}}{d\alpha}=-q_{MA}^2+(k+2-\alpha)q_{MA}\frac{dq_{MA}}{d\alpha}$. $\frac{dq_{MA}}{d\alpha}=\frac{(n+k)(k+1)a}{E^2}$ を代入して，結果を得る．

□ $\frac{dW_A}{d\alpha}$ の導出

▷ $\frac{dW_A}{d\alpha}=Q_A\frac{dQ_A}{d\alpha}+\frac{d\pi_{MA}}{d\alpha}+(n-1)\frac{d\pi_A}{d\alpha}$ に，$\frac{dQ_A}{d\alpha}=\frac{(k+1)^2a}{E^2}$, $\frac{d\pi_{MA}}{d\alpha}=\frac{(k+1)(n-1-(n+k)\alpha)a}{E^2}q_{MA}$, $\frac{d\pi_A}{d\alpha}=(k+2)q_A\frac{dq_A}{d\alpha}$ を代入して，結果を得る．

▷ $(n+k)(1-\alpha)q_{MA}\gtreqless(n-1)q_A$ に q_{MA},q_A を代入すると，$\alpha\lesseqgtr\frac{(k+1)^2}{k(n+k+1)+1}$.
$n\geq 1$ で必ず $\frac{(k+1)^2}{k(n+k+1)+1}\leq 1$ （等号は $n=1$ の時のみ）．

□ $\pi_B<\pi_{MA}$ の証明

▷ $\pi_B\gtreqless\pi_{MA}\Leftrightarrow k^2(k+2)E^2\gtreqless(k+1)^2(k+2-2\alpha)D^2\Leftrightarrow G_2(\alpha,k)\gtreqless 0$.

▷ $G_2(\alpha,k)\equiv-(k+2)(k+1)^3[2k^2+(2n+3)k+1]+2(k+1)[2k^4+(n+8)k^3-(n^2-4n-10)k^2+(2n+5)k+1]\alpha+k^2(k+2)(n+k)^2\alpha^2$.

▷ $G_2(0,k)=-(k+2)(k+1)^3[2k^2+(2n+3)k+1]<0$,
$G_2(1,k)=-k[2k^5+2(n+4)k^4+(n^2+6n+12)k^3+2(2n+5)k^2+2(n+2)k+1]<0$.

▷ $\alpha=0$ の時 $G_2(0,k)<0$ より $\pi_B<\pi_{MA}$ が成立し，$\alpha=1$ の時 $G_2(1,k)<0$ より $\pi_B<\pi_{MA}$ が成立する．

▷ $G_2(\alpha,k)$ は，2 次の係数が正の α に関する 2 次関数なので，$G_2(0,k)<0$ かつ $G_2(1,k)<0$ ならば任意の $\alpha\in[0,1]$ について $G_2(\alpha,k)<0$ が成立する．従って必ず $\pi_B<\pi_{MA}$ が成り立つ．

□ W_B と W_A の計算結果

$$W_B=\frac{[(k+1)^3+nk(k^2+(n+4)k+2)]a^2}{2((k+1)^2+nk)^2} \tag{A.3}$$

$$W_A=\frac{[n(k+1)^2(n+k+2)-2(k+1)(n(n+k+1)-1)\alpha-(1-n)(n+k+1)\alpha^2]a^2}{2((k+1)(n+k+1)-(n+k)\alpha)^2} \tag{A.4}$$

□ W_B と W_A の数値計算

▷ 数値例 $(a=10,\ k=1)$：$W_B=\frac{50(n^2+7n+8)}{(n+4)^2}$，$W_A=\frac{100[4n(n+3)-4(n(n+2)-1)\alpha-(1-n)(n+2)\alpha^2]}{2(2(n+2)-(n+1)\alpha)^2}$

- $n=1$ の時，$W_B=32, W_A=\frac{100(2-\alpha)}{(3-\alpha)^2}$
- $n=2$ の時，$W_B=36.111, W_A=\frac{200(10-7\alpha+\alpha^2)}{(8-3\alpha)^2}$
- $n=5$ の時，$W_B=41.975, W_A=\frac{1722.4-2876.3\alpha+1200\alpha^2}{(6-5\alpha)^2}$

A.4　2 次費用関数モデル：合併前後の社会厚生比較と合併参加条件

□ 社会厚生比較

▷ (A.3), (A.4) より，$W_B\gtreqless W_A\Leftrightarrow H(\alpha,k)\gtreqless 0$;
$H(\alpha,k)\equiv(k+1)^3[k^4+2(n+2)k^3+(n^2+3n+6)k^2-(n^2-n-4)k+1]$
$-2(k+1)^2[k^4+2(n+2)k^3+(n^2+3n+6)k^2-(n^2-2n-4)k+1]\alpha+[2k^5+4(n+2)k^4+(2n^2+8n+13)k^3+(8n+11)k^2-(n^2-3n-5)k+1]\alpha^2$.

▷ $\alpha=0$ の時，$H(0,k)=(k+1)^3[k^4+2(n+2)k^3+(n^2+3n+6)k^2-(n^2-n-4)k+1]$.
$H(0,k)$ の符号は，(n,k) の大きさに依存する．
k が小さく n が大きい時，$H(0,k)<0$ となる．そうでなければ $H(0,k)>0$.
特に $n=1,2$ の時，$H(0,k)>0$ より $W_B>W_A$.

▷ $\alpha=1$ の時，$H(1,k)=k^2[k^5+(2n+5)k^4+(n^2+5n+11)k^3+(6n+13)k^2+2(n+4)k+2]>0$.
これより $W_B>W_A$. 合併後社会厚生が減少する．

- ▷ $\alpha = 0.5$ の時，$H(0.5,k) = \frac{4k^7+8(n+3)k^6+2(2n^2+14n+31)k^5+4(n^2+10n+22)k^4-(2n^2-24n-73)k^3-(2n+5)(2n-7)k^2-(n^2+n-9)k+1}{4}$
  - ○ $k = 1$ の時，$4H(0.5,1) = n^2 + 103n + 296 > 0$
  - ○ $n = 1$ の時，$4H(0.5,k) = 4k^7 + 32k^6 + 94k^5 + 132k^4 + 95k^3 + 35k^2 + 7k + 1 > 0$
  - ○ $n = 2$ の時，$4H(0.5,k) = 4k^7 + 40k^6 + 134k^5 + 184k^4 + 113k^3 + 27k^2 + 3k + 1 > 0$
  - ○ $n = 5$ の時，$4H(0.5,k) = 4k^7 + 64k^6 + 302k^5 + 388k^4 + 143k^3 - 45k^2 - 21k + 1$
    $k < 0.044$ または $k > 0.328$ ならば，$H(0.5,k) > 0$;
    $k \in (0.044, 0.328)$ ならば，$H(0.5,k) < 0$.
  - ○ $n = 10$ の時，$4H(0.5,k) = 4k^7 + 104k^6 + 742k^5 + 888k^4 + 113k^3 - 325k^2 - 101k + 1$
    $k < 0.0096$ または $k > 0.569$ ならば，$H(0.5,k) > 0$;
    $k \in (0.0096, 0.569)$ ならば，$H(0.5,k) < 0$.
  - ○ $n = 20$ の時，$4H(0.5,k) = 4k^7 + 184k^6 + 2222k^5 + 2488k^4 - 247k^3 - 1485k^2 - 411k + 1$
    $k < 0.0025$ または $k > 0.728$ ならば，$H(0.5,k) > 0$;
    $k \in (0.0025, 0.728)$ ならば，$H(0.5,k) < 0$.

□ 合併参加条件

- ▷ 合併参加条件 1：$\pi_{0B} + \pi_B \leq \pi_{MA} \Leftrightarrow k((k+1)^2 + k(k+2))E^2 \leq (k+1)^2(k+2-2\alpha)D^2$
  $\Leftrightarrow I_1(\alpha,k) \equiv 4(k+1)^3[k^4+(2n+1)k^3+(n^2+2n-4)k^2+(n^2-2n-6)k-2]$
  $-8(k+1)[k^5+(2n+1)k^4+(n-1)(n+5)k^3+3(n^2-3)k^2+(n^2-n-5)k-1]\alpha+4k(n+k)^2[(k+1)^2+k(k+2)]\alpha^2 \leq 0.$
  k が大きいかまたは n が大きくなるにつれて，条件式は満たされにくくなる．
  - ○ $\alpha = 0.5$ の時，$\pi_{0B} + \pi_B \leq \pi_{MA}$
    $\Leftrightarrow I_1(0.5,k) = 4k^7+4(2n+3)k^6+2(2n^2+12n+1)k^5+4(3n^2+5n-9)k^4$
    $+(10n^2-67)k^3+2(2n^2-5n-28)k^2+(n^2-4n-24)k-4 \leq 0.$
- ▷ 合併参加条件 2：$\pi_B \leq (1-\alpha)\pi_{MA} \Leftrightarrow k^2(k+2)E^2 \leq (1-\alpha)(k+1)^2(k+2-2\alpha)D^2$
  $\Leftrightarrow I_2(\alpha,k) \equiv -4(k+2)(k+1)^3[2k^2+(2n+3)k+1]$
  $+4(k+1)[k^6+(2n+7)k^5+(n+4)(n+6)k^4+(3n^2+20n+46)k^3+(22n+45)k^2+(8n+21)k+4]\alpha$
  $-4[2k^6+(4n+11)k^5+2(n^2+7n+14)k^4+(3n^2+20n+40)k^3+2(8n+15)k^2+4(n+3)k+2]\alpha^2 \leq 0.$
  - ○ $\alpha = 0.5$ の時，$\pi_B \leq (1-\alpha)\pi_{MA} \Leftrightarrow I_2(0.5,k)$
    $= 2k^7+2(2n+3)k^6+(2n^2+12n-1)k^5+6(n^2+n-4)k^4+(3n^2-8n-42)k^3-2(6n+17)k^2-2(2n+7)k-2 \leq 0.$
- ▷ 数値例 ($a = 10$, $\alpha = 0.5$) での合併参加条件式
  - ○ $n = 1$ の時，$I_1(0.5,k) = 4k^7 + 20k^6 + 30k^5 - 4k^4 - 57k^3 - 62k^2 - 27k - 4$
    $I_2(0.5,k) = 2k^7 + 10k^6 + 13k^5 - 12k^4 - 47k^3 - 46k^2 - 18k - 2$
  - ○ $n = 2$ の時，$I_1(0.5,k) = 4k^7 + 28k^6 + 66k^5 + 52k^4 - 27k^3 - 60k^2 - 28k - 4$
    $I_2(0.5,k) = 2k^7 + 14k^6 + 31k^5 + 12k^4 - 46k^3 - 58k^2 - 22k - 2$
  - ○ $n = 5$ の時，$I_1(0.5,k) = 4k^7 + 52k^6 + 222k^5 + 364k^4 + 183k^3 - 6k^2 - 19k - 4$
    $I_2(0.5,k) = 2k^7 + 26k^6 + 109k^5 + 156k^4 - 7k^3 - 94k^2 - 34k - 2$
  - ○ $n = 10$ の時，$I_1(0.5,k) = 4k^7 + 92k^6 + 642k^5 + 1364k^4 + 933k^3 + 244k^2 + 36k - 4$
    $I_2(0.5,k) = 2k^7 + 46k^6 + 319k^5 + 636k^4 + 178k^3 - 154k^2 - 54k - 2$
  - ○ $n = 20$ の時，$I_1(0.5,k) = 4k^7 + 172k^6 + 2082k^5 + 5164k^4 + 3933k^3 + 1344k^2 + 296k - 4$
    $I_2(0.5,k) = 2k^7 + 86k^6 + 1039k^5 + 2496k^4 + 998k^3 - 274k^2 - 58k - 2$

A.5　2 次費用関数モデル：私企業同士の合併参加条件

□ 私企業の合併参加条件

- ▷ $m = n$ の時，すなわち全私企業が合併する時，
  $m + \sqrt{m} = n + \sqrt{n} > n$ より，合併参加条件を満たす合併が起こり得る．
- ▷ $m = n - 1$ の時，すなわち合併により私企業数が $n - m + 1 = 2$ 社となる時 ($n \geq 3$)，
  $m + \sqrt{m} = n - 1 + \sqrt{n-1} > n \Leftrightarrow \sqrt{n-1} > 1$.
  私企業数が $n = 2$ 社の時は $\sqrt{n-1} = 1$ が成立するが，これは $m = n - 1 = 1$ 社ではそもそも合併が行われないからである．$n \geq 3$ 社の時は $\sqrt{n-1} > 1$ が常に成立し，合併後に 2 社となる合併は合併参加条件を満たし得る．

- $\triangleright$ $m = n-2$ の時，すなわち合併により私企業が $n-m+1=3$ 社となる時 $(n \geq 4)$，
$m+\sqrt{m} = n-2+\sqrt{n-2} > n \Leftrightarrow \sqrt{n-2} > 2$.
私企業数が $n > 6$ 社の時に $\sqrt{n-2} > 2$ が成立し，合併後に 3 社となる合併は合併参加条件を満たし得る．
- $\triangleright$ $m = n-3$ の時，すなわち合併により私企業が $n-m+1=4$ 社となる時 $(n \geq 5)$，
$m+\sqrt{m} = n-3+\sqrt{n-3} > n \Leftrightarrow \sqrt{n-3} > 3$.
私企業数が $n > 12$ 社の時に $\sqrt{n-3} > 3$ が成立し，合併後に 4 社となる合併は合併参加条件を満たし得る．
- $\triangleright$ $m = 3$，すなわち合併により私企業が $n-m+1 = n-2$ 社となる時 $(n \geq 3)$，$3+\sqrt{3} > n$.
$n = 3,4$ 社の時のみこの式を満たすので，$m = 2$ 社合併が合併参加条件を満たすのは，
総私企業数が 3,4 社の時である．
- $\triangleright$ $m = 2$ の時，すなわち合併により私企業が $n-m+1 = n-1$ 社となる時 $(n \geq 2)$，$2+\sqrt{2} > n$.
$n = 2,3$ 社の時のみこの式を満たすので，$m = 2$ 社合併が合併参加条件を満たすのは，
総私企業数が 2,3 社の時のみである．
- $\triangleright$ 合併企業数 m が総私企業数 n と比べて小さくなるにつれて，
合併参加条件を満たす総私企業数 n が多くなる．

参考文献

[1] Artz, Benjamin, Heywood, John S., and McGinty, Matthew (2009) The Merger Paradox in a Mixed Oligopoly, *Research in Economics*, 63(1), 1–10.

[2] Bárcena-Ruiz, Juan Carlos and Garzón, María Begoña (2003) Mixed Duopoly, Merger and Multiproduct Firms, *Journal of Economics*, 80(1), 27–42.

[3] De Fraja, Giovanni and Delbono, Flavio (1989) Alternative Strategies of a Public Enterprise in Oligopoly, *Oxford Economic Papers*, 41(2), 302–311.

[4] Farrell, Joseph and Shapiro, Carl (1990) Horizontal Mergers: An Equilibrium Analysis, *American Economic Review*, 80(1), 107–126.

[5] Kamijo, Yoshio and Nakamura, Yasuhiko (2009) Stable Market Structures from Merger Activities in Mixed Oligopoly with Asymmetric Costs, *Journal of Economics*, 98(1), 1–24.

[6] Lahiri, Sajal and Ono, Yoshiyasu (1988) Helping Minor Firms Reduces Welfare, *Economic Journal*, 98(393), 1199–1202.

[7] McAfee, Preston R. and Williams, Michael A. (1992) Horizontal Mergers and Antitrust Policy, *Journal of Industrial Economics*, 40(2), 181–187.

[8] Matsumura, Toshihiro (1998) Partial Privatization in Mixed Duopoly, *Journal of Public Economics*, 70(3), 473–483.

[9] Méndez-Naya, José (2008) Merger Profitability in Mixed Oligopoly, *Journal of Economics*, 94(2), 167–176.

[10] Motta, Massimo (2004) *Competition Policy: Theory and Practice*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

[11] Nakamura, Yasuhiko and Inoue, Tomohiro (2007) Mixed Oligopoly and Productivity-improving Mergers, *Economics Bulletin*, 12(20), 1–9.

[12] Ouattara, Kadohognon S. (2007) Incentives to Merge in Asymmetric Mixed Oligopoly, *Economics Bulletin*, 35(2), 885–895.

[13] Perry, Martin K. and Porter, Robert H. (1985) Oligopoly and the Incentive for Horizontal Merger, *American Economic Review*, 75(1), 219–227.

[14] Salant, Stephen W., Switzer, Sheldon, and Reynolds, Robert J. (1983) Losses from Horizontal Merger: The Effects of an Exogenous Change in Industry Structure on Cournot-Nash Equilibrium, *Quarterly Journal of Economics*, 98(2), 185–199.