論　説

混合寡占市場における広告競争分析の再考

濱　田　弘　潤*

概 要

本論文は，混合寡占市場における広告競争の理論分析について再検討を行う．具体的には，広告により需要が拡大する一般的な状況を考察し，均衡広告水準や均衡生産量がモデルの外生変数に依存してどう変化するかについて，比較静学の結果を提示する．混合寡占市場の下で広告競争を分析した多くの既存研究は，分析の複雑さを避けるために，広告が真の需要を完全に増加させるケースと全く増加させないケースの，両極端のケースのみを扱ってきた．本論文では，広告が需要に与える影響を一般化したモデル設定で，均衡広告水準や均衡生産量を導出し，企業の限界費用や私企業数等の外生変数の変化が，均衡諸変数にどのような影響を与えるのかについて，基本的な結果を提示する．比較静学の結果はいくつかの命題にまとめられる．注目すべき結論は以下の通りである．第一に，広告が完全に真の需要を拡大させるケースでは，私企業の均衡広告水準はゼロとなり，私企業は公企業の広告投資に完全にただ乗りすることが示される．第二に，私企業数が増加するにつれて，均衡広告水準と均衡生産量が増加するという結論を示す．第三に，広告が真の需要を拡大する程度が高まるにつれて，均衡総広告水準が減少する場合があることをシミュレーション結果から明らかにする．さらにシミュレーションにより，広告が真の需要を拡大する程度が高まるとしても，社会厚生が必ずしも増加するとは限らないことを明らかにする．

Keywords: 混合寡占市場，広告競争，2 段階ゲーム，需要拡大投資，サブゲーム完全均衡

JEL classifications: D43, H42, L13, L33

* 住所：〒 950-2181 新潟市西区五十嵐 2 の町 8050　新潟大学経済学部
Tel. and Fax: 025-262-6538
Email: khamada@econ.niigata-u.ac.jp

1　はじめに

混合寡占市場の分析は，近年数多くの研究成果が蓄積されている寡占理論の研究テーマの一つである．[1] 1991 年にソビエト連邦が崩壊し，旧ソ連や東欧諸国を初めとする社会主義国が資本主義国に移行してから，既に四半世紀が経つにもかかわらず，資本主義経済体制下においても国有・国営企業は依然として存在し，公企業が民間企業と競争状態にある産業は少なからず存在する．公企業の存在が正当化される経済的・社会的理由は，規模の経済を初めとしていくつか挙げられる．しかしながら，経済的理由からは必ずしも正当化されない公企業や，時代の変遷と共に公企業の存在意義が薄れている市場が存在するのも事実である．こうした背景の下で，公企業と私企業が同じ財市場で競争する混合寡占市場は，現在もなお活発な理論・実証研究が進められており，特に公企業民営化に関する分析は，混合寡占市場の重要な研究トピックの一つとなっている．[2]

本論文は，混合寡占市場における広告競争に注目し，公企業と私企業の広告投資に関する理論分析について再検討を行う．具体的には，広告により需要が拡大する一般的な状況を考察し，均衡広告水準や均衡生産量がモデルの外生変数に依存してどう変化するかについて，比較静学の結果を提示することを試みる．混合寡占市場の下で広告競争を分析した既存研究は，分析の複雑さを避けるために，広告が真の需要を完全に増加させるケースと全く増加させないケースの，両極端のケースのみを扱ってきた．本論文では，広告が需要に与える影響を一般化したモデル設定で，均衡広告水準や均衡生産量を導出し，企業の限界費用や私企業数等の外生変数（パラメータ）の変化が，均衡諸変数にどのような影響を与えるのかについて，基本的な結果を提示する．

混合寡占市場の下で広告投資に着目した数少ない先行研究に，Matsumura and Sunada (2013) が挙げられる．彼らの論文は，戦略的に消費者を誤解させる広告 (strategic misleading advertising)，すなわち企業が誤った情報を消費者に伝え，需要を拡大させる (demand-enhancing) ことにより利益を得ようとする広告に，焦点を当てた分析を行った．このように，消費者の誤解に基づき真の需要を拡大しない広告投資の分析は，Glaeser and Ujhelyi (2010) が最初に分析枠組みを提示したものである．彼らの論文は，ある種の誤った情報が消費を増やし社会厚生を改善する可能性を示した．Hattori and Higashida (2012) は，Glaeser and Ujhelyi (2010) による戦略的に消費者を誤解させる広告を純粋寡占理論に応用し，社会厚生に与える影響を分析した．彼らの論文では，広告が真の需要拡大に与える程度をパラメータ化し，一般的な枠組みで分析を行っている．そして，Hattori and Higashida (2012) の分析を混合寡占市場に適用し，公企業と私企業との広告競争を考察したのが Matsumura and Sunada (2013) である．彼らの論文は，私企業数と広告投資，また私企業数と私企業利潤との間に正の関係があることを示した．また最近，Kunizaki and Yanagihara (2016) も，混

[1] 最近の寡占理論の研究トピックをまとめた著書として，Yanagihara and Kunizaki (2016), *The Theory of Mixed Oligopoly* を参照せよ．

[2] 民営化に関する最近の日本の代表的事例として，2016 年 10 月 25 日に JR 九州が東京証券取引所一部上場を果たし，完全民営化を実現した事例が挙げられる．1987 年の国鉄分割民営化以来，30 年を掛けて完全民営化を達成したことになる．混合寡占市場と民営化に関する最も包括的な概要説明は，都丸 (2014) にまとめられている．また民営化に関する重要な理論的課題に，民営化中立性定理 (privatization neutrality theorem) がある．この定理については，Tomaru (2006) に代表される著者の一連の論文及び，Hamada (2016a, 2016b) を参照せよ．

合寡占市場の下での広告投資を分析している．Matsumura and Sunada (2013) とは異なる設定とタイミングの下で，広告が真の需要を拡大する価値のある広告 (valuable advertisement) の状況を考察し，私企業数の増加が公企業と私企業の利潤を減少させることを示している．

しかしながら既存研究では，広告が消費者を誤解させ真の需要を拡大させないケースか，反対に広告が真の需要拡大に貢献するケースの，両極端のケースしか分析していない．Matsumura and Sunada (2013) が前者の分析を，Kunizaki and Yanagihara (2016) が後者の分析を行っている．[3] 換言すれば，広告が真 (true) のケースと偽 (fake) のケースいずれかしか既存研究では分析されていない．極端なケースしか分析されていない理由は，本論文の結果からも示されるように計算結果が非常に複雑になり分析が困難となるからである．しかし私企業同士がクールノー数量競争を行う純粋寡占市場では既に，Hattori and Higashida (2012) によって，広告が需要を拡大させる程度をパラメータ化した分析が行われている．従って混合寡占市場においても，広告が真の需要拡大に与える影響の程度を考慮に入れた分析を行うことは，広告が混合寡占市場均衡に与える一般的な影響を解明する上で，非常に重要である．実際に本論文で以下に示す結論からも，両極端のケース以外では，比較静学の結果が異なる可能性が指摘される．従って本研究では，Matsumura and Sunada (2013) のモデルを，広告投資が需要拡大に影響を与える一般的な状況に拡張し，混合寡占市場の下で公企業と私企業が広告投資と生産量を巡って競争を行う標準的な分析枠組みを設定する．一般化された設定の下で，均衡広告水準や均衡生産量を導出し，パラメータの変化に関する比較静学を行う．比較静学の結果は 6 つの命題にまとめられる．

注目すべき結論は以下の通りである．第一に，広告が完全に真の需要を拡大させるケースでは，私企業の均衡広告水準はゼロとなり，私企業は公企業の広告投資に完全にただ乗りすることが示される．この結論は，広告が消費者を誤解させて騙す状況の方が，私企業にとって広告投資のインセンティブが高いことを示唆している．第二に，私企業数が増加するにつれて，均衡広告水準と均衡生産量が増加するという結論を示す．特に，寡占理論では通常，私企業数が増加すると各企業の均衡生産量は減少するが，それとは異なり事前に広告投資が行われる状況では，均衡生産量が増加することが示される．第三に，広告が真の需要を拡大する程度が高まるにつれて，均衡総広告水準が必ずしも増加するとは限らないことを，シミュレーション結果から明らかにする．この結論は，公企業の広告投資に私企業がただ乗りするために，全体の広告水準が低下する可能性を意味している．さらにシミュレーションにより，広告が真の需要を拡大する程度が高まるとしても，社会厚生が必ずしも増加するとは限らないことを明らかにする．この結論は，広告が需要を拡大する効果が強まれば社会厚生は拡大するという直観に反して，広告の需要拡大効果の増加は均衡総広告水準を減少させ，社会厚生を悪化させ得ることを示唆する．

本論文の構成は以下の通りである．第 2節では，第 1 段階で公企業と私企業が広告投資を実施

[3] 厳密には，Matsumura and Sunada (2013) は最終節で，今後の拡張として価値のある広告についても議論しているが，拡張可能性について一言触れているだけである．一方，Kunizaki and Yanagihara (2016) は，同時手番で広告と生産量決定を扱っており，また広告の費用関数が既存研究の設定とは異なっている．このため，既存研究の結論は単純に比較可能ではない．

し，第 2 段階でクールノー数量競争に従事する 2 段階ゲームの混合寡占競争モデルを記述する．第3節では，均衡広告水準と均衡生産量を導出する．第 4節では，導出した均衡広告水準と均衡生産量に関する比較静学の結果を提示すると共に，価格や社会厚生への影響についても触れる．またシミュレーション結果を提示する．第5節では，まとめと今後の課題についての展望を述べる．

2　モデル

本論文は Matsumura and Sunada (2013) の拡張であるため，基本設定は彼らの設定に従う．同質財を巡ってクールノー数量競争が行われる同時手番の混合寡占市場を考える．公企業が 1 社，私企業が n 社存在し，各企業を $i = \{0,1,\cdots,n\}$ で表す．企業 0 は公企業を表し，社会厚生最大化を目的とする．企業 $i = \{1,2,\cdots,n\}$ は私企業を表し，利潤最大化を目的とする．

広告水準を $z_i \in (-\infty,\infty)$ とし，広告水準 z_i は負であってもよい．$z_i > 0$ は需要を増加させ，$z_i < 0$ は需要を減少させる．広告投資には費用が掛かり，広告投資の費用関数を $\frac{k}{2}z_i^2$ $(k > 0)$ と置く．総広告水準は $Z \equiv \sum_{i=0}^{n} z_i$ である．Glaeser and Ujhelyi (2010) に従い，広告は公共財としての性質を持ち，生産物特殊的で生産者特殊的ではないとする．各企業の生産量を $q_i \in [0,\infty)$ とし，総生産量を $Q \equiv \sum_{i=0}^{n} q_i$ と置く．

同質財価格を P として，広告活動によって生み出される真の逆需要関数を $P = P(Q,\beta Z)$ で表現する．価格は，総生産量 Q と総広告水準 Z，広告が需要を増大させる程度を表すパラメータ $\beta \in [0,1]$ に依存する．従って β は，企業の広告が真の需要を拡大する価値のある広告 (valuable advertisement) の程度を表す指標である．$\beta = 1$ の時，広告は現実の需要増大（消費者余剰拡大）に完全に寄与する．反対に $\beta = 0$ の時，広告は現実の需要増大に全く寄与しない．Matsumura and Sunada (2013) が分析したのは $\beta = 0$ のケースである．[4] Glaeser and Ujhelyi (2010) が考察した，広告が説得的 (persuasive) すなわち偽の需要を喚起するケースで，広告は消費者の真の余剰を拡大させない．言い換えれば $\beta = 0$ の時は，誤った認識を形成させて消費者に財を買わせるケースである．本論文では既存研究の設定を一般化する．また，広告により拡大したと消費者が認識（誤解，錯誤）する逆需要関数を $\widehat{P} = P(Q,Z)$ で表す．以下では分析の簡単化のため，逆需要関数が線形のケースに議論を限定し，真の逆需要関数が $P = P(Q,\beta Z) = a + \beta Z - bQ$, 広告により喚起され消費者が認識する逆需要関数が $\widehat{P} = P(Q,Z) = a + Z - bQ$ に従う状況を考察する．[5] 逆需要関数の縦軸切片は $a > 0$, 傾きは $b > 0$ である．

各企業の生産技術は限界費用が一定であるとし，公企業 0 の限界費用を c_0，私企業 i の限界費用を c とする．全私企業は同質的である．また，混合寡占市場分析における通常の仮定として，$c_0 > c$ を仮定する．この仮定を置く理由は，限界費用一定の生産技術の下では公企業が私企業よりも非効率でないと，公企業が市場を独占し私企業が市場から撤退してしまうからである．このことは，

---

[4] 従って本論文の結論は，Matsumura and Sunada (2013) の結論を含む，より一般的な結論である．

[5] この設定の下で分析が最も簡単になり，標準的なモデル化と言える．但しこの設定で広告投資は，消費者 1 人当りの支払準備額と消費者数を共に増加させる．脚注15を参照せよ．

混合寡占市場均衡でよく知られている事実である．[6] 全私企業は同質的なので，均衡生産量が等しい対称均衡に議論を限定する．すなわち，私企業の均衡生産量を $q \equiv q_i, i = \{1, \cdots, n\}$ と置く．

次に仮定を述べる．はじめに，公企業と私企業の均衡生産量が正で内点解となるために，a は十分大きい $(a \gg c_0)$ と仮定する．第二に，広告投資と生産量競争のいずれも目的関数最大化の 2 階条件と均衡の安定性条件を満たすものとする．満たすべき具体的な条件の詳細については後述する．

企業利潤は公企業 0 が $\pi_0 \equiv (P(Q,Z) - c_0)q_0 - \frac{k}{2}z_0^2$，私企業 i が $\pi_i \equiv (P(Q,Z) - c)q_i - \frac{k}{2}z_i^2$ である．私企業は同一なので利潤も同一となり，$\pi \equiv \pi_i, i = \{1, \cdots, n\}$ とする．私企業は自社利潤を最大化する．消費者余剰は次式の通りである．

$$CS \equiv \int_0^Q P(Y, \beta Z)dY - P(Q,Z)Q \tag{2.1}$$

注意すべき点として，消費者余剰は真の需要関数 $P = P(Q, \beta Z)$ から計算される支払準備額から，広告によって増加した実際の支払額 $P(Q,Z)Q$ を控除して得られる．従って広告の特性により，真の需要と刺激された偽の需要が一致するケースや，一致しないケースが起こり得る．広告が真に需要を拡大するケースは $\beta = 1$ であり，広告が消費者に偽の需要を喚起する錯誤広告 (misunderstanding advertising) のケースは $\beta = 0$ である．錯誤広告の場合，$\widehat{P}$ は Z に依存しない．実際の広告の効果はこの両極端のケースの中間に位置すると考えられるので，本論文では $\beta \in [0,1]$ として，広告が真の需要を拡大する程度を一般化した分析を行う．

生産者余剰は次式の通りである．

$$\begin{aligned} PS &\equiv \sum_{i=0}^{n} \pi_i = \pi_0 + n\pi = P(Q,Z)Q - c_0 q_0 - ncq - \frac{k}{2}\sum_{i=0}^{n} z_i^2 \\ &= P(Q,Z)Q - c_0 q_0 - ncq - \frac{k}{2}(z_0^2 + nz^2) \end{aligned} \tag{2.2}$$

生産者余剰は，刺激された偽の需要に依存している．私企業は同一なので，均衡広告水準も同一となる $(z \equiv z_i, i = \{1, \cdots, n\})$．

社会厚生は消費者余剰と生産者余剰の合計で，次式を満たす．

$$\begin{aligned} W \equiv CS + PS &= \int_0^Q P(Y, \beta Z)dY - P(Q,Z)Q + \sum_{i=0}^{n} \pi_i \\ &= \int_0^Q P(Y, \beta Z)dY - c_0 q_0 - ncq - \frac{k}{2}(z_0^2 + nz^2) \end{aligned} \tag{2.3}$$

公企業は社会厚生を最大化する．

ゲームのタイミングを述べる．2 段階ゲーム (two-stage game) を考え，第 1 段階で，各企業 i は同時かつ非協力的に広告水準 z_i を決定する．第 2 段階で，全企業は第 1 段階で決定した広告水準 (z_0, z) を観察し，各企業 i は同時かつ非協力的に生産量 q_i を決定する．2 段階ゲームなので，解概

[6] さらに，一般性を失うことなく $c = 0$ と標準化できる．Matsumura and Sunada (2013) も $c = 0$ を仮定している．本稿では，一般的な形で計算結果を導出するため，敢えて c を 0 とはせず均衡を導出している．

念はサブゲーム完全均衡 (subgame perfect Nash equilibrium: SPNE) である．以下では，後ろ向き推論 (backward induction) に従い，第 2 段階から均衡を解く．

3　均衡の導出

3.1　第 2 段階：クールノー数量競争

第 1 段階で各企業が決定した広告水準を観察した上で，第 2 段階において各企業は同時かつ非協力的に生産量を決定する．公企業 1 社と私企業 n 社の混合寡占クールノー数量競争が行われる．

公企業 0 は，生産量 q_0 に関して社会厚生 (2.3) を最大化する．注意点として，社会厚生は真の逆需要関数に基づいて計算される．社会厚生最大化の 1 階条件より次の反応関数を得る．

$$\frac{\partial W}{\partial q_0} = a + \beta Z - bQ - c_0 = 0 \tag{3.1}$$

$$\Leftrightarrow q_0 = r_0(\{q_i\}_{i=1}^n) = \frac{a + \beta Z - c_0 - b\sum_{i=1}^n q_i}{b} \tag{3.2}$$

私企業 i は，生産量 q_i に関して自社の企業利潤 $\pi_i = (a + Z - bQ - c)q_i - \frac{k}{2}z_i^2$ を最大化する．注意点として，企業利潤は広告により消費者の需要が喚起された逆需要関数に基づいて計算される．利潤最大化の 1 階条件より次の反応関数を得る．

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} = a + Z - bQ - c - bq_i = 0 \tag{3.3}$$

$$\Leftrightarrow q_i = r_i(\{q_j\}_{j\neq i}) = \frac{a + Z - c - b\sum_{j\neq i} q_j}{2b} \tag{3.4}$$

全私企業は同質的なので対称均衡を考え，生産量は等しい ($q_i \equiv q\ \forall i = \{1, 2, \cdots, n\}$)．2 階条件はいずれも満たされる ($\frac{\partial^2 W}{\partial q_0^2} = -b < 0$, $\frac{\partial^2 \pi_i}{\partial q_i^2} = -2b < 0$)．

公企業の私企業生産量 q に対する反応関数と，同質的私企業の公企業生産量 q_0 に対する反応関数は，(3.2), (3.4) より次式で表される．

$$q_0 = r_0(q) = \frac{a + \beta Z - c_0 - nbq}{b} \tag{3.5}$$

$$q = r(q_0) = \frac{a + Z - c - bq_0}{(n+1)b} \tag{3.6}$$

(3.5) と (3.6) より反応関数の傾きはそれぞれ，$r_0'(q) = -n < 0$ と $r'(q_0) = -\frac{1}{n+1} < 0$ である．従って，両反応関数共に右下がりで，生産量 (q_0, q) は戦略的代替 (strategic substitutes) である．生産量に関する反応関数の安定性条件は，$|r_0'(q)||r'(q_0)| < 1 \Leftrightarrow \frac{n}{n+1} < 1$ より常に成立する．

連立方程式 (3.5), (3.6) を (q_0, q) に関して解き，第 2 段階のサブゲームにおけるクールノー・ナッシュ均衡解を得る．均衡生産量は総広告水準 Z の関数として次式で表される．

$$q_0(Z) = \frac{a-(n+1)c_0+nc+((n+1)\beta-n)Z}{b} \tag{3.7}$$

$$q(Z) = \frac{c_0-c+(1-\beta)Z}{b} \tag{3.8}$$

$$Q(Z) = q_0(Z)+nq(Z) = \frac{a-c_0+\beta Z}{b} \tag{3.9}$$

(3.7) より，$q_0'(Z) = \frac{(n+1)\beta-n}{b} \gtrless 0 \Leftrightarrow \beta \gtrless \frac{n}{n+1}$ が成り立つ．従って $\beta = 0$，すなわち広告が完全に消費者の誤解だけしか生まない (misunderstanding) ならば，総広告水準 Z の増加は公企業生産量 q_0 を減少させる ($Z \Uparrow \Rightarrow q_0 \Downarrow$)．反対に $\beta = 1$，すなわち広告が実需を生み社会厚生を高めるならば，総広告水準 Z の増加は公企業生産量 q_0 を増加させる ($Z \Uparrow \Rightarrow q_0 \Uparrow$)，一般的に，総広告水準の増加が公企業生産量を増加させるか否かは，パラメータ β と私企業数 n に依存する．一方，(3.8), (3.9) より，$q'(Z) = \frac{1-\beta}{b} \geq 0, Q'(Z) = \frac{\beta}{b} \geq 0$ が成立する．総広告水準の増加は，私企業生産量 q と総生産量 Q を共に増加させる．$Q''(Z) = q_0''(Z) = q''(Z) = 0$ であり，生産量は総広告水準の線形関数である．

3.2 第 1 段階：広告投資の選択

続いて第 1 段階に遡り，第 2 段階のサブゲームの結果を踏まえて，第 1 段階で全企業が広告投資を行う状況を考察する．クールノー・ナッシュ均衡の結果，第 2 段階の生産量が (3.7), (3.8), (3.9) を満たすので，社会厚生と私企業利潤に代入すると次式の通りである．

$$W = (a+\beta Z)Q(Z) - \frac{b}{2}(Q(Z))^2 - c_0 q_0(Z) - ncq(Z) - \frac{k}{2}(z_0^2+nz^2) \tag{3.10}$$

$$\pi_i = (a+Z-bQ(Z)-c)q(Z) - \frac{k}{2}z_i^2 \tag{3.11}$$

公企業は，第 2 段階の均衡生産量の結果を予測し，z_0 に関して社会厚生 (3.10) を最大化する．社会厚生最大化の 1 階条件より次の反応関数を得る．

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial z_0} &= \beta Q(Z) + (a+\beta Z - bQ(Z))Q'(Z) - c_0 q_0'(Z) - ncq'(Z) - kz_0 = 0 \\ &\Leftrightarrow \beta Q(Z) + n(c_0-c)q'(Z) - kz_0 = 0 \\ &\Leftrightarrow z_0 = R_0(\{z_i\}_{i=1}^n) = \frac{\beta(a-c_0)+n(1-\beta)(c_0-c)+\beta^2\sum_{i=1}^n z_i}{bk-\beta^2} \end{aligned} \tag{3.12}$$

ここで (3.12) の式変形において，(3.1) の $c_0 = a+\beta Z - bQ(Z)$ と $Q'(Z) - q_0'(Z) = nq'(Z)$ を用いている．2 階条件は次式の通りである．

$$\frac{\partial^2 W}{\partial z_0^2} = (2\beta - bQ'(Z))Q'(Z) - k < 0 \Leftrightarrow bk > \beta^2 \tag{3.13}$$

以下では $bk > \beta^2$ を仮定する．[7]

私企業 i は，第 2 段階の均衡生産量の結果を予測し，z_i に関して利潤 (3.11) を最大化する．利潤最大化の 1 階条件より次の反応関数を得る．

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial z_i} = (a+Z-bQ(Z)-c)q'(Z)+(1-bQ'(Z))q(Z)-kz_i = 0$$
$$\Leftrightarrow 2(1-\beta)((1-\beta)Z+c_0-c)-bkz_i = 0$$
$$\Leftrightarrow z_i = R_i(\{z_j\}_{j\neq i}) = \frac{2(1-\beta)(c_0-c+(1-\beta)\sum_{j\neq i} z_j)}{bk-2(1-\beta)^2} \tag{3.14}$$

2 階条件は次式の通りである．

$$\frac{\partial^2 \pi_i}{\partial z_i^2} = 2(1-bQ'(Z))q'(Z)-k<0 \Leftrightarrow bk > 2(1-\beta)^2 \tag{3.15}$$

以下では $bk > 2(1-\beta)^2$ を仮定する．[8] 全私企業は同質的なので対称均衡を考え，広告水準は等しい ($z_i \equiv z \; \forall i = \{1,2,\cdots,n\}$)．

公企業の私企業広告水準 z に対する反応関数と，私企業の公企業生産量 z_0 に対する反応関数は，(3.12), (3.14) より次式を満たす．

$$z_0 = R_0(z) = \frac{\beta(a-c_0)+n(1-\beta)(c_0-c)+n\beta^2 z}{bk-\beta^2} \tag{3.16}$$
$$z = R(z_0) = \frac{2(1-\beta)(c_0-c+(1-\beta)z_0)}{bk-2n(1-\beta)^2} \tag{3.17}$$

ここで同質的私企業の反応関数 (3.17) の縦軸切片が正，傾きが正となるために，$bk > 2n(1-\beta)^2$ を仮定する．この仮定の正当化は次の通りである．既に見たように，私企業の 2 階条件は $bk > 2(1-\beta)^2$ であった．これは，各企業の広告水準 z_i の増加が私企業利潤を増加させる限界便益を減少させ，限界費用を増加させるので，最大化解が得られることを意味した．しかしながら，広告水準 z_i の増加は全私企業の利潤を増加させるので，合計した限界便益の増加が限界費用の増加を常に上回るならば，仮に私企業が協力的に広告投資を行う問題を考える時，2 階条件が成立せず最小化問題となってしまう．すなわち，私企業同士の協力解を考える時，2 階条件が成立せず均衡解は無限大となってしまう．こうした変則的状況を排除するために，以下では $bk > 2n(1-\beta)^2$ を仮定する．実

[7] 2 階条件 (3.13) は，$\beta = 0$ の時は常に成り立つが，$\beta > 0$ の時に成立するか否かはパラメータ (β, b, k) に依存する．この条件が成立しない時は，以下の通りとなる．$bk = \beta^2$ の時，広告投資 z_0 が社会厚生を増加させる限界便益と限界費用が常に等しくなり，広告水準は社会厚生の大きさに影響を与えず，最適広告水準を内生的に決定できない．$bk < \beta^2$ の時，W は z_0 の凸関数となり，(3.12) で求めた解 z_0 はマイナスで最小化解となる．限界便益と限界費用の差が常に正なので ($\frac{\beta^2}{b} - k > 0$)，広告投資 z_0 を増やすほど社会厚生 W が大きくなる．従ってこの時，最適広告投資水準は無限大となる ($z_0 \to \infty$)．

[8] 脚注7と同様に，2 階条件 (3.15) は，$\beta = 1$ の時は常に成り立つが，$\beta < 1$ の時に成立するか否かはパラメータ (β, b, k) に依存する．$bk = 2(1-\beta)^2$ の時，広告投資 z_i が私企業利潤を増加させる限界便益と限界費用が常に等しく，広告は企業利潤に影響を与えない．$bk < 2(1-\beta)^2$ の時，π_i は z_i の凸関数となり，(3.14) で求めた解 z_i はマイナスで最小化解となる．広告投資の限界便益と限界費用の差が常に正なので ($\frac{2(1-\beta)^2}{b} - k > 0$)，$z_i$ を大きくすればするほど利潤 π_i が大きくなる．最適投資水準は無限大となる ($z_i \to \infty$)．

際には，$\beta \in [0,1]$ より $bk > 2n$ を仮定すれば十分である．

(3.16) と (3.17) より，反応関数の傾きはそれぞれ，$R_0'(z) = \frac{n\beta^2}{bk-\beta^2} > 0$ と $R'(z_0) = \frac{2(1-\beta)^2}{bk-2n(1-\beta)^2} > 0$ である．従って，両反応関数共に右上がりで，広告投資 (z_0, z) は戦略的補完 (strategic complements) である．広告投資に関する反応関数の安定性条件は，$|R_0'(z)||R'(z_0)| < 1 \Leftrightarrow \frac{n\beta^2}{bk-\beta^2}\frac{2(1-\beta)^2}{bk-2n(1-\beta)^2} < 1 \Leftrightarrow bk > \beta^2 + 2n(1-\beta)^2$ である．2 階条件 $bk > 2n$ の下で安定性条件は常に成立する．[9]

(3.16), (3.17) より，広告水準の反応関数に関して次の補題を得る．

補題 1.
(*i*) 広告水準に関する公企業の私企業に対する反応関数は，$\beta = 0$ の時のみ，私企業の広告水準に依存しない．すなわち，$\beta = 0$ の時，z_0 は z の値にかかわらず一定．
(*ii*) 広告水準に関する同質的私企業の公企業に対する反応関数は，$\beta = 1$ の時のみ，公企業の広告水準に依存せず私企業の広告水準は 0 となる．すなわち，$\beta = 1$ の時，z_0 の水準にかかわらず $z = 0$.

Matsumura and Sunada (2013) の Lemma 1(i)(p.184) では，広告水準に関する公企業の反応関数が私企業の広告水準に依存しないことを示した．この結果が成立するのは $\beta = 0$ の時のみであることを，補題 1(i) は示している．

連立方程式 (3.16), (3.17) を (z_0, z) に関して解き，第 1 段階の広告水準に関する SPNE を得る．

$$z_0 = \frac{\beta(bk-2n(1-\beta)^2)(a-c_0)+n(1-\beta)(bk+2\beta^2-2n(1-\beta)^2)(c_0-c)}{bk(bk-\beta^2-2n(1-\beta)^2)} \tag{3.18}$$

$$z = \frac{2(1-\beta)[\beta(1-\beta)(a-c_0)+(bk-\beta^2+n(1-\beta)^2)(c_0-c)]}{bk(bk-\beta^2-2n(1-\beta)^2)} \tag{3.19}$$

$$Z = z_0 + nz = \frac{\beta(a-c_0)+3n(1-\beta)(c_0-c)}{bk-\beta^2-2n(1-\beta)^2} \tag{3.20}$$

(3.18), (3.19), (3.20) より，均衡広告水準に関して次の命題を得る．

命題 1.
公企業の均衡広告水準は厳密に正，私企業の均衡広告水準 z は非負，均衡総広告水準 Z は厳密に正である．すなわち，$z_0 > 0, z \geq 0, Z > 0$.
$\beta = 1$ の時のみ，私企業の均衡広告水準は $z = 0$ となる．

[9] $\beta^2 + 2n(1-\beta)^2$ は，2 次の係数が正の β に関する 2 次関数なので，$\beta \in [0,1]$ の範囲でどちらかの端点が最大値をとる．$\beta = 0$ の時 $2n$, $\beta = 1$ の時 1 なので，$\beta = 0$ の時最大値 $2n$ をとる．従って，$bk > 2n$ の下で安定性条件は常に成立する．

命題1の注目すべき結論は，広告が社会厚生を拡大する真の需要増加をもたらす時 $(\beta = 1)$，公企業のみが広告投資を行い，私企業は全く広告投資をせず公企業の広告にフリーライドするということである．この結論が生じる理由は，公企業が社会厚生最大化の観点から適切に広告投資を実施してくれるので，私企業が広告投資を行うインセンティブがなくなるからである．

次に，公企業と私企業の均衡広告水準を比較する．(3.18), (3.19) より，z_0 と z を比較すると次式を得る．

$$\begin{aligned} z_0 \gtreqless z \Leftrightarrow & \beta(bk - 2(n+1)(1-\beta)^2)(a - c_0) \\ & + (1-\beta)[(n-2)bk + 2(n+1)(\beta^2 - n(1-\beta)^2)](c_0 - c) \gtreqless 0 \end{aligned} \tag{3.21}$$

$n+1$ 社の私企業がクールノー寡占競争する際の，安定性条件 $bk > 2(n+1)(1-\beta)^2$ の成立を仮定すると，(3.21) の $(a - c_0)$ の括弧内係数は常に正となる $(bk - 2(n+1)(1-\beta)^2 > 0)$．この時，(3.21) の必要十分条件の後の式の第1項は常に正である．一方，(3.21) の第2項の正負は β の大きさに依存し，一般的には確定しない．このため，公企業と私企業の均衡広告水準の大小関係について，一般的には何も言えない．但し命題1より明らかなことだが，$\beta = 1$ の時，第2項は0となり必ず正で $z_0 > z$ が成立する．実際この時は $z = 0$ である．これより，β が1に十分近く広告が真の需要を拡大する時には，公企業の均衡広告水準は私企業を上回る．

反対に $\beta = 0$ の時，(3.21) の第1項は0で，$z_0 \gtreqless z \Leftrightarrow [(n-2)bk - 2n(n+1)](c_0 - c) \gtreqless 0$ が成立する．$n \leq 2$ の時，$z_0 < z \Leftrightarrow [(n-2)bk - 2n(n+1)](c_0 - c) < 0$ であり，$n > 2$ の時，$z_0 \gtreqless z \Leftrightarrow bk \gtreqless \frac{2n(n+1)}{n-2}$ である．[10] 上記の結果は次の命題にまとめられる．

命題 2. 広告が真の需要を全く拡大しないケース $(\beta = 0)$ を考える．
(i) $n \leq 2$ の時，公企業よりも私企業の均衡広告水準が多い $(z_0 < z)$．
(ii) $n > 2$ の時，公企業と私企業の均衡広告水準の大小関係は次式を満たす．$z_0 \gtreqless z \Leftrightarrow bk \gtreqless \frac{2n(n+1)}{n-2}$.

命題2は，Matsumura and Sunada (2013) の Proposition 1(p.185) と同じである．私企業数に依存して，公企業と私企業の均衡広告水準の大小関係は変わる．

続いて，(3.7), (3.8), (3.9) に均衡総広告水準 Z を代入し，均衡生産量を得る．

$$q_0 = \frac{(bk - n(1-\beta)(2-\beta))(a - c_0) - n(bk - \beta(3 - 2\beta) + n(1-\beta)^2)(c_0 - c)}{b(bk - \beta^2 - 2n(1-\beta)^2)} \tag{3.22}$$

$$q = \frac{\beta(1-\beta)(a - c_0) + (bk - \beta^2 + n(1-\beta)^2)(c_0 - c)}{b(bk - \beta^2 - 2n(1-\beta)^2)} \tag{3.23}$$

$$Q = \frac{(bk - 2n(1-\beta)^2)(a - c_0) + 3n\beta(1-\beta)(c_0 - c)}{b(bk - \beta^2 - 2n(1-\beta)^2)} \tag{3.24}$$

---

[10] $bk > 2(n+1)$ の仮定下でも，$2(n+1) < \frac{2n(n+1)}{n-2}$ より，bk と $\frac{2n(n+1)}{n-2}$ の大小関係は確定しない．

公企業と私企業の均衡生産量を比較する．(3.22), (3.23) より，q_0 と q を比較すると次式を得る．

$$\begin{aligned} q_0 \gtreqless q \Leftrightarrow & (bk-(1-\beta)(\beta+n(2-\beta)))(a-c_0) \\ & -[(n+1)bk-\beta^2+n(1-5\beta+3\beta^2)+n^2(1-\beta)^2](c_0-c) \gtreqless 0 \end{aligned} \tag{3.25}$$

安定性条件 $bk > 2n$ の下で，(3.25) の $(a-c_0)$ の括弧内係数は常に正となる $(bk-(1-\beta)(\beta+n(2-\beta) > 0)$．この時，(3.25) の必要十分条件の後の式の第 1 項は常に正である．一方，(3.25) の第 2 項は常に負となる．従って，第 1 項と第 2 項の大小関係は一般的には確定しない．実際に $\beta = 1$ の時，$q_0 \gtreqless q \Leftrightarrow bk(a-c_0) \gtreqless (n+1)(bk-1)(c_0-c)$ より，大小関係は確定しない．[11] 一方 $\beta = 0$ の時も，$q_0 \gtreqless q \Leftrightarrow (bk-2n)(a-c_0) \gtreqless (n+1)(bk+n)(c_0-c)$ より，大小関係は確定しない．[12]

4 比較静学の結果

4.1 均衡広告水準の比較静学

はじめに，均衡広告水準に関する比較静学を行う．(3.18) より，公企業の均衡広告水準 z_0 に関する $a, c_0, c, b, k, n, \beta$ の比較静学を行うと，表4.1にまとめられる．

a	$\frac{\partial z_0}{\partial a} = \frac{\beta(\beta^2+X)}{bkX} \geq 0$ $(\frac{\partial z_0}{\partial a} = 0$ only if $\beta = 0)$
c_0	$\frac{\partial z_0}{\partial c_0} = \frac{bk(n(1-\beta)-\beta)-2n(1-\beta)(n(1-\beta)^2-\beta)}{bkX} \gtreqless 0 \Leftrightarrow \beta \lesseqgtr \beta_0 \in (0,1)$
c	$\frac{\partial z_0}{\partial c} = -\frac{n(1-\beta)(X+3\beta^2)}{bkX} \leq 0$ $(\frac{\partial z_0}{\partial c} = 0$ only if $\beta = 1)$
b	$\frac{\partial z_0}{\partial b} = -\frac{\beta[X^2+\beta^2(bk+X)](a-c_0)+n(1-\beta)[X^2+3\beta^2(bk+X)](c_0-c)}{b^2kX^2} < 0$
k	$\frac{\partial z_0}{\partial k} = -\frac{\beta[X^2+\beta^2(bk+X)](a-c_0)+n(1-\beta)[X^2+3\beta^2(bk+X)](c_0-c)}{bk^2X^2} < 0$
n	$\frac{\partial z_0}{\partial n} = \frac{(1-\beta)[2\beta^3(1-\beta)(a-c_0)+(X^2+3\beta^2(bk-\beta^2))(c_0-c)]}{bkX^2} \geq 0$ $(\frac{\partial z_0}{\partial n} = 0$ only if $\beta = 1)$
β	$\frac{\partial z_0}{\partial \beta} = \frac{[X^2+\beta^2(3X+2\beta(\beta-2n(1-\beta)))](a-c_0)-n[X^2-3\beta(2-3\beta)X-6\beta^2(1-\beta)(\beta-2n(1-\beta))](c_0-c)}{bkX^2}$

$(X \equiv bk-\beta^2-2n(1-\beta)^2 > 0)$

表 4.1: 公企業の均衡広告水準 z_0 に関する比較静学

$\frac{\partial z_0}{\partial c_0}$ は $\beta = 0$ の時に正だが $\beta = 1$ の時に負となり，$\frac{\partial z_0}{\partial c_0} \gtreqless 0 \Leftrightarrow \beta \lesseqgtr \beta_0$ となる閾値 β_0 が必ず存在する．しかし解は β に関する 3 次関数なので，β_0 の値を簡潔に記述することはできない．

公企業の均衡広告水準 z_0 の比較静学に関して，次の命題を得る．

[11] $bk > 2n$ の仮定の下で，$bk < (n+1)(bk-1)$. しかし，クールノー均衡生産量が正となる通常の仮定として $a-c_0 > c_0-c$ であるので，大小関係はパラメータに依存し確定しない．

[12] $bk-2n < (n+1)(bk+n)$ である．

命題 3. 公企業の均衡広告水準 z_0 の比較静学
(i) $\beta \neq 0$ の時，逆需要関数の縦軸切片 a に関する厳密な増加関数．
$\beta = 0$ の時のみ a に依存しない．すなわち，$\beta \in (0,1]$ の時 $\frac{\partial z_0}{\partial a} > 0$，$\beta = 0$ の時 $\frac{\partial z_0}{\partial a} = 0$.
(ii) β が小さい（大きい）時，公企業の限界費用 c_0 の増加は均衡広告水準を増加（減少）させる．
すなわち，$\frac{\partial z_0}{\partial c_0} \gtreqless 0 \Leftrightarrow \beta \lesseqgtr \beta_0 \in (0,1)$.
(iii) $\beta \neq 1$ の時，私企業の限界費用 c に関する厳密な減少関数．
$\beta = 1$ の時のみ c に依存しない．すなわち，$\beta \in [0,1)$ の時 $\frac{\partial z_0}{\partial c} < 0$，$\beta = 1$ の時 $\frac{\partial z_0}{\partial c} = 0$.
(iv) 逆需要関数の傾きの大きさ b に関する厳密な減少関数．すなわち，$\frac{\partial z_0}{\partial b} < 0$.
(v) 広告の費用係数 k に関する厳密な減少関数である．すなわち，$\frac{\partial z_0}{\partial k} < 0$.
(vi) $\beta \neq 1$ の時，私企業数 n に関する厳密な増加関数．
$\beta = 1$ の時のみ n に依存しない．すなわち，$\beta \in [0,1)$ の時 $\frac{\partial z_0}{\partial n} > 0$，$\beta = 1$ の時 $\frac{\partial z_0}{\partial n} = 0$.

命題3の主張は，大体が常識的な内容である．(i) 逆需要関数の縦軸切片 a の増加と，(iv) 傾きの大きさ b の減少は，需要自体を拡大し広告の限界便益を増加させるので，公企業は広告を増加させる．反対に，(ii) β が大きい時の公企業の限界費用 c_0 の増加，(iii) 私企業の限界費用 c の増加，及び，(v) 広告の費用 k の増加は，広告の限界費用を高めるので公企業は広告を減少させる．注目すべき第一の点は (ii) の結論で，公企業の限界費用 c_0 の増加が広告を増やす可能性があり，広告が実需を増大させる程度を表すパラメータ β の大きさに依存する点である．特に，β が小さく広告が消費者に錯誤をもたらす場合に，生産の限界費用の増加に伴い公企業は広告水準を増加させる．注目すべき第二の点は (vi) の結論で，私企業数 n が増え混合寡占市場が競争的であるほど，公企業は広告投資を増加させる点である．私企業同士の純粋寡占市場であれば，広告投資は他企業にフリーライドされてしまうので，私企業数の増加は広告投資を減少させる．しかし公企業が存在する混合寡占市場の場合，私企業増加に伴う社会厚生拡大への広告投資の影響を考慮して，公企業は反対に広告投資を増加させる．

注意すべき第三の点として，比較静学の結果は，広告が真の需要を拡大する程度が端点 $\beta = 0$ または 1 の時と，内点 $\beta \neq 0,1$ の時とで異なる場合がある点である．例えば $\beta = 0$ の時，$\frac{\partial z_0}{\partial a} = 0$ となることが (i) より示される．これは，$\beta = 0$ のケースを分析した Matsumura and Sunada (2013) の結果である．しかしながら，一般的な $\beta \in (0,1]$ に議論を拡張した場合には，z_0 は常に a に依存している．この意味で，$\beta = 0$ のケースで得られた結果を一般化する際は注意が必要である．また (vi) の結論は，Matsumura and Sunada (2013) の Proposition 2(i) (p.185) と同じである．但し $\beta = 1$ の時は，公企業の均衡広告水準は企業数 n に依存しない．

最後に，公企業の均衡広告水準がパラメータ β と共に増加するか減少するかについては，他のパラメータに依存するので明確に言うことはできない．すなわち，$\frac{\partial z_0}{\partial \beta}$ の正負は状況に依存してどちらも起こり得る．

次に (3.19) より，私企業の均衡広告水準 z に関する $a, c_0, c, b, k, n, \beta$ の比較静学を行うと，表4.2にまとめられる．[13]

a	$\frac{\partial z}{\partial a} = \frac{2\beta(1-\beta)^2}{bkX} \geq 0$ ($\frac{\partial z}{\partial a} = 0$ only if $\beta = 0$ or 1)
c_0	$\frac{\partial z}{\partial c_0} = \frac{2(1-\beta)(bk-\beta+n(1-\beta)^2)}{bkX} \geq 0$ ($\frac{\partial z}{\partial c_0} = 0$ only if $\beta = 1$)
c	$\frac{\partial z}{\partial c} = -\frac{2(1-\beta)(X+3n(1-\beta)^2)}{bkX} \leq 0$ ($\frac{\partial z}{\partial c} = 0$ only if $\beta = 1$)
b	$\frac{\partial z}{\partial b} = -2(1-\beta)\frac{\beta(1-\beta)(bk+X)(a-c_0)+[X^2+3n(1-\beta)^2(bk+X)](c_0-c)}{b^2kX^2} \leq 0$ ($\frac{\partial z}{\partial b} = 0$ only if $\beta = 1$)
k	$\frac{\partial z}{\partial k} = -2(1-\beta)\frac{\beta(1-\beta)(bk+X)(a-c_0)+[X^2+3n(1-\beta)^2(bk+X)](c_0-c)}{bk^2X^2} \leq 0$ ($\frac{\partial z}{\partial k} = 0$ only if $\beta = 1$)
n	$\frac{\partial z}{\partial n} = \frac{2(1-\beta)^3[2\beta(1-\beta)(a-c_0)+3(bk-\beta^2)(c_0-c)]}{bkX^2} \geq 0$ ($\frac{\partial z}{\partial n} = 0$ only if $\beta = 1$)
β	$\frac{\partial z}{\partial \beta} = \frac{2\{(1-\beta)[(1-3\beta)bk+\beta^2(1+\beta)-2n(1-\beta)^3](a-c_0)-[X^2+9n(1-\beta)^2X-6n(1-\beta)^3(\beta-2n(1-\beta))](c_0-c)\}}{bkX^2}$

$(X \equiv bk - \beta^2 - 2n(1-\beta)^2 > 0)$

表 4.2: 私企業の均衡広告水準 z に関する比較静学

私企業の均衡広告水準 z の比較静学に関して，次の命題を得る．

命題 4. 私企業の均衡広告水準 z の比較静学

(i) $\beta \neq 0,1$ の時，逆需要関数の縦軸切片 a に関する厳密な増加関数．

$\beta = 0,1$ の時のみ a に依存しない．すなわち，$\beta \in (0,1)$ の時 $\frac{\partial z}{\partial a} > 0$，$\beta = 0,1$ の時 $\frac{\partial z}{\partial a} = 0$.

(ii) $\beta \neq 1$ の時，公企業の限界費用 c_0 に関する厳密な増加関数．

$\beta = 1$ の時のみ c_0 に依存しない．すなわち，$\beta \in [0,1)$ の時 $\frac{\partial z}{\partial c_0} > 0$，$\beta = 1$ の時 $\frac{\partial z}{\partial c_0} = 0$.

(iii) $\beta \neq 1$ の時，私企業の限界費用 c に関する厳密な減少関数．

$\beta = 1$ の時のみ c に依存しない．すなわち，$\beta \in [0,1)$ の時 $\frac{\partial z}{\partial c} < 0$，$\beta = 1$ の時 $\frac{\partial z}{\partial c} = 0$.

(iv) $\beta \neq 1$ の時，逆需要関数の傾きの大きさ b に関する厳密な減少関数．

$\beta = 1$ の時のみ b に依存しない．すなわち，$\beta \in [0,1)$ の時 $\frac{\partial z}{\partial b} < 0$，$\beta = 1$ の時 $\frac{\partial z}{\partial b} = 0$.

(v) $\beta \neq 1$ の時，広告の費用係数 k に関する厳密な減少関数．

$\beta = 1$ の時のみ k に依存しない．すなわち，$\beta \in [0,1)$ の時 $\frac{\partial z}{\partial k} < 0$，$\beta = 1$ の時 $\frac{\partial z}{\partial k} = 0$.

(vi) $\beta \neq 1$ の時，私企業数 n に関する厳密な増加関数．

$\beta = 1$ の時のみ n に依存しない．すなわち，$\beta \in [0,1)$ の時 $\frac{\partial z}{\partial n} > 0$，$\beta = 1$ の時 $\frac{\partial z}{\partial n} = 0$.

命題3の主張と同様，命題 4の主張は大体が常識的な内容である．(i) a の増加，(ii) c_0 の増加，(iv) b の減少は，私企業にとって広告の私的限界収入を増加させ，(iii) c の増加と (v) k の増加は，広告の限界費用を高めるので，上記の結果が得られる．公企業に関する命題3(ii) とは異なり，符号が

[13] $\frac{\partial z}{\partial b}$ の符号決定においては，分子の $(c_0 - c)$ の係数である角括弧内の項が，$n(1-\beta)^2 - \beta^2 \geq -1\ \forall \beta \in [0,1]$ である事実を用いた．$n(1-\beta)^2 - \beta^2 > 0$ の時，分子の $(c_0 - c)$ の係数である角括弧内は必ず正である．$n(1-\beta)^2 - \beta^2 < 0$ の時，$n(1-\beta)^2 - \beta^2 \geq -1$ より，$b^2k^2 + (n(1-\beta)^2 - \beta^2)(bk+X) \geq b^2k^2 - (bk+X) = bk(bk-2) + \beta^2 + 2n(1-\beta)^2 > 0$. 従っていずれのケースでも，$\frac{\partial z}{\partial b}$ に関する表4.2の不等式は成立する．

β に依存して変わる状況は起こらない．一方，(vi) 私企業数 n の増加が私企業の均衡広告水準を増加させる点は，注目すべき結論である．他社によるフリーライドがあるにもかかわらず，混合寡占市場では公企業による広告投資が行われるので，私企業数の増加は私企業の広告投資を増加させる．この結論は，$\beta=0$ の時に Matsumura and Sunada (2013) が Proposition 2(i) (p.185) で示した結論の一般化である．

また命題2と同様に命題3においても，比較静学の結果が，パラメータ β が端点か内点かで異なる場合がある．さらに，私企業の均衡広告水準がパラメータ β と共に増加するか減少するか，すなわち $\frac{\partial z}{\partial \beta}$ の正負については，他のパラメータに依存して確定しない点も同じである．

最後に (3.20) より，均衡総広告水準 Z に関する $a, c_0, c, b, k, n, \beta$ の比較静学を行うと，表4.3にまとめられる．

a	$\frac{\partial Z}{\partial a}=\frac{\beta}{X}\geq 0$ ($\frac{\partial Z}{\partial a}=0$ only if $\beta=0$)
c_0	$\frac{\partial Z}{\partial c_0}=\frac{3n-(3n+1)\beta}{X}\gtreqless 0 \Leftrightarrow \beta \lesseqgtr \frac{3n}{3n+1}$
c	$\frac{\partial Z}{\partial c}=-\frac{3n(1-\beta)}{X}\leq 0$ ($\frac{\partial Z}{\partial c}=0$ only if $\beta=1$)
b	$\frac{\partial Z}{\partial b}=-\frac{kZ}{X}<0$
k	$\frac{\partial Z}{\partial k}=-\frac{bZ}{X}<0$
n	$\frac{\partial Z}{\partial n}=\frac{(1-\beta)[2\beta(1-\beta)(a-c_0)+3(bk-\beta^2)(c_0-c)]}{X^2}\geq 0$ ($\frac{\partial Z}{\partial n}=0$ only if $\beta=1$)
β	$\frac{\partial Z}{\partial \beta}=\frac{[X-2\beta(\beta-2n(1-\beta))](a-c_0)-3n[X+2(1-\beta)(\beta-2n(1-\beta))](c_0-c)}{X^2}$
	$(X\equiv bk-\beta^2-2n(1-\beta)^2>0)$

表 4.3: 均衡総広告水準 Z に関する比較静学

均衡総広告水準 Z の比較静学に関して，次の命題を得る．

命題 5. 均衡総広告水準 Z の比較静学
(i) $\beta\neq 0$ の時，逆需要関数の縦軸切片 a に関する厳密な増加関数．
$\beta=0$ の時のみ a に依存しない．すなわち，$\beta\in(0,1]$ の時 $\frac{\partial Z}{\partial a}>0$，$\beta=1$ の時 $\frac{\partial Z}{\partial a}=0$.
(ii) β が小さい（大きい）時，公企業の限界費用 c_0 の増加は，均衡総広告水準を増加（減少）させる．すなわち，$\frac{\partial Z}{\partial c_0}\gtreqless 0 \Leftrightarrow \beta \lesseqgtr \frac{3n}{3n+1}$.
(iii) $\beta\neq 1$ の時，私企業の限界費用 c に関する厳密な減少関数．
$\beta=1$ の時のみ c に依存しない．すなわち，$\beta\in[0,1)$ の時 $\frac{\partial Z}{\partial c}<0$，$\beta=1$ の時 $\frac{\partial Z}{\partial c}=0$.
(iv) 逆需要関数の傾きの大きさ b に関する厳密な減少関数．すなわち，$\frac{\partial Z}{\partial b}<0\ \forall\beta\in[0,1]$.
(v) 広告の費用係数 k に関する厳密な減少関数．すなわち，$\frac{\partial Z}{\partial k}<0\ \forall\beta\in[0,1]$.
(vi) $\beta\neq 1$ の時，私企業数 n に関する厳密な増加関数．
$\beta=1$ の時のみ n に依存しない．すなわち，$\beta\in[0,1)$ の時 $\frac{\partial Z}{\partial n}>0$，$\beta=1$ の時 $\frac{\partial Z}{\partial n}=0$.

$Z=z_0+nz$ であるので，命題5の結論は命題3と命題 4の結論から直ちに得られる．命題5の主張

は，大体が常識的な内容である．(i) a の増加，(iv) b の減少は，公企業と私企業の限界便益を高め，(iii) c の増加と (v) k の増加は，広告の限界費用を高めるので，上記の結果が得られる．(ii) c_0 の増加については，公企業と私企業とで限界便益・費用に与える影響が異なり，それを合成して結果が得られる．(vi) 私企業数 n の増加に伴い，均衡総広告水準は増加する．また命題3，命題 4と同様，パラメータ β が端点か内点かで結果が異なる場合がある．さらに，β の増加が均衡総広告水準に与える影響 ($\frac{\partial Z}{\partial \beta}$) の符号は，パラメータの値に依存する．

4.2 均衡生産量の比較静学

続いて均衡生産量に関する比較静学を行う．(3.22) より，公企業の均衡生産量 q_0 に関する $a, c_0, c, b, k, n, \beta$ の比較静学を行うと，表4.4にまとめられる．

a	$\frac{\partial q_0}{\partial a} = \frac{bk-n(1-\beta)(2-\beta)}{bX} > 0$
c_0	$\frac{\partial q_0}{\partial c_0} = -\frac{(n+1)bk-n(2-\beta^2)+n^2(1-\beta)^2}{bX} < 0$
c	$\frac{\partial q_0}{\partial c} = \frac{n(bk-\beta(3-2\beta)+n(1-\beta)^2)}{bX} > 0$
b	$\frac{\partial q_0}{\partial b} = -\frac{[b^2k^2-n(1-\beta)(2-\beta)(bk+X)](a-c_0)-n[b^2k^2-(\beta(3-2\beta)-n(1-\beta)^2)(bk+X)](c_0-c)}{b^2X^2}$
k	$\frac{\partial q_0}{\partial k} = -\frac{(\beta-n(1-\beta))Z}{X} \gtreqless 0 \Leftrightarrow \beta \lesseqgtr \frac{n}{n+1}$
n	$\frac{\partial q_0}{\partial n} = -\frac{\beta(1-\beta)(bk-\beta(2-\beta))(a-c_0)+[X^2+3(1-\beta)(2n(1-\beta)-\beta)X+6n(1-\beta)^3(n(1-\beta)-\beta)](c_0-c)}{bX^2}$
β	$\frac{\partial q_0}{\partial \beta} = \frac{[(2\beta+n(2\beta-1))X+2\beta(\beta-n(1-\beta))(\beta-2n(1-\beta))](a-c_0)+3n[(1-2\beta+2n(1-\beta))X+2(1-\beta)(\beta-n(1-\beta))(\beta-2n(1-\beta))](c_0-c)}{bX^2}$

$(X \equiv bk-\beta^2-2n(1-\beta)^2 > 0)$

表 4.4: 公企業の均衡生産量 q_0 に関する比較静学

k の比較静学については，$\frac{\partial q_0}{\partial k} \gtreqless 0 \Leftrightarrow \beta \lesseqgtr \frac{n}{n+1}$ より，$\beta = 0$ の時 $\frac{\partial q_0}{\partial k} > 0, \beta = 1$ の時 $\frac{\partial q_0}{\partial k} < 0$ である．公企業の均衡広告水準とは異なり，公企業の均衡生産量の比較静学は，符号の正負が不確定のものが増えている．まず $\frac{\partial q_0}{\partial b}$ は，分子の $(a-c_0)$ と (c_0-c) の係数の符号がいずれも確定せず，微係数の正負も確定しない．$\frac{\partial q_0}{\partial n}$ は，分子 (c_0-c) の角括弧内 $(1-\beta)(2n(1-\beta)-\beta)$ と，$(1-\beta)^3(n(1-\beta)-\beta)$ の符号が β の値に依存して確定しない．但し多くの状況で負となる．端点を考えて $\beta = 0$ の時，$\frac{\partial q_0}{\partial n}\big|_{\beta=0} = -\frac{(X^2+6nX+6n^2)(c_0-c)}{bX^2} < 0$ と負になり，$\beta = 1$ の時，$\frac{\partial q_0}{\partial n}\big|_{\beta=1} = -\frac{c_0-c}{b} < 0$ とこちらも負になる．

公企業の均衡生産量 q_0 の比較静学に関して，次の命題を得る．

命題 6. 公企業の均衡生産量 q_0 の比較静学

(*i*) 逆需要関数の縦軸切片 a に関する厳密な増加関数．

(*ii*) 公企業の限界費用 c_0 に関する厳密な減少関数．

(*iii*) 私企業の限界費用 c に関する厳密な増加関数．

(iv) β が小さい（大きい）時，広告の費用係数 k の増加は均衡生産量を増加（減少）させる．
すなわち，$\beta \lesseqgtr \frac{n}{n+1}$ ならば $\frac{\partial q_0}{\partial k} \gtreqless 0$.

命題6の (i), (ii), (iii) の結果はいずれも常識的な結果である．事前に広告投資が行われる 2 段階ゲームを考慮に入れたとしても，公企業の均衡生産量が (i) 需要の増加（a の増加）と共に増大し，(ii) 自社の限界費用 c_0 の増加と共に減少し，(iii) 他社の限界費用 c の増加と共に増加する．これらは，戦略的代替であるクールノー数量競争の下で均衡生産量が持つ性質である．一方，命題6の (iv) は，広告の費用係数 k の増加が生産量を増やすか否かは，広告が現実の需要増加に寄与するかどうかに依存することを示している．特に，広告が現実の需要拡大に全く寄与しない時 ($\beta = 0$)，広告に掛かる費用が増加するにつれて均衡生産量が増加する．

次に (3.23) より，私企業の均衡生産量 q に関する $a, c_0, c, b, k, n, \beta$ の比較静学を行うと，表4.5にまとめられる．

a	$\frac{\partial q}{\partial a} = \frac{\beta(1-\beta)}{bX} \geq 0$ ($\frac{\partial q}{\partial a} = 0$ only if $\beta = 0, 1$)
c_0	$\frac{\partial q}{\partial c_0} = \frac{bk-\beta+n(1-\beta)^2}{bX} > 0$
c	$\frac{\partial q}{\partial c} = -\frac{X+3n(1-\beta)^2}{bX} < 0$
b	$\frac{\partial q}{\partial b} = -\frac{\beta(1-\beta)(bk+X)(a-c_0)+[X^2+3n(bk+X)(1-\beta)^2](c_0-c)}{b^2X^2} < 0$
k	$\frac{\partial q}{\partial k} = -\frac{(1-\beta)Z}{X} \leq 0$ ($\frac{\partial q}{\partial k} = 0$ only if $\beta = 1$)
n	$\frac{\partial q}{\partial n} = \frac{(1-\beta)^2[2\beta(1-\beta)(a-c_0)+3(bk-\beta^2)(c_0-c)]}{bX^2} \geq 0$ ($\frac{\partial q}{\partial n} = 0$ only if $\beta = 1$)
β	$\frac{\partial q}{\partial \beta} = \frac{[(1-2\beta)bk+\beta^2-2n(1-\beta)^2](a-c_0)-6n(1-\beta)(bk-\beta)(c_0-c)}{bX^2}$

$(X \equiv bk - \beta^2 - 2n(1-\beta)^2 > 0)$

表 4.5: 私企業の均衡生産量 q に関する比較静学

公企業とは異なり，私企業の均衡生産量の比較静学については，符号の正負がほとんど確定する．$\frac{\partial q}{\partial \beta}$ は，分子 $(a-c_0)$ の角括弧内 $(1-2\beta)bk+\beta^2-2n(1-\beta)^2$ の符号が β の値に依存して確定しない．端点を考えて $\beta = 0$ の時，$\frac{\partial q}{\partial \beta}\big|_{\beta=0} = \frac{(bk-2n)(a-c_0)-6bkn(c_0-c)}{bX^2}$ であり，この符号はパラメータの値に依存する．$\beta = 1$ の時，$\frac{\partial q}{\partial \beta}\big|_{\beta=1} = -\frac{(bk-1)(a-c_0)}{bX^2} < 0$ で負となる．

私企業の均衡生産量 q の比較静学に関して，次の命題を得る．

命題 7. 私企業の均衡生産量 q の比較静学
(i) $\beta \neq 0, 1$ の時，逆需要関数の縦軸切片 a に関する厳密な増加関数．
$\beta = 0, 1$ の時のみ a に依存しない．すなわち，$\beta \in (0, 1)$ の時 $\frac{\partial q}{\partial a} > 0$，$\beta = 0, 1$ の時 $\frac{\partial q}{\partial a} = 0$.
(ii) 公企業の限界費用 c_0 に関する厳密な増加関数．
(iii) 私企業の限界費用 c に関する厳密な減少関数．

(iv) 逆需要関数の傾きの大きさ b に関する厳密な減少関数.
(v) $\beta \neq 1$ の時，広告の費用係数 k に関する厳密な減少関数.
$\beta = 1$ の時のみ k に依存しない．すなわち，$\beta \in [0,1)$ の時 $\frac{\partial q}{\partial k} < 0$，$\beta = 1$ の時 $\frac{\partial q}{\partial k} = 0$.
(vi) $\beta \neq 1$ の時，私企業数 n に関する厳密な増加関数.
$\beta = 1$ の時のみ n に依存しない．すなわち，$\beta \in [0,1)$ の時 $\frac{\partial q}{\partial n} > 0$，$\beta = 1$ の時 $\frac{\partial q}{\partial n} = 0$.

命題7の (i), (ii), (iii) は，非常に常識的な結果である．公企業の均衡生産量に関する命題6の (i), (ii), (iii) と同様の結果が成立する．私企業の均衡生産量について，(i) 需要の増加（a の増加）と共に増大し，(ii) 他社の限界費用 c_0 の増加と共に増加し，(iii) 私企業の限界費用 c の増加と共に減少する．また命題7の (iv) についても標準的な結果である．需要の減少（b の増加）と共に減少する．これらは，純粋混合寡占のクールノー数量市場競争下で一般的に得られる比較静学の性質と同様である．命題7の (v) も標準的な結果である．広告の費用係数 k の増加は私企業の生産量を減らす．但し，$\beta = 1$ の時，すなわち広告が真の需要を喚起する時，私企業の均衡広告水準は 0 となり，広告の費用係数の増加が私企業の広告水準に影響せず，均衡生産量に与える 1 階の効果も 0 となる．

一方，命題7の (vi) は直観とは異なる結論である．私企業数 n の増加に伴い私企業の生産量は増加する．但し $\beta = 1$ の時は，上記 (v) の説明と同様に，私企業の均衡広告水準が 0 となるので，均衡生産量に与える 1 階の効果も 0 となる．寡占市場では通常，私企業数の増加は均衡生産量を減少させる．しかし，広告水準を決定する事前段階のある 2 段階ゲームでは，私企業数が増加したとしても，広告投資による需要拡大が起こる．命題5の (vi) より，均衡広告水準 Z は私企業数 n の増加関数となっている．このため私企業数が私企業利潤に与える影響は，広告増大に伴う正の効果が競争激化に伴う負の効果を上回り，私企業生産量を増加させることが示されている．

最後に (3.24) より，均衡総生産量 Q に関する $a, c_0, c, b, k, n, \beta$ の比較静学を行うと，表4.6 にまとめられる．

a	$\frac{\partial Q}{\partial a} = \frac{bk-2n(1-\beta)^2}{bX} > 0$
c_0	$\frac{\partial Q}{\partial c_0} = -\frac{bk-n(1-\beta)(2+\beta)}{bX} < 0$
c	$\frac{\partial Q}{\partial c} = -\frac{3n\beta(1-\beta)}{bX} \leq 0$ ($\frac{\partial Q}{\partial c} = 0$ only if $\beta = 0, 1$)
b	$\frac{\partial Q}{\partial b} = -\frac{(X^2+\beta^2(bk+X))(a-c_0)+3n\beta(1-\beta)(bk+X)(c_0-c)}{b^2X^2} < 0$
k	$\frac{\partial Q}{\partial k} = -\frac{\beta Z}{X} \leq 0$ ($\frac{\partial Q}{\partial k} = 0$ only if $\beta = 0$)
n	$\frac{\partial Q}{\partial n} = \frac{\beta(1-\beta)[2\beta(1-\beta)(a-c_0)+3(bk-\beta^2)(c_0-c)]}{bX^2} \geq 0$ ($\frac{\partial Q}{\partial n} = 0$ only if $\beta = 0, 1$)
β	$\frac{\partial Q}{\partial \beta} = \frac{2\beta(bk-2n(1-\beta))(a-c_0)+3n[bk(1-2\beta)+\beta^2-2n(1-\beta)^2](c_0-c)}{bX^2}$

$(X \equiv bk - \beta^2 - 2n(1-\beta)^2 > 0)$

表 4.6: 均衡総生産量 Q に関する比較静学

私企業の均衡生産量の比較静学と同様に，ほとんどの符号の正負が確定する．但し $\frac{\partial Q}{\partial \beta}$ は，分子 $(c_0 - c)$ の角括弧内 $bk(1-2\beta) + \beta^2 - 2n(1-\beta)^2$ の符号が β の値に依存して確定しない．端点を考

えて $\beta=0$ の時，$\frac{\partial Q}{\partial \beta}\big|_{\beta=0}=\frac{3n(bk-2n)(c_0-c)}{bX^2}>0$ である．$\beta=1$ の時，$\frac{\partial q}{\partial \beta}\big|_{\beta=1}=\frac{2bk(a-c_0)-3n(bk-1)(c_0-c)}{bX^2}$ であり，符号はパラメータの値に依存する．

均衡総生産量 Q の比較静学に関して，次の命題を得る．

命題 8. 均衡総生産量 Q の比較静学
(i) 逆需要関数の縦軸切片 a に関する厳密な増加関数.
(ii) 公企業の限界費用 c_0 に関する厳密な減少関数.
(iii) $\beta\neq 0,1$ の時，私企業の限界費用 c に関する厳密な減少関数.
$\beta=0,1$ の時のみ c に依存しない．すなわち，$\beta\in(0,1)$ の時 $\frac{\partial Q}{\partial c}<0$，$\beta=0,1$ の時 $\frac{\partial Q}{\partial c}=0.$
(iv) 逆需要関数の傾きの大きさ b に関する厳密な減少関数.
(v) $\beta\neq 0$ の時，広告の費用係数 k に関する厳密な減少関数.
$\beta=0$ の時のみ k に依存しない．すなわち，$\beta\in(0,1]$ の時 $\frac{\partial Q}{\partial k}<0$，$\beta=0$ の時 $\frac{\partial Q}{\partial k}=0.$
(vi) $\beta\neq 0,1$ の時，私企業数 n に関する厳密な増加関数.
$\beta=0,1$ の時のみ n に依存しない．すなわち，$\beta\in(0,1)$ の時 $\frac{\partial Q}{\partial n}>0$，$\beta=0,1$ の時 $\frac{\partial Q}{\partial n}=0.$

命題8の (i), (ii), (iii), (iv) は，非常に常識的な結果である．私企業の均衡生産量に関する命題7の (i), (ii), (iii), (iv) の結果と同様，均衡総生産量は，(i), (iv) 需要の増加（a の増加，b の減少）と共に増大し，(ii), (iii) 企業の限界費用 c_0, c の増加と共に減少する．命題8の (iii) で $\beta=0,1$ の時に c に依存しないのは，補題 1の結果による．すなわち，$\beta=0$ の時，広告水準に関する公企業の反応関数は，私企業の広告水準に依存しない．$\beta=1$ の時，私企業の広告水準は 0 となり，公企業が実施する広告水準は，公・私企業間の限界費用格差 (c_0-c) とは無関係に決定される．両極端のケースにおいて，総生産量 Q は私企業の限界費用 c の水準に依存しない．従って，広告が真の需要を高めるケースと完全な錯誤のケースの極端なケースに限って，私企業の限界費用の増加は総生産量に影響を与えない．このことから，広告が真の需要を拡大する程度 β を一般化する際には，$\beta=0$ または 1 に特定化したケースとは異なる結論が得られる可能性がある点に，注意が必要である．

また命題8の (v) も標準的な結果である．広告の費用係数 k の増加は，均衡総生産量を減らす．但し $\beta=0$ の時，すなわち広告が真の需要を一切拡大しない時，k の増加は均衡総生産量に影響しない．この理由は，$\beta=0$ の時に限り，k の増加に伴う公企業の均衡総生産量の増加分が，私企業の均衡総生産量の減少分の合計とちょうど等しくなるからである．実際に，表4.4より $\frac{\partial q_0}{\partial k}=-\frac{(\beta-n(1-\beta))Z}{X}$，表4.5より $\frac{\partial q}{\partial k}=-\frac{(1-\beta))Z}{X}$ が成立するので，$\beta=0$ の時に $\frac{\partial q_0}{\partial k}=-n\frac{\partial q}{\partial k}=\frac{nZ}{X}>0$ となっている．

最後に，命題8の (vi) も通常の寡占理論と同様に常識的な結論である．私企業数 n の増加に伴い均衡総生産量は増加する．但し $\beta=0,1$ の時は，(iii) について上記で説明したのと同様に，広告水準に関する公企業の反応関数が私企業の広告水準に依存しないか，または私企業の均衡広告水準が 0 となるので，均衡総生産量に与える 1 階の効果も 0 となる．私企業数 n の増加が均衡生産量

を増加させる理由は，競争激化に伴う総生産量増加に加えて，命題7の (vi) の説明と同様のことが成り立つからである．寡占市場では通常，私企業数の増加は均衡総生産量を増加させる．これに加えて広告水準を決定する2段階ゲームでは，広告投資による需要拡大が起こる．命題5の (vi) より，均衡広告水準 Z は私企業数 n の増加関数である．私企業にとって，広告増大に伴う正の効果が競争激化に伴う負の効果を上回り，私企業の均衡生産量は増加するので，公企業が均衡生産量を増加させる時はもちろん，たとえ公企業が均衡生産量を減少させる時でさえも，均衡総生産量は増加する．

4.3 他の均衡諸変数

4.1節と4.2節では，均衡広告水準と均衡生産量に関する比較静学の結果を提示した．計算が非常に複雑になるので，それ以外の均衡諸変数については計算結果を直接提示することはせず，均衡諸変数の概要のみを説明する．

第一に，均衡価格について考える．広告により喚起された逆需要関数は $\widehat{P}=P(Q,Z)=a+Z-bQ$ であり，(3.9) より均衡総生産量 $Q(Z)=\frac{a-c_0+\beta Z}{b}$ を代入すると，

$$\widehat{P}=c_0+(1-\beta)Z \tag{4.1}$$

となる．ここで，均衡総広告水準は (3.20) より $Z=\frac{\beta(a-c_0)+3n(1-\beta)(c_0-c)}{bk-\beta^2-2n(1-\beta)^2}$ である．(4.1) より，広告により喚起された需要により消費者が直面する価格 $\widehat{P}$ は，均衡総広告水準 Z の増加関数となっている．$\beta=0$，すなわち広告が真の需要を全く増加させない時，総広告水準 Z だけ価格が上昇する．反対に $\beta=1$，すなわち広告が完全に真の需要を増加させる時，価格は公企業の限界費用 c_0 に等しくなる．$\widehat{P}$ の比較静学は，Z の比較静学より簡単に導出できる．

一方，真の逆需要関数は，

$$P=P(Q,\beta Z)=a+\beta Z-bQ=c_0 \tag{4.2}$$

真の逆需要関数から得られる価格水準は常に，公企業の限界費用 c_0 と等しい．限界費用価格形成原理が常に成立する．すなわち，真の均衡価格は公企業の限界費用の水準と等しくなり，c_0 を除きパラメータに依存しない．

第二に，企業利潤について考える．公企業利潤は $\pi_0=(P(Q,Z)-c_0)q_0-\frac{k}{2}z_0^2=(1-\beta)Zq_0-\frac{k}{2}z_0^2$ であり，z_0 と q_0 はそれぞれ (3.18) と (3.22) を満たす．一方，私企業利潤は $\pi=(P(Q,Z)-c)q-\frac{k}{2}z^2=(c_0-c+(1-\beta)Z)q-\frac{k}{2}z^2$ であり，z と q はそれぞれ (3.19) と (3.23) を満たす．均衡諸変数を代入した後の企業利潤の計算は非常に複雑なので，導出を省略する．

第三に，消費者余剰について考える．消費者余剰は $CS=\int_0^Q(a+\beta Z-bY)dY-(a+Z-bQ)Q=$

$-(1-\beta)ZQ+\frac{b}{2}Q^2$ である．(3.9) より $Q=\frac{a-c_0+\beta Z}{b}$ を代入して，

$$CS=((-2+3\beta)Z+a-c_0)\frac{Q}{2}=\frac{(a-c_0+\beta Z)(a-c_0+(3\beta-2)Z)}{2b} \tag{4.3}$$

が成立する．従って消費者余剰 CS の比較静学は，Z の比較静学の結果を踏まえて導出できるが，計算が複雑となるので導出を省略する．

最後に，社会厚生について考える．社会厚生は $W=\int_0^Q P(Y,\beta Z)dY-c_0q_0-ncq-\frac{k}{2}(z_0^2+nz^2)$ であった．均衡諸変数を代入して式を整理すると，非常に複雑ではあるが β の関数として以下の式が導出される．

$$W(\beta)\equiv\frac{A_1(\beta)(a-c_0)^2+A_2(\beta)(a-c_0)(c_0-c)+A_3(\beta)(c_0-c)^2}{2b^2k(X(\beta))^2}, \tag{4.4}$$

ここで以下を定義する．$X(\beta)\equiv bk-\beta^2-2n(1-\beta)^2, A_1(\beta)\equiv(bk-\beta^2)(X+\beta^2)^2-4n\beta^2(1-\beta)^4$, $A_2(\beta)\equiv 2n\beta(1-\beta)[3X^2+(3\beta^2+4(2n-1)(1-\beta)^2)X+6n(1-\beta)^2(\beta^2-2(1-\beta)^2)]$, $A_3(\beta)\equiv n\{2X^3+[2\beta^2+(9n-4)(1-\beta)^2]X^2+3n(1-\beta)^2[3\beta^2+4(n-2)(1-\beta)^2]X+18n^2(1-\beta)^4(\beta^2-2(1-\beta)^2)\}$.

例えば $\beta=0$ の時，$X(0)=bk-2n, A_1(0)=bkX^2, A_2(0)=0, A_3(0)=n[2X^3+(9n-4)X^2+12n(n-2)X-36n^2]$ なので，$W(0)=\frac{bk(bk-2n)^2(a-c_0)^2+n[2(bk-2n)^3+(9n-4)(bk-2n)^2+12n(n-2)(bk-2n)-36n^2](c_0-c)^2}{2b^2k(bk-2n)^2}$ となる．一方 $\beta=1$ の時，$X(1)=bk-1, A_1(1)=(X+1)^2(bk-1), A_2=0, A_3\equiv 2nX^2(X+1)$ なので，$W(1)=\frac{bk(a-c_0)^2+2n(bk-1)(c_0-c)^2}{2b(bk-1)}$ となる．広告が真の需要拡大に全く寄与しないケース ($\beta=0$) と真の需要を拡大させるケース ($\beta=1$) の 2 つの極端なケースで社会厚生を比較すると，次式を得る．

$$\begin{aligned} &W(0)\gtreqless W(1)\\ \Leftrightarrow &-bk(bk-2n)^2(a-c_0)^2\gtreqless n(bk-1)[4n^3+4(2bk+1)n^2-bk(5bk-8)n+4b^2k^2](c_0-c)^2 \end{aligned} \tag{4.5}$$

必要十分条件の左辺は負で，右辺は角括弧内が正である場合が多いが，実際にはパラメータに依存して符号は確定しない．特に，私企業数 n に依存して大小関係はどちらも起こり得る．

4.4　数値計算による比較

4.1節と4.2節で結果を提示した比較静学では，広告が真の需要を増大させる程度を表すパラメータ β が均衡広告水準と均衡総生産量に与える影響について，明確な結論は得られなかった．このことは，β の増加が均衡広告水準や均衡生産量を増加させる場合もあれば，減少させる場合もあることを意味する．実際に結果はパラメータの値に依存する．結果として直観に反し，広告が真の需要を増大させる程度が増加するにもかかわらず，均衡総広告水準が減少する場合が起こり得る．

そこで以下では，パラメータを特定化した数値計算の結果を示し，直観に反する状況が起こり得ることをシミュレーションにより明らかにする．β 以外の全パラメータは (a,c_0,c,b,k,n) である．

モデルの仮定，2 階条件，安定性条件件が満たされるように，$a > c_0 > c, bk > 2(n+1)$ の下でパラメータを特定し，$c_0 = 1, c = 0, b = 1, k = 10, n = 1$ と置く．[14] a について，以下ではいくつかの数値例を考えてシミュレーション結果を提示する．

第一に，均衡総広告水準 Z について考える．(3.20) に上記の特定化したパラメータを代入すると，$Z = \frac{\beta(a-1)+3(1-\beta)}{10-\beta^2-2(1-\beta)^2}$ が得られる．需要曲線の縦軸切片 $a = 3,4,5,6$ の時の β の変化に伴う均衡総広告水準 Z の変化をグラフにすると，図4.1の通りである．

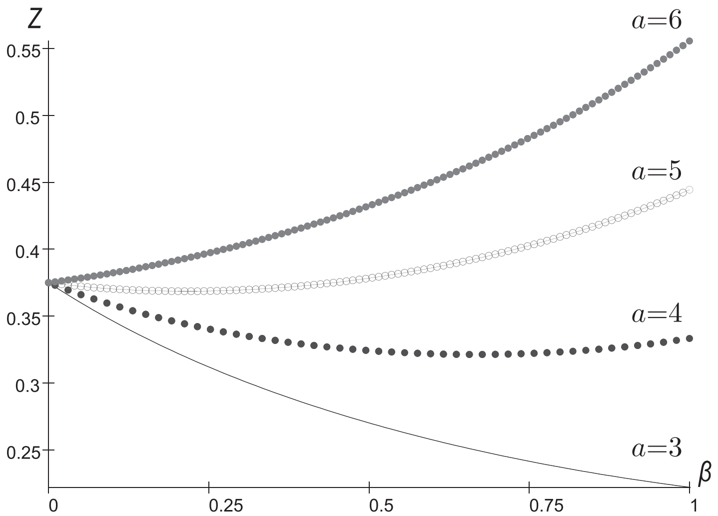

図 4.1: 均衡総広告水準 Z のシミュレーション
$(a = 3,4,5,6, c_0 = 1, c = 0, b = 1, k = 10, n = 1)$

図4.1より，縦軸切片 a の値によって，広告が真の需要を増大させる程度 β の大きさが均衡総広告水準を増やすか減らすかが異なることが見て取れる．はじめに需要が小さい $a = 3$ の時，均衡総広告水準 Z は β の減少関数である．一方 $a = 4,5$ の時は，β が小さい時 Z は β と共に減少するが，β がある水準を超えると Z は増加する U 字型の曲線となっている．$a = 4$ の時 $\beta = \frac{2}{3} \approx 0.666$ が均衡広告水準の最小値，$a = 5$ の時 $\beta = \frac{\sqrt{93}-9}{3} \approx 0.215$ が均衡広告水準の最小値となる．需要が大きい $a = 6$ の時は，Z は β の増加関数となっている．このことから，広告が真の需要を拡大するにつれて，均衡総広告水準が低下する場合があることが，シミュレーションにより確認できる．

第二に，社会厚生 W の大きさについて考える．通常予想されることは，広告が真の需要を増大させる程度が増加するにつれて，社会厚生が拡大するという結論である．しかし上記で説明したように，状況によっては β の増大が均衡総広告水準 Z を低下させる．結果として β の増加と共に社会厚生が低下する可能性がある．$a = 3$ として均衡総広告水準 Z が β の減少関数となる場合を考える．パラメータを特定化した際の社会厚生は，$W(\beta) = \frac{-16\beta^6+32\beta^5+425\beta^4-1042\beta^3-1263\beta^2+2588\beta+1886}{10(3\beta^2-4\beta-8)^2}$

[14] 実は，本論文のモデルでは，一般的な計算結果を導出するため敢えて過度の一般化を行っている．通常は，私企業の限界費用を $c = 0$ と標準化しても一般性は失われない．Matsumura and Sunada (2013) では $c = 0$ に限定して議論している．また需要曲線の傾きを $b = 1$ と特定しても均衡の性質は変わらない．

と計算される．この時の β の変化に伴う社会厚生 $W(\beta)$ の変化をグラフにすると，図4.2の通りである．

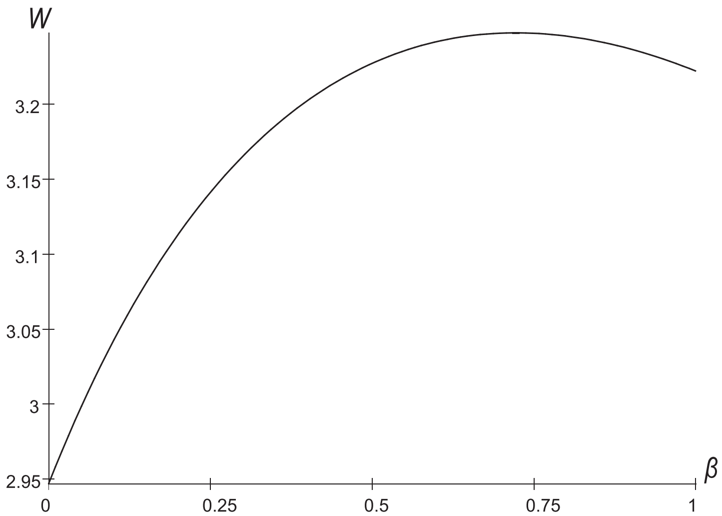

図 4.2: 社会厚生 W のシミュレーション
$(a=3, c_0=1, c=0, b=1, k=10, n=1)$

図4.2よりシミュレーションの結果，この特定の数値例ではある水準の β までは，β の増加と共に社会厚生が増加するが，β がある水準を超えると，β の増加と共に社会厚生が減少することが見て取れる．この数値例では，β の閾値が $\widehat{\beta} \approx 0.722$ を境に社会厚生が増加から減少に転じる逆U字型の関数となっている．このことから，広告が真の需要を拡大する影響が非常に大きい時には，広告が真の需要を拡大する程度のさらなる増加が社会厚生を低下させる場合があることが，シミュレーションより確認できる．

5　まとめと今後の展望

本論文は，混合寡占市場の下で広告により需要が拡大する一般的な状況を考察し，均衡広告水準や均衡生産量がモデルの外生変数に依存してどう変化するのかについて，検討を行った．特に，広告が需要に与える影響を一般化したモデル設定で，均衡広告水準や均衡生産量を導出し，企業の限界費用や私企業数等の外生変数の大きさが，均衡諸変数にどのような影響を与えるのかについて，比較静学の結果を提示した．注目すべき結論は以下の通りである．第一に，広告が完全に真の需要を拡大させるケースでは，私企業の均衡広告水準はゼロとなり，私企業は公企業の広告投資に完全にただ乗りすることを示した（命題 1）．第二に，私企業数 n が増加するにつれて，公企業と私企業の均衡広告水準 z_0 と z，均衡総広告水準 Z が増加することを示した (命題3, 4, 5の (vi))．さらに，私企業数 n の増加と共に公企業の均衡生産量 q_0 が増加する可能性と，私企業の均衡生産

量 q，均衡総生産量 Q が増加することを示した (命題6の (iv), 命題7, 8の (vi))．第三に，広告が真の需要を拡大する程度を表すパラメータ β が大きくなるにつれて，均衡総広告水準が減少する場合があることを，シミュレーション結果から明らかにした．さらに，パラメータ β の増加と共に，社会厚生が増加するとは限らないことも，シミュレーション結果から明らかにした（4.4節）．

以上の結論から得られる本論文の主要なメッセージは，以下の通りである．事前に広告投資が行われる 2 段階ゲームの下で，混合寡占市場競争を考察する際に，真の需要を拡大する広告の存在が必ずしも社会厚生を高めるとは限らないというものである．その理由は，広告投資は需要を高める公共財としての性格を持ち，ある企業の広告が他社の利益を高めるスピルオーバー (spillover) 効果が発生するので，広告が真の需要を高める程度が強ければ強い程，公企業の実施する広告投資に私企業がフリーライドしてしまうからである．2 段階ゲームにおいて，Fudenberg and Tirole (1984) の分析以降よく知られているように，クールノー数量競争の戦略的代替関係の下で広告投資には間接的な戦略的効果が発生する．通常，戦略的代替性の下では，広告による自社の生産量増加は他社の生産量を減少させ，正の戦略的効果が過剰投資を引き起こすことが知られている．しかし，広告のスピルオーバー効果が強い場合には，ライバル企業の反応関数も右上方にシフトさせ，戦略的効果がマイナスとなる．一方で広告投資のライバル効果はプラスとなり，結果として Fudenberg and Tirole (1984) が分類した競争戦略の分類上,「痩せて飢えた外見 (lean and hungry look)」戦略となる．すなわち，私企業にとってはライバル企業を不利にするために過少投資にすることが有利になる．この結果，社会的に望ましい総広告水準と比べて，均衡総広告水準が過少となり，社会厚生が減少する状況が起こり得るのである．

最後に，本論文の今後の課題を述べて筆を擱く．第一に，本研究では，広告が需要を拡大させる効果として，以下に述べるある特定の状況のみを考察することで分析を簡単化している．既存研究の設定と同様に本論文のモデルでは，線形需要の下で逆需要関数の縦軸切片が広告投資により増加する状況を考察している．しかし分析の簡単化のためとはいえ，このモデル化での需要拡大効果は，消費者 1 人当り支払準備額 (willingness-to-pay) を増加させる効果と，消費者数が増加する効果の 2 種類の効果が混在している．従来の分析では誰も 2 つの効果を分けた考察をしていないが，この 2 つの効果を分けたモデルの構築は可能である．今後の課題の一つとしたい．[15]

第二に，本論文の設定では，企業の限界費用が一定で公企業が私企業よりも限界費用が高いモデルを分析した．このような設定は混合寡占市場分析において通常想定される設定ではあるが，一方で混合寡占市場の先行研究では，費用関数が公企業と私企業で同質的であり，2 次関数 $c(q_i) = \frac{k}{2}q_i^2$ に従うモデル設定も多数見られる．従って，今後の拡張の第二の方向性としては，費用関数を 2 次関数として分析する場合に，広告競争の分析がどう変化するのかを調査することが考えらえる．[16]

[15] 本論文で設定した消費者が認識する逆需要関数は，線形で $\widehat{P} = P(Q,Z) = a+Z-bQ$ であった．この設定だと，1. 消費者数は変わらず，消費者 1 人当たりの支払準備額が増加する効果，2. 消費者 1 人当たりの支払準備額は変わらず，消費者数が増加する効果，という 2 つの効果が混在する．もし，消費者数は変わらず，消費者 1 人当たりの支払準備額だけが増加するケースを分析するならば，$P = P(Q,\beta Z) = (a+\beta Z)(1-\frac{b}{a}Q)$, $\widehat{P} = P(Q,Z) = (a+Z)(1-\frac{b}{a}Q)$ とする設定が必要となる．また，消費者 1 人当たりの支払準備額は変わらず，消費者数が増加するケースを分析するならば，$P = P(Q,\beta Z) = a - \frac{ab}{a+\beta Z}Q$, $\widehat{P} = P(Q,Z) = a - \frac{ab}{a+Z}Q$ とする設定が必要となる．

[16] 費用関数を 2 次関数にする以外の拡張の方向性として，同質財から製品差別化財，戦略的代替から戦略的補完，広

第三に，本論文では公企業が民営化した後どうなるかについて議論していない．民営化によって広告投資の水準がどう変化するかを見ることは，重要な課題である．既に Hattori and Higashida (2012) が純粋寡占市場で広告投資について議論しているが，民営化前後の社会厚生比較は行われていない．実は本稿は，広告投資に関して民営化の影響を議論するために，計算過程を記した試論として位置付けることができる．計算結果が複雑となり紙幅が増えるので，民営化後の均衡導出と民営化前後の均衡広告水準や社会厚生の比較については，次の機会に結果を導出することを検討したい．[17]

謝辞

本論文を完成させるにあたり，名古屋大学大学院経済学研究科で開催された第 2,3,4 回混合寡占理論研究会（2015 年 5 月, 2015 年 8 月, 2016 年 2 月）において，多数の先生より有益な助言を頂いた．研究会代表者の國崎稔先生（愛知大学経済学部）と柳原光芳先生（名古屋大学大学院経済学研究科）をはじめ，多数の参加者から有益なコメントを頂いた．また 2016 年 10 月に新潟大学で開催された日本地域学会混合寡占セッションにおいて，フロアから多数のコメントを頂いた．ここに記して感謝の意を表する．本論文に有り得べき誤謬は全て筆者に帰する．本研究は，JSPS 科研費基盤研究 (B) No. 16H03612 及び基盤研究 (C) No. 16K03615 の研究助成を受けている．

告に関して一部のみ他社へスピルオーバーするケース等を考えることも今後の課題である．

[17] 但し，民営化前後の比較をする場合，限界費用一定のモデル設定では，民営化後に私企業となった公企業の費用効率性が改善するか否かについて，何らかの追加的な仮定を設ける必要がある．

参考文献

[1] 都丸 善央 (2014)『公私企業間競争と民営化の経済分析（中京大学経済学研究叢書）』，勁草書房.

[2] Fudenberg, Drew and Tirole, Jean (1984) The Fat-cat Effect, the Puppy-dog Ploy, and the Lean and Hungry Look, *American Economic Review*, 74(2), 361–366.

[3] Glaeser, Edward L. and Ujhelyi, Gergely (2010) Regulating Misinformation, *Journal of Public Economics*, 94(3), 247–257.

[4] Hamada, Kojun (2016a) Privatization Neutrality Theorem in a Mixed Oligopoly with Firm Asymmetry, *Economics Bulletin*, 36(1), 395–400.

[5] Hamada, Kojun (2016b) Privatization Neutrality Theorem When a Public Firm Maximizes Objectives Other than Social Welfare, in Yanagihara, M. and Kunizaki, M. (eds.), *The Theory of Mixed Oligopoly: Privatization, Transboundary Activities, and Their Applications*, Chapter 7 (pp.95–119), Berlin, Germany: Springer.

[6] Hattori, Keisuke and Higashida, Keisaku (2012) Misleading Advertising in Duopoly, *Canadian Journal of Economics*, 45(3), 1154–1187.

[7] Kunizaki, Minoru and Yanagihara, Mitsuyoshi (2016) Market Expansion by Advertising and a Mixed Oligopoly, in Yanagihara, M. and Kunizaki, M. (eds.), *The Theory of Mixed Oligopoly: Privatization, Transboundary Activities, and Their Applications*, Chapter 13 (pp.191–206), Berlin, Germany: Springer.

[8] Matsumura, Toshihiro and Sunada, Takeaki (2013) Advertising Competition in a Mixed Oligopoly, *Economics Letters*, 119(2), 183–185.

[9] Tomaru, Yoshihiro (2006) Mixed Oligopoly, Partial Privatization and Subsidization, *Economics Bulletin*, 12(5), 1–6.

[10] Yanagihara, Mitsuyoshi and Kunizaki, Minoru (2016) *The Theory of Mixed Oligopoly: Privatization, Transboundary Activities, and Their Applications*. Berlin, Germany: Springer.