

⇒ 論 説 ⇐

世代重複モデルの下での消費の外部性と
トランスファー・パラドックス

濱 田 弘 潤*

概要

本論文は、1部門世代重複モデルを用いて、援助国と被援助国に消費の外部性が存在する状況をモデル化し、2国間所得移転問題について考察を行う。援助国が、被援助国の消費量増加に伴い効用が増大する消費の外部性を持つ時、所得移転が2国の社会厚生にどのような影響を与えるのかについて分析結果を提示する。援助国から被援助国へ所得移転 (transfer) が行われるにもかかわらず、援助国の社会厚生が増加する、または被援助国の社会厚生が減少する逆説的な (paradoxical) 状況は、トランスファー・パラドックス (transfer paradox) と呼ばれ、これまで数多くの経済分析が行われてきた。本論文では、援助国や被援助国の各世代がお互いに消費の外部性を持つ状況を新たに考察し、消費の外部性の存在がトランスファー・パラドックスの発生にどう影響するのかについて検討する。本論文の主な内容は以下の通りである。第一に、所得移転が利子率を上昇させる、または下落させる状況をそれぞれ考え、労働分配率と資本分配率の相対的な大小関係とパラドックスの起こり易さとの関係を明らかにする。第二に、消費の外部性が存在しない時、2国間の割引因子の大小関係が、援助国と被援助国の社会厚生への間接効果の正負を決定するという、既存研究の結果を再提示する。第三に、既存研究の結論と対比させる形で、消費の外部性が存在する時、援助国と被援助国の社会厚生への間接効果がどのような影響を受けるかを明らかにする。とりわけ、2国間で時間選好率が等しい場合と異なる場合それぞれのケースにおいて、消費の外部性が間接効果に与える影響を解明する。

Keywords: トランスファー・パラドックス, 消費の外部性, 世代重複モデル,
バンドワゴン効果, 資本蓄積

JEL classifications: D64, E22, F21, F35

* 住所: 〒 950-2181 新潟市西区五十嵐 2 の町 8050 新潟大学経済学部
Tel. and Fax: 025-262-6538
Email: khamada@econ.niigata-u.ac.jp

1 はじめに

本論文は、1部門世代重複モデル (one-sector overlapping generations model) を用いて、援助国と被援助国の各世代の効用に消費の外部性が存在する状況をモデル化し、2国間の所得移転問題について考察を行うことを目的とする。援助国が、被援助国の消費量増加に伴い効用が増大する消費の外部性 (consumption externality) を持つ時、所得移転が2国の社会厚生にどのような影響を与えるのかについて、理論分析の結果を提示する。援助国から被援助国へ所得移転 (transfer) が行われるにもかかわらず、援助国の社会厚生が増加する、または被援助国の社会厚生が減少するという逆説的な (paradoxical) 状況は、トランスファー・パラドックス (transfer paradox) と呼ばれ、これまで数多くの経済分析が行われてきた。援助を実施するにもかかわらず、援助国の厚生増加 (donor enrichment)、または被援助国の厚生悪化 (recipient impoverishment) といった逆説的な状況が起こり得る可能性が、静学一般均衡モデル、動学モデルを問わず、理論上明らかにされている。本論文では、援助国や被援助国の各世代がお互いに消費の外部性を持つ状況を新たに考察し、消費の外部性の程度がトランスファー・パラドックスの発生可能性にどのような影響を与えるのかについて、結論を提示する。

2国間の所得移転上の問題は、古くから経済分析上の重要課題である。1922年にジョン・メイナード・ケインズ (John Maynard Keynes) は、第1次世界大戦の敗戦国ドイツに課された巨額の戦争賠償金支払いを批判した。その際、ドイツが戦勝国外貨で賠償金支払いをしなければならないことから、トランスファー問題 (transfer problem) が発生することを指摘し、ケインズとスウェーデンの国際経済学者、ベルティル・G・オリーン (Bertil Gotthard Ohlin) との間に、トランスファー問題のために賠償金支払いが不可能となるか否かについて、「トランスファー論争 (transfer controversy)」を引き起こした。¹ トランスファー問題は、基本的には、援助国から被援助国への所得移転に伴い、貿易財の交易条件が変化することに起因する。例えば、援助による所得減少に伴う負の直接効果を、貿易財の交易条件改善に伴う正の間接効果が上回るならば、援助することによって援助国の社会厚生が改善するという、逆説的な状況が起こり得る。反対に被援助国にとっては、援助による所得増加に伴う正の直接効果を、貿易財の交易条件悪化に伴う負の間接効果が上回れば、被援助国の社会厚生が悪化するという、逆説的な状況が起こり得る。トランスファー論争以来、多数の経済学者が、こうしたトランスファー・パラドックスが生じるかどうかという問題に、取り組んできた。最も代表的な古典的研究に Samuelson (1952, 1954) がある。サミュエルソンは、2国静学一般均衡でトランスファー問題を扱い、自由貿易下で市場均衡がワルラス安定的ならば、パラドックスは決して起こらないことを証明した。またパラドックスが生じるためには、何らかの自由貿易を阻害する歪み (distortion) が、経済に導入される必要性を明らかにした。²

¹ 論争の内容は、Keynes (1929) と Ohlin (1929) を参照せよ。ケインズは、ドイツが巨額の賠償金を支払うのは不可能であり、新たな戦争を招く可能性があるとして主張した。一方オリーンは、ドイツに賠償金を支払う十分な余力があると反論した。結果的に、ケインズの主張が正しかったことを歴史は証明している。ケインズとオリーンの論争は、その後の国際経済理論の発展に大きな影響を与えた。オリーンは、「国際貿易に関する理論および資本移動に関する理論を開拓した業績」を称えられ、1977年にノーベル経済学賞を受賞している。

² 静学モデルでのトランスファー問題の概説については、Brakman and van Marrewijk (1998) を参照せよ。Bhagwati,

歪みのない静学2国自由貿易経済においては、トランスファー・パラドックスは起こり得ず、援助国が援助により社会厚生が改善することはない。従って、援助国には援助を行う動機が存在しない。これに対して、もし援助国民が被援助国に対して利他性(altruism)を持つならば、援助が利他性を持つ援助国自身の社会厚生を改善するかもしれない。そして利他性の存在が、援助国による援助動機を説明する。いくつかの先行研究は、利他性の存在がトランスファー・パラドックス、特に援助国の社会厚生改善を引き起こす原因となることを示唆している。Kemp and Shimomura (2002) は、紐付きでない自発的援助をモデル化し、利他性が援助国にとって援助を提供する動機付けとなり得ることを示した。Lahiri and Raimondos-Møller (1999) は、援助の動機付けとして利他性を導入し、関税または数量割当によって国際貿易に経済的歪みが生じる状況を考察した。しかしながらこれらの先行研究では、利他性の存在そのものがトランスファー・パラドックス、特に援助国の厚生改善を引き起こすかどうかを十分に解明していない。Kemp and Shimomura (2002) では、パラドックスはある特定の条件下にある利他的効用で生じることを述べているに過ぎない。Lahiri and Raimondos-Møller (1999) でも、パラドックスは利他性自身が引き起こすのではなく、関税や数量割当等の他の経済的歪みによってもたらされる。2国自由貿易下で、利他性それ自体が援助国にとって援助を実施する動機となるかどうかは、Hamada (2012) によって明らかにされた。結論として、たとえ被援助国への利他性が援助国効用に存在するとしても、歪みのない2国2財静学自由貿易モデルの枠組みで、市場均衡のワルラス安定性が満たされる状況下では、トランスファー・パラドックスは決して起こり得ない。従って、静学一般均衡の枠組みでは、援助国が利他的な意図を持って被援助国を支援するとしても、援助国自身の自発的支援を促すことはできないことが示されている。

他方、動学モデルに目を向けると、静学モデルでの結論とは異なり、歪みがない状況でもトランスファー・パラドックスが起こり得ることが示されている。動学マクロ経済では、異時点間の資本蓄積と国際的資本移動の結果、国際資本市場がワルラス安定性を満たすとしても、動学的効率性の下でパラドックスが生じ得ることが知られている。Galor and Polemarchakis (1987) は、1財2国世代重複モデルを用いて初めて、永続的な一括所得移転が、定常状態でトランスファー・パラドックスを引き起こすことを議論した。続いてHaaparanta (1989) は、Galor and Polemarchakis (1987) の設定に公債を導入し、たとえ所得移転が一時的でも移転所得が公債発行によってファイナンスされると、パラドックスが生じ得ることを示した。このほか、Tan (1998), Yanagihara (2006), Cremers and Sen (2008) 等の数多くの既存研究が、動学的枠組みにおいてトランスファー・パラドックスが発生する可能性を指摘している。

動学的枠組みにおいて、援助国が被援助国に対して利他的効用を持つ場合には、利他性の程度が高ければ高い程、援助国の社会厚生は改善するように思われるかもしれない。言い換えれば、援助国国民が他国の社会厚生改善により多くの関心を払う程、援助国は援助する強い動機を持つように一見したところ予想される。しかしながら、こうした推測は正しくないことが示されている。

Brecher, and Hatta (1983, 1985) をはじめとして、トランスファー問題に関する既存研究はあまりに膨大なので、本論文では先行研究についての包括的な説明を省略する。

Hamada and Yanagihara (2014) は、1 部門世代重複モデルを用いて、援助国が被援助国に対して利他的効用を持つ時の 2 国間トランスファー問題を考察し、利他性の程度にかかわらず、援助国の利他性は社会厚生改善に結びつかないことを明らかにした。この結論が生じる理由は、利他性の程度が高くなるにつれて資本蓄積が滞り、社会厚生が減少してしまうからである。従って動学的観点からも、援助国の利他性が自発的援助を行う動機付けとして適切であるとは言えない。

利他的効用は、経済学的に見れば一種の外部性 (externality) である。Hamada and Yanagihara (2014) では、援助国の被援助国への利他性の程度が高ければ高い程、援助を通じて援助国の社会厚生が低下するという、別の逆説的状況を提示した。一方、Hamada and Yanagihara (2016) では、世代重複モデルの下で援助国の親世代が子世代に対して利他性を持つ、世代間利他性 (intergenerational altruism) の状況を扱い、トランスファー・パラドックスが起こり得る条件が、世代間利他性の程度とは無関係に決定することを明らかにした。このように利他的効用のみを考えてみても、2 国間利他性と世代間利他性とは、パラドックスに与える影響が異なる。さらにその上、利他的効用以外にも数多くの外部性が現実的に存在し得る。こうした外部性を明示的にモデルに導入した上で、外部性がトランスファー・パラドックスの発生可能性に、どう影響するのかを調査することは、理論的にもまた効果的な援助を実施する上で政策的にも重要な研究課題である。³ とりわけ、国際的所得移転に関して外部性をモデルに取り入れた先行研究は、上記に挙げた利他性の分析を除くと非常に限られている。従って本論文では、既存のトランスファー・パラドックスの分析を、援助国・被援助国民が消費の外部性を持つ状況に拡張し、消費の外部性の程度がパラドックスの起こり易さにどのような影響を及ぼすのかについて検討を行う。

消費の外部性とは、ある経済主体の消費活動が、他の経済主体の効用に直接影響を及ぼす状況を指す。既存研究で分析されている利他性は、ある経済主体の効用水準が他の経済主体の効用に影響を及ぼす状況であるが、効用が財の消費量に依存している点で、利他性も一種の外部性であると言える。消費の外部性の代表的な例として、バンドワゴン効果 (bandwagon effect) またはスノップ効果 (snob effect) が挙げられる。それぞれ、他人の消費量が多い程、自分がその財を消費する効用が高くなる、または低くなるという効果である。⁴ 援助国民が、援助される人々の消費が増えることより幸せに感じる状況は、バンドワゴン効果が存在する消費の外部性として描写することができる。しかしながら、国際所得移転を分析するマクロ動学の既存研究で、こうした消費の外部性を扱った論文はほとんどない。⁵ 本論文は、既存研究の利他性の分析枠組みから一步踏み込んで、

³ 国内政策の在り方がトランスファー・パラドックスの発生にどのような影響を与えるのかを分析した論文として、Hamada, Kaneko, and Yanagihara (2016a, 2016b) を挙げておく。Hamada, Kaneko, and Yanagihara (2016a) では、援助国と被援助国の社会保障システムの違いが、1 国内の世代間所得移転の影響を通じて、トランスファーの効果に影響を及ぼす状況を説明した。具体的には、賦課方式の年金制度 (pay-as-you-go pension system) の下で、年金支払いの限界的増加は、援助による社会厚生悪化をもたらすことを示した。Hamada, Kaneko, and Yanagihara (2016b) では、トランスファーの原資を若年世代と老年世代の間でどのように分担するのが、社会厚生上望ましいかを分析している。

⁴ バンドワゴン効果とスノップ効果は、米経済学者のハーヴェイ・ライベンシュタイン (Harvey Leibenstein) が、1950 年の論文 Leibenstein (1950) "Bandwagon, Snob, and Veblen Effects in the Theory of Consumers' Demand" で提唱した概念である。

⁵ Futagami and Shibata (1998) は、'keep up with the Joneses' (近所の人に負けまいと見栄を張る) 効果という消費の外部性を扱っている。しかしながら、そこで議論されるモデルはラムゼイ・モデルであって世代重複モデルではなく、トランスファー問題を扱っていない。また外部性の設定も、相対的な資産量の比較に関するものである。

各経済主体の消費量に効用水準が依存する形でバンドワゴン効果をモデルに取り入れ、この効果がトランスファー・パラドックスが生じる条件にどう影響するのかを調査する。

本論文では、各世代の若年期消費水準が他国の効用に正の影響をもたらす、いわゆるバンドワゴン効果が存在する状況を考える。効用関数を対数線形のケースに特定し、また定常状態に注目して得られる本論文の主な内容は、以下の通りである。第一に、所得移転が利子率を上昇させる、または下落させる状況をそれぞれ考え、労働分配率と資本分配率の相対的な大小関係により、パラドックスが起こり得るか否かを明らかにする。第二に、消費の外部性が存在しない時、2国間の割引因子の大小関係が、援助国と被援助国の社会厚生への間接効果の正負を決定するという、既存研究の結果を再提示する。第三に、既存研究の結論と対比させる形で、消費の外部性が存在する時、援助国と被援助国の社会厚生への間接効果がどのような影響を受けるかを明らかにする。とりわけ、2国間で時間割引率が等しい場合と異なる場合それぞれのケースにおいて、消費の外部性が間接効果に与える影響を解明する。

本論文の構成は以下の通りである。第2節では、各世代が消費の外部性を持つ、2国1部門世代重複モデルについて記述する。第3節では、定常状態における消費、貯蓄、社会厚生等の諸変数を導出する。第4節では、消費の外部性がトランスファー・パラドックスの発生可能性に、どのような影響を与えるのかについて計算結果を示し、得られる結論を提示する。第5節では、まとめと今後の課題についての展望を述べる。

2 モデル

2国1部門世代重複モデル (overlapping generations model) を考える。援助国 (donor) と被援助国 (recipient) の2国が存在し、援助国から被援助国へ国際所得移転 (international transfer) が行われる。donor と recipient をそれぞれ、国 $i = \{D, R\}$ で表す。2国は、時間選好率と消費の外部性の程度以外は、同一であるとする。2国間を資本は完全移動可能だが、財と労働力は移動不可能である。2国の人口成長率は外生的に与えられており、同一かつ時間を通じて一定である。純人口成長率を $n \geq 0$ で表す。粗人口成長率は $1 + n \geq 1$ である。動学的効率性条件 (dynamic efficiency condition), $r_t \geq n$ が満たされると仮定する。

2.1 個人

各国に住む全個人は2期生存し、2国には各期、若年世代と老年世代の2種類の世代が存在する。若年世代は、非弾力的に1単位の労働を供給し賃金を得る。老年世代は、引退し若年期の貯蓄を消費する。以下では、第 t 期に若者である世代を世代 t と呼ぶ。 c_t^i と d_{t+1}^i はそれぞれ、 i 国の世代 t が t 期 (若年期) と $t+1$ 期 (老年期) に消費する財の消費量を表す。

各個人の効用には、消費の外部性が存在している。特に、ある国のある世代の若年期消費水準が、他国の同じ世代の効用に正の影響をもたらす状況を考察する。具体的に、 i 国世代 t の効用水

準が⁶, $j \neq i$ 国世代 t の若年期消費量 c_t^j によって増加するものとする. すなわち, j 国世代 t の若年期消費量 c_t^j が多い程, i 国世代 t の若年期消費量 c_t^i から得られる効用が増加するという, バンドワゴン効果が存在する状況を定式化する. 想定される状況として, 相手国がたくさん消費する時には, 世界的な好況感から自国民が今期消費することから得られる満足度が増加する. 反対に相手国の消費量が少ないと, 世界同時不況感から自らの消費から得られる満足度が減少する, といった状況が考えられる.^{6,7}

効用関数を特定化し, 対数線形 (log-linear) で与えられるとする.⁸ i 国世代 t の効用関数は以下の通りである.

$$u^{i,t} = u^{i,t}(c_t^i, d_{t+1}^i; c_t^j) = \ln(c_t^i + b_i c_t^j) + \delta_i \ln(d_{t+1}^i) \quad (2.1)$$

i 国世代 t の効用は, 自らの2期間の消費 (c_t^i, d_{t+1}^i) と, 消費の外部性により j 国世代 t の若年期消費 c_t^j に依存する. $b_i \in [0, 1)$ は, i 国の消費の外部性の程度を表す.^{9,10} $\delta_i \in (0, 1]$ は, 2期間の割引因子 (discount factor) である. b_i と δ_i は, 全期間, 全世代で常に同一である. ただし国ごとでは異なる. 割引因子の違いにより, 2国間で時間選好 (time preference) が異なり, 結果的に限界貯蓄志向が異なる. この対数線形効用関数は効用最大化の2階条件を満たす.

r_t, w_t, s_t はそれぞれ, t 期の純利率率, 賃金, 貯蓄水準を表すとする. T^i は, i 国の永続的な所得移転額 (permanent transfer) であり, $T^D < 0, T^R > 0, T^D + T^R = 0$ である. 若年期の予算制約式は $c_t^i + s_t^i = w_t + T^i$, 老年期の予算制約式は $d_{t+1}^i = (1 + r_{t+1})s_t^i$ であり, 異時点間予算制約式は次式の通りである.

$$c_t^i + \frac{1}{1 + r_{t+1}} d_{t+1}^i = w_t + T^i \quad (2.2)$$

毎期一定の所得移転額を T とおくと, $T^R = -T^D = T > 0$ である. 仮定として, 援助国の移転後所得は正であるとする ($w_t + T^D = w_t - T > 0$).

i 国世代 t が直面する予算制約下の効用最大化問題は, 次式の通りである.

$$\max_{\{c_t^i, d_{t+1}^i\}} u^{i,t}(c_t^i, d_{t+1}^i; c_t^j) = \ln(c_t^i + b_i c_t^j) + \delta_i \ln(d_{t+1}^i), \quad \text{s.t.} \quad c_t^i + \frac{1}{1 + r_{t+1}} d_{t+1}^i = w_t + T^i \quad (2.3)$$

⁶ 相手の効用が高まれば自分の効用が高まるという一種の利他性の状況と似ているが, 本論文の設定はあくまで消費の外部性について定式化を行っている点で異なる. 利他性については, Hamada and Yanagihara (2014, 2016) にて分析を行っている.

⁷ またはこの消費の外部性を, 国家間の経済格差の問題と関連付けて, 2国間で消費水準の差が少なれば少ない程, 公平性の観点からより効用が増加すると解釈できるかもしれない. ただし本論文の定式化では, 公平性の観点からの議論は行っていない.

⁸ 一般的な効用関数形でも分析は可能だが, 分析の簡単化のため, 効用関数を特定化している.

⁹ $b_i = 0$ なら消費の外部性のない通常の設定である. $b_i < 1$ を仮定する. なぜなら仮に $b_i = 1$ だと, 自分の若年期消費 c_t^i から得られる限界効用と, 他人の若年期消費 c_t^j から得られる限界効用が等しくなるが, そのような状況は現実的ではない.

¹⁰ 本論文では, $b_i \geq 0$ のケース, すなわちバンドワゴン効果だけを扱う. もし $b_i \in (-1, 0]$ に分析を拡張すれば, スノップ効果も扱うことができる. ただしその際は, $c_t^i + b_i c_t^j > 0$ を仮定しないといけない. いずれにせよ, 消費の外部性が負となる場合は現実的に想定し難いので, $b_i \geq 0$ に議論を限定する.

i 国世代 t は、消費の外部性をもたらす j 国同世代 t の若年期消費量 c_t^j を所与として、効用を最大化する。効用最大化の 1 階条件より次式を得る。¹¹

$$d_{t+1}^i = (1 + r_{t+1})\delta_i(c_t^i + b_i c_t^j) \quad (2.4)$$

予算制約式 (2.2) と 1 階条件式 (2.4) を連立して、最適消費の組 (c_t^i, d_{t+1}^i) が求められる。

$$c_t^i = \frac{-\delta_i b_i c_t^j + w_t + T^i}{1 + \delta_i} \quad (2.5)$$

$$d_{t+1}^i = (1 + r_{t+1})\delta_i \left(\frac{b_i c_t^j + w_t + T^i}{1 + \delta_i} \right) \quad (2.6)$$

対数線形効用関数の下では、若年期消費 c_t^i は利子率 r_{t+1} に依存せず、 d_{t+1}^i のみ利子率に依存する。また (2.5) より、 i 国世代 t の最適消費 (c_t^i, d_{t+1}^i) は、 j 国世代 t の若年期消費 c_t^j に依存している。なぜなら消費の外部性により、相手国若年消費 c_t^j が大きいと効用が増加するので、自らの消費 c_t^i から得られる限界効用が低下し、若年期消費が減少するからである。反対に (2.6) に示されているように、若年期消費の減少は老年期消費を増加させるので、 d_{t+1}^i は c_t^j が大きいと増加する。

ここで (2.5) は、若年期消費に関する 2 国の最適反応関数 (best response function) のようになっている。従って、最適反応関数の交点を求めることにより、ある種のナッシュ均衡として、2 国の若年期の最適消費水準 (c_t^D, c_t^R) を得る。また (2.6) に代入して、2 国の老年期の最適消費水準を得る。援助国と被援助国の若年期と老年期の最適消費水準 $(c_t^D, c_t^R, d_{t+1}^D, d_{t+1}^R)$ は次式の通り。

$$c_t^D = \frac{(1 + \delta_R)(w_t + T^D) - \delta_D b_D (w_t + T^R)}{X} \quad (2.7)$$

$$c_t^R = \frac{(1 + \delta_D)(w_t + T^R) - \delta_R b_R (w_t + T^D)}{X} \quad (2.8)$$

$$d_{t+1}^D = \frac{(1 + r_{t+1})\delta_D [(1 + \delta_R(1 - b_D b_R))(w_t + T^D) + b_D (w_t + T^R)]}{X} \quad (2.9)$$

$$d_{t+1}^R = \frac{(1 + r_{t+1})\delta_R [1 + \delta_D(1 - b_D b_R)](w_t + T^R) + b_R (w_t + T^D)}{X} \quad (2.10)$$

ここで $X \equiv (1 + \delta_D)(1 + \delta_R) - \delta_D \delta_R b_D b_R > 0$ とする。若年期消費 c_t^i と貯蓄 $s_t^i = d_{t+1}^i / (1 + r_{t+1})$ は、利子率 r_{t+1} に依存しない。¹² (w_t, T^D, T^R) に依存した貯蓄関数を、 $s_t^i = s^i(w_t, T^D, T^R)$ と定義する。貯蓄関数の賃金 w_t による偏微分を $s_w^i \equiv \partial s_t^i / \partial w_t$ とおくと、(2.9) と (2.10) より $s_w^D = \delta_D(1 + b_D + \delta_R(1 - b_D b_R)) / X > 0$ と $s_w^R = \delta_R(1 + b_R + \delta_D(1 - b_D b_R)) / X > 0$ であり、貯蓄は賃金の増加関数である。

以下では、第3節の定常状態分析において必要な、若年期と老年期の最適消費と最適貯蓄に関する偏微係数を表2.1にまとめる。 $c_w^i \equiv \partial c^i / \partial w_t$, $c_r^i \equiv \partial c^i / \partial r_{t+1}$, $c_{T^D}^i \equiv \partial c^i / \partial T^D$, $c_{T^R}^i \equiv \partial c^i / \partial T^R$ とし、 d^i および s^i についても同様に偏微係数の記号を定義する。

¹¹ 2 階条件は対数線形効用関数の下で成立している。

¹² これは対数線形効用関数の下で得られる性質である。

$c_w^D = \frac{1+\delta_R - \delta_D b_D}{X} > 0$	$c_r^D = 0$
$c_w^R = \frac{1+\delta_D - \delta_R b_R}{X} > 0$	$c_r^R = 0$
$d_w^D = \frac{(1+r_{t+1})\delta_D(1+b_D+\delta_R(1-b_D b_R))}{X} > 0$	$d_r^D = s_t^D$
$d_w^R = \frac{(1+r_{t+1})\delta_R(1+b_R+\delta_D(1-b_D b_R))}{X} > 0$	$d_r^R = s_t^R$
$s_w^D = \frac{\delta_D(1+b_D+\delta_R(1-b_D b_R))}{X} > 0$	$s_r^D = 0$
$s_w^R = \frac{\delta_R(1+b_R+\delta_D(1-b_D b_R))}{X} > 0$	$s_r^R = 0$
$c_{TD}^D = \frac{1+\delta_R}{X} > 0$	$c_{TD}^R = -\frac{\delta_D b_D}{X} < 0$
$c_{TD}^R = -\frac{\delta_R b_R}{X} < 0$	$c_{TD}^D = \frac{1+\delta_D}{X} > 0$
$d_{TD}^D = \frac{(1+r_{t+1})\delta_D(1+\delta_R(1-b_D b_R))}{X} > 0$	$d_{TD}^R = \frac{(1+r_{t+1})\delta_D b_D}{X} > 0$
$d_{TD}^R = \frac{(1+r_{t+1})\delta_R b_R}{X} > 0$	$d_{TD}^D = \frac{(1+r_{t+1})\delta_R(1+\delta_D(1-b_D b_R))}{X} > 0$
$s_{TD}^D = \frac{\delta_D(1+\delta_R(1-b_D b_R))}{X} > 0$	$s_{TD}^R = \frac{\delta_D b_D}{X} > 0$
$s_{TD}^R = \frac{\delta_R b_R}{X} > 0$	$s_{TD}^D = \frac{\delta_R(1+\delta_D(1-b_D b_R))}{X} > 0$

表 2.1: 若年期と老年期の最適消費と最適貯蓄の偏微係数

表2.1より，援助国と被援助国の限界貯蓄性向の大小関係は， $s_w^D \geq s_w^R \Leftrightarrow \delta_D(1+b_D) \geq \delta_R(1+b_R)$ であり，2国の時間選好率 δ_i と消費の外部性の程度 b_i の大きさに依存する。

2.2 企業

援助国・被援助国双方において，企業は完全競争市場の下で財を生産する．集計的 (aggregate) 生産関数を， $F(K_t^i, L_t^i)$ とする． K_t^i と L_t^i はそれぞれ， i 国 t 期の集計資本量と集計労働量である．生産関数は，規模に関して収穫一定，時間 t に依存せず，2国間で同じであるとする．労働は移動せず資本のみ完全移動であるとし，資本減耗はない．集計的生産関数より，1人当り (per capita) 生産関数は， $f(k_t^i) \equiv F(K_t^i/L_t^i, 1)$ で表される． $k_t^i \equiv K_t^i/L_t^i$ は， i 国 t 期の1人当り資本量である．1人当り生産関数 $f(\cdot)$ の通常の仮定として，(i) 連続微分可能，(ii) 全ての $k_t^i > 0$ に対して $f > 0, f' > 0, f'' < 0$ ，(iii) 稲田条件 (Inada conditions) を満たす．すなわち $f(0) = 0, \lim_{k \rightarrow 0} f'(k) = \infty, \lim_{k \rightarrow \infty} f'(k) = 0$ 。

企業の利潤関数は， $\pi(k_t^i) \equiv f(k_t^i) - r_t k_t^i - w_t$ である．利潤最大化の1階条件は次式を満たす。

$$f'(k_t^i) = r_t \quad (2.11)$$

$$f(k_t^i) - f'(k_t^i)k_t^i = w_t \quad (2.12)$$

(2.11) より資本需要関数 $k_t^i = k(r_t)$ が求まる． $k' = 1/f'' < 0$ であり，1人当り資本量 k_t^i は利子率 r_t の減少関数である．また (2.12) より $w_t = w(r_t)$ という関係が得られる． $w_t' = -k_t^i < 0$ であり，賃金 w_t は利子率 r_t の減少関数である。

2.3 資本市場均衡

t 期の国際資本市場を考える．完全に国際間で資本移動可能なので，2国間要素価格は均等化し，1人当り資本需要は等しい ($k_{t+1}^D = k_{t+1}^R \equiv k_{t+1}$)．資本市場均衡の下では，2国の世代 t の1人当り

貯蓄合計が、次の $t+1$ 期の 1 人当り資本需要合計に等しくなる。資本市場均衡条件は次式の通り。

$$2(1+n)k_{t+1}(r_{t+1}) = s^D(w_t, T^D, T^R) + s^R(w_t, T^D, T^R) \quad (2.13)$$

1 人当り資本が利子率の減少関数で、貯蓄が利子率に依存しないので、ワルラス安定性条件 (Walrasian stability condition) は満たされている。

3 定常状態分析

定常状態の諸変数は、時間を表す下付文字 t を取り、賃金 w 、利子率 r 、若年期と老年期の消費を c^i, d^i 等で表す。定常状態を分析するにあたって、動学的安定性条件 (dynamic stability condition) が満たされると仮定する。すなわち、次の不等式の成立を仮定する。

$$\Gamma \equiv 2(1+n)k'(r) - (s_w^D + s_w^R)w'(r) = \frac{2(1+n)}{f''} + (s_w^D + s_w^R)k < 0 \quad (3.1)$$

既に示したように $s_w^i > 0$ が成立している。

以下では移転所得 $T = 0$ における、トランスファーの限界的な影響について調査する。¹³

3.1 貯蓄関数

(2.9) と (2.10) より、 $T = 0$ で評価した定常状態の貯蓄関数は以下の通りである。

$$s^D = \frac{\delta_D(1+b_D + \delta_R(1-b_D b_R))w}{X} \quad (3.2)$$

$$s^R = \frac{\delta_R(1+b_R + \delta_D(1-b_D b_R))w}{X} \quad (3.3)$$

(3.2) と (3.3) より、援助国と被援助国の貯蓄 s^D と s^R の大小関係は、 $s^D \geq s^R \Leftrightarrow \delta_D(1+b_D) \geq \delta_R(1+b_R)$ であり、2 国の時間選好率 δ_i と消費の外部性の程度 b_i に依存する。対数線形効用関数の下では、 $s^i = s_w^i w$ が成立するので、限界貯蓄性向の大小関係と貯蓄の大小関係は常に一致する。また既に述べたように、貯蓄は利子率 r には依存しない。

定常状態の貯蓄関数を (b_D, b_R) に関して偏微分した偏微係数を表 3.1 にまとめる。 $s_{b_j}^i \equiv \partial s^i / \partial b_j$ とおく。

$$\begin{array}{cc} \frac{s_{b_D}^D = \frac{\delta_D(1+\delta_R)(1+\delta_D-\delta_R b_R)w}{X^2} > 0}{s_{b_D}^R = -\frac{\delta_D \delta_R b_R(1+\delta_D-\delta_R b_R)w}{X^2} < 0} & \frac{s_{b_R}^D = -\frac{\delta_D \delta_R b_D(1+\delta_R-\delta_D b_D)w}{X^2} < 0}{s_{b_R}^R = \frac{\delta_R(1+\delta_D)(1+\delta_R-b_D \delta_D)w}{X^2} > 0} \end{array}$$

表 3.1: 最適貯蓄の b_D, b_R に関する偏微係数

¹³ この種の分析の簡化は、限界的な影響を調査する既存研究において標準的に行われており、分析上の一般性を失わない。また、そもそも T の適正水準についてモデルからは内生的に何も決まらない。

3.2 間接効用関数

定常状態における間接効用関数 $V^i(w, r, T^D, T^R)$ を考える。まず援助国の間接効用関数は、効用関数 $u^D = \ln(c^D + b_D c^R) + \delta_D \ln(d^D)$ に自国の最適消費 $c^D = c^D(w, T^D, T^R)$, $d^D = d^D(w, r, T^D, T^R)$ と被援助国の若年期消費 $c^R = c^R(w, T^D, T^R)$ を代入して得られる。同様に、被援助国の間接効用関数は、効用関数 $u^R = \ln(c^R + b_R c^D) + \delta_R \ln(d^R)$ に自国の最適消費 $c^R = c^R(w, T^D, T^R)$, $d^R = d^R(w, r, T^D, T^R)$ と援助国の若年期消費 $c^D = c^D(w, T^D, T^R)$ を代入して得られる。

援助国と被援助国の間接効用関数 V^D, V^R を全微分すると、次式を得る。

$$dV^D = \frac{\delta_D}{d^D} \left[(1+r) \left(c_w^D dw + c_{T^D}^D dT^D + c_{T^R}^D dT^R + b_D (c_w^R dw + c_{T^D}^R dT^D + c_{T^R}^R dT^R) \right) + d_w^D dw + d_r^D dr + d_{T^D}^D dT^D + d_{T^R}^D dT^R \right] \quad (3.4)$$

$$dV^R = \frac{\delta_R}{d^R} \left[(1+r) \left(c_w^R dw + c_{T^D}^R dT^D + c_{T^R}^R dT^R + b_R (c_w^D dw + c_{T^D}^D dT^D + c_{T^R}^D dT^R) \right) + d_w^R dw + d_r^R dr + d_{T^D}^R dT^D + d_{T^R}^R dT^R \right] \quad (3.5)$$

表2.1の偏微係数を代入して式を整理すると、次式を得る。

$$dV^D = \frac{\delta_D(1+\delta_D)}{s^D X} \left[(1+b_D + \delta_R(1-b_D b_R)) dw + (1+\delta_R(1-b_D b_R)) dT^D + b_D dT^R \right] + \frac{\delta_D}{1+r} dr \quad (3.6)$$

$$dV^R = \frac{\delta_R(1+\delta_R)}{s^R X} \left[(1+b_R + \delta_D(1-b_D b_R)) dw + (1+\delta_D(1-b_D b_R)) dT^R + b_R dT^D \right] + \frac{\delta_R}{1+r} dr \quad (3.7)$$

$T^R = -T^D \equiv T > 0$ より $dT^R = -dT^D \equiv dT > 0$ であるので、(3.6) と (3.7) より直ちに次式を得る。

$$dV^D = \frac{\delta_D(1+\delta_D)}{s^D X} \left[\underbrace{(1+b_D + \delta_R(1-b_D b_R)) dw}_{\text{(間接賃金効果)}} - \underbrace{(1-b_D + \delta_R(1-b_D b_R)) dT}_{\text{(直接所得効果)}} \right] + \underbrace{\frac{\delta_D}{1+r} dr}_{\text{(間接代替効果)}} \quad (3.8)$$

$$dV^R = \frac{\delta_R(1+\delta_R)}{s^R X} \left[\underbrace{(1+b_R + \delta_D(1-b_D b_R)) dw}_{\text{(間接賃金効果)}} + \underbrace{(1-b_R + \delta_D(1-b_D b_R)) dT}_{\text{(直接所得効果)}} \right] + \underbrace{\frac{\delta_R}{1+r} dr}_{\text{(間接代替効果)}} \quad (3.9)$$

(3.8) と (3.9) より、賃金 w の上昇が援助国と被援助国の社会厚生に与える影響は、 $1+b_D + \delta_R(1-b_D b_R) > 0$ または $1+b_R + \delta_D(1-b_D b_R) > 0$ より必ず正である。また、消費の外部性の程度 b_D または b_R が増加するにつれ、賃金上昇が与える社会厚生へのプラスの影響は大きくなる。消費の外部性が強まれば、自分の賃金所得上昇のみならず、相手国の賃金所得上昇に伴う相手国消費量の増加から社会厚生増加の恩恵を受けるので、当然の帰結である。

次に、利子率 r の上昇が援助国と被援助国の社会厚生に与える影響は、必ず正である。対数線形効用関数の下で、利子率上昇は貯蓄水準に全く影響を与えないが、 $d^i = (1+r)^i$ により老年期の消費水準を増加させるので、社会厚生を増加させる。この利子率上昇が社会厚生に与える影響は、消費の外部性 b_D または b_R には依存しない。従って利子率上昇による交易条件効果は、直接的には消費の外部性の程度とは無関係である。理由は、対数線形効用関数の下では、利子率の変化によって若年期消費 c^D は変化せず、老年期消費 d^D のみ増加するが、若年期消費と老年期消費は加法分離であるため、若年期消費に関してのみ消費の外部性が影響を与えるからである。

最後に、援助国から被援助国への所得移転額 T が、2 国の社会厚生に与える影響 $\partial V^D/\partial T$ と $\partial V^R/\partial T$ を考える。(3.8) と (3.9) の dT の係数の符号、 $1-b_D+\delta_R(1-b_D b_R) > 0$ と $1-b_R+\delta_D(1-b_D b_R) > 0$ より、 $\partial V^D/\partial T < 0$ と $\partial V^R/\partial T > 0$ が成立する。また、援助国の消費の外部性の程度 b_D が増加するにつれ、援助による所得減少が与える社会厚生へのマイナスの影響は減少する。なぜなら、自国の所得は減るが被援助国の所得は増加するので、外部性が強いと相手国の消費水準増加から強いプラスの社会厚生上の影響を受けるからである。同様に、被援助国の消費の外部性の程度 b_R が増加するにつれ、援助による所得増加が与える社会厚生へのプラスの影響は減少する。もし被援助国が消費の正の外部性を持つならば、自国の所得は増えるが援助国の所得は減少するので、そのことを気に掛けると相手国の消費水準減少が社会厚生上の増加割合を引き下げる。いずれにせよ、所得移転が社会厚生に与える効果は、消費の外部性の程度 b_D と b_R の大きさによって影響を受ける。

以下では、(3.8) と (3.9) の 3 つの効果に名前を与える。第 1 項は、賃金変化 dw が社会厚生の変化 dV^i に与える効果で、間接賃金効果と呼ぶ。第 2 項は、所得移転の変化 dT が社会厚生の変化 dV^i に与える効果で、直接的な所得効果である。第 3 項は、利子率の変化 dr が社会厚生の変化 dV^i に与える効果で、間接代替効果と呼ぶ。所得移転が所得水準を変化させ社会厚生を直接的に変化させる第 2 項の効果以外に、所得移転は利子率を変化させるので間接効果が生じる。第 1 項の間接賃金効果は、利子率の変化が生産要素の相対価格の変化を通じて賃金水準を変え、最適消費に影響を与える効果である。一方、第 3 項の間接代替効果は、利子率変化が若年期と老年期の最適消費を変化させる異時点間代替効果である。これら 3 つの効果の相対的な大小関係により、所得移転が社会厚生に及ぼす影響が決まる。

(3.8) の援助国の社会厚生を見ると、第 2 項の直接所得効果は、援助の増加に伴う所得減少が援助国の若年期と老年期の消費水準を低下させる一方、被援助国の若年期消費水準を増加させることに伴う効果で、必ず負である ($T \uparrow \Rightarrow (c_t^D \downarrow, d_{t+1}^D \downarrow, c_t^R \uparrow) \Rightarrow dV^D \downarrow$)。第 1 項と第 3 項の間接効果は、所得移転が利子率にどう影響するかに依存する。もし所得移転が利子率を低下させるならば、第 1 項の間接賃金効果は正になる ($T \uparrow \Rightarrow r \downarrow \Rightarrow w \uparrow \Rightarrow (c_t^D \uparrow, d_{t+1}^D \uparrow, c_t^R \uparrow) \Rightarrow dV^D \uparrow$)。一方、第 3 項の間接代替効果は、若年期と老年期の消費の代替が起り、所得移転が利子率を低下させれば第 3 項の間接代替効果は負になる ($T \uparrow \Rightarrow r \downarrow \Rightarrow d_{t+1}^D \downarrow \Rightarrow dV^D \downarrow$)。(3.9) より同様のことが、被援助国の社会厚生についても言える。第 2 項の直接所得効果は、援助の増加に伴う所得増加が被援助国の

若年期と老年期の消費水準を増加させる一方、援助国の若年期消費水準を減少させることに伴う効果で、必ず正である ($T \uparrow \Rightarrow (c_t^R \uparrow, d_{t+1}^R \uparrow, c_t^D \downarrow) \Rightarrow dV^R \uparrow$)。第1項と第3項の間接効果は、所得移転が利率にどう影響するかに依存する。もし所得移転が利率を低下させるならば、第1項の間接賃金効果は正になる ($T \uparrow \Rightarrow r \downarrow \Rightarrow w \uparrow \Rightarrow (c_t^R \uparrow, d_{t+1}^R \uparrow, c_t^D \uparrow) \Rightarrow dV^R \uparrow$)。一方、第3項の間接代替効果は、若年期と老年期の消費の代替が起これ、所得移転が利率を低下させれば第3国の間接代替効果は負になる ($T \uparrow \Rightarrow r \downarrow \Rightarrow d_{t+1}^R \downarrow \Rightarrow dV^R \downarrow$)。

3.3 資本市場均衡条件

(2.13) より、定常均衡における資本市場均衡条件を提示すると以下の通りである。

$$2(1+n)k(r) = s^D(w(r), T^D, T^R) + s^R(w(r), T^D, T^R) \quad (3.10)$$

援助国と被援助国の貯蓄関数 (3.2) と (3.3) を代入して、定常均衡の資本水準を得る。

$$\begin{aligned} 2(1+n)k &= s^D + s^R = \frac{\delta_D(1+b_D) + \delta_R(1+b_R) + 2\delta_D\delta_R(1-b_Db_R)}{X} w \\ \Leftrightarrow k &= \frac{[\delta_D(1+b_D) + \delta_R(1+b_R) + 2\delta_D\delta_R(1-b_Db_R)]w}{2(1+n)[(1+\delta_D)(1+\delta_R) - \delta_D\delta_R b_Db_R]} \end{aligned} \quad (3.11)$$

(3.11) より資本 k を b_D と b_R について偏微分すると、次式を得る。

$$\frac{\partial k}{\partial b_D} = \frac{\delta_D(1+\delta_D - \delta_R b_R)(1+\delta_R - \delta_R b_R)w}{2(1+n)X^2} > 0, \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial k}{\partial b_R} = \frac{\delta_R(1+\delta_D - \delta_D b_D)(1+\delta_R - \delta_D b_D)w}{2(1+n)X^2} > 0. \quad (3.13)$$

消費の外部性の程度が増加するにつれて、資本蓄積が進むことを意味している。

市場均衡 (3.10) を全微分して次式を得る。

$$\Gamma dr = s_{T^D}^D dT^D + s_{T^R}^D dT^R + s_{T^D}^R dT^D + s_{T^R}^R dT^R \quad (3.14)$$

$$\Leftrightarrow \frac{dr}{dT} = \frac{s_{T^R}^D - s_{T^D}^D + s_{T^R}^R - s_{T^D}^R}{\Gamma} \quad (3.15)$$

動学的安定性条件より $\Gamma < 0$ である。

表2.1より、 $s_{T^D}^D = \delta_D(1+\delta_R(1-b_Db_R))/X > 0$ 、 $s_{T^R}^D = \delta_D b_D/X > 0$ 、 $s_{T^R}^R = \delta_R(1+\delta_D(1-b_Db_R))/X > 0$ 、 $s_{T^D}^R = \delta_R b_R/X > 0$ であるので、次の不等式が成立する。

$$s_{T^R}^D - s_{T^D}^D + s_{T^R}^R - s_{T^D}^R = \frac{\delta_R(1-b_R) - \delta_D(1-b_D)}{X} \geq 0 \Leftrightarrow \delta_R(1-b_R) \geq \delta_D(1-b_D) \quad (3.16)$$

所得移転により利率が上昇するかどうかは、所得援助が援助国と被援助国の貯蓄に与える限

界的効果の大小関係に依存する。¹⁴ 例えば、もし援助国と被援助国とで時間選好率が等しければ ($\delta^D = \delta^R \equiv \delta$)、 $s_{TR}^D - s_{TD}^D + s_{TR}^R - s_{TD}^R \geq 0 \Leftrightarrow b_D \geq b_R$ が成立し、(3.15) より援助国の消費の外部性の程度が被援助国より大きければ（小さければ）、所得移転により利率は下落（上昇）する ($dr/dT \leq 0 \Leftrightarrow b_D \geq b_R$)。一方、援助国と被援助国とで消費の外部性の程度が同じであるとすると ($b^D = b^R \equiv b$)、 $s_{TR}^D - s_{TD}^D + s_{TR}^R - s_{TD}^R \geq 0 \Leftrightarrow \delta_D \leq \delta_R$ が成立し、(3.15) より援助国の割引因子が被援助国より小さければ（大きければ）、所得移転により利率は下落（上昇）する ($dr/dT \leq 0 \Leftrightarrow \delta_D \leq \delta_R$)。上記の結果を要約すると次の補題を得る。

補題 1.

所得移転が利率を増加させるか否かについて、次の不等式が成立する。

$$\frac{dr}{dT} \geq 0 \Leftrightarrow \delta_D(1-b_D) \geq \delta_R(1-b_R)$$

4 トランスファー・パラドックスが生じる条件

(3.8) と (3.9) に $dw = -kdr$ を代入して、式を整理すると次式を得る。

$$\frac{dV^D}{dT} = \underbrace{\frac{\delta_D w - (1 + \delta_D)(1+r)k}{w(1+r)} \frac{dr}{dT}}_{\text{(間接効果)}} - \underbrace{\frac{\delta_D(1 + \delta_D)(1 - b_D + \delta_R(1 - b_D b_R))}{s^D X}}_{\text{(直接効果)}} \quad (4.1)$$

$$\frac{dV^R}{dT} = \underbrace{\frac{\delta_R w - (1 + \delta_R)(1+r)k}{w(1+r)} \frac{dr}{dT}}_{\text{(間接効果)}} + \underbrace{\frac{\delta_R(1 + \delta_R)(1 - b_R + \delta_D(1 - b_D b_R))}{s^R X}}_{\text{(直接効果)}} \quad (4.2)$$

(4.1) と (4.2) の右辺第 1 項が所得移転の間接効果、第 2 項が直接効果である。援助国と被援助国の間接効果を $A_i \equiv \frac{\delta_i w - (1 + \delta_i)(1+r)k}{w(1+r)} \frac{dr}{dT}$ で表す。また $B_i \equiv \frac{\delta_i(1 + \delta_i)(1 - b_i + \delta_j(1 - b_i b_j))}{s^i X} = \frac{(1 + \delta_i)(1 - b_i + \delta_j(1 - b_D b_R))}{(1 + b_i + \delta_j(1 - b_D b_R))w}$ 、 $i, j = D, R, j \neq i$ とすると、援助国の直接効果は $-B_D$ 、被援助国の直接効果は B_R で表される。援助国の直接効果はマイナス、被援助国の直接効果はプラスである。

はじめに、間接効果の符号に関して詳細を検討する。間接効果 A_i の正負は、 $Y(\delta_i) \equiv \delta_i w - (1 + \delta_i)(1+r)k$ と $\frac{dr}{dT}$ の符号によって決まる。 $\delta_i = 0$ の時 $Y(0) = -(1+r)k < 0$ 、 $\delta_i = 1$ の時 $Y(1) = w - 2(1+r)k$ である。従って、 $w < 2(1+r)k$ が成立する時、任意の $\delta_i \in (0, 1]$ の下で $Y(\delta_i) < 0$ 、 $w > 2(1+r)k$ が成立する時、 $\delta_i < \bar{\delta}_i$ ならば $Y(\delta_i) < 0$ 、 $\delta_i > \bar{\delta}_i$ ならば $Y(\delta_i) > 0$ となる割引因子の値 $\bar{\delta}_i \equiv \frac{(1+r)k}{w - (1+r)k}$ が一意に存在する。ここで、企業の利潤最大化条件 (2.11) と (2.12) より $w + rk = f$ が成立し、完全競争市場の下で、企業の総生産は労働分配率 w と資本分配率 rk に分けられる。 $w > 2(1+r)k$ は、労働分配率が資本分配率の 2 倍を大きく超えることを意味する。

¹⁴ 限界貯蓄性向の大小関係、 $s_w^D \geq s_w^R \Leftrightarrow \delta_D(1 + b_D) \geq \delta_R(1 + b_R)$ とは異なる式である点に注意が必要である。

(4.1)と(4.2)より、援助国と被援助国それぞれにおいて、トランスファー・パラドックスが生じる条件を明らかにすることができる。援助により援助国の社会厚生が改善するパラドックス (donor enrichment) と被援助国の社会厚生が悪化するパラドックス (recipient impoverishment) のそれぞれが、発生する可能性に関して次の2つの命題が導かれる。

命題 1. 所得移転が利子率を上昇させる状況を考える。

(i) 労働分配率が資本分配率の2倍以下ならば、援助国の厚生改善は決して生じない。

一方、被援助国の厚生悪化が生じる可能性がある。

(ii) 労働分配率が資本分配率の2倍を超えて十分大きい時、

援助国の割引因子が小さければ援助国の厚生改善は決して生じない。

援助国の割引因子が大きければ援助国の厚生改善が生じる可能性がある。

一方、被援助国の割引因子が小さければ被援助国の厚生悪化が生じる可能性がある。

被援助国の割引因子が大きければ被援助国の厚生悪化は決して生じない。

命題 2. 所得移転が利子率を下落させる状況を考える。

(i) 労働分配率が資本分配率の2倍以下ならば、援助国の厚生改善が生じる可能性がある。

一方、被援助国の厚生悪化は決して生じない。

(ii) 労働分配率が資本分配率の2倍を超えて十分大きい時、

援助国の割引因子が小さければ援助国の厚生改善が生じる可能性がある。

援助国の割引因子が大きければ援助国の厚生改善は決して生じない。

一方、被援助国の割引因子が小さければ被援助国の厚生悪化は決して生じない。

被援助国の割引因子が大きければ被援助国の厚生悪化が生じる可能性がある。

命題1を数学的に厳密な形で述べると、以下の通りである。(i) もし $\delta_D(1-b_D) > \delta_R(1-b_R)$ かつ $w \leq 2(1+r)k$ ならば、援助国と被援助国の間接効果 A_D, A_R の符号は共に、 $A_D < 0, A_R < 0$ である。(ii) $\delta_D(1-b_D) > \delta_R(1-b_R)$ かつ $w > 2(1+r)k$ の時を考える。 $\delta_D < \bar{\delta}_D$ ならば $A_D < 0$, $\delta_D > \bar{\delta}_D$ ならば $A_D > 0$ 。同様に、 $\delta_R < \bar{\delta}_R$ ならば $A_R < 0$, $\delta_R > \bar{\delta}_R$ ならば $A_R > 0$ 。間接効果の符号が直接効果の符号と逆転する時、トランスファー・パラドックスが生じる可能性がある。同様に、命題2を数学的に厳密な形で述べると、以下の通りである。(i) もし $\delta_D(1-b_D) < \delta_R(1-b_R)$ かつ $w \leq 2(1+r)k$ ならば、援助国と被援助国の間接効果 A_D, A_R の符号は共に、 $A_D > 0, A_R > 0$ である。(ii) $\delta_D(1-b_D) < \delta_R(1-b_R)$ かつ $w > 2(1+r)k$ の時を考える。 $\delta_D < \bar{\delta}_D$ ならば $A_D > 0$, $\delta_D > \bar{\delta}_D$ ならば $A_D < 0$ 。同様に、 $\delta_R < \bar{\delta}_R$ ならば $A_R > 0$, $\delta_R > \bar{\delta}_R$ ならば $A_R < 0$ 。命題1と命題2の証明は、本文中の説明より容易に証明可能であるため省略する。

ここで命題1が生じる経済的ロジックを説明する。はじめに、労働分配率が資本分配率の2倍以下（2倍を大きく超える）ということは、生産における資本の寄与度が相対的に大きい（小さい）ことを意味する。援助国から被援助国への所得移転が、被援助国の貯蓄増加を上回る援助国の貯蓄減少をもたらすと、供給される総資本が減り利率が上昇する。利率上昇が社会厚生に与える間接効果には、次の2つの効果がある。第一に、利率上昇は貯蓄の利息を増やし、老年期の消費 d^l を増加させ、社会厚生に必ずプラスに働く。第二に、総資本減少に伴う利率上昇は、代替的生産要素である労働賃金 w の低下をもたらし、社会厚生に必ずマイナスに働く。命題1(i)について、労働分配率が小さい時、賃金低下による第二のマイナスの影響が大きいことを意味し、第一のプラスの効果を第二のマイナスの効果が常に上回り、間接効果はマイナスになる。(i)のケースとは反対に命題1(ii)については、労働分配率が大きい時、間接効果のうち第二のマイナスの効果の影響が比較的小さい。こうした状況で、第一のプラスの効果と第二のマイナスの効果の大小関係は、割引因子の大きさに依存する。なぜなら、第一のプラスの効果は、老年期消費に関して発生する効果で、第二のマイナスの効果は、若年期賃金に関する効果だからである。結果として、間接効果の符号が正負どちらになるかは割引因子の大きさに依存する。割引因子が大きければ（小さければ）効用関数上の老年期（若年期）消費のウエイトが大きくなり、第一のプラスの効果が第二のマイナスの効果を上回り（下回り）、間接効果が正（負）となる。命題2が生じる経済的ロジックについても、所得移転が利率を下落させる状況だけが異なり、後は同様に説明できるので省略する。

続いて、もう少し具体的に、消費の外部性の大きさがトランスファー・パラドックスの生じる条件に与える影響について精査する。第一に、直接効果が消費の外部性によって、どう変化するかを説明する。既に述べたように、援助国の直接効果は $-B_D < 0$ であり、被援助国の直接効果は $B_R > 0$ であった。 B_D と B_R を、援助国と被援助国の消費の外部性の程度、 b_D と b_R によって偏微分した時の偏微係数を、表4.1にまとめる。

$$\begin{array}{cc}
 \frac{\partial B_D}{\partial b_D} = -\frac{2(1+\delta_D)(1+\delta_R)}{(1+b_D+\delta_R(1-b_D b_R))^2 w} < 0 & \frac{\partial B_D}{\partial b_R} = -\frac{2\delta_R(1+\delta_D)b_D^2}{(1+b_D+\delta_R(1-b_D b_R))^2 w} < 0 \\
 \frac{\partial B_R}{\partial b_D} = -\frac{2\delta_D(1+\delta_R)b_R^2}{(1+b_R+\delta_D(1-b_D b_R))^2 w} < 0 & \frac{\partial B_R}{\partial b_R} = -\frac{2(1+\delta_D)(1+\delta_R)}{(1+b_R+\delta_D(1-b_D b_R))^2 w} < 0
 \end{array}$$

表 4.1: 直接効果の絶対値 B_D と B_R の b_D, b_R に関する偏微係数

表4.1より、援助国の直接効果 $-B_D$ の偏微係数は $-\partial B_D/\partial b_D > 0$ であるので、援助国の消費の外部性の程度 b_D が増加するにつれて、負の直接効果の絶対値は減少する。すなわち、援助国が被援助国の消費に対してより強い外部性を持つ程、マイナスの直接効果の大きさは縮小する。ただし直接効果は決してゼロにはならない。一方、 $-\partial B_D/\partial b_R > 0$ より、被援助国の消費の外部性の程度 b_R が増加するにつれて、負の直接効果の絶対値は減少する。相手国の消費の外部性によっても、マイナスの直接効果の大きさは縮小する。ただし上記と同様に、直接効果は決してゼロにはならない。次に、被援助国の直接効果 B_R については、 $\partial B_R/\partial b_R < 0$ より、被援助国の消費の外部性の程度 b_R が増加するにつれて、プラスの直接効果の大きさは減少する。また $\partial B_R/\partial b_D < 0$ より、援

助国の消費の外部性の程度 b_D が増加するにつれて、プラスの直接効果の大きさは減少する。すなわち、消費の外部性が強ければ援助国の消費減少を気に掛けるため、正の直接効果の大きさは縮小する。いずれも消費の外部性の大きさにかかわらず、直接効果は決してゼロにはならない。要約すると、消費の外部性が強まれば、援助国のマイナスの直接効果が縮小する一方で、被援助国のプラスの直接効果も縮小する。

第二に、間接効果と消費の外部性との関係を調査する。はじめにベンチマークとして、消費の外部性が存在しない状況 ($b_D = b_R = 0$) を考える。このケースは、Galor and Polemarchakis (1987) に始まり、Cremers and Sen (2008) などの既存研究で分析されたケースである。消費の外部性が無い場合には、間接効果について次の結論が得られる。

命題 3. 消費の外部性が存在しない状況 ($b_D = b_R = 0$) を考える。

- (i) 割引因子が2国間で同じならば、間接効果は存在しない。すなわち、 $\delta_D = \delta_R$ ならば $A_D = A_R = 0$ 。
(ii) 援助国の割引因子が被援助国より大きい時、被援助国の間接効果は負である。援助国の間接効果は正負いずれもとり得る。資本蓄積の黄金律を満たす時、援助国の間接効果は正である。すなわち、もし $\delta_D > \delta_R$ ならば $A_R < 0$ 。 $r = n$ の時に $A_D > 0$ 。
(iii) 援助国の割引因子が被援助国より小さい時、援助国の間接効果は正である。被援助国の間接効果は正負いずれもとり得る。資本蓄積の黄金律を満たす時、被援助国の間接効果は負である。すなわち、もし $\delta_D < \delta_R$ ならば $A_D > 0$ 。 $r = n$ の時に $A_R < 0$ 。

証明. 補題 1 より、 $b_D = b_R = 0$ の下で、 $\frac{dr}{dT} \geq 0 \Leftrightarrow \delta_D \geq \delta_R$ 。

(i) $\delta_D = \delta_R$ ならば、 $\frac{dr}{dT} = 0$ より $A_D = A_R = 0$ 。

(ii) $\delta_D > \delta_R$ ならば、 $\frac{dr}{dT} > 0$ 。 $Y(\delta_i) \equiv \delta_i w - (1 + \delta_i)(1 + r)k$ に資本水準 (3.11) を代入して、 $Y(\delta_i) = [\delta_i - \frac{(1+r)(1+\delta_i)(\delta_D + \delta_R + 2\delta_D\delta_R)}{2(1+n)(1+\delta_D)(1+\delta_R)}]w$ 。 動学的効率性条件 $r \geq n$ の下で、 $Y(\delta_i) \leq \frac{(\delta_i - \delta_j)w}{2(1+\delta_j)}$ 。 $\delta_D > \delta_R$ の下で、 $\frac{(\delta_D - \delta_R)w}{2(1+\delta_R)} > 0$ 及び $\frac{(\delta_R - \delta_D)w}{2(1+\delta_D)} < 0$ が成立し、 $Y(\delta_R) < 0$ が成立するので、被援助国の間接効果 $A_R = \frac{Y(\delta_R)}{w(1+r)} \frac{dr}{dT} < 0$ が得られる。援助国の間接効果の符号は一般には確定しないが、 $r = n$ の時は $Y(\delta_D) = \frac{(\delta_D - \delta_R)w}{2(1+\delta_R)} > 0$ が成立するので、 $A_D = \frac{Y(\delta_D)}{w(1+r)} \frac{dr}{dT} > 0$ を得る。

(iii) $\delta_D < \delta_R$ ならば、 $\frac{dr}{dT} < 0$ 。(ii) の証明と同様に、動学的効率性条件 $r \geq n$ の下で、 $Y(\delta_i) \leq \frac{(\delta_i - \delta_j)w}{2(1+\delta_j)}$ 。 $\delta_D < \delta_R$ の下で、 $\frac{(\delta_D - \delta_R)w}{2(1+\delta_R)} < 0$ 及び $\frac{(\delta_R - \delta_D)w}{2(1+\delta_D)} > 0$ が成立し、 $Y(\delta_D) < 0$ が成立するので、援助国の間接効果 $A_D = \frac{Y(\delta_D)}{w(1+r)} \frac{dr}{dT} > 0$ が得られる。被援助国の間接効果の符号は一般には確定しないが、 $r = n$ の時は $Y(\delta_R) = \frac{(\delta_R - \delta_D)w}{2(1+\delta_D)} > 0$ が成立するので、 $A_R = \frac{Y(\delta_R)}{w(1+r)} \frac{dr}{dT} < 0$ を得る。□

命題3で得られた結論は、消費の外部性が存在しない時には、2国間の割引因子の違い、すなわち時間選好率の違いが、トランスファー・パラドックスを引き起こす要因となることを述べている。命題3(i)で示されているように、もし2国の時間選好率が完全に同一ならば、モデル上2国は完全に同一となり、資本移転に伴う資本蓄積の変化を一切もたらさない。資本蓄積に変化がなけ

れば利子率も変化せず、間接効果は存在しない。一方、命題3(ii)と(iii)は、2国間の時間選好率の違いが、間接効果を生じさせることを示している。命題3(ii)に述べられているように、援助国の時間選好率が低く割引因子が高い場合、援助による所得移転は資本蓄積を減らし利子率を上昇させることによる間接効果が発生する。動学的効率性の下では、この間接効果は必ず被援助国の厚生を悪化させる。一方、援助国の厚生が改善するか悪化するかは状況に依存するが、資本蓄積の黄金律条件を満たすならば、援助国の間接効果は正となる。すなわち、援助国の厚生改善と被援助国の厚生悪化というパラドックスが生じる可能性を指摘している。反対に命題3(iii)にあるように、援助国の時間選好率が高く割引因子が低い場合、援助による所得移転は資本蓄積を増加させ利子率を下落させることによる間接効果を生じさせる。動学的効率性の下では、この間接効果は必ず援助国の厚生を改善する。一方、被援助国の厚生が改善するか悪化するかは状況に依存するが、資本蓄積の黄金律条件を満たすならば、被援助国の間接効果は負となる。すなわち、援助国の厚生改善と被援助国の厚生悪化というパラドックスが生じる可能性が示唆される。

それでは、各国に消費の外部性が存在する場合、パラドックスが発生する可能性はどう変化するであろうか。続いて、消費の外部性が存在する状況を考察する。消費の外部性がある場合には、間接効果について次の結論が得られる。

命題 4. 割引因子が2国間で等しい状況を考える ($\delta_D = \delta_R \equiv \delta$)。

(i) 消費の外部性の程度が2国間で同じならば、間接効果は存在しない。

すなわち、 $b_D = b_R$ ならば $A_D = A_R = 0$ 。

(ii) 援助国の消費の外部性が被援助国より小さい時、援助国と被援助国の間接効果は共に負である。すなわち、もし $b_D < b_R$ ならば $A_D < 0$ かつ $A_R < 0$ 。

(iii) 援助国の消費の外部性が被援助国より大きい時、援助国と被援助国の間接効果は共に正である。すなわち、もし $b_D > b_R$ ならば $A_D > 0$ かつ $A_R > 0$ 。

証明. 補題 1 より、 $\delta_D = \delta_R \equiv \delta$ の下で、 $\frac{dr}{dT} \geq 0 \Leftrightarrow b_D \leq b_R$ 。

(i) $b_D = b_R$ ならば、 $\frac{dr}{dT} = 0$ より $A_D = A_R = 0$ 。

(ii) $b_D < b_R$ ならば、 $\frac{dr}{dT} > 0$ 。 $Y(\delta) \equiv \delta w - (1 + \delta)(1 + r)k$ に資本水準 (3.11) を代入して、 $Y(\delta) = [\delta - \frac{(1 + \delta)(1 + r)(\delta(1 + b_D) + \delta(1 + b_R) + 2\delta^2(1 - b_D b_R))}{2(1 + n)((1 + \delta)^2 - \delta^2 b_D b_R)}]w$ 。動学的効率性条件 $r \geq n$ の下で、 $Y(\delta) \leq \frac{\delta[2\delta b_D b_R - (1 + \delta)(b_D + b_R)]}{2((1 + \delta)^2 - \delta^2 b_D b_R)}w$

が成立する。右辺の分子のカギ括弧内、 $2\delta b_D b_R - (1 + \delta)(b_D + b_R)$ は、任意の $\delta \in (0, 1]$ と $b_i \in [0, 1)$ に対して負の値をとるので、 $Y(\delta) < 0$ が成立する。従って、援助国と被援助国の間接効果は共に、 $A_D = \frac{Y(\delta)}{w(1+r)} \frac{dr}{dT} < 0$ 及び $A_R = \frac{Y(\delta)}{w(1+r)} \frac{dr}{dT} < 0$ が成立する。

(iii) $b_D > b_R$ ならば、 $\frac{dr}{dT} < 0$ 。(ii)の証明で示した通り、動学的効率性条件 $r \geq n$ の下で、 $Y(\delta) < 0$ が成立するので、援助国と被援助国の間接効果は共に、 $A_D = \frac{Y(\delta)}{w(1+r)} \frac{dr}{dT} > 0$ 及び $A_R = \frac{Y(\delta)}{w(1+r)} \frac{dr}{dT} > 0$ が成立する。□

命題4の結論より、2国間で時間選好率が等しい場合でも、消費の外部性の程度が異なる時に、間接効果が発生することが言える。特に命題4(iii)に示されているように、援助国の消費の外部性が被援助国より大きい時、援助国と被援助国の間接効果は共に正となる。このことは、援助による援助国の厚生改善というパラドックスが発生し易いことを意味する。そして援助国に消費の外部性がある場合に、援助によって両国の社会厚生が改善するパレート改善的 (Pareto improving) な結果が援助によって起こる可能性が示唆される。一方、反対のケースとして命題4(ii)に示されているように、援助国の消費の外部性が被援助国より小さい時、援助国と被援助国の間接効果は共に負となる。このことは、援助に伴い被援助国の厚生悪化というパラドックスが発生し易いことを意味する。被援助国に消費の外部性がある場合、援助によって両国の社会厚生が悪化するパレート劣位的 (Pareto inferior) な結果がもたらされる可能性が示唆される。¹⁵ いずれにせよ、援助国の消費の外部性は援助国の厚生改善のパラドックスを発生させ易く、被援助国の消費の外部性は、被援助国の厚生悪化のパラドックスを発生させ易いことが、命題4の(ii)と(iii)より確認できる。

命題4が生じる理由は次の通りである。2国間で時間選好率が等しい場合でも、消費の外部性の程度が異なれば、外部性を通じて各国の貯蓄水準が変化し、蓄積される資本量に変化がもたらされる。援助国の消費の外部性が被援助国より小さい(ii)のケースでは、所得移転による援助国の貯蓄減少が被援助国の貯蓄増加を上回り、蓄積される資本が減少することで利子率が上昇する。利子率の上昇は、老年期消費の増加というプラスの効果と、若年期賃金の減少というマイナス効果をもたらすが、動学的効率性条件の下では資本が過少の状態であり、利子率上昇はマイナスの効果がプラスの効果を上回る。2国間で時間選好率が等しい場合、2国共に援助による利子率上昇は社会厚生を悪化させる。反対に、援助国の消費の外部性が被援助国より大きい(iii)のケースでは、所得移転による援助国の貯蓄減少より被援助国の貯蓄増加が上回り、資本蓄積が増大することで利子率が下落する。(ii)のケースと同様に動学的効率性条件の下では、利子率下落のプラスの効果がマイナスの効果を上回る。従って、2国共に援助による利子率下落は社会厚生を改善させる。

最後に、一般的なケースとして、割引因子が2国間で異なる状況 ($\delta_D \neq \delta_R$) を考えてみよう。時間選好率が異なり消費の外部性がある場合に、間接効果について次の結論が得られる。

¹⁵ 本論文では、モデルの一般化の都合上、2国に消費の外部性が存在する場合を扱っている。しかし命題4の結論は、より簡単なケースに当てはめて解釈できる。例えば、命題4(ii)は、被援助国だけが消費の外部性を持つケース ($b_D = 0, b_R > 0$)、命題4(iii)は、援助国だけが消費の外部性を持つケース ($b_D > 0, b_R = 0$) を特殊ケースとして含んでいるので、いずれかの国のみ消費の外部性が存在する状況で得られる結論を包含している。

命題 5. 2 国間で割引因子が異なり ($\delta_D \neq \delta_R$), 消費の外部性が同じ ($b_D = b_R \equiv b$) 状況を考える.

(i) 援助国が被援助国より割引因子が大きい時, 消費の外部性がある水準を超えると, 援助国の間接効果が負となる閾値が存在する. 被援助国の間接効果は常に負である. すなわち, $b > \bar{b}_D$ の時に $A_D < 0$ となる閾値 $\bar{b}_D \in (0, 1)$ が存在し, b に依存せず常に $A_R < 0$.

(ii) 援助国が被援助国より割引因子が小さい時, 消費の外部性がある水準を超えると, 被援助国の間接効果が正となる閾値が存在する. 援助国の間接効果は常に正である. すなわち, $b > \bar{b}_R$ の時に $A_R > 0$ となる閾値 $\bar{b}_R \in (0, 1)$ が存在し, b に依存せず常に $A_D > 0$.

証明は, 補論A.1を参照せよ.

命題5は, 2 国間で割引因子が異なる場合, 消費の外部性の程度が大きい時に, 間接効果の符号が確定することを述べている. とりわけ, 消費の外部性が大きければ, 援助国と被援助国の間接効果の符号が同じになるという結論を得ている. 命題5(i) では, 援助国が被援助国より割引因子が大きい時, 2 国の間接効果が負となり, 援助国の厚生が必ず悪化すると共に, 被援助国の厚生悪化のパラドックスが起こる可能性がある. そうした場合に援助は, パレート劣位の結果をもたらし得る. 反対に, 援助国が被援助国より割引因子が小さい時, 2 国の間接効果が正となり, 被援助国の厚生が必ず改善すると共に, 援助国の厚生改善のパラドックスが起こる可能性がある. そうした場合に援助は, パレート改善の結果をもたらし得る. いずれにせよ, 援助国と被援助国の割引因子の大小関係によって, 消費の外部性が所得移転の厚生効果に与える影響は, 正反対となることを, 命題5は明らかにしている. 換言すれば, 消費の外部性が存在する状況で, 所得移転をする上で外部性が望ましい影響を与えるか否かは, 2 国間の時間割引率の相対的大きさに依存するという結論が, 示されている.¹⁶

5 まとめと今後の展望

本論文は, 1 部門世代重複モデルを用いて, 援助国と被援助国に消費の外部性が存在する状況をモデル化し, 2 国間所得移転問題について考察を行った. 援助国が, 被援助国の消費量増加に伴い効用が増大する消費の外部性を持つ時, 所得移転が2 国の社会厚生にどのような影響を与えるのか, とりわけトランスファー・パラドックスの起こり易さにどう影響するのかについて, 分析結

¹⁶ 本来であれば命題5の結論をさらに一般化して, 2 国間で割引因子が異なるだけでなく, 消費の外部性の程度も異なる状況 ($b_D \neq b_R$) に分析を進める必要がある. 実際, 本論文をまとめる準備段階では, $b_D \neq b_R$ の一般的なケースの結論も導出を行った. しかしながら, 消費の外部性の程度 (b_D, b_R) の2 変数に関する分析となり, 計算が複雑になるだけで, 基本的な結論は命題5と変わらないことが示されている. 2 国間の割引因子の大小関係により結論が異なり, 各国の消費の外部性 b_i が大きくなるにつれて, 間接効果の符号が確定し, 両国の間接効果の正負が同じになるという結論である. 本論文では, 消費の外部性に関する最も一般的なケースの結論については省略した.

果を提示した。本論文の主な結論は以下の通りである。第一に、所得移転が利子率を上昇させる状況で、(i) 労働分配率が資本分配率の2倍以下ならば、援助国の厚生改善は決して生じず、被援助国の厚生悪化が生じる可能性がある。(ii) 労働分配率が資本分配率より十分大きい時、援助国と被援助国の厚生への影響は割引因子の大きさに依存する、ことを具体的に示した(命題1)。第二に、上記とは反対のケースである、所得移転が利子率を下落させる状況の結論を提示した(命題2)。第三に、消費の外部性が存在しない時に、2国間の割引因子の大小関係が、援助国と被援助国の社会厚生への間接効果の符号を決定するという、既存研究の結果を再提示した(命題3)。第四に、既存研究の結論と対比させるために、2国間で割引因子が等しい時に、消費の外部性が援助国と被援助国の社会厚生上の間接効果にどのような影響を与えるかを明らかにした(命題4)。第五に、2国間で割引因子が異なる時に、消費の外部性が援助国と被援助国の社会厚生への間接効果にどのような影響を与えるかについて結論を提示した(命題5)。

以上の結論から得られる本論文の主要なメッセージの一つは、以下の通りである。消費の外部性が存在する2国間での所得援助において、援助国の消費の外部性が被援助国よりも大きければ、間接効果は援助国・被援助国共に正となり、外部性の存在は援助による2国の社会厚生増加をもたらす可能性がある。援助国が相手国の消費水準により多くの関心を持つ場合に、援助が自らの厚生を改善することとなり援助自体を正当化することができる。援助国の負の直接効果も外部性により減少するので、援助国が被援助国の消費水準への関心を高めることが、2国にとってパレート効率的な援助を実現することを示唆する。この意味で、被援助国に対する援助国への関心の喚起・啓蒙は、政府開発援助(ODA)を実施する上で、非常に重要な活動であると言える。

最後に、本論文の今後の課題を述べて筆を擱く。第一に、既存研究の結果、とりわけ利他性のある2国間所得移転との結論の比較についてである。消費の外部性をモデルに取り入れた本論文の結論とは異なり、利他性の存在するモデルではたとえ利他性が高くとも、援助が援助国の社会厚生を改善するパラドックスは起こり得ないことを、既存研究は示している。本論文では、消費の外部性をモデルに導入しトランスファー・パラドックスが生じる可能性を指摘した。しかしながら、本論文ではパラドックスの起こる可能性を指摘したに留まり、実際にパラドックスが発生する可否かは、直接効果と間接効果の大小関係を精査しなければならない。その上で、利他性のあるモデルと消費の外部性の存在するモデルの結論の違いを、比較する必要がある。異なるモデル間の結論の相違については、今後検討すべき研究課題としたい。また、援助国と被援助国との間に相互依存関係のある2国間所得移転を分析する上で、どのようなモデル設定がより適切なのかについては、実証的な検証も含めて解明すべき課題である。第二に、動学的な枠組みで2国間援助を考察する場合、問題設定を単純化するために基本的には「紐無し援助(untied aid)」のみが考察対象とされてきた。しかしながら、現実の国際援助の世界では、紐無し援助・無償援助の割合は少なく、紐付き援助(tied aid)の方が広範に普及している。紐付き援助は資源配分上の歪みをもたらすことが広く知られているが、こうした歪みのある状況下で、援助が動学的な資本蓄積にどのような影響を与えるのか、また社会厚生に与える影響について、考察することも今後の課題である。

謝辞

本論文を完成させるにあたり、柳原 光芳先生（名古屋大学大学院経済学研究科）、篠崎 剛先生（東北学院大学経済学部）から有益なコメントを頂いた。ここに記して感謝の意を表す。本論文に有り得べき誤謬は全て筆者に帰する。本研究は、JSPS 科研費（基盤研究 (C)）No. 16K03615 及び No. 15K03449 の助成を受けている。

A 補論

A.1 命題5の証明

証明. 補題1より、 $b_D = b_R$ の下で、 $\frac{dr}{dT} \geq 0 \Leftrightarrow \delta_D \geq \delta_R$.

(i) $\delta_D > \delta_R$ ならば、 $\frac{dr}{dT} > 0$. $Y(\delta_i) \equiv \delta_i w - (1 + \delta_i)(1 + r)k$ に資本水準 (3.11) を代入して、 $Y(\delta_i) = \frac{2((1+\delta_D)(1+\delta_R) - \delta_D \delta_R b^2) \delta_i - (1+\delta_i)((\delta_D + \delta_R) + 2\delta_D \delta_R (1-b))}{2((1+\delta_D)(1+\delta_R) - \delta_D \delta_R b^2)} w$. 動学的効率性条件 $r \geq n$ の下で、 $Y(\delta_D) \leq \frac{Z_D(b)w}{2((1+\delta_D)(1+\delta_R) - \delta_D \delta_R b^2)}$, $Z_D(b) \equiv 2\delta_D \delta_R b^2 - (1 + \delta_D)(\delta_D + \delta_R)b + (1 + \delta_D)(\delta_D - \delta_R)$. $Z_D(b)$ は b に関する2次関数で b^2 の係数が正である。 $Z_D(0) = (1 + \delta_D)(\delta_D - \delta_R) > 0$, $Z_D(1) = -2\delta_R < 0$ より、 $b < \bar{b}_D$ ならば $Z_D(b) > 0$, $b > \bar{b}_D$ ならば $Z_D(b) < 0$ となる $\bar{b}_D \equiv \frac{(1+\delta_D)(\delta_D + \delta_R) - \sqrt{(\delta_D + \delta_R)^2 + \delta_D(\delta_D - 3\delta_R)^2}}{4\delta_D \delta_R} \in (0, 1)$ が必ず存在する。 $b > \bar{b}_D$ の時 $Z_D(b) < 0$ であるので、 $Y(\delta_D) < 0$ が成立し、 $A_D = \frac{Y(\delta_D)}{w(1+r)} \frac{dr}{dT} < 0$ が成立する。一方、動学的効率性条件 $r \geq n$ の下で、 $Y(\delta_R) \leq \frac{Z_R(b)w}{2((1+\delta_D)(1+\delta_R) - \delta_D \delta_R b^2)}$, $Z_R(b) \equiv 2\delta_D \delta_R b^2 - (1 + \delta_R)(\delta_D + \delta_R)b + (1 + \delta_R)(\delta_R - \delta_D)$. $Z_R(b)$ も b に関する2次関数で b^2 の係数が正である。 $Z_R(0) = (1 + \delta_R)(\delta_R - \delta_D) < 0$, $Z_R(1) = -2\delta_D < 0$ より、 b の値に依存せず常に $Z_R(b) < 0$ が成立し、 $Y(\delta_R) < 0$, 従って $A_R = \frac{Y(\delta_R)}{w(1+r)} \frac{dr}{dT} < 0$ が成立する。

(ii) 証明は (i) と同様の手続きに従う。 $\delta_D < \delta_R$ ならば、 $\frac{dr}{dT} < 0$. $r \geq n$ の下で、 $Y(\delta_D) \leq \frac{Z_D(b)w}{2((1+\delta_D)(1+\delta_R) - \delta_D \delta_R b^2)}$. $Z_D(0) = (1 + \delta_D)(\delta_D - \delta_R) < 0$, $Z_D(1) = -2\delta_R < 0$ より、 b の値に依存せず常に $Z_D(b) < 0$. 従って、 $A_D = \frac{Y(\delta_D)}{w(1+r)} \frac{dr}{dT} > 0$ が成立する。一方、 $Y(\delta_R) \leq \frac{Z_R(b)w}{2((1+\delta_D)(1+\delta_R) - \delta_D \delta_R b^2)}$. $Z_R(0) = (1 + \delta_R)(\delta_R - \delta_D) > 0$, $Z_R(1) = -2\delta_D < 0$ より、 $b < \bar{b}_R$ ならば $Z_R(b) > 0$, $b > \bar{b}_R$ ならば $Z_R(b) < 0$ となる $\bar{b}_R \equiv \frac{(1+\delta_R)(\delta_D + \delta_R) - \sqrt{(\delta_D + \delta_R)^2 + \delta_R(\delta_R - 3\delta_D)^2}}{4\delta_D \delta_R} \in (0, 1)$ が必ず存在する。 $b > \bar{b}_R$ の時 $Z_R(b) < 0$ なので、 $A_R = \frac{Y(\delta_R)}{w(1+r)} \frac{dr}{dT} > 0$ が成立する。 \square

参考文献

- [1] Bhagwati, Jagdish N., Brecher, Richard A., and Hatta, Tatsuo (1983) The Generalized Theory of Transfers and Welfare: Bilateral Transfers in a Multilateral World, *American Economic Review*, 73(4), 606–618.
- [2] Bhagwati, Jagdish N., Brecher, Richard A., and Hatta, Tatsuo (1985) The Generalized Theory of Transfers and Welfare: Exogenous (Policy-imposed) and Endogenous (Transfer-induced) Distortion, *Quarterly Journal of Economics*, 100(3), 697–714.
- [3] Brakman, Steven and Van Marrewijk, Charles (1998) *The Economics of International Transfers*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- [4] Cremers, Emily T. and Sen, Partha (2008) The Transfer Paradox in a One-sector Overlapping Generations Model, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 32(6), 1995–2012.
- [5] Futagami, Koichi and Shibata, Akihisa (1998) Keeping One Step Ahead of the Joneses: Status, the Distribution of Wealth, and Long Run Growth, *Journal of Economic Behavior & Organization*, 36(1), 109–126.
- [6] Galor, Oded and Polemarchakis, Heraklis M. (1987) Intertemporal Equilibrium and the Transfer Paradox, *Review of Economic Studies*, 54(1), 147–156.
- [7] Haaparanta, Pertti (1989) The Intertemporal Effects of International Transfers, *Journal of International Economics*, 26(3-4), 371–382.
- [8] Hamada, Kojun (2012) Altruism and the Transfer Paradox, *The International Economy*, 2011(15), 96–105.
- [9] Hamada, Kojun and Yanagihara, Mitsuyoshi (2014) Donor Altruism and the Transfer Paradox in an Overlapping Generations Model, *Review of International Economics*, 22(5), 905–922.
- [10] Hamada, Kojun and Yanagihara, Mitsuyoshi (2016) Intergenerational Altruism and the Transfer Paradox in an Overlapping Generations Model, *Quarterly Review of Economics and Finance*, 59, 161–167.
- [11] Hamada, Kojun, Kaneko, Akihiko, and Yanagihara, Mitsuyoshi (2016a) The Transfer Paradox in a Pay-as-you-go Pension System, *International Economics and Economic Policy*, forthcoming.
- [12] Hamada, Kojun, Kaneko, Akihiko, and Yanagihara, Mitsuyoshi (2016b) The Transfer Problem and Intergenerational Allocation in an Overlapping Generations Model, *International Economic Journal*, forthcoming.
- [13] Kemp, Murray C. and Shimomura, Koji (2002) A Theory of Voluntary Unrequited International Transfers, *Japanese Economic Review*, 53(3), 290–300.
- [14] Keynes, John Maynard (1929) The German Transfer Problem, *Economic Journal*, 39(153), 1–7.
- [15] Lahiri, Sajal and Raimondos-Møller, Pascalis (1999) Altruism, Trade Policy, and the Optimality of Foreign Aid, in K. L. Gupta (ed.), *Foreign Aid: New Perspectives*, (pp.21–35), Norwell, MA: Kluwer Academic.
- [16] Leibenstein, Harvey (1950) Bandwagon, Snob, and Veblen Effects in the Theory of Consumers' Demand, *Quarterly Journal of Economics*, 64(2), 183–207.
- [17] Ohlin, Bertil (1929) The Reparation Problem: A Discussion, *Economic Journal*, 39(154), 172–182.
- [18] Samuelson, Paul A. (1952) The Transfer Problem and Transport Costs: The Terms of Trade When Impediments Are Absent, *Economic Journal*, 62(246), 278–304.
- [19] Samuelson, Paul A. (1954) The Transfer Problem and Transport Costs, II: Analysis of Effects of Trade Impediments, *Economic Journal*, 64(254), 264–289.
- [20] Tan, Kim-Heng (1998) International Transfers from Rich to Poor Nations, *Review of International Economics*, 6(3), 461–471.
- [21] Yanagihara, Mitsuyoshi (2006) The Strong Transfer Paradox in an Overlapping Generations Framework, *Economics Bulletin*, 6(3), 1–8.