論　説

民営化と広告投資
混合寡占市場と純粋寡占市場における
広告競争の比較分析

濱　田　弘　潤*

概 要

本論文は，公企業の民営化に伴う均衡広告水準・均衡生産量の変化と，その社会厚生上の影響について，寡占理論の 2 段階ゲームを用いた考察を行う．既に濱田 (2017a, 2017b) において，混合寡占市場と純粋寡占市場の下での広告競争について理論分析を行った．上記の結果はそれぞれ，公企業民営化前の混合寡占市場と，公企業民営化後の純粋寡占市場の分析に対応する．本論文では，民営化前後の上記 2 つの結果を比較し，均衡広告水準と均衡生産量が民営化前後でどう変化するのかについて，比較した結果を提示する．民営化後に公企業の限界費用が改善しない・するケース，広告が需要喚起的・価値増進的ケースといった，異なる 4 つのシナリオを検討し，各ケースで得られた結果を要約する．また，民営化前後の社会厚生の比較について，4 つのシナリオの下でシミュレーションを実施し結果を示す．さらに，民営化後の公企業の限界費用の改善度合いや，広告が真の需要を拡大する程度を表すパラメータを変化させるシミュレーションを実施し，パラメータの変化が社会厚生の大小関係に与える影響について図示する．

Keywords: 民営化，広告競争，混合寡占市場，2 段階ゲーム，需要拡大投資

JEL classifications: D43, H42, L13, L33, M37

* 住所：〒 950-2181 新潟市西区五十嵐 2 の町 8050 新潟大学経済学部
Tel. and Fax: 025-262-6538
Email: khamada@econ.niigata-u.ac.jp

1　はじめに

本論文は，不完全競争市場に直面する各企業が事前に広告投資を行う状況を考察し，公企業の民営化が，均衡広告水準と均衡生産量をどのように変化させ，また社会厚生にどのような影響を与えるのかについて，寡占理論の2段階ゲームを用いた分析を行う．既に『新潟大学経済論集』の前々号（第102号）と前号（第103号）において，濱田 (2017a, 2017b) はそれぞれ，混合寡占市場と純粋寡占市場における広告競争について分析し，比較静学の結果を提示している．特に，広告が需要を拡大させる程度を一般化した分析を行い，均衡広告水準と均衡生産量に関するいくつかの結論を提示した．上記2つの分析結果はそれぞれ，公企業が民営化する前の混合寡占市場と，公企業が民営化した後の純粋寡占市場の分析に対応している．本論文では，2つの先行論文で得られた均衡結果を比較し，公企業と私企業が不完全競争市場に直面する状況下で，均衡広告水準と均衡生産量が民営化前後でどう変化するかについて，結果を提示する．とりわけ，民営化後に公企業の限界費用が改善しない・するケース，広告が需要喚起的・価値増進的ケースといった，異なる4つのシナリオを検討し，各ケースで得られた結果を要約する．また，民営化前後の社会厚生の比較について，4つのシナリオの下でシミュレーションを実施し結論を示す．さらに，民営化後の公企業の限界費用の改善度合いや，広告が真の需要を拡大する程度を表すパラメータを変化させるシミュレーションを実施し，パラメータの変化が社会厚生の大小関係に与える影響についても図示する．

濱田 (2017a) では，事前に広告投資のある混合寡占市場を考察し，公企業と私企業の広告投資や生産量，社会厚生に関する均衡結果を提示した．具体的には，広告により需要が拡大する一般的な状況を考察し，均衡広告水準や均衡生産量を導出し，企業の限界費用や私企業数等の外生変数（パラメータ）の変化が，均衡諸変数にどのような影響を与えるのかについて，基本的結果を提示した．主な結論として第一に，広告が完全に真の需要を拡大させるケースでは，私企業の均衡広告水準はゼロとなり，私企業は公企業の広告投資に完全にフリーライドする．第二に，私企業数が増加するにつれて，均衡広告水準と均衡生産量が増加する．第三に，広告が真の需要を拡大する程度が高まるにつれて，均衡総広告水準が必ずしも増加するとは限らないことをシミュレーション結果で示した．特に，広告の需要拡大効果の増加は均衡総広告水準を減少させ，社会厚生を悪化させる可能性のあることを明らかにした．

一方，濱田 (2017b) は上記の結果と対比させる形で，事前に広告投資のある純粋寡占市場を考察し，私企業の広告投資や生産量，社会厚生に関する均衡結果を提示した．主な結論として第一に，純粋寡占市場の下で均衡広告水準と均衡生産量は，広告が真の需要を拡大する程度には全く依存せず，社会厚生は広告が真の需要を拡大する程度を示すパラメータの厳密な増加関数である．第二に，限界費用の低い企業が増える時，限界費用の高い企業の均衡広告水準は必ず減少するが，限界費用の低い企業の均衡広告水準および，均衡総広告水準が増加するか減少するかは，どちらも起こり得る．第三に，限界費用の低い企業が増える時，均衡総生産量は必ず増えるものの，各企業の均衡生産量については明確な比較静学の結果を得ることができない．このように市場構造

の違い，すなわち市場が混合寡占市場か純粋寡占市場かに依存して，均衡の比較静学結果が異なることを明らかにした．

続いて，本研究内容と密接に関係する既存研究を簡潔に挙げる．[1] Matsumura and Sunada (2013) が初めて，混合寡占市場の下で広告投資に着目した理論分析を行った．彼らの論文は，戦略的に消費者を誤解させる広告 (strategic misleading advertising)，すなわち企業が誤った情報を消費者に伝え，需要を喚起する (demand-enhancing) ことで利潤を高める広告について主に扱った．[2] 純粋寡占理論では，Hattori and Higashida (2012) が，戦略的に消費者を誤解させる広告を含む，より一般的な分析枠組みで考察を行っている．Hattori and Higashida (2012) の分析を混合寡占市場に適用したものが Matsumura and Sunada (2013) であり，彼らは私企業数と広告投資，また私企業数と私企業利潤との間に正の関係があることを示した．

混合寡占市場を分析した Matsumura and Sunada (2013) は，広告が消費者を誤解させ真の需要を拡大させないケースのみを主として扱っている．これについては濱田 (2017a) において，広告が真の需要を拡大する程度をパラメータ化した拡張を行い，一般化された結果を提示した．一方で，混合寡占市場の分析で重要なトピックの一つとして，公企業民営化に関する議論がある．[3] しかしながら，民営化が広告投資を増加させるのか，また社会厚生を増加させるのかについては，民営化の効果を判断する上で重要な問いであるにもかかわらず，先行研究では分析がなされていない．従って本研究では，Matsumura and Sunada (2013) のモデルを，広告投資が真の需要を拡大させる場合を含んだ一般的な状況に拡張し，既存研究で分析されていない公企業民営化の影響を調査することを試みる．第 1 段階で広告投資，第 2 段階で同質財クールノー競争が行われる混合寡占市場と純粋寡占市場の均衡結果を比較し，公企業が完全民営化し混合寡占から純粋寡占に移行した時，均衡広告投資や均衡生産量，社会厚生の水準がどう変化するのかについて，結果を提示しシミュレーションを行う．

本論文の構成は以下の通りである．第2節では，第 1 段階で公企業と私企業が広告投資を実施し，第 2 段階でクールノー数量競争に従事する 2 段階ゲームの寡占競争モデルを記述する．第3節では，先行論文で得られた均衡広告水準と均衡生産量などの均衡諸変数を再提示する．第 4節では，民営化前後の均衡広告水準や均衡生産量を比較し，主な結論を提示する．また民営化前後の社会厚生の比較について，シミュレーション結果を提示する．第5節では，まとめと今後の課題を述べる．

2　モデル

同質財を巡りクールノー数量競争が行われる，同時手番の混合寡占市場または純粋寡占市場を考える．公企業が 1 社，私企業が n 社存在し，各企業を $i = \{0, 1, \cdots, n\}$ で表す．企業 0 は公企業を

---

[1] 既存研究のサーベイは，濱田 (2017a, 2017b) にて既に論じているので繰り返しを避け，本論文の執筆動機に直接関係する箇所に絞り説明する．

[2] このように広告が消費者を誤解させる分析枠組みを初めて提示したのは，Glaeser and Ujhelyi (2010) である．

[3] 民営化に関する理論的詳細は，都丸 (2014), Yanagihara and Kunizaki (2016) を参照せよ．

表し，企業 $i=\{1,2,\cdots,n\}$ は私企業を表す．[4] 公企業の民営化として完全民営化のみ考える．公企業は民営化前，社会厚生最大化を目的とし，民営化後には私企業となるので，利潤最大化を目的とする．広告水準を $z_i \in (-\infty,\infty)$ とする．$z_i > 0$ は需要を増加させ，$z_i < 0$ は需要を減少させる．広告投資には費用が掛かり，広告投資の費用関数を $(k/2)z_i^2$ $(k>0)$ と置く．総広告水準は $Z \equiv \sum_{i=0}^{n} z_i$ である．Glaeser and Ujhelyi (2010) に従い，広告は公共財としての性質を持ち，生産物特殊的で生産者特殊的ではない．各企業の生産量を $q_i \in [0,\infty)$ とし，総生産量を $Q \equiv \sum_{i=0}^{n} q_i$ と置く．

同質財価格を P として，広告活動によって生み出される真の逆需要関数を $P=P(Q,\beta Z)$ で表現する．価格は，総生産量 Q と総広告水準 Z，広告が真の需要を増大させる程度を表すパラメータ $\beta \in [0,1]$ に依存する．従って β は，企業の広告が真の需要を拡大する価値のある広告 (valuable advertisement) の程度を表す指標である．$\beta=1$ の時，広告は現実の需要増大（消費者余剰拡大）に完全に寄与する．反対に $\beta=0$ の時，広告は説得的 (persuasive) すなわち偽の需要を喚起するケースで，広告は現実の需要増大に全く寄与せず，消費者の真の余剰を拡大しない．言い換えれば，誤った認識を形成させて消費者に財を買わせるケースである．本論文では4節において，$\beta=0$ のケースを需要喚起的広告，$\beta=1$ のケースを価値増進的広告と呼ぶ．広告により拡大したと消費者が認識（誤解，錯誤）する逆需要関数を $\widehat{P}=P(Q,Z)$ で表す．以下では分析の簡単化のため，逆需要関数が線形のケースに議論を限定し，真の逆需要関数が $P=P(Q,\beta Z)=a+\beta Z-bQ$, 広告により喚起され消費者が認識する逆需要関数が $\widehat{P}=P(Q,Z)=a+Z-bQ$ に従う状況を考察する．逆需要関数の縦軸切片は $a>0$，傾きは $b>0$ である．

各企業の生産技術は限界費用が一定であるとし，公企業0の限界費用を c_0，私企業 i の限界費用を c とする．全私企業は同質的である．また，混合寡占市場分析における通常の仮定として，$c_0 > c$ を仮定する．この仮定を置く理由は，限界費用一定の生産技術の下では民営化前に公企業が私企業よりも非効率でないと，公企業が市場を独占し私企業が市場から撤退してしまうからである．[5] 正の生産を行うために $a > c_0$ を仮定する．全私企業は同質的であり，均衡生産量が等しい対称均衡に議論を限定する．すなわち，私企業の均衡生産量を $q \equiv q_i, i=\{1,\cdots,n\}$ と置く．

ところで，公企業が完全民営化した後の純粋寡占市場では，民営化した公企業の限界費用について様々な状況を想定することができる．一つの状況として，民営化前に非効率な生産を行い限界費用の高い公企業は，民営化後も高い限界費用のままという状況を想定できる．この場合，民営化前後で公企業の限界費用は $\widehat{c}_0=c_0$ で変わらず，民営化後も他の私企業の限界費用 c より高い．反対にもう一つの極端な状況として，民営化前に限界費用が高かった公企業は，民営化後に効率的生産が可能な私企業となり，限界費用が他の私企業と同じ水準まで下がる状況を想定することも可能である．この場合，民営化後の公企業の限界費用が他の私企業の限界費用と等しく $\widehat{c}_0=c$ となり，同質的私企業間でのクールノー数量競争となる．本論文では，上記2つの状況を4節で考

---

[4] 以下で均衡諸変数を分析する際，n に関する整数問題は無視する．

[5] このことは，混合寡占市場均衡でよく知られた事実である．さらに，一般性を失うことなく $c=0$ と標準化できる．Matsumura and Sunada (2013) も $c=0$ を仮定している．本稿では，できる限り一般的な形で計算結果を導出した後，民営化前後の比較をする際に $c=0$ と標準化する．

察し，また4.6節では中間的な状況も分析する．

追加的仮定として，公企業と私企業の均衡生産量が正で内点解となるために，a は十分大きい $(a \gg c_0)$ と仮定する．また，広告投資と生産量のどちらも最大化の 2 階条件と均衡の安定性条件を満たすとする．このために $bk > 2n$ を仮定する．[6]

企業利潤は公企業 0 が $\pi_0 \equiv (P(Q,Z)-c_0)q_0-(k/2)z_0^2$，私企業 i が $\pi_i \equiv (P(Q,Z)-c)q_i-(k/2)z_i^2$ である．同質的私企業は利潤も同一となり，$\pi \equiv \pi_i, i=\{1,\cdots,n\}$ である．私企業は自社利潤を最大化する．消費者余剰は次式の通りである．

$$CS \equiv \int_0^Q P(Y,\beta Z)dY - P(Q,Z)Q \tag{2.1}$$

注意すべき点として，消費者余剰は真の需要関数 $P=P(Q,\beta Z)$ から計算される支払準備額から，広告によって増加した実際の支払額 $P(Q,Z)Q$ を控除して得られる．従って広告の特性により，真の需要と喚起された偽の需要が一致することもあれば，一致しないことも起こり得る．広告が真に需要を拡大する価値増進的広告のケースは $\beta=1$ であり，広告が消費者に偽の需要を喚起する需要喚起的広告のケースは $\beta=0$ である．需要喚起的広告の場合，真の逆需要関数 P は Z に依存しない．実際の広告はこの両極端のケースの中間に位置すると考えられるので，本論文では $\beta \in [0,1]$ として，広告が真の需要を拡大する程度を一般化した分析を行う．

生産者余剰は次式の通りである．

$$\begin{aligned} PS &\equiv \sum_{i=0}^{n}\pi_i = \pi_0 + n\pi = P(Q,Z)Q - c_0q_0 - ncq - \frac{k}{2}\sum_{i=0}^{n} z_i^2 \\ &= P(Q,Z)Q - c_0q_0 - ncq - \frac{k}{2}(z_0^2+nz^2) \end{aligned} \tag{2.2}$$

生産者余剰は，刺激された偽の需要に依存している．同質的私企業は均衡広告水準も同一となる $(z \equiv z_i, i=\{1,\cdots,n\})$.

社会厚生は消費者余剰と生産者余剰の合計で，次式を満たす．

$$\begin{aligned} W \equiv CS+PS &= \int_0^Q P(Y,\beta Z)dY - P(Q,Z)Q + \sum_{i=0}^{n}\pi_i \\ &= \int_0^Q P(Y,\beta Z)dY - c_0q_0 - ncq - \frac{k}{2}(z_0^2+nz^2) \end{aligned} \tag{2.3}$$

民営化前公企業は社会厚生を最大化する．

ゲームのタイミングを述べる．2 段階ゲーム (two-stage game) を考え，第 1 段階で，各企業 i は同時かつ非協力的に広告水準 z_i を決定する．第 2 段階で，全企業は第 1 段階で決定した広告水準 (z_0,z) を観察し，各企業 i は同時かつ非協力的に生産量 q_i を決定する．2 段階ゲームの解概念はサブゲーム完全均衡 (subgame perfect Nash equilibrium: SPNE) であり，均衡は後ろ向き推論 (backward

[6] 厳密には，民営化前後の均衡生産量の安定性条件は，$bk > \max\{\beta^2, 2n(1-\beta)^2, 2n/(n+2)^2\}$ だが，$\beta \in [0,1]$ より $bk > 2n$ を仮定すれば十分である．

induction) に従い，第 2 段階から解いて得られる．

3　均衡の導出

3.1　民営化前

混合寡占市場の下での民営化前の均衡諸変数を，表3.1にまとめる．SPNE の下での，公企業の広告水準 z_0，同質的私企業の広告水準 z，総広告水準 Z, 公企業の生産量 q_0，同質的私企業の生産量 q，総生産量 Q，社会厚生 W についてである．均衡の導出過程については，濱田 (2017a) を参照せよ．

z_0	$\frac{\beta[bk-2n(1-\beta)^2](a-c_0)+n(1-\beta)[bk+2\beta^2-2n(1-\beta)^2](c_0-c)}{bkB_0}$
z	$\frac{2(1-\beta)\{\beta(1-\beta)(a-c_0)+[bk-\beta^2+n(1-\beta)^2](c_0-c)\}}{bkB_0}$
Z	$\frac{\beta(a-c_0)+3n(1-\beta)(c_0-c)}{B_0}$
q_0	$\frac{[bk-n(1-\beta)(2-\beta)](a-c_0)-n[bk-\beta(3-2\beta)+n(1-\beta)^2](c_0-c)}{bB_0}$
q	$\frac{\beta(1-\beta)(a-c_0)+[bk-\beta^2+n(1-\beta)^2](c_0-c)}{bB_0}$
Q	$\frac{[bk-2n(1-\beta)^2](a-c_0)+3n\beta(1-\beta)(c_0-c)}{bB_0}$
W	$\frac{B_1(a-c_0)^2+B_2(a-c_0)(c_0-c)+B_3(c_0-c)^2}{2b^2kB_0^2}$

表 3.1: 民営化前の均衡諸変数

$B_0 = B_0(\beta) \equiv bk-\beta^2-2n(1-\beta)^2 > 0;$
$B_1 = B_1(\beta) \equiv (bk-\beta^2)(B_0+\beta^2)^2-4n\beta^2(1-\beta)^4;$
$B_2 = B_2(\beta) \equiv 2n\beta(1-\beta)\{3B_0^2+[3\beta^2+4(2n-1)(1-\beta)^2]B_0+6n(1-\beta)^2[\beta^2-2(1-\beta)^2]\};$
$B_3 = B_3(\beta) \equiv n\{2B_0^3+[2\beta^2+(9n-4)(1-\beta)^2]B_0^2+3n(1-\beta)^2[3\beta^2+4(n-2)(1-\beta)^2]B_0+18n^2(1-\beta)^4[\beta^2-2(1-\beta)^2]\}.$

ところで，均衡諸変数は $a, c_0, c, b, k, n, \beta$ と 7 つのパラメータに依存している．このままではパラメータの数が多すぎて民営化前後の均衡比較は難しい．実際には，需要関数と限界費用を標準化することにより，分析上の一般性を失わずにパラメータを特定化できる．以下では，民営化前後の均衡比較を可能にするため，$a=1, c=0, b=1$ と特定化する．仮定により $c_0 \in (0,1), k > 2n$ である．パラメータを標準化した均衡諸変数を，表3.2にまとめる．

3.2　民営化後

公企業が民営化後に私企業となった時の限界費用を，$\widehat{c}_0 \in [c, c_0]$ とする．民営化後に私企業となった公企業に生産の非効率性が残る場合は $\widehat{c}_0 = c_0 > c$，民営化後に公企業の生産の非効率性が完全になくなる場合は $\widehat{c}_0 = c$ となる．実際は，私企業と比べて民営化後の公企業にある程度非効率性が存在すると想定すると，$\widehat{c}_0 = \alpha c_0, \alpha \leq 1$ と一般化した形で表現できる．純粋寡占市場の下での民営化後の均衡諸変数を，表3.3にまとめる．SPNE の下での，公企業（民営化後は私企業）の

z_0	$\frac{\beta[k-2n(1-\beta)^2](1-c_0)+n(1-\beta)[k+2\beta^2-2n(1-\beta)^2]c_0}{kB_0}$
z	$\frac{2(1-\beta)\{\beta(1-\beta)(1-c_0)+[k-\beta^2+n(1-\beta)^2]c_0\}}{kB_0}$
Z	$\frac{\beta(1-c_0)+3n(1-\beta)c_0}{B_0}$
q_0	$\frac{[k-n(1-\beta)(2-\beta)](1-c_0)-n[k-\beta(3-2\beta)+n(1-\beta)^2]c_0}{B_0}$
q	$\frac{\beta(1-\beta)(1-c_0)+[k-\beta^2+n(1-\beta)^2]c_0}{B_0}$
Q	$\frac{[k-2n(1-\beta)^2](1-c_0)+3n\beta(1-\beta)c_0}{B_0}$
W	$\frac{B_1(1-c_0)^2+B_2(1-c_0)c_0+B_3c_0^2}{2kB_0^2}$

表 3.2: 民営化前の均衡諸変数（標準化）

$B_0 = B_0(\beta) \equiv k-\beta^2-2n(1-\beta)^2 > 0;$
$B_1 = B_1(\beta) \equiv (k-\beta^2)(B_0+\beta^2)^2-4n\beta^2(1-\beta)^4;$
$B_2 = B_2(\beta) \equiv 2n\beta(1-\beta)\{3B_0^2+[3\beta^2+4(2n-1)(1-\beta)^2]B_0+6n(1-\beta)^2[\beta^2-2(1-\beta)^2]\};$
$B_3 = B_3(\beta) \equiv n\{2B_0^3+[2\beta^2+(9n-4)(1-\beta)^2]B_0^2+3n(1-\beta)^2[3\beta^2+4(n-2)(1-\beta)^2]B_0+18n^2(1-\beta)^4[\beta^2-2(1-\beta)^2]\}.$

広告水準 z_0，同質的私企業の広告水準 z，総広告水準 Z, 公企業（民営化後は私企業）の生産量 q_0，同質的私企業の生産量 q，総生産量 Q，社会厚生 W についてである．均衡の導出過程については，濱田 (2017b) を参照せよ．

z_0	$\frac{2\{bk(n+2)[a-(n+1)\widehat{c}_0+nc]+2n(\widehat{c}_0-c)\}}{bk(n+2)A_0}$
z	$\frac{2[bk(n+2)(a-2c+\widehat{c}_0)-2(\widehat{c}_0-c)]}{bk(n+2)A_0}$
Z	$\frac{2[a-\widehat{c}_0+n(a-c)]}{A_0}$
q_0	$\frac{bk(n+2)[a-(n+1)\widehat{c}_0+nc]+2n(\widehat{c}_0-c)}{bA_0}$
q	$\frac{bk(n+2)(a-2c+\widehat{c}_0)-2(\widehat{c}_0-c)}{bA_0}$
Q	$\frac{k(n+2)[a-\widehat{c}_0+n(a-c)]}{A_0}$
W	$\frac{b^2k^2(n+2)^2A_1(a-\widehat{c}_0)[(n+1)(a-\widehat{c}_0)+2n(\widehat{c}_0-c)]+A_2(\widehat{c}_0-c)^2}{2b^2k(n+2)^2A_0^2}$

表 3.3: 民営化後の均衡諸変数

$A_0 \equiv bk(n+2)^2-2(n+1) > 0;$
$A_1 = A_1(\beta) \equiv bk(n+3)(n+2)^2-4(n+1)(n+2)(1-\beta)-4;$
$A_2 = A_2(\beta) \equiv$
$n[b^3k^3(3n+8)(n+2)^4-4b^2k^2n(n+2)^3(1-\beta)-4b^2k^2(2n^2+9n+12)(n+2)^2+8bk(n+3)(n+2)^2-16(n+1)].$

民営化前の混合寡占市場とは異なり民営化後の純粋寡占市場では，広告が真の需要を拡大する程度 β に，W を除いた均衡諸変数は依存していない．均衡諸変数は a, c_0, c, b, k, n と 6 つのパラメータに依存している．パラメータ数が多いので3.1節と同様に，分析上の一般性を失わず $a = 1, c = 0$, $b = 1$ と特定化する．パラメータを標準化した均衡諸変数を，表3.4にまとめる．

z_0	$\frac{2\{k(n+2)[1-(n+1)\widehat{c}_0]+2n\widehat{c}_0\}}{k(n+2)A_0}$
z	$\frac{2[k(n+2)(1+\widehat{c}_0)-2\widehat{c}_0]}{k(n+2)A_0}$
Z	$\frac{2(1-\widehat{c}_0+n)}{A_0}$
q_0	$\frac{k(n+2)[1-(n+1)\widehat{c}_0]+2n\widehat{c}_0}{A_0}$
q	$\frac{k(n+2)(1+\widehat{c}_0)-2\widehat{c}_0}{A_0}$
Q	$\frac{k(n+2)(1-\widehat{c}_0+n)}{A_0}$
W	$\frac{k^2(n+2)^2A_1(1-\widehat{c}_0)[(n+1)(1-\widehat{c}_0)+2n\widehat{c}_0]+A_2\widehat{c}_0^2}{2k(n+2)^2A_0^2}$

表 3.4: 民営化後の均衡諸変数（標準化）

$A_0 \equiv k(n+2)^2 - 2(n+1) > 0;$
$A_1 = A_1(\beta) \equiv k(n+3)(n+2)^2 - 4(n+1)(n+2)(1-\beta) - 4;$
$A_2 = A_2(\beta) \equiv n[k^3(3n+8)(n+2)^4 - 4k^2n(n+2)^3(1-\beta) - 4k^2(2n^2+9n+12)(n+2)^2 + 8k(n+3)(n+2)^2 - 16(n+1)].$

4　民営化前後の均衡比較

民営化前後の均衡を比較する場合，限界費用一定のモデル設定では，民営化後に私企業となった公企業の費用効率性が改善するか否かについて，何らかのシナリオを追加的に想定する必要がある．第一に，費用効率性が改善せず，民営化後に私企業となった公企業の限界費用が民営化前と同じ $\widehat{c}_0 = c_0$ のままである状況が考えられる．第二に，費用効率性が改善し，民営化後に私企業となった公企業の限界費用が，他の私企業同様 $\widehat{c}_0 = c$ に改善する状況も考えることができる．前者の状況は，公企業の生産の非効率性が改善せず民営化前後で公企業の目的のみ変化するケース，後者の状況は，民営化後に公企業の目的の変化のみならず生産効率性も，他の私企業と同様の水準に改善するケースに対応している．

さらに，企業広告が真の需要拡大に貢献する程度 β についても，民営化前後の比較をする際に2つのケースを考える．広告が需要喚起的，すなわち偽の需要を喚起するケース $(\beta = 0)$ と，広告が価値増進的，すなわち真の需要拡大に貢献するケース $(\beta = 1)$ をそれぞれ取り扱う．

以下の各小節では，4.1節で，民営化前後で公企業の限界費用が改善しない需要喚起的広告のケース $(\widehat{c}_0 = c_0, \beta = 0)$，4.2節で，民営化前後で公企業の限界費用が改善しない価値増進的広告のケース $(\widehat{c}_0 = c_0, \beta = 1)$，4.3節で，民営化後に公企業の限界費用が改善する需要喚起的広告のケース $(\widehat{c}_0 = c, \beta = 0)$，4.4節で，民営化後に公企業の限界費用が改善する価値増進的広告のケース $(\widehat{c}_0 = c, \beta = 1)$ を扱い，民営化前後の均衡諸変数を比較する．各小節の内容は表4.1で分類された通りである．以下では，民営化前 (before privatization) の均衡諸変数には上付文字 B を，民営化後 (after privatization) の均衡諸変数には上付文字 A を付けて区別する．さらに，均衡諸変数が表4.1の分類上どのケースに対応するかを明示するため，$x = x(\widehat{c}_0, \beta)$ のように表現する．例えば4.1節で分析する，公企業の限界費用が改善しない需要喚起的広告のケース $(\widehat{c}_0 = c_0, \beta = 0)$ で，民営化前後の均衡総広告水準はそれぞれ，$Z^B(c_0, 0)$ と $Z^A(c_0, 0)$ で表される．

		広告の効果	
		需要喚起 ($\beta=0$)	価値増進 ($\beta=1$)
公企業の限界費用	改善せず ($\widehat{c_0}=c_0$)	4.1節	4.2節
	改善する ($\widehat{c_0}=c$)	4.3節	4.4節

表 4.1: 各小節の分類

4.1　公企業の限界費用が改善しない需要喚起的広告のケース ($\widehat{c_0}=c_0, \beta=0$)

4.1.1　均衡広告水準

初めに，公企業の広告投資 z_0 を考える．民営化前後の z_0 を比較すると次式を満たす．

$$z_0^B(c_0,0)=\frac{nc_0}{k}\gtrless z_0^A(c_0,0)=\frac{2\{k(n+2)[1-(n+1)c_0]+2nc_0\}}{k(n+2)[k(n+2)^2-2(n+1)]}$$
$$\Leftrightarrow c_0\gtrless X_{z_0(c_0,0)}(k,n)\equiv\frac{2k(n+2)}{k(n+2)(n^3+4n^2+6n+2)-2n(n^2+3n+4)} \tag{4.1}$$

$X_{z_0(c_0,0)}(k,n)$ は，民営化前後の公企業の広告投資の大小関係を決定する閾値である．[7] c_0 と同様に X_{z_0} も 0 と 1 の間にあり，c_0 が相対的に大きければ（小さければ）民営化前の広告投資が大きい（小さい）．さらに $\frac{\partial X_{z_0(c_0,0)}}{\partial k}<0, \frac{\partial X_{z_0(c_0,0)}}{\partial n}<0$ より，広告投資に掛かる費用 k が高くなるにつれて ($k\Uparrow$)，また私企業数 n が増加するにつれて ($n\Uparrow$)，$c_0>X_{z_0(c_0,0)}(k,n)$ が満たされやすく，公企業の広告投資 z_0 は民営化前の方が民営化後より大きくなりやすい．

続いて，私企業の広告投資 z を考える．民営化前後の z を比較すると次式を満たす．

$$z^B(c_0,0)=\frac{2(k+n)c_0}{k(k-2n)}\gtrless z^A(c_0,0)=\frac{2[k(n+2)(1+c_0)-2c_0]}{k(n+2)[k(n+2)^2-2(n+1)]}$$
$$\Leftrightarrow c_0\gtrless X_{z(c_0,0)}(k,n)\equiv\frac{k(n+2)(k-2n)}{(n+1)(n+2)(n+3)k^2+(n^4+6n^3+12n^2+6n-2)k-2n(n^2+3n+4)} \tag{4.2}$$

$X_{z(c_0,0)}(k,n)$ は，民営化前後の私企業の広告投資の大小関係を決定する閾値である．$X_z\in(0,1)$ であり，c_0 が相対的に大きければ（小さければ）民営化前の広告投資が大きい（小さい）．$\frac{\partial X_{z(c_0,0)}}{\partial k}>0$, $\frac{\partial X_{z(c_0,0)}}{\partial n}<0$ より，広告投資に掛かる費用 k が高くなるにつれて ($k\Uparrow$)，$c_0<X_{z(c_0,0)}(k,n)$ が満たされやすく，私企業数 n が増加するにつれて ($n\Uparrow$)，$c_0>X_{z(c_0,0)}(k,n)$ が満たされやすい．従って，公企業の広告投資とは反対に，広告投資に掛かる費用が高ければ，私企業の広告投資 z は民営化前より民営化後の方が大きくなりやすい．一方，公企業の広告投資と同様，私企業数が増加するにつれて私企業の広告投資 z は，民営化前の方が民営化後より大きくなりやすい．

[7] 民営化前後の均衡諸変数の大小関係を決定する閾値として，以下同様の表現を用いる．

最後に，総広告水準 Z を考える．民営化前後の Z を比較すると次式を満たす．

$$
\begin{aligned}
Z^B(c_0,0) = \frac{3nc_0}{k-2n} &\gtrless Z^A(c_0,0) = \frac{2(1-c_0+n)}{k(n+2)^2-2(n+1)} \\
\Leftrightarrow c_0 &\gtrless X_{Z(c_0,0)}(k,n) \equiv \frac{2(1+n)(k-2n)}{k[3n(n+2)^2+2]-2n(3n+5)}
\end{aligned}
\tag{4.3}
$$

$X_{Z(c_0,0)}(k,n)$ は，民営化前後の総広告投資の大小関係を決定する閾値である．$X_Z \in (0,1)$ であり，c_0 が相対的に大きければ（小さければ）民営化前の総広告投資が大きい（小さい）．$\frac{\partial X_{Z(c_0,0)}}{\partial k} > 0$, $\frac{\partial X_{Z(c_0,0)}}{\partial n} < 0$ より，広告投資に掛かる費用 k が高くなるにつれて ($k \Uparrow$)，$c_0 < X_{Z(c_0,0)}(k,n)$ が満たされやすく，私企業数 n が増加するにつれて ($n \Uparrow$)，$c_0 > X_{Z(c_0,0)}(k,n)$ が満たされやすい．従って，広告投資に掛かる費用が高ければ，総広告投資 Z は民営化前より民営化後の方が大きくなりやすい．一方，私企業数が増加するにつれて総広告投資 Z は，民営化前の方が民営化後より大きくなりやすい．

4.1.2　均衡生産量

初めに，公企業の生産量 q_0 を考える．民営化前後の q_0 を比較すると次式を満たす．

$$
\begin{aligned}
q_0^B(c_0,0) = \frac{(k-2n)(1-c_0)-n(k+n)c_0}{k-2n} &\gtrless q_0^A(c_0,0) = \frac{k(n+2)[1-(n+1)c_0]+2nc_0}{k(n+2)^2-2(n+1)} \\
\Leftrightarrow c_0 &\lesseqgtr X_{q_0(c_0,0)}(k,n) \equiv \frac{(n+1)(k-2n)(k(n+2)-2)}{(n+2)(n+1)^2k^2+(n^4+4n^3-6n-2)k-2n(n+2)(n-1)}
\end{aligned}
\tag{4.4}
$$

$X_{q_0(c_0,0)}(k,n)$ は，民営化前後の公企業の生産量の大小関係を決定する閾値である．$X_{q_0} \in (0,1)$ であり，c_0 が相対的に小さければ（大きければ）民営化前の生産量が大きい（小さい）．さらに $\frac{\partial X_{q_0(c_0,0)}}{\partial k} > 0$, $\frac{\partial X_{q_0(c_0,0)}}{\partial n} < 0$ より，広告投資に掛かる費用 k が高くなるにつれて ($k \Uparrow$)，$c_0 < X_{q_0(c_0,0)}(k,n)$ が満たされやすく，私企業数 n が増加するにつれて ($n \Uparrow$)，$c_0 > X_{q_0(c_0,0)}(k,n)$ が満たされやすい．従って，広告投資に掛かる費用が高ければ，公企業の生産量 q_0 は民営化前の方が民営化後より大きくなりやすい．一方，私企業数が多ければ公企業の生産量は民営化前より民営化後の方が大きくなりやすい．

続いて，私企業の生産量 q を考える．民営化前後の q を比較すると次式を満たす．

$$
\begin{aligned}
q^B(c_0,0) = \frac{(k+n)c_0}{k-2n} &\gtrless q^A(c_0,0) = \frac{k(n+2)(1+c_0)-2c_0}{k(n+2)^2-2(n+1)} \\
\Leftrightarrow c_0 &\gtrless X_{q(c_0,0)}(k,n) \equiv \frac{k(n+2)(k-2n)}{(n+1)(n+2)k^2+n(n^2+6n+6)k-2n(n+3)}
\end{aligned}
\tag{4.5}
$$

$X_{q(c_0,0)}(k,n)$ は，民営化前後の私企業の生産量の大小関係を決定する閾値である．$X_q \in (0,1)$ であり，c_0 が相対的に大きければ（小さければ）民営化前の生産量が大きい（小さい）．$\frac{\partial X_{q(c_0,0)}}{\partial k} > 0$, $\frac{\partial X_{q(c_0,0)}}{\partial n} < 0$ より，広告投資に掛かる費用 k が高くなるにつれて ($k \Uparrow$)，$c_0 < X_{q(c_0,0)}(k,n)$ が満たされやすく，私企業数 n が増加するにつれて ($n \Uparrow$)，$c_0 > X_{q(c_0,0)}(k,n)$ が満たされやすい．従って，公企

業の生産量とは反対に，広告投資に掛かる費用が高ければ，私企業の生産量 q は民営化前より民営化後の方が大きくなりやすい．また，私企業数が増加するにつれて私企業の生産量 q は，民営化前の方が民営化後より大きくなりやすい．

最後に，総生産量 Q を考える．民営化前後の Q を比較すると次式を満たす．

$$Q^B(c_0,0) = 1-c_0 \gtreqless Q^A(c_0,0) = \frac{k(n+2)(1-c_0+n)}{k(n+2)^2-2(n+1)}$$
$$\Leftrightarrow c_0 \lesseqgtr X_{Q(c_0,0)}(k,n) \equiv \frac{k(n+2)-2(n+1)}{(n+1)[k(n+2)-2]} \tag{4.6}$$

$X_{Q(c_0,0)}(k,n)$ は，民営化前後の総生産量の大小関係を決定する閾値である．$X_Q \in (0,1)$ であり，c_0 が相対的に小さければ（大きければ）民営化前の総生産量が大きい（小さい）．$\frac{\partial X_{Q(c_0,0)}}{\partial k} > 0$, $\frac{\partial X_{Q(c_0,0)}}{\partial n} < 0$ より，広告投資に掛かる費用 k が高くなるにつれて $(k \Uparrow)$，$c_0 < X_{Q(c_0,0)}(k,n)$ が満たされやすく，私企業数 n が増加するにつれて $(n \Uparrow)$，$c_0 > X_{Q(c_0,0)}(k,n)$ が満たされやすい．従って，広告投資に掛かる費用が高ければ，総生産量 Q は民営化前の方が民営化後より大きくなりやすい．一方，私企業数が増加するにつれて総生産量 Q は，民営化前より民営化後の方が大きくなりやすい．

上記の結果を要約すると次のことが言える．

結果 1. 民営化前後で公企業の限界費用が改善しない $(\hat{c}_0 = c_0)$ 需要喚起的広告 $(\beta = 0)$ のケースを考える．
(i) 公企業の限界費用が高い（低い）時，公企業と私企業の広告投資，総広告投資，私企業の生産量は，民営化前の方が民営化後より大きい（小さい）．一方，公企業の生産量と総生産量は，民営化前より民営化後の方が大きい（小さい）．
(ii) 広告投資の費用が高く（低く）なるにつれて，公企業の広告投資と生産量，総生産量は，民営化前の方が民営化後より大きく（小さく）なりやすい．一方，私企業の広告投資と生産量，総広告投資は，民営化前より民営化後の方が大きく（小さく）なりやすい．
(iii) 私企業数が増加（減少）するにつれて，公企業と私企業の広告投資，総広告投資，私企業の生産量は，民営化前の方が民営化後より大きく（小さく）なりやすい．一方，公企業の生産量と総生産量は，民営化前より民営化後の方が大きく（小さく）なりやすい．

4.1.3　社会厚生

民営化前後の社会厚生 W は次式を満たす.

$$W^B = \frac{k(k-2n)^2(1-c_0)^2 + n[2(k-2n)^3 + (9n-4)(k-2n)^2 + 12n(n-2)(k-2n) - 36n^2]c_0^2}{2k(k-2n)^2} \tag{4.7}$$

$$W^A = \frac{k^2(n+2)^2A_1(1-c_0)[(n+1)(1-c_0) + 2nc_0] + A_2c_0^2}{2k(n+2)^2[k(n+2)^2 - 2(n+1)]^2} \tag{4.8}$$

$A_1 \equiv k(n+3)(n+2)^2 - 4(n^2+3n+3)$, $A_2 \equiv n\{k^3(3n+8)(n+2)^4 - 4k^2n(n+2)^3 - 4k[k(2n^2+9n+12) - 2(n+3)](n+2)^2 - 16(n+1)\}$ である．社会厚生は c_0 の 2 次関数で，k, n に関する複雑な関数であるため，このままでは民営化前後の大小関係を比較するのは難しい．以下ではシミュレーションを行い，民営化前後の社会厚生の大小関係を比較する．3 つのパラメータの数値例を $c_0 = 0.5, k = 20, n = 1$ と置き，2 つのパラメータを固定した時にあるパラメータの変化が，社会厚生の大きさに与える影響を調べる．[8]

初めに，$k = 20, n = 1$ の下で民営化前の公企業の限界費用 c_0 を変化させた時の，民営化前後の社会厚生を比較する．c_0 の変化に伴う民営化前後の社会厚生のグラフは，図4.1 の通りである．

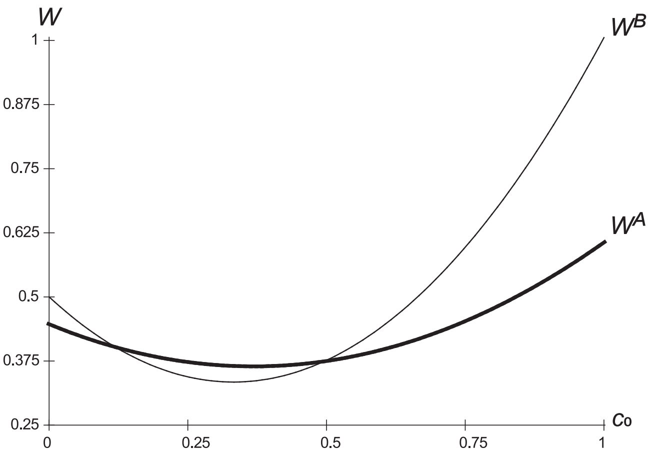

図 4.1: $(\widehat{c}_0, \beta) = (c_0, 0)$ の時の c_0 と W の関係 $(c_0 \in (0,1))$

公企業の限界費用 c_0 が非常に低い時 $W^B > W^A$ が成立し，c_0 がある程度大きくなると $W^B < W^A$ と大小関係が逆転する．さらに c_0 が大きい時には $W^B > W^A$ が成立する．例えば，$c_0 = 0.5$ の時 $W^B > W^A$ が成立し，民営化は社会厚生を減少させるので望ましくない．公企業の限界費用の相対的大きさに依存して，広告投資のある混合寡占市場で公企業が民営化することが，社会厚生を増加させるか否かが変わる．上述の結果が生じる理由の一部は，結果 1(i) によって説明できる．c_0 が高い（低い）時，総広告投資は民営化前の方が大きく（小さく），総生産量は民営化後の方が大

[8] $c_0 = 0.5$ は，私企業の限界費用 $c = 0$ と需要曲線の縦軸切片 $a = 1$ の中点である．私企業数は $n = 1$ 社とし，均衡の安定性条件 $k > 2n$ を満たすのに十分な値 $k = 20$ を設定した．

きい（小さい）．需要喚起的広告の下で広告投資は社会的無駄なので，限界費用が高い（低い）時には民営化後（前）の方が，広告を減らせるので望ましい．一方，総生産量の大きさが社会厚生に与える効果は，正負 2 つに分かれる．一つは，総生産量増加に伴う消費者余剰の増加の正の効果で，もう一つは，非効率な公企業が生産することによる生産費用増加の負の効果である．両者の相対的バランスで，総生産量増加が社会厚生を増加させるか否かが決まる．公企業の限界費用が非常に低い時は，非効率生産による負の効果が少ない．従って，民営化前の総広告投資削減がもたらす社会厚生への正の効果と，総生産量減少がもたらす負の効果の相対的な大きさによって，民営化した方が社会厚生が大きくなるかどうかが決定する．図4.1では，c_0 が非常に低い時，民営化による総広告増加の負の効果が生産量増加の正の効果を上回り，c_0 が大きくなるとこの関係が逆転し，c_0 が非常に大きい時には，非効率な公企業の生産による負の効果が大きくなる．実のところ結果 1 に示されるように，限界費用が高い時，公企業の生産量は民営化後の方が大きいため，再び民営化前の方が社会厚生が大きくなる．

次に，$c_0 = 0.5, n = 1$ の下で広告投資の費用 k を変化させた時の，民営化前後の社会厚生を比較する．k の変化に伴う民営化前後の社会厚生のグラフは，図4.2 の通りである．

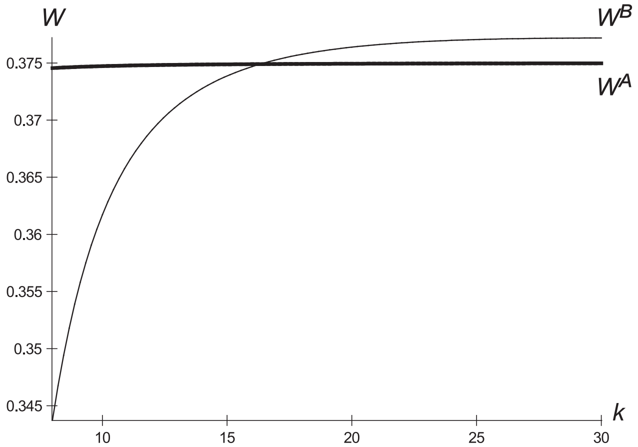

図 4.2: $(\widehat{c}_0, \beta) = (c_0, 0)$ の時の k と W の関係 $(k \in [8, 30])$

民営化前後の社会厚生の大小関係は，広告投資の費用 k の相対的な大きさに依存し，k が小さい時は $W^B < W^A$，k が大きい時は $W^B > W^A$ が成立する．例えば $k = 10$ の時 $W^B > W^A$ が成立し，民営化は社会厚生を減少させる．結果 1(ii) により，広告投資の費用が高く（低く）なるにつれて，総広告投資は民営化後の方が大きく（小さく），総生産量は民営化前の方が大きく（小さく）なりやすい．需要喚起的広告の下で広告投資は社会的無駄であるが，広告投資の費用が小さい時は，社会的無駄による負の影響が小さいので，総広告投資減少の正の効果よりも総生産量が少ない負の効果が上回る．このため，総生産量の多い民営化後の方が社会厚生が大きい．反対に広告投資の費用が高い時，総生産量が少ない負の効果を総広告投資が少ない正の効果が上回り，民営化前の

方が社会厚生が大きくなる．

最後に，$c_0 = 0.5, k = 20$ の下で私企業数 n を変化させた時の，民営化前後の社会厚生を比較する．n の変化に伴う民営化前後の社会厚生のグラフは，図4.3 の通りである．

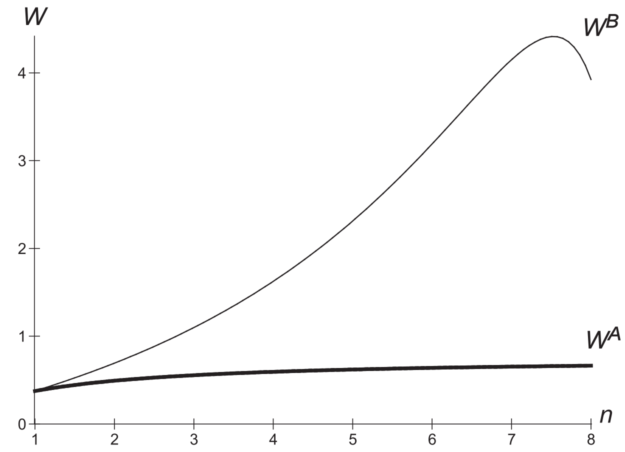

図 4.3: $(\hat{c}_0, \beta) = (c_0, 0)$ の時の n と W の関係 ($n \in [1,8]$)

この数値例では，既に私企業数 $n = 1$ の時 $W^B > W^A$ が成立しており，$n \in [1,8]$ の範囲で民営化前の方が民営化後よりも社会厚生が大きくなっている．[9] 但し一般的には，私企業数 n によって民営化前後の社会厚生の大小関係は変わり得る．結果 1(iii) により，私企業数が増加（減少）するにつれて，総広告投資は民営化前の方が大きく（小さく），総生産量は民営化後の方が大きく（小さく）なりやすい．民営化するか否かにかかわらず，私企業数の増加は市場を完全競争状態に近づけるので，総生産量が増加し社会厚生は増大する．一方，広告投資の観点からは，民営化前に公企業が存在することで，適切な広告投資が可能となり社会厚生向上に貢献できる．私企業が多くなるにつれて，過小生産の歪みが市場競争により是正され，公企業が適切に広告投資を行うことによる社会厚生の改善余地が高まる．この結果，私企業数の増加と共に，民営化前の社会厚生が民営化後よりも大きくなる．

[9] 安定性条件 $bk > 2n$ より，$n < 10$ でないと安定性を満たさない点に注意．

4.2　公企業の限界費用が改善しない価値増進的広告のケース ($\hat{c_0} = c_0, \beta = 1$)

4.2.1　均衡広告水準

初めに，公企業の広告投資 z_0 を考える．民営化前後の z_0 を比較すると次式を満たす．

$$\begin{aligned} z_0^B(c_0,1) = \frac{1-c_0}{k-1} &\gtrless z_0^A(c_0,1) = \frac{2\{k(n+2)[1-(n+1)c_0]+2nc_0\}}{k(n+2)[k(n+2)^2-2(n+1)]} \\ \Leftrightarrow c_0 &\lesseqgtr X_{z_0(c_0,1)}(k,n) \equiv \frac{k(n+2)[k(n^2+4n+2)-2n]}{(n+2)(n^2+2n+2)k^2+4n(k-1)} \end{aligned} \tag{4.9}$$

$X_{z_0(c_0,1)}(k,n)$ は，民営化前後の公企業の広告投資の大小関係を決定する閾値である．$c_0 \in (0,1)$ であるのに対して $X_{z_0} > 1$ であるために，c_0 の値に依存せず必ず $c_0 < X_{z_0}$ が成立する．従って，価値増進的広告のケースでは必ず，$z_0^B(c_0,1) > z_0^A(c_0,1)$ が成立し，民営化前の広告投資が民営化後よりも常に大きい．

続いて，私企業の広告投資 z を考える．民営化前後の z を比較すると次式を満たす．

$$z^B(c_0,1) = 0 < z^A(c_0,1) = \frac{2[k(n+2)(1+c_0)-2c_0]}{k(n+2)[k(n+2)^2-2(n+1)]} \tag{4.10}$$

価値増進的広告のケースでは，民営化前に私企業は一切広告投資をしないので，明らかに民営化後の方が私企業の広告投資は大きい．

最後に，総広告水準 Z を考える．民営化前後の Z を比較すると次式を満たす．

$$\begin{aligned} Z^B(c_0,1) = \frac{1-c_0}{k-1} &\gtrless Z^A(c_0,1) = \frac{2(1-c_0+n)}{k(n+2)^2-2(n+1)} \\ \Leftrightarrow c_0 &\lesseqgtr X_{Z(c_0,1)}(k,n) \equiv \frac{k(n^2+2n+2)}{k(n^2+4n+2)-2n} \end{aligned} \tag{4.11}$$

$X_{Z(c_0,1)}(k,n)$ は，民営化前後の総広告投資の大小関係を決定する閾値である．$X_Z \in (0,1)$ であり，c_0 が相対的に小さければ（大きければ）民営化前の総広告投資が大きい（小さい）．民営化前の総広告水準は，私企業の広告投資水準に等しい ($Z^B(c_0,1) = z_0^B(c_0,1)$)．$\frac{\partial X_{Z(c_0,1)}}{\partial k} < 0$, $\frac{\partial X_{Z(c_0,1)}}{\partial n} < 0$ より，広告投資に掛かる費用 k が高くなるにつれて ($k \Uparrow$)，また私企業数 n が増加するにつれて ($n \Uparrow$)，$c_0 > X_{Z(c_0,1)}(k,n)$ が満たされやすい．従って，広告投資に掛かる費用が高ければ，また私企業数が増加するにつれて，総広告投資 Z は民営化前より民営化後の方が大きくなりやすい．

4.2.2　均衡生産量

初めに，公企業の生産量 q_0 を考える．民営化前後の q_0 を比較すると次式を満たす．

$$
\begin{aligned}
q_0^B(c_0,1) = \frac{k(1-c_0)-n(k-1)c_0}{k-1} \gtrless q_0^A(c_0,1) = \frac{k(n+2)[1-(n+1)c_0]+2nc_0}{k(n+2)^2-2(n+1)} \\
\Leftrightarrow c_0 \lessgtr X_{q_0(c_0,1)}(k,n) \equiv \frac{k[k(n+2)(n+1)-n]}{(n+2)(n+1)^2k^2-n(n^2+5n+3)k+2n^2}
\end{aligned}
\tag{4.12}
$$

$X_{q_0(c_0,1)}(k,n)$ は，民営化前後の公企業の生産量の大小関係を決定する閾値である．$X_{q_0} \in (0,1)$ であり，c_0 が相対的に小さければ（大きければ）民営化前の生産量が大きい（小さい）．さらに $\frac{\partial X_{q_0(c_0,1)}}{\partial k} < 0$, $\frac{\partial X_{q_0(c_0,1)}}{\partial n} < 0$ より，広告投資に掛かる費用 k が高くなるにつれて ($k \Uparrow$)，また私企業数 n が増加するにつれて ($n \Uparrow$)，$c_0 > X_{q_0(c_0,1)}(k,n)$ が満たされやすい．従って，広告投資に掛かる費用が高ければ，また私企業数が多ければ，公企業の生産量 q_0 は民営化前より民営化後の方が大きくなりやすい．

続いて，私企業の生産量 q を考える．民営化前後の q を比較すると次式を満たす．

$$
\begin{aligned}
q^B(c_0,1) = c_0 \gtrless q^A(c_0,1) = \frac{k(n+2)(1+c_0)-2c_0}{k(n+2)^2-2(n+1)} \\
\Leftrightarrow c_0 \gtrless X_{q(c_0,1)}(k,n) \equiv \frac{k(n+2)}{k(n+1)(n+2)-2n}
\end{aligned}
\tag{4.13}
$$

$X_{q(c_0,1)}(k,n)$ は，民営化前後の私企業の生産量の大小関係を決定する閾値である．$X_q \in (0,1)$ であり，c_0 が相対的に大きければ（小さければ）民営化前の生産量が大きい（小さい）．$\frac{\partial X_{q(c_0,1)}}{\partial k} < 0$, $\frac{\partial X_{q(c_0,1)}}{\partial n} < 0$ より，広告投資に掛かる費用 k が高くなるにつれて ($k \Uparrow$)，また私企業数 n が増加するにつれて ($n \Uparrow$)，$c_0 > X_{q(c_0,1)}(k,n)$ が満たされやすい．従って，公企業の生産量とは反対に，広告投資に掛かる費用が高ければ，また私企業数が多ければ，私企業の生産量 q は民営化前の方が民営化後より大きくなりやすい．

最後に，総生産量 Q を考える．民営化前後の Q を比較すると次式を満たす．

$$
\begin{aligned}
Q^B(c_0,1) = \frac{k(1-c_0)}{k-1} \gtrless Q^A(c_0,1) = \frac{k(n+2)(1-c_0+n)}{k(n+2)^2-2(n+1)} \\
\Leftrightarrow c_0 \lessgtr X_{Q(c_0,1)}(k,n) \equiv \frac{k(n+2)+n(n+1)}{k(n+1)(n+2)-n}
\end{aligned}
\tag{4.14}
$$

$X_{Q(c_0,1)}(k,n)$ は，民営化前後の総生産量の大小関係を決定する閾値である．$X_Q \in (0,1)$ であり，c_0 が相対的に小さければ（大きければ）民営化前の総生産量が大きい（小さい）．$\frac{\partial X_{Q(c_0,1)}}{\partial k} < 0$, $\frac{\partial X_{Q(c_0,1)}}{\partial n} < 0$ より，広告投資に掛かる費用 k が高くなるにつれて ($k \Uparrow$)，また私企業数 n が増加するにつれて ($n \Uparrow$)，$c_0 > X_{Q(c_0,1)}(k,n)$ が満たされやすい．従って，広告投資に掛かる費用が高ければ，また私企業数が多ければ，総生産量 Q は民営化前より民営化後の方が大きくなりやすい．

上記の結果を要約すると次のことが言える．

結果 2. 民営化前後で公企業の限界費用が改善しない ($\widehat{c}_0 = c_0$) 価値増進的広告 ($\beta = 1$) のケースを考える．
(i) 公企業の限界費用の大きさに依存せず，公企業の広告投資は民営化前の方が民営化後より大きい．民営化前に私企業は広告投資を行わない．私企業の生産量は，公企業の限界費用が高い（低い）時，民営化前の方が民営化後より大きい（小さい）．一方，総広告投資，公企業の生産量，総生産量は，公企業の限界費用が高い（低い）時，民営化前よりも民営化後の方が大きい（小さい）．
(ii) 広告投資の費用が高く（低く）なるにつれて，私企業の生産量は，民営化前の方が民営化後より大きく（小さく）なりやすい．一方，総広告投資，公企業の生産量，総生産量は，民営化前より民営化後の方が大きく（小さく）なりやすい．
(iii) 私企業数が増加（減少）するにつれて，私企業の生産量は，民営化前の方が民営化後より大きく（小さく）なりやすい．一方，総広告投資，公企業の生産量，総生産量は，民営化前より民営化後の方が大きく（小さく）なりやすい．

4.2.3　社会厚生

民営化前後の社会厚生 W は次式を満たす．

$$W^B = \frac{k(1-c_0)^2 + 2n(k-1)c_0^2}{2(k-1)} \tag{4.15}$$

$$W^A = \frac{k^2(n+2)^2[k(n+3)(n+2)^2-4](1-c_0)[(n+1)(1-c_0)+2nc_0] + A_2 c_0^2}{2k(n+2)^2[k(n+2)^2-2(n+1)]^2} \tag{4.16}$$

$A_2 \equiv n\{k^3(3n+8)(n+2)^4 - 4k[k(2n^2+9n+12)-2(n+3)](n+2)^2 - 16(n+1)\}$ である．社会厚生は c_0 の 2 次関数で k, n に関する複雑な関数なので，4.1.3節と同様に民営化前後の社会厚生についてシミュレーションを行う．パラメータの数値例を $c_0 = 0.5, k = 20, n = 1$ と置き，2 つのパラメータを固定して，あるパラメータの変化が社会厚生の大きさに与える影響を調べる．

初めに，$k = 20, n = 1$ の下で民営化前の公企業の限界費用 c_0 を変化させた時の，民営化前後の社会厚生を比較する．c_0 の変化に伴う民営化前後の社会厚生のグラフは，図4.4 の通りである．

c_0 の変化に伴う民営化前後の社会厚生の大きさの変化は，$(\widehat{c}_0, \beta) = (c_0, 0)$ の時に4.1.3節で示したのとほぼ同様である．公企業の限界費用 c_0 が非常に低い時 $W^B > W^A$ が成立し，c_0 がある程度大きくなると $W^B < W^A$ と大小関係が逆転する．さらに c_0 が大きい時には $W^B > W^A$ が成立する．公企業の限界費用の相対的な大きさによって，民営化前後の社会厚生のどちらが大きいかが変わってくる．こうした関係が成立する理由も，4.1.3節で説明したのと同様に説明できる．結果 2(i) より，c_0 が高い（低い）時，総広告投資と総生産量は共に民営化前の方が小さい（大きい）．しかしながら，広告が需要喚起的であった前節とは異なり，価値増進的広告の下で広告投資は社会的に有用である．従って限界費用が低い時，総広告投資は民営化前の方が大きく，社会厚生も大き

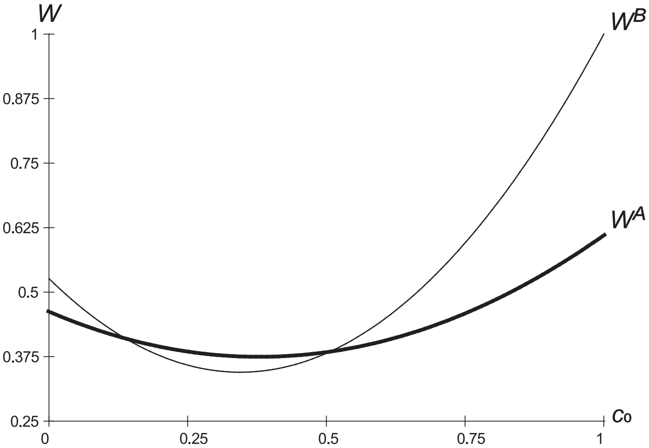

図 4.4: $(\widehat{c}_0,\beta)=(c_0,1)$ の時の c_0 と W の関係 $(c_0\in(0,1))$

い．一方，総生産量が社会厚生に与える効果は，総生産量増加に伴う消費者余剰増加の正の効果と，非効率な公企業の生産による費用増加の負の効果がある．公企業の限界費用が非常に低い時は，非効率生産による負の効果が少ない．結果として，総広告投資増加の正の効果と，総生産量の変化の正負の効果の相対的な大きさによって，民営化が社会厚生を大きくするかどうかが決まる．図4.4では，c_0 が非常に低い時，民営化による総広告減少の負の効果よりも，生産量増加の正の効果の方が大きく，c_0 が大きくなるとこの関係が逆転し，c_0 が非常に大きい時には，非効率な公企業の生産による負の効果が大きくなる．

また前節で扱った需要喚起的広告 $(\beta=0)$ と比べて，価値増進的広告 $(\beta=1)$ では広告投資を行う分だけ社会厚生が実際に増加しており，図4.1と図4.4を比べると，価値増進的広告の方が民営化前も後も共に社会厚生が大きいことが確認できる．さらに，4.1.3節では $c_0=0.5$ の時 $W^B>W^A$ が成立していたが，ここでは $W_B<W_A$ と反対の不等号が成立し，パラメータに応じて民営化前後の社会厚生の大小関係が変わり得ることが確認できる．このことは，広告が需要喚起的か価値増進的かに依存して，民営化が望ましいか否かも変わり得ることを意味する．

次に，$c_0=0.5, n=1$ の下で広告投資の費用 k を変化させた時の，民営化前後の社会厚生を比較する．k の変化に伴う民営化前後の社会厚生のグラフは，図4.5 の通りである．

4.1.3節と異なり，民営化前後の社会厚生の大小関係は広告投資の費用 k には依存せず，常に $W^B<W^A$ が成立し民営化は社会厚生を増加させる．また，4.1.3節では k の増加は社会厚生を増加させた．対照的に本節では，k の増加は社会厚生を減少させる．この違いは，前節で扱った需要喚起的広告が社会的無駄であったのに対し，本節で扱う価値増進的広告は，広告が社会的価値を持つという違いにある．従って，広告投資の費用の増加は社会的に望ましい広告投資を減少させるので，社会厚生を減少させる．結果 2(ii) により，広告投資の費用が高く（低く）なるにつれて，総広告投資と総生産量は民営化後の方が大きく（小さく）なりやすい．但しこの数値例では，$c_0=0.5$

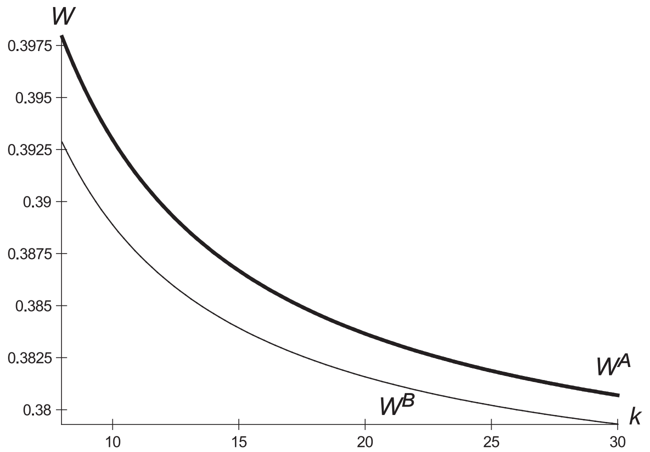

図 4.5: $(\widehat{c}_0, \beta) = (c_0, 1)$ の時の k と W の関係 ($k \in [8, 30]$)

と公企業がかなり非効率であるため，いずれのケースも民営化前の社会厚生が民営化後を下回っている．

最後に，$c_0 = 0.5, k = 20$ の下で私企業数 n を変化させた時の，民営化前後の社会厚生を比較する．n の変化に伴う民営化前後の社会厚生のグラフは，図4.6 の通りである．

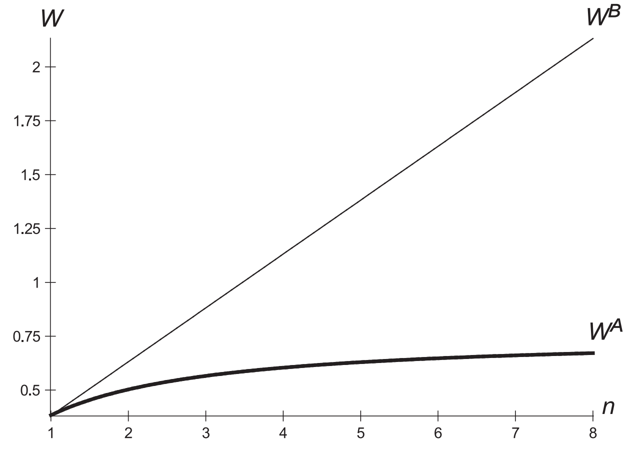

図 4.6: $(\widehat{c}_0, \beta) = (c_0, 1)$ の時の n と W の関係 ($n \in [1, 8]$)

この数値例では，私企業数 $n = 1$ の時のみ $W^B < W^A$ が成立しており，この時に限り民営化前より民営化後の方が社会厚生が大きい．$n \in [2, 8]$ の範囲では反対に，民営化前の方が民営化後より社会厚生が大きくなっている．このように私企業数 n に応じて，民営化前後の大小関係は変わり得る．結果 2(iii) により，私企業数が増加（減少）するにつれて，総広告投資と総生産量は民営化前より民営化後の方が大きく（小さく）なりやすい．民営化するか否かにかかわらず，私企業数

の増加は市場を完全競争状態に近づけるので，総生産量が増加し社会厚生は増大する．但しこの数値例では $c_0 = 0.5$ と公企業がかなり非効率であるため，$n \in [2,8]$ において民営化前の社会厚生が民営化後を上回る．

4.3　公企業の限界費用が改善する需要喚起的広告のケース ($\widehat{c}_0 = c, \beta = 0$)

民営化後に公企業の限界費用が $\widehat{c}_0 = c$ に改善するケースを考える．既にパラメータを特定化し $c = 0$ と標準化しているので，$\widehat{c}_0 = 0$ である．

4.3.1　均衡広告水準

初めに，公企業の広告投資 z_0 を考える．民営化前後の z_0 を比較すると次式を満たす．

$$\begin{aligned} z_0^B(0,0) = \frac{nc_0}{k} &\gtreqless z_0^A(0,0) = \frac{2}{k(n+2)^2 - 2(n+1)} \\ \Leftrightarrow c_0 &\gtreqless X_{z_0(0,0)}(k,n) \equiv \frac{2k}{n[k(n+2)^2 - 2(n+1)]} \end{aligned} \tag{4.17}$$

$X_{z_0(0,0)}(k,n)$ は，民営化前後の公企業の広告投資の大小関係を決定する閾値である．$X_{z_0} \in (0,1)$ であり，c_0 が相対的に大きければ（小さければ）民営化前の広告投資が大きい（小さい）．さらに $\frac{\partial X_{z_0(0,0)}}{\partial k} < 0, \frac{\partial X_{z_0(0,0)}}{\partial n} < 0$ より，広告投資に掛かる費用 k が高くなるにつれて ($k \Uparrow$)，また私企業数 n が増加するにつれて ($n \Uparrow$)，$c_0 > X_{z_0(0,0)}(k,n)$ が満たされやすく，公企業の広告投資 z_0 は民営化前の方が民営化後より大きくなりやすい．

続いて，私企業の広告投資 z を考える．民営化前後の z を比較すると次式を満たす．

$$\begin{aligned} z^B(0,0) = \frac{2(k+n)c_0}{k(k-2n)} &\gtreqless z^A(0,0) = \frac{2}{k(n+2)^2 - 2(n+1)} \\ \Leftrightarrow c_0 &\gtreqless X_{z(0,0)}(k,n) \equiv \frac{k(k-2n)}{(k+n)[k(n+2)^2 - 2(n+1)]} \end{aligned} \tag{4.18}$$

$X_{z(0,0)}(k,n)$ は，民営化前後の私企業の広告投資の大小関係を決定する閾値である．$X_z \in (0,1)$ であり，c_0 が相対的に大きければ（小さければ）民営化前の広告投資が大きい（小さい）．$\frac{\partial X_{z(0,0)}}{\partial k} > 0$ より，広告投資に掛かる費用 k が高くなるにつれて ($k \Uparrow$)，$c_0 < X_{z(c_0,0)}(k,n)$ が満たされやすい．従って公企業の広告投資とは反対に，広告投資に掛かる費用が高ければ，私企業の広告投資 z は民営化前より民営化後の方が大きくなりやすい．一方で4.1.1節，4.2.1節とは異なり，$\frac{\partial X_{z(0,0)}}{\partial n}$ の符号は確定しない．このため私企業数 n が増加するにつれて私企業の広告投資 z が民営化前後でどう変化するかは，状況に依存する．

最後に，総広告水準 Z を考える．民営化前後の Z を比較すると次式を満たす．

$$Z^B(0,0)=\frac{3nc_0}{k-2n}\gtreqless Z^A(0,0)=\frac{2(n+1)}{k(n+2)^2-2(n+1)}$$
$$\Leftrightarrow c_0 \gtreqless X_{Z(0,0)}(k,n)\equiv\frac{2(n+1)(k-2n)}{3n[k(n+2)^2-2(n+1)]} \tag{4.19}$$

$X_{Z(0,0)}(k,n)$ は，民営化前後の総広告投資の大小関係を決定する閾値である．$X_Z\in(0,1)$ であり，c_0 が相対的に大きければ（小さければ）民営化前の総広告投資が大きい（小さい）．$\frac{\partial X_{Z(0,0)}}{\partial k}>0$, $\frac{\partial X_{Z(0,0)}}{\partial n}<0$ より，広告投資に掛かる費用 k が高くなるにつれて ($k\Uparrow$)，$c_0<X_{Z(0,0)}(k,n)$ が満たされやすく，私企業数 n が増加するにつれて ($n\Uparrow$)，$c_0>X_{Z(0,0)}(k,n)$ が満たされやすい．従って，広告投資に掛かる費用が高ければ，総広告投資 Z は民営化前より民営化後の方が大きくなりやすい．一方，私企業数が増加するにつれて総広告投資 Z は，民営化前の方が民営化後より大きくなりやすい．

4.3.2　均衡生産量

初めに，公企業の生産量 q_0 を考える．民営化前後の q_0 を比較すると次式を満たす．

$$q_0^B(0,0)=\frac{(k-2n)(1-c_0)-n(k+n)c_0}{k-2n}\gtreqless q_0^A(0,0)=\frac{k(n+2)}{k(n+2)^2-2(n+1)}$$
$$\Leftrightarrow c_0 \lesseqgtr X_{q_0(0,0)}(k,n)\equiv\frac{(n+1)(k-2n)[k(n+2)-2]}{[(n+1)k-n(2-n)][k(n+2)^2-2(n+1)]} \tag{4.20}$$

$X_{q_0(0,0)}(k,n)$ は，民営化前後の公企業の生産量の大小関係を決定する閾値である．$X_{q_0}\in(0,1)$ であり，c_0 が相対的に小さければ（大きければ）民営化前の生産量が大きい（小さい）．さらに $\frac{\partial X_{q_0(0,0)}}{\partial k}>0$, $\frac{\partial X_{q_0(0,0)}}{\partial n}<0$ より，広告投資に掛かる費用 k が高くなるにつれて ($k\Uparrow$)，$c_0<X_{q_0(0,0)}(k,n)$ が満たされやすく，私企業数 n が増加するにつれて ($n\Uparrow$)，$c_0>X_{q_0(0,0)}(k,n)$ が満たされやすい．従って，広告投資に掛かる費用が高ければ，公企業の生産量 q_0 は民営化前の方が民営化後より大きくなりやすい．一方，私企業数が多ければ公企業の生産量は民営化前より民営化後の方が大きくなりやすい．

続いて，私企業の生産量 q を考える．民営化前後の q を比較すると次式を満たす．

$$q^B(0,0)=\frac{(k+n)c_0}{k-2n}\gtreqless q^A(0,0)=\frac{k(n+2)}{k(n+2)^2-2(n+1)}$$
$$\Leftrightarrow c_0 \gtreqless X_{q(0,0)}(k,n)\equiv\frac{k(n+2)(k-2n)}{(k+n)[k(n+2)^2-2(n+1)]} \tag{4.21}$$

$X_{q(0,0)}(k,n)$ は，民営化前後の私企業の生産量の大小関係を決定する閾値である．$X_q\in(0,1)$ であり，c_0 が相対的に大きければ（小さければ）民営化前の生産量が大きい（小さい）．$\frac{\partial X_{q(c_0,0)}}{\partial k}>0$, $\frac{\partial X_{q(c_0,0)}}{\partial n}<0$ より，広告投資に掛かる費用 k が高くなるにつれて ($k\Uparrow$)，$c_0<X_{q(0,0)}(k,n)$ が満たされやすく，私企業数 n が増加するにつれて ($n\Uparrow$)，$c_0>X_{q(0,0)}(k,n)$ が満たされやすい．従って，公企業の生産量とは反対に，広告投資に掛かる費用が高ければ，私企業の生産量 q は民営化前より民

営化後の方が大きくなりやすい．また，私企業数が増加するにつれて私企業の生産量 q は，民営化前の方が民営化後より大きくなりやすい．

最後に，総生産量 Q を考える．民営化前後の Q を比較すると次式を満たす．

$$\begin{aligned} Q^B(0,0) = 1 - c_0 \gtreqless Q^A(0,0) = \frac{k(n+1)(n+2)}{k(n+2)^2 - 2(n+1)} \\ \Leftrightarrow c_0 \lesseqgtr X_{Q(0,0)}(k,n) \equiv \frac{k(n+2) - 2(n+1)}{k(n+2)^2 - 2(n+1)} \end{aligned} \tag{4.22}$$

$X_{Q(0,0)}(k,n)$ は，民営化前後の総生産量の大小関係を決定する閾値である．$X_Q \in (0,1)$ であり，c_0 が相対的に小さければ（大きければ）民営化前の総生産量が大きい（小さい）．$\frac{\partial X_{Q(0,0)}}{\partial k} > 0, \frac{\partial X_{Q(0,0)}}{\partial n} < 0$ より，広告投資に掛かる費用 k が高くなるにつれて $(k \Uparrow)$，$c_0 < X_{Q(c_0,0)}(k,n)$ が満たされやすく，私企業数 n が増加するにつれて $(n \Uparrow)$，$c_0 > X_{Q(c_0,0)}(k,n)$ が満たされやすい．従って広告投資に掛かる費用が高ければ，総生産量 Q は民営化前の方が民営化後より大きくなりやすい．一方，私企業数が増加するにつれて総生産量 Q は，民営化前より民営化後の方が大きくなりやすい．

上記の結果を要約すると次のことが言える．

結果 3. 民営化後に公企業の限界費用が改善する $(\hat{c}_0 = 0)$ 需要喚起的広告 $(\beta = 0)$ のケースを考える．
(i) 公企業の限界費用が高い（低い）時，公企業と私企業の広告投資，総広告投資と私企業の生産量は，民営化前の方が民営化後より大きい（小さい）．一方，公企業の生産量と総生産量は，民営化前より民営化後の方が大きい（小さい）．
(ii) 広告投資の費用が高く（低く）なるにつれて，公企業の広告投資と生産量，総生産量は，民営化前の方が民営化後より大きく（小さく）なりやすい．一方，私企業の広告投資と生産量，総広告投資は，民営化前より民営化後の方が大きく（小さく）なりやすい．
(iii) 私企業数が増加（減少）するにつれて，公企業の広告投資，総広告投資，私企業の生産量は，民営化前の方が民営化後より大きく（小さく）なりやすい．一方，公企業の生産量と総生産量は，民営化前より民営化後の方が大きく（小さく）なりやすい．私企業の広告投資については，状況に依存し確定しない．

4.1節と比較すると，民営化後に公企業の限界費用が $\hat{c}_0 = 0$ に改善される以外は，4.1節で説明したのと基本的に同じロジックにより，結果 3 が成立する．

4.3.3　社会厚生

民営化前後の社会厚生 W は次式を満たす．

$$W^B = \frac{k(k-2n)^2(1-c_0)^2 + n[2(k-2n)^3 + (9n-4)(k-2n)^2 + 12n(n-2)(k-2n) - 36n^2]c_0^2}{2k(k-2n)^2} \quad (4.23)$$

$$W^A = \frac{k(n+1)[k(n+3)(n+2)^2 - 4(n^2+3n+3)]}{2[k(n+2)^2 - 2(n+1)]^2} \quad (4.24)$$

社会厚生は c_0 の 2 次関数で k, n に関する複雑な関数なので，シミュレーションを行い民営化前後の社会厚生を比較する．パラメータの数値例を $c_0 = 0.5, k = 20, n = 1$ と置き，2 つのパラメータを固定して，あるパラメータの変化が社会厚生の大きさに与える影響を調べる．

初めに，$k = 20, n = 1$ の下で民営化前の公企業の限界費用 c_0 を変化させた時の，民営化前後の社会厚生を比較する．c_0 の変化に伴う民営化前後の社会厚生のグラフは，図4.7 の通りである．

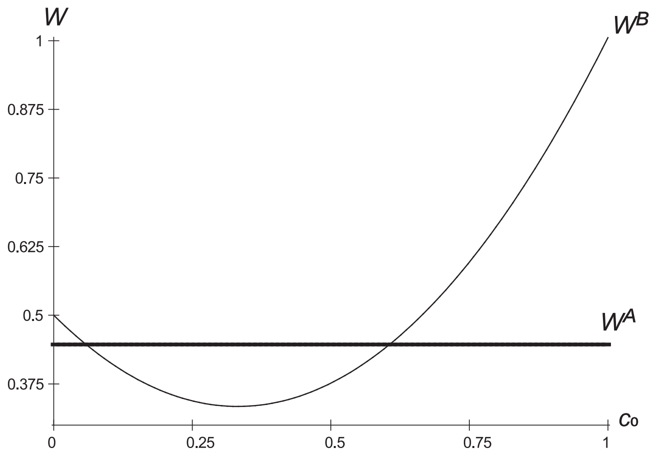

図 4.7: $(\hat{c}_0, \beta) = (0, 0)$ の時の c_0 と W の関係 $(c_0 \in (0,1))$

民営化後の社会厚生 W^A は，私企業の限界費用を $c = 0$ に標準化しているので一定である．また，公企業の限界費用が民営化後に改善するが，改善しない4.1.3節のケースと比べて，必ずしも社会厚生が増加する訳ではない．理由は，民営化後の私企業間で費用格差が大きい方が，市場競争が緩和され社会厚生が高くなる場合があるためである．

公企業の限界費用 c_0 が非常に低い時 $W^B > W^A$ が成立し，c_0 がある程度大きくなると $W^B < W^A$ と大小関係が逆転する．例えば $c_0 = 0.5$ の時 $W^B < W^A$ が成立し，民営化は社会厚生を増加させるので望ましい．さらに c_0 が大きい時には $W^B > W^A$ が成立する．公企業の限界費用の相対的な大きさに依存して，広告投資のある混合寡占市場で公企業の民営化が社会厚生を増加させるか否かが変わる．4.1.3節の説明と同様に，こうした結果が生じる理由は，結果 3(i) によって説明できる．

c_0 が高い（低い）時，総広告投資は民営化前の方が大きく（小さく），総生産量は民営化後の方が大きい（小さい）．需要喚起的広告の下で広告投資は社会的無駄であり，限界費用が高い（低

い）時には民営化後（前）の方が，広告を減らせるので望ましい．一方，総生産量の大きさが社会厚生に与える効果は，総生産量増加に伴う消費者余剰の増加の正の効果と，非効率な公企業の生産による生産費用増加の負の効果に分かれ，両効果の大きさに依存して総生産量増加が社会厚生を増加させるか否かが決まる．公企業の限界費用が非常に低い時，非効率生産による負の効果が小さく，民営化前の総広告投資削減がもたらす社会厚生への正の効果と，総生産量減少がもたらす負の効果の相対的大きさにより，民営化が社会厚生を増加させるか否かが決まる．図4.7では，c_0 が非常に低い時，民営化による総広告増加の負の効果が生産量増加の正の効果を上回り，c_0 が大きくなるとこの関係が逆転し，c_0 が非常に大きい時には非効率な公企業の生産による負の効果が大きくなる．結果 3(i) に示されるように，限界費用が高い時，公企業の生産量は民営化後の方が大きいため，再び民営化前の方が社会厚生が大きくなる．

次に，$c_0 = 0.5, n = 1$ の下で広告投資の費用 k を変化させた時の，民営化前後の社会厚生を比較する．k の変化に伴う民営化前後の社会厚生のグラフは，図4.8 の通りである．

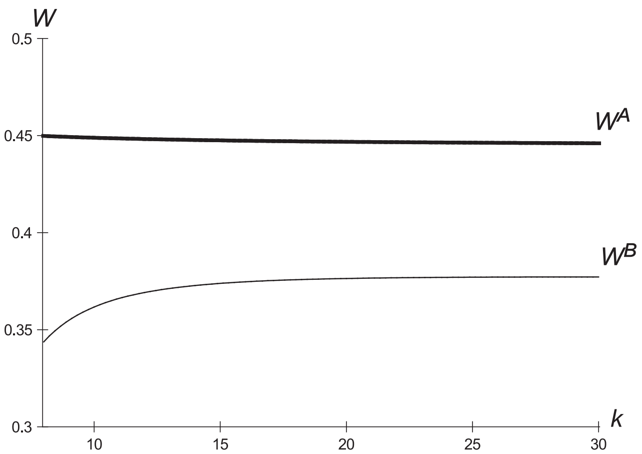

図 4.8: $(\widehat{c}_0, \beta) = (0, 0)$ の時の k と W の関係 ($k \in [8, 30]$)

この数値例では，任意の k に対して $W^B < W^A$ が成立し，民営化した方が社会厚生が大きくなっている．但し一般的には，広告投資の費用 k の相対的な大きさに依存し，民営化前後の社会厚生の大小関係は変わり得る．ここで，民営化前の社会厚生 W^B は費用 k と共に増加するのに対し，民営化後の社会厚生 W^A は k と共に減少している．この数値例では，総広告投資は民営化前の方が大きく総生産量は民営化後の方が大きいが，社会的無駄である需要喚起的広告が少ないことの正の効果が，過少生産による負の効果を上回り，民営化後の社会厚生は k の値に依存せず常に大きい．

最後に，$c_0 = 0.5, k = 20$ の下で私企業数 n を変化させた時の，民営化前後の社会厚生を比較する．n の変化に伴う民営化前後の社会厚生のグラフは，図4.9 の通りである．

この数値例では，私企業数が $n = 1$ の時 $W^B < W^A$，私企業数 $n \in [2, 8]$ の範囲で $W^B > W^A$ が成立する．結果 3(iii) により，私企業数が増加（減少）するにつれて，総広告投資は民営化前の方が

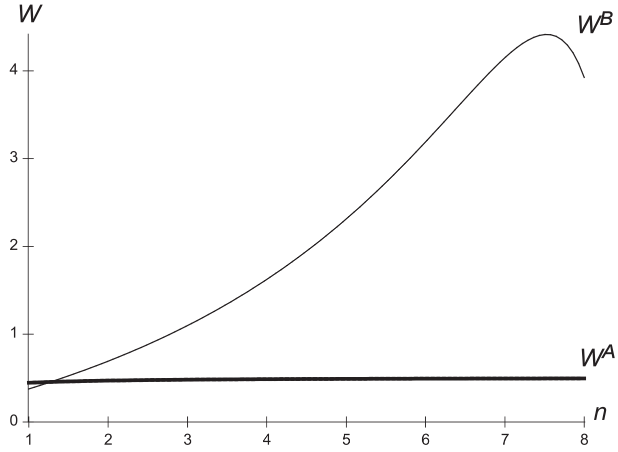

図 4.9: $(\widehat{c}_0, \beta) = (0,0)$ の時の n と W の関係 $(n \in [1,8])$

大きく（小さく），総生産量は民営化後の方が大きく（小さく）なりやすい．民営化するか否かにかかわらず，私企業数の増加は市場を完全競争状態に近づけるので，総生産量が増加し社会厚生は増大する．一方，広告投資の観点からは，民営化前に公企業が存在することで，適切な広告投資が可能となり社会厚生向上に貢献できる．私企業が多くなるにつれて過小生産の歪みが市場競争により是正され，公企業が適切に広告投資を行うことによる社会厚生の改善余地が高まる．この結果4.1.3節での説明と同様に，私企業数の増加と共に民営化前の社会厚生が民営化後よりも大きくなる．

4.4　公企業の限界費用が改善する価値増進的広告のケース ($\widehat{c}_0 = c, \beta = 1$)

4.4.1　均衡広告水準

初めに，公企業の広告投資 z_0 を考える．民営化前後の z_0 を比較すると次式を満たす．

$$\begin{aligned} z_0^B(0,1) = \frac{1-c_0}{k-1} &\gtrless z_0^A(0,1) = \frac{2}{k(n+2)^2 - 2(n+1)} \\ \Leftrightarrow c_0 \lesseqgtr X_{z_0(0,1)}(k,n) &\equiv \frac{k(n^2+4n+2) - 2n}{k(n+2)^2 - 2(n+1)} \end{aligned} \tag{4.25}$$

$X_{z_0(0,1)}(k,n)$ は，民営化前後の公企業の広告投資の大小関係を決定する閾値である．$X_{z_0} \in (0,1)$ であり，c_0 が相対的に小さければ（大きければ）民営化前の広告投資が大きい（小さい）．さらに $\frac{\partial X_{z_0(0,1)}}{\partial k} < 0$, $\frac{\partial X_{z_0(0,1)}}{\partial n} > 0$ より，広告投資に掛かる費用 k が高くなるにつれて ($k \Uparrow$)，$c_0 > X_{z_0(0,1)}(k,n)$ が満たされやすく，私企業数 n が増加するにつれて ($n \Uparrow$)，$c_0 < X_{z_0(0,1)}(k,n)$ が満たされやすい．従って，広告投資に掛かる費用が高ければ，公企業の広告投資 z_0 は民営化前より民営化後の方が大きくなりやすい．一方，私企業数が増加するにつれて，公企業の広告投資は民営化前の方が民営化

後より大きくなりやすい．

続いて，私企業の広告投資 z を考える．民営化前後の z を比較すると次式を満たす．

$$z^B(0,1) = 0 < z^A(0,1) = \frac{2}{k(n+2)^2 - 2(n+1)} \tag{4.26}$$

価値増進的広告のケースでは，民営化前に私企業は一切広告投資をしないので，明らかに民営化後の方が私企業の広告投資は大きい．

最後に，総広告水準 Z を考える．民営化前後の Z を比較すると次式を満たす．

$$Z^B(0,1) = \frac{1-c_0}{k-1} \gtrless Z^A(0,1) = \frac{2(n+1)}{k(n+2)^2 - 2(n+1)}$$
$$\Leftrightarrow c_0 \lessgtr X_{Z(0,1)}(k,n) \equiv \frac{k(n^2+2n+2)}{k(n+2)^2 - 2(n+1)} \tag{4.27}$$

$X_{Z(0,1)}(k,n)$ は，民営化前後の総広告投資の大小関係を決定する閾値である．$X_Z \in (0,1)$ であり，c_0 が相対的に小さければ（大きければ）民営化前の総広告投資が大きい（小さい）．民営化前の総広告水準は，私企業の広告投資水準に等しい $(Z^B(0,1) = z_0^B(0,1))$．$\frac{\partial X_{Z(0,1)}}{\partial k} < 0$, $\frac{\partial X_{Z(0,1)}}{\partial n} > 0$ より，広告投資に掛かる費用 k が高くなるにつれて $(k \Uparrow)$，$c_0 > X_{Z(0,1)}(k,n)$ が満たされやすく，私企業数 n が増加するにつれて $(n \Uparrow)$，$c_0 < X_{Z(0,1)}(k,n)$ が満たされやすい．従って，広告投資に掛かる費用が高ければ，総広告投資 Z は民営化前より民営化後の方が大きくなりやすい．一方，私企業数が増加するにつれて，総広告投資 Z は民営化前の方が民営化後より大きくなりやすい．

4.4.2　均衡生産量

初めに，公企業の生産量 q_0 を考える．民営化前後の q_0 を比較すると次式を満たす．

$$q_0^B(0,1) = \frac{k(1-c_0) - n(k-1)c_0}{k-1} \gtrless q_0^A(0,1) = \frac{k(n+2)}{k(n+2)^2 - 2(n+1)}$$
$$\Leftrightarrow c_0 \lessgtr X_{q_0(0,1)}(k,n) \equiv \frac{k[k(n+1)(n+2) - n]}{[k(n+1) - n][k(n+2)^2 - 2(n+1)]} \tag{4.28}$$

$X_{q_0(0,1)}(k,n)$ は，民営化前後の公企業の生産量の大小関係を決定する閾値である．$X_{q_0} \in (0,1)$ であり，c_0 が相対的に小さければ（大きければ）民営化前の生産量が大きい（小さい）．さらに $\frac{\partial X_{q_0(0,1)}}{\partial k} < 0$, $\frac{\partial X_{q_0(0,1)}}{\partial n} < 0$ より，広告投資に掛かる費用 k が高くなるにつれて $(k \Uparrow)$，また私企業数 n が増加するにつれて $(n \Uparrow)$，$c_0 > X_{q_0(0,1)}(k,n)$ が満たされやすい．従って，広告投資に掛かる費用が高ければ，また私企業数が多ければ，公企業の生産量 q_0 は民営化前より民営化後の方が大きくなりやすい．

続いて，私企業の生産量 q を考える．民営化前後の q を比較すると次式を満たす．

$$q^B(0,1) = c_0 \gtrless q^A(0,1) = \frac{k(n+2)}{k(n+2)^2 - 2(n+1)} \equiv X_{q(0,1)}(k,n) \tag{4.29}$$

$X_{q(c_0,1)}(k,n)$ は，民営化前後の私企業の生産量の大小関係を決定する閾値だが，民営化後の私企業の生産量 $q^A(0,1)$ と一致する．$X_q \in (0,1)$ であり，c_0 が相対的に大きければ（小さければ）民営化前の生産量が大きい（小さい）．$\frac{\partial X_{q(0,1)}}{\partial k} < 0$, $\frac{\partial X_{q(0,1)}}{\partial n} < 0$ より，広告投資に掛かる費用 k が高くなるにつれて ($k \Uparrow$)，また私企業数 n が増加するにつれて ($n \Uparrow$)，$c_0 > X_{q(0,1)}(k,n)$ が満たされやすい．従って，公企業の生産量とは反対に，広告投資に掛かる費用が高ければ，また私企業数が多ければ，私企業の生産量 q は民営化前の方が民営化後より大きくなりやすい．

最後に，総生産量 Q を考える．民営化前後の Q を比較すると次式を満たす．

$$\begin{aligned} Q^B(0,1) = \frac{k(1-c_0)}{k-1} \gtreqless Q^A(0,1) = \frac{k(n+1)(n+2)}{k(n+2)^2-2(n+1)} \\ \Leftrightarrow c_0 \lesseqgtr X_{Q(0,1)}(k,n) \equiv \frac{k(n+2)+n(n+1)}{k(n+2)^2-2(n+1)} \end{aligned} \tag{4.30}$$

$X_{Q(0,1)}(k,n)$ は，民営化前後の総生産量の大小関係を決定する閾値である．$X_Q \in (0,1)$ であり，c_0 が相対的に小さければ（大きければ）民営化前の総生産量が大きい（小さい）．$\frac{\partial X_{Q(0,1)}}{\partial k} < 0$, $\frac{\partial X_{Q(0,1)}}{\partial n} < 0$ より，広告投資に掛かる費用 k が高くなるにつれて ($k \Uparrow$)，また私企業数 n が増加するにつれて ($n \Uparrow$)，$c_0 > X_{Q(0,1)}(k,n)$ が満たされやすい．従って，広告投資に掛かる費用が高ければ，また私企業数が多ければ，総生産量 Q は民営化前より民営化後の方が大きくなりやすい．

上記の結果を要約すると次のことが言える．

結果 4. 民営化後に公企業の限界費用が改善する ($\hat{c}_0 = 0$) 価値増進的広告 ($\beta = 1$) のケースを考える．

(i) 民営化前に私企業は広告投資を行わない．公企業の広告投資と生産量，総広告投資，総生産量は，公企業の限界費用が高い（低い）時，民営化前の方が民営化後より小さい（大きい）．一方，私企業の生産量は，公企業の限界費用が高い（低い）時，民営化前の方が民営化後より大きい（小さい）．

(ii) 広告投資の費用が高く（低く）なるにつれて，私企業の生産量は，民営化前の方が民営化後より大きく（小さく）なりやすい．一方，公企業の広告投資，総広告投資，公企業の生産量，総生産量は，民営化前より民営化後の方が大きく（小さく）なりやすい．

(iii) 私企業数が増加（減少）するにつれて，公企業の広告投資，総広告投資，私企業の生産量は，民営化前の方が民営化後より大きく（小さく）なりやすい．一方，公企業の生産量，総生産量は，民営化前より民営化後の方が大きく（小さく）なりやすい．

4.4.3　社会厚生

民営化前後の社会厚生 W は次式を満たす．

$$W^B = \frac{k(1-c_0)^2 + 2n(k-1)c_0^2}{2(k-1)} \tag{4.31}$$

$$W^A = \frac{k(n+1)[k(n+3)(n+2)^2-4]}{2[k(n+2)^2-2(n+1)]^2} \tag{4.32}$$

社会厚生は c_0 の 2 次関数で k, n に関する複雑な関数なので，4.1.3節と同様にシミュレーションを行い，民営化前後の社会厚生を比較する．パラメータの数値例を $c_0 = 0.5, k = 20, n = 1$ と置き，2 つのパラメータを固定して，あるパラメータの変化が社会厚生の大きさに与える影響を調べる．

初めに，$k = 20, n = 1$ の下で民営化前の公企業の限界費用 c_0 を変化させた時の，民営化前後の社会厚生を比較する．c_0 の変化に伴う民営化前後の社会厚生のグラフは，図4.10 の通りである．

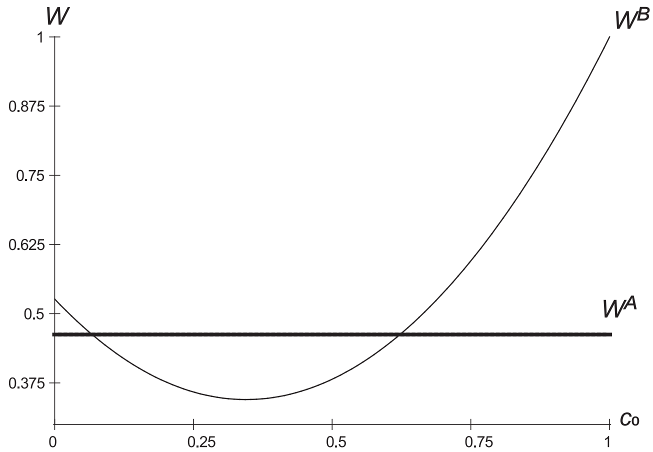

図 4.10: $(\hat{c}_0, \beta) = (0, 1)$ の時の c_0 と W の関係 $(c_0 \in (0, 1))$

民営化後の社会厚生 W^A は，$c = 0$ の標準化により一定である．また，公企業の限界費用が民営化後に改善するが，改善しない4.2.3節のケースと比べて，必ずしも社会厚生が増加しないことは，4.3.3節で説明したのと同じ理由による．

c_0 の変化に伴う民営化前後の社会厚生の変化は，$(\hat{c}_0, \beta) = (0, 0)$ の時に4.3.3節で示したのとほぼ同様である．公企業の限界費用 c_0 が非常に低い時 $W^B > W^A$ が成立し，c_0 がある程度大きくなると $W^B < W^A$ と大小関係が逆転する．さらに c_0 が大きい時には $W^B > W^A$ が成立する．公企業の限界費用の相対的大きさに依存して，民営化前後でどちらの社会厚生が大きいかが変わる．こうした関係が成立する理由も，4.3.3節で説明したのと同様に結果 4(i) を用いて説明できる．価値増進的広告の下で広告投資は社会的に有用であり，限界費用が低い時，総広告投資は民営化前の方が大きく社会厚生も大きい．一方，総生産量が社会厚生に与える効果は，総生産量増加に伴う消費者余剰増加の正の効果と，非効率な公企業の生産による費用増加の負の効果がある．結果として，

総広告投資増加の正の効果と，総生産量の変化の正負の効果の相対的な大きさによって，民営化が社会厚生を高めるかどうかが決まる．

また需要喚起的広告 ($\beta = 0$) と比べて価値増進的広告 ($\beta = 1$) は，広告投資を行う分社会厚生が実際に増加しており，図4.7と図4.10を比べると，価値増進的広告の方が民営化前後共に社会厚生が大きいことが確認できる．4.3.3節と同様に $c_0 = 0.5$ の時 $W_B < W_A$ が成立している．

次に，$c_0 = 0.5, n = 1$ の下で広告投資の費用 k を変化させた時の，民営化前後の社会厚生を比較する．k の変化に伴う民営化前後の社会厚生のグラフは，図4.11 の通りである．

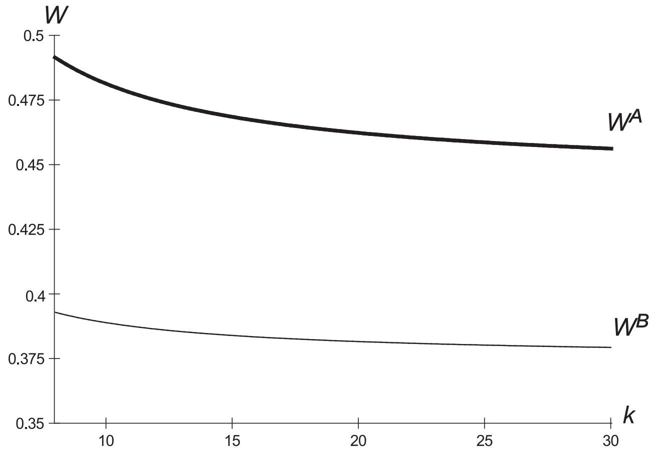

図 4.11: $(\widehat{c}_0, \beta) = (0, 1)$ の時の k と W の関係 ($k \in [8, 30]$)

4.3.3節と同様に，民営化前後の社会厚生の大小関係は広告投資の費用 k には依存せず，常に $W^B < W^A$ が成立し，民営化は社会厚生を増加させる．また，4.3.3節では k の増加が社会厚生を増加させたのに対し，本節では k の増加は社会厚生を減少させている．この違いは，広告が前節では需要喚起的，本節では価値増進的という違いによる．価値増進的広告の下で広告投資費用の増加は，社会的に望ましい広告投資水準を減少させ社会厚生を減少させる．結果 4(ii) により，広告投資の費用が高く（低く）なるにつれて，総広告投資と総生産量は民営化後の方が大きく（小さく）なりやすい．但しこの数値例では $c_0 = 0.5$ と公企業がかなり非効率であるため，いずれのケースも民営化後の社会厚生が民営化前を上回っている．

最後に，$c_0 = 0.5, k = 20$ の下で私企業数 n を変化させた時の，民営化前後の社会厚生を比較する．n の変化に伴う民営化前後の社会厚生のグラフは，図4.12 の通りである．

この数値例では，私企業数 $n = 1$ の時のみ $W^B < W^A$ が成立し，この時に限り民営化前より民営化後の方が社会厚生が大きい．しかし $n \in [2, 8]$ の範囲では反対に，民営化前の方が民営化後より社会厚生が大きくなっている．このように私企業数 n に応じて，民営化前後の社会厚生の大小関係は変わり得る．結果 4(iii) により，私企業数が増加（減少）するにつれて，総広告投資は民営化前の方が大きく（小さく），総生産量は民営化後の方が大きく（小さく）なりやすい．私企業数の

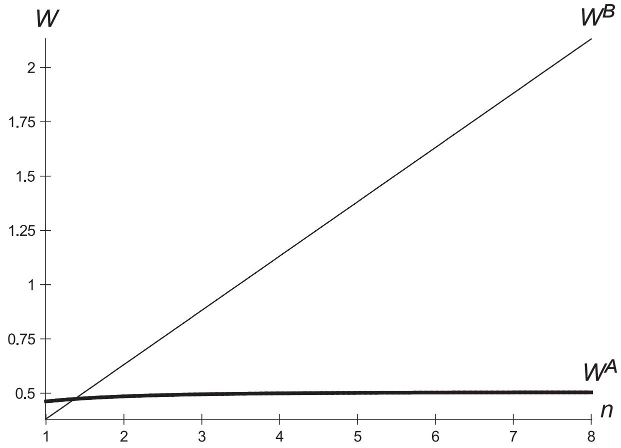

図 4.12: $(\widehat{c}_0, \beta) = (0,1)$ の時の n と W の関係 $(n \in [1,8])$

増加と共に完全競争市場に近づくので，総広告投資の重要性から，民営化しない方が価値増進的広告が多く，社会厚生を増大させる．

4.5　公企業民営化後の限界費用改善度合いを一般化したケース $(\widehat{c}_0 = \alpha c_0)$

4.1.3節から4.4.3節では，民営化後に公企業の限界費用が全く改善しない場合 $(\widehat{c}_0 = c_0)$ と，完全に改善する場合 $(\widehat{c}_0 = 0)$ という両極端のケースの社会厚生を分析した．一般的には，公企業は民営化後に生産効率性がある程度改善するが，他の私企業程は改善しない場合 $(\widehat{c}_0 = \alpha c_0, \alpha \in [0,1])$ も起こり得る．パラメータを特定化せず民営化前後の社会厚生を比較するのは極めて困難なので，以下では前節で特定化したパラメータ $a = 1, c = 0, b = 1, c_0 = 0.5, k = 20, n = 1$ の下で，民営化後の公企業の限界費用の改善度合い $\alpha \in [0,1]$ に依存して，民営化後の社会厚生がどう変化するかを見る．民営化前の社会厚生は α に依存せず一定値を取る．

初めに，需要喚起的広告 $(\beta = 0)$ を考える（図4.13参照）．民営化前の社会厚生は $W^B \approx 0.3764$，民営化後の社会厚生 W^A は，α に関する 2 次関数でグラフは U 字形となる．α が比較的小さい（大きい）時 $W^B < W^A$ $(W^B > W^A)$ が成立する．すなわち，民営化後に公企業の限界費用の改善度合いが大きければ（小さければ），民営化前より民営化後の社会厚生が大きい（小さい）．この結論は極めて常識的である．

続いて，価値増進的広告 $(\beta = 1)$ を考える（図4.14参照）．民営化前の社会厚生は $W^B \approx 0.3816$，需要喚起的広告の時と同様に，民営化後の社会厚生 W^A は，α に関する 2 次関数でグラフは U 字形となる．また広告が社会厚生を増加させるので，民営化前後のいずれにおいても，需要喚起的広告よりも価値増進的広告の方が社会厚生は大きい．民営化前後の社会厚生の比較については，需要喚起的広告とは若干異なり，α が比較的小さい時 $W^B < W^A$，α が中間的な値の時 $W^B > W^A$ が

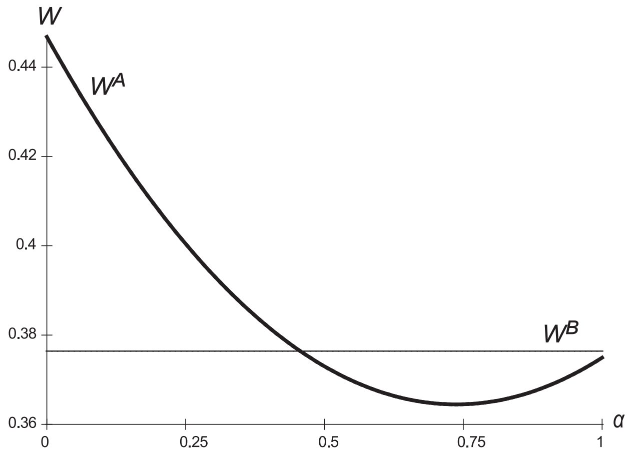

図 4.13: 需要喚起的広告の時の α と W の関係

成立するが，α が非常に大きい時には再び $W^B < W^A$ が成立する．すなわち，民営化後に公企業の限界費用の改善度合いが大きければ（小さければ），民営化前より民営化後の社会厚生が大きい（小さい）が，民営化後に公企業の限界費用がほとんど改善しない場合にも，民営化前より民営化後の方が社会厚生が大きくなっている．民営化による公企業の費用削減効果がほとんどないにもかかわらず民営化後の社会厚生が大きくなる理由は，4.4節で見たように，価値増進的広告の場合民営化前に私企業が広告投資を行わず，低水準の総広告投資が社会厚生を低下させる場合があるからである．

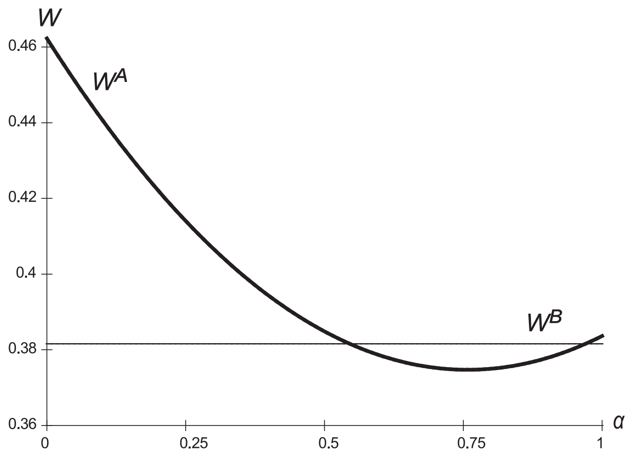

図 4.14: 価値増進的広告の時の α と W の関係

4.6　広告が真の需要を拡大する程度 β を一般化したケース

4.1.3節から4.4.3節では，需要喚起的広告 $(\beta = 0)$ と価値増進的広告 $(\beta = 1)$ という両極端のケースの社会厚生を分析した．最後に本節では，広告が真の需要を拡大する程度 β を一般化した状況を考え，β の変化が民営化前後の社会厚生の大きさにどう影響するかを考察する．分析の簡単化のため前節と同様パラメータを特定化し，$a = 1, c = 0, b = 1, c_0 = 0.5, k = 20, n = 1$ の下で，β の変化に伴う民営化前後の社会厚生を比較する．

民営化前の社会厚生 W^B は β に関する多項式の商で表される分数関数で，グラフは $\beta \in [0,1]$ において頂点を持つ逆 U 字形をしている．すなわち，ある β の値で最大値を取る $(\beta = \widetilde{\beta} \approx 0.5318)$．また当然ながら W^B は，民営化後の公企業の限界費用改善度合い α には依存していない．一方，民営化後の社会厚生 W^A は，民営化後も公企業の限界費用が改善しないケース $(\alpha = 1)$ と完全に改善するケース $(\alpha = 0)$ それぞれで，β と共に増加する 1 次関数となっている（図4.15参照）．当然，限界費用が改善する方が常に社会厚生は大きい $(W^A_{\alpha=1} < W^A_{\alpha=0})$．

図4.15より，民営化後も公企業の限界費用が改善しないケース $(\alpha = 1)$ では，β が小さい時 $W^B > W^A_{\alpha=1}$ が成立し，β が大きい時 $W^B < W^A_{\alpha=1}$ となり，社会厚生の大小関係が β の値に依存する．すなわち，広告が価値増進する程度が増加するにつれ，最終的に民営化後の社会厚生が民営化前を上回る．この結論は極めて常識的である．一方，民営化後に公企業の限界費用が完全に改善するケース $(\alpha = 0)$ では，民営化後の生産効率性の効果が大きいため，β の値に依存せず常に民営化後の社会厚生が民営化前を上回る $(W^B < W^A_{\alpha=0}, \forall\beta \in [0,1])$．

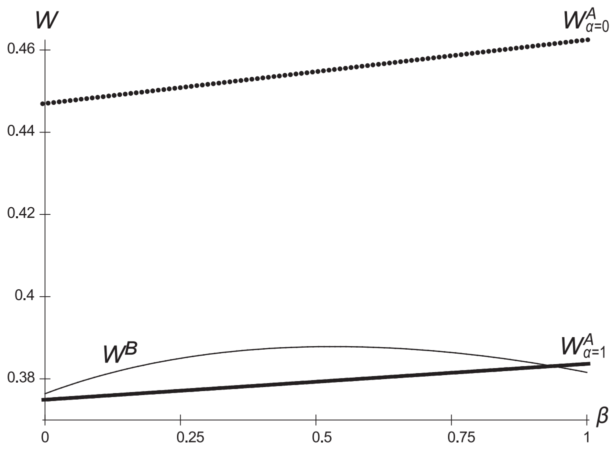

図 4.15: β と W の関係

5　まとめと今後の展望

本論文は，不完全競争市場の下で各企業が事前に広告投資を行う状況を考察し，広告が需要を拡大させる程度を一般化した設定で，公企業の民営化が均衡広告水準や均衡生産量，社会厚生にどのような影響を与えるのかについて，分析結果を示した．民営化前後の均衡広告水準と均衡生産量の比較から，得られた主な結論を要約すると以下の通りである．第一に，需要喚起的広告の下で，公企業の限界費用が高い（低い）時，公企業と私企業の広告投資，総広告投資，私企業の生産量は，民営化前の方が民営化後より大きい（小さい）．公企業の生産量と総生産量は，民営化前より民営化後の方が大きい（小さい）（結果 1(i), 3(i)）．第二に，価値増進的広告の下で，公企業の限界費用が高い（低い）時，私企業の生産量は民営化前の方が民営化後より大きい（小さい）．総広告投資と総生産量は，民営化後に公企業の限界費用が改善するか否かで民営化前後の大小関係が異なる（結果 2(i), 4(i)）．この他，広告投資費用や私企業数の増加が，民営化前後の均衡諸変数の大小関係に与える影響についても，結論を導いた（結果 1 から 4 の (ii), (iii)）．

また，民営化前後の社会厚生について，異なる 4 つのシナリオの下でシミュレーションを実施し社会厚生を比較した．例えば，4 つのシナリオ全てで，民営化前後の社会厚生の大小関係は，民営化前の公企業の限界費用の大きさの変化と共に，逆転・再逆転する可能性があることを示した（図4.1, 4.4, 4.7, 4.10）．さらに，民営化後の公企業の限界費用の改善度合いや，広告が真の需要を拡大する程度を表すパラメータを変化させた時の，社会厚生のシミュレーション結果も示した．予想されるように，民営化後に公企業の限界費用が改善すると，民営化後の社会厚生の方が高くなる（図4.13, 4.14）．但し，価値増進的広告の場合，公企業の限界費用が改善しない時にも，民営化した方が社会厚生が高い場合が起こり得る（図4.14）．広告が真の需要を改善する程度 β を一般化したシミュレーションでは，民営化前の社会厚生が β の逆 U 字形関数となり，民営化後に公企業の限界費用が改善しないケースを考えると，広告が需要喚起的か価値増進的かに依存して，民営化前後の社会厚生の大小関係の逆転が起こることを示した（図4.15）．

最後に，本論文の今後の課題を述べて筆を擱く．第一に，本論文では広告による需要拡大を，線形需要の下で逆需要関数の縦軸切片が広告投資により増加する状況としてモデル化した．このモデル化には，消費者 1 人当り支払準備額の増加と消費者数の増加という 2 つの効果が混在しており，両者を分けた分析は今後の課題である．第二に，多くの混合寡占モデルでは，企業の限界費用一定という設定ではなく，費用関数が企業間で共通の 2 次関数 $(c(q_i) = (k/2)q_i^2)$ とする設定が多い．公・私企業で共通する 2 次の費用関数で分析することも，今後の課題である．

謝辞

本研究は，JSPS 科研費基盤研究 (B) No.16H03612 及び基盤研究 (C) No.16K03615 の研究助成を受けている．本論文に有り得べき誤謬は全て筆者に帰する．

A　補論

A.1　閾値の性質と偏微係数

□ $X_{z_0(c_0,0)}(k,n) \equiv \frac{2k(n+2)}{k(n+2)(n^3+4n^2+6n+2)-2n(n^2+3n+4)}$

- ▷ $k > 2n$ の下で (分母)$> 2n^2(n^3+6n^2+13n+11) > 0$ より，$X_{z_0(c_0,0)}(k,n) > 0$.
- ▷ $X_{z_0(c_0,0)}(k,n) < 1 \Leftrightarrow v_1(k) \equiv (n+2)(n^2+4n+6)k-2(n^2+3n+4)>0$.　$k > 2n$, $n \geq 1$ より，$v_1(k) > v_1(2n) = 2(n^4+6n^3+13n^2+9n-4) > 0$. 従って $X_{z_0(c_0,0)}(k,n) < 1$ が成立.
- ▷ $\frac{\partial X_{z_0(c_0,0)}}{\partial k} = -\frac{4n(n+2)(n^2+3n+4)}{[k(n+2)(n^3+4n^2+6n+2)-2n(n^2+3n+4)]^2} < 0$.
- ▷ $\frac{\partial X_{z_0(c_0,0)}}{\partial n} = -2k\frac{k(n+2)^2(3n^2+8n+6)-2(2n^3+9n^2+12n+8)}{[k(n+2)(n^3+4n^2+6n+2)-2n(n^2+3n+4)]^2}$.　$k > 2n$, $n \geq 1$ の下で (分子)$> 2(3n^5+20n^4+48n^3+47n^2+12n-8) > 0$ より，$\frac{\partial X_{z_0(c_0,0)}}{\partial n} < 0$ が成立.

□ $X_{z(c_0,0)}(k,n) \equiv \frac{k(n+2)(k-2n)}{(n+1)(n+2)(n+3)k^2+(n^4+6n^3+12n^2+6n-2)k-2n(n^2+3n+4)}$

- ▷ $k > 2n, n \geq 1$ の下で (分母)$> 6n(n+2)D_1 > 0$; $D_1 \equiv n^3+4n^2+3n-1 > 0$ より，$X_{z(c_0,0)}(k,n) > 0$.
- ▷ $X_{z(c_0,0)}(k,n) < 1 \Leftrightarrow v_2(k) \equiv (n+2)(n^2+4n+2)k^2+(n^4+6n^3+14n^2+10n-2)k-2n(n^2+3n+4)>0$. $k > 2n, n \geq 1$ の下で $v_2(k) > v_2(2n) = 6n(n+2)D_1 > 0$. 従って $X_{z(c_0,0)}(k,n) < 1$ が成立.
- ▷ $\frac{\partial X_{z(c_0,0)}}{\partial k} = \frac{(n+2)(3n^4+18n^3+34n^2+18n-2)k^2-4n(n+2)(n^2+3n+4)k+4n^2(n+2)(n^2+3n+4)}{[(n+1)(n+2)(n+3)k^2+(n^4+6n^3+12n^2+6n-2)k-2n(n^2+3n+4)]^2}$. (分子) を $x_1(k)$ と置くと，$k > 2n$, $n \geq 1$ の下で $x_1'(k) = 2(n+2)[(3n^4+18n^3+34n^2+18n-2)k-2n(n^2+3n+4)]>12n(n+2)^2D_1>0$ より，$x_1(k)$ は k の増加関数．従って $x_1(k) > x_1(2n) = 12n^2(n+2)^2D_1 > 0$ より，$\frac{\partial X_{z(c_0,0)}}{\partial k} > 0$ が成立.
- ▷ $\frac{\partial X_{z(c_0,0)}}{\partial n} = -k\frac{2(n+2)^3k^3+(n^4+12n^3+46n^2+72n+38)k^2-2(2n^5+12n^4+26n^3+27n^2+16n+12)k+4n^2(n^2+4n+2)}{[(n+1)(n+2)(n+3)k^2+(n^4+6n^3+12n^2+6n-2)k-2n(n^2+3n+4)]^2}$. (分子) を $x_2(k)$ と置くと，$k > 2n, n \geq 1$ の下で $x_2'(k) = 2[3(n+2)^3k^2+(n^4+12n^3+46n^2+72n+38)k-(2n^5+12n^4+26n^3+27n^2+16n+12)]>6(n+2)^2(4n^3+12n^2+6n-1)>0$ より，$x_2(k)$ は k の増加関数．従って $x_2(k) > x_2(2n) = 12n(n+2)^2D_1$ より，$\frac{\partial X_{z(c_0,0)}}{\partial n} < 0$ が成立.

□ $X_{Z(c_0,0)}(k,n) \equiv \frac{2(1+n)(k-2n)}{k[3n(n+2)^2+2]-2n(3n+5)}$

- ▷ $k > 2n, n \geq 1$ の下で (分母)$> 6nD_1 > 0$ より，$X_{Z(c_0,0)}(k,n) > 0$.
- ▷ $X_{Z(c_0,0)}(k,n) < 1 \Leftrightarrow v_3(k) \equiv k(3n^2+12n+10)-2(n+3)>0$. $k > 2n, n \geq 1$ の下で $v_3(k) > v_3(2n) = 6D_1 > 0$. 従って $X_{Z(c_0,0)}(k,n) < 1$ が成立.
- ▷ $\frac{\partial X_{Z(c_0,0)}}{\partial k} = \frac{12n(1+n)D_1}{\{k[3n(n+2)^2+2]-2n(3n+5)\}^2} > 0$.
- ▷ $\frac{\partial X_{Z(c_0,0)}}{\partial n} = -2\frac{(6n^3+21n^2+24n+10)k^2-2(3n^4+6n^3+3n^2+2n+3)k-8n^2}{\{k[3n(n+2)^2+2]-2n(3n+5)\}^2}$. (分子) を $x_3(k)$ と置くと，$k > 2n, n \geq 1$ の下で $x_3'(k) = 2[(6n^3+21n^2+24n+10)k-2(3n^4+6n^3+3n^2+2n+3)]>4(n+3)(3n^3+6n^2+3n-1)>0$ より，$x_3(k)$ は k の増加関数．従って $x_3(k) > x_3(2n) = 12n(n+1)D_1 > 0$ より，$\frac{\partial X_{Z(c_0,0)}}{\partial n} < 0$ が成立.

□ $X_{q_0(c_0,0)}(k,n) \equiv \frac{(n+1)(k-2n)(k(n+2)-2)}{(n+2)(n+1)^2k^2+(n^4+4n^3-6n-2)k-2n(n+2)(n-1)}$

- ▷ (分母) を $x_4(k)$ と置くと，$k > 2n, n \geq 1$ の下で $x_4'(k) = 2(n+2)(n+1)^2k+n^4+4n^3-6n-2>5n^4+20n^3+20n^2+2n-2>0$ より，$x_4(k)$ は k の増加関数．従って $x_4(k) > x_4(2n) = 6n^2D_1 > 0$ より (分母) は正，(分子) も正なので $X_{q_0(c_0,0)}(k,n) > 0$.
- ▷ $X_{q_0(c_0,0)}(k,n) < 1 \Leftrightarrow v_4(k) \equiv (n+1)(n+2)k^2+n(n^2+6n+6)k-2n(n+3)>0$. $k > 2n, n \geq 1$ より，$v_4(k) > v_4(2n) = 6nD_1 > 0$. 従って $X_{q_0(c_0,0)}(k,n) < 1$ が成立.
- ▷ $\frac{\partial X_{q_0(c_0,0)}}{\partial k} = n(n+1)\frac{(n+2)(3n^3+12n^2+12n+2)k^2-4n(n+2)(3n+5)k-4n(n^2-n-3)}{[(n+2)(n+1)^2k^2+(n^4+4n^3-6n-2)k-2n(n+2)(n-1)]^2}$. (分子) を $x_5(k)$ と置くと，$k > 2n, n \geq 1$ の下で $x_5'(k) = 2(n+2)(3n^3+12n^2+12n+2)k-4n(n+2)(3n+5)>12n(n+2)D_1>0$ より，$x_5(k)$ は k の増加関数．従って $x_5(k) > x_5(2n) = 12n(n^2+2n-1)D_1 > 0$ より，$\frac{\partial X_{q_0(c_0,0)}}{\partial k} > 0$ が成立.
- ▷ $\frac{\partial X_{q_0(c_0,0)}}{\partial n} = -\frac{(n+1)^2(n+2)^2k^4+(2n^5+15n^4+40n^3+42n^2+12n-4)k^3-2n(n^5+6n^4+20n^3+42n^2+49n+24)k^2+4n(2n^4+9n^3+18n^2+18n+6)k-8n^2(n^2+2n+3)}{[(n+2)(n+1)^2k^2+(n^4+4n^3-6n-2)k-2n(n+2)(n-1)]^2}$. (分子) を $x_6(k)$ と置くと，$k > 2n, n \geq 1$ の下で $x_6'(k) = 4(n+1)^2(n+2)^2k^3+3(2n^5+15n^4+40n^3+42n^2+12n-4)k^2$

$-4n(n^5+6n^4+20n^3+42n^2+49n+24)k+4n(2n^4+9n^3+18n^2+18n+6)>12n(4n^6+27n^5+62n^4+49n^3-4n^2-14n+2)>0$ より，$x_6(k)$ は k の増加関数．従って $x_6(k)>x_6(2n)=24n^2(n+1)(n^2+2n-1)D_1>0$ より，$\frac{\partial X_{q_0(c_0,0)}}{\partial n}<0$ が成立．

□ $X_{q(c_0,0)}(k,n) \equiv \frac{k(n+2)(k-2n)}{(n+1)(n+2)k^2+n(n^2+6n+6)k-2n(n+3)}$

- ▷ $k>2n, n\geq 1$ の下で (分母)$>2n(3n^3+12n^2+9n-3)>0$ より，$X_{q(c_0,0)}(k,n)>0$.
- ▷ $X_{q(c_0,0)}(k,n)<1 \Leftrightarrow v_5(k) \equiv n[(n+2)k^2+(n^2+8n+10)k-2(n+3)]>0$. $k>2n$, $n\geq 1$ の下で $v_5(k)>v_5(2n)=6nD_1>0$. 従って $X_{q(c_0,0)}(k,n)<1$ が成立．
- ▷ $\frac{\partial X_{q(c_0,0)}}{\partial k}=n(n+2)\frac{(3n^2+12n+10)k^2-4(n+3)k+4n(n+3)}{[(n+1)(n+2)k^2+n(n^2+6n+6)k-2n(n+3)]^2}$. (分子) を $x_7(k)$ と置くと，$k>2n, n\geq 1$ の下で $x_7'(k)=2(3n^2+12n+10)k-4(n+3)>12D_1>0$ より，$x_7(k)$ は k の増加関数．従って $x_7(k)>x_7(2n)=12nD_1>0$ より，$\frac{\partial X_{q(c_0,0)}}{\partial k}>0$ が成立．
- ▷ $\frac{\partial X_{q(c_0,0)}}{\partial n}=-k\frac{(n+2)^2k^3+2(n+1)(n^2+6n+10)k^2-2(n^2+1)(n^2+4n+6)k-4n^2}{[(n+1)(n+2)k^2+n(n^2+6n+6)k-2n(n+3)]^2}$. (分子) を $x_8(k)$ と置くと，$k>2n$, $n\geq 1$ の下で $x_8'(k)=3(n+2)^2k^2+4(n+1)(n^2+6n+10)k-2(n^2+1)(n^2+4n+6)>6(n+1)(3n^3+13n^2+14n-2)>0$ より，$x_8(k)$ は k の増加関数．従って $x_8(k)>x_8(2n)=12n(n+2)D_1>0$ より，$\frac{\partial X_{q(c_0,0)}}{\partial n}<0$ が成立．

□ $X_{Q(c_0,0)}(k,n) \equiv \frac{k(n+2)-2(n+1)}{(n+1)[k(n+2)-2]}$

- ▷ $k>2n, n\geq 1$ の下で (分母)$>2(n+1)(n^2+2n-1)>0$, (分子)$>2(n^2+n-1)>0$ より，$X_{Q(c_0,0)}(k,n)>0$.
- ▷ $X_{Q(c_0,0)}(k,n)<1 \Leftrightarrow kn(n+2)>0$. 従って $X_{Q(c_0,0)}(k,n)<1$ が成立．
- ▷ $\frac{\partial X_{Q(c_0,0)}}{\partial k}=\frac{2n(n+2)}{(n+1)[k(n+2)-2]^2}>0$.
- ▷ $\frac{\partial X_{Q(c_0,0)}}{\partial n}=-k\frac{k(n+2)^2-2(n^2+2n+2)}{(n+1)^2[k(n+2)-2]}$. $k>2n$, $n\geq 1$ の下で (分子) $>2(n^3+3n^2+2n-2)>0$ より，$\frac{\partial X_{Q(c_0,0)}}{\partial n}<0$ が成立．

□ $X_{z_0(c_0,1)}(k,n) \equiv \frac{k(n+2)[k(n^2+4n+2)-2n]}{(n+2)(n^2+2n+2)k^2+4n(k-1)}$

- ▷ $k>2n, n\geq 1$ の下で (分母)，(分子) 共に正．$X_{z_0(c_0,1)}(k,n)>1 \Leftrightarrow n(k-1)(k(n+2)-2)>0$.

□ $X_{Z(c_0,1)}(k,n) \equiv \frac{k(n^2+2n+2)}{k(n^2+4n+2)-2n}$

- ▷ $k>2n, n\geq 1$ の下で (分母)，(分子) 共に正なので，$X_{Z(c_0,1)}(k,n)>0$.
- ▷ $X_{Z(c_0,1)}(k,n)<1 \Leftrightarrow k>1$ より，$X_{Z(c_0,1)}(k,n)<1$ が成立．
- ▷ $\frac{\partial X_{Z(c_0,1)}}{\partial k}=-\frac{2n(n^2+2n+2)}{[k(n^2+4n+2)-2n]^2}<0$.
- ▷ $\frac{\partial X_{Z(c_0,1)}}{\partial n}=-k\frac{2k(n^3+3n^2+6n+6)+2(n^2-2)}{[k(n^2+4n+2)-2n]^2}<0$.

□ $X_{q_0(c_0,1)}(k,n) \equiv \frac{k[k(n+2)(n+1)-n]}{(n+2)(n+1)^2k^2-n(n^2+5n+3)k+2n^2}$

- ▷ $k>2n, n\geq 1$ の下で (分子) は明らかに正．(分母) を $x_9(k)$ と置くと，$x_9'(k)=2(n+2)(n+1)^2k-n(n^2+5n+3)>n(4n^3+15n^2+15n+5)>0$ より，$x_9(k)$ は k の増加関数．従って $x_9(k)>x_9(2n)=2n^2(2n^3+7n^2+5n+2)>0$ より，$X_{q_0(c_0,1)}(k,n)>0$.
- ▷ $X_{q_0(c_0,1)}(k,n)<1 \Leftrightarrow v_6(k) \equiv n[(n+1)(n+2)k^2-(n^2+5n+2)k+2n]>0$. $k>2n, n\geq 1$ の下で $v_6'(k)=n[2(n+1)(n+2)k-(n^2+5n+2)]>n(4n^3+11n^2+3n-2)>0$ より，$v_6(k)$ は k の増加関数．従って $v_6(k)>v_6(2n)=2n^2(n^2+n+3)>0$ より，$X_{q_0(c_0,1)}(k,n)<1$ が成立．
- ▷ $\frac{\partial X_{q_0(c_0,1)}}{\partial k}=-n\frac{(n+1)(n+2)(n^2+4n+2)k^2-4n(n+1)(n+2)k+2n^2}{[(n+2)(n+1)^2k^2-n(n^2+5n+3)k+2n^2]^2}$. (分子) を $x_{10}(k)$ と置くと，$k>2n, n\geq 1$ の下で $x_{10}'(k)=2(n+1)(n+2)(n^2+4n+2)k-4n(n+1)(n+2)>4n(n+1)(n+2)(n^2+4n+1)>0$ より，$x_{10}(k)$ は k の増加関数．従って $x_{10}(k)>x_{10}(2n)=2n^2[2n(n+1)(n+2)(n+4)+1]>0$ より，$\frac{\partial X_{q_0(c_0,1)}}{\partial k}<0$.
- ▷ $\frac{\partial X_{q_0(c_0,1)}}{\partial n}=-k\frac{(n+1)^2(n+2)^2k^3-(n^4+8n^3+22n^2+20n+4)k^2+n(2n^2+11n+8)k-2n^2}{[(n+2)(n+1)^2k^2-n(n^2+5n+3)k+2n^2]^2}$. (分子) を $x_{11}(k)$ と置くと，$k>2n, n\geq 1$ の下で $x_{11}'(k)=3(n+1)^2(n+2)^2k^2-2(n^4+8n^3+22n^2+20n+4)k+n(2n^2+11n+8)>n(12n^5+68n^4+124n^3+58n^2$

$-21n-8)>0$ より，$x_{11}(k)$ は k の増加関数．従って $x_{11}(k) > x_{11}(2n) = 2n^2(n+1)(2n-1)(2n^3+10n^2+14n+1) > 0$ より，$\frac{\partial X_{q_0(c_0,1)}}{\partial n} < 0$.

□ $X_{q(c_0,1)}(k,n) \equiv \frac{k(n+2)}{k(n+1)(n+2)-2n}$

▷ $k > 2n, n \geq 1$ の下で (分母)，(分子) 共に正．$X_{q(c_0,1)}(k,n) < 1 \Leftrightarrow n(k(n+2)-2) > 0$.

▷ $\frac{\partial X_{q(c_0,1)}}{\partial k} = \frac{-2n(n+2)}{[k(n+1)(n+2)-2n]^2} < 0$.

▷ $\frac{\partial X_{q(c_0,1)}}{\partial n} = -\frac{k[k(n+2)^2-4]}{[k(n+1)(n+2)-2n]^2} < 0$.

□ $X_{Q(c_0,1)}(k,n) \equiv \frac{k(n+2)+n(n+1)}{k(n+1)(n+2)-n}$

▷ $k > 2n, n \geq 1$ の下で (分母)，(分子) 共に正．$X_{Q(c_0,1)}(k,n) < 1 \Leftrightarrow n(n+2)(k-1) > 0$.

▷ $\frac{\partial X_{Q(c_0,1)}}{\partial k} = -\frac{n(n+2)[(n+1)^2+1]}{[k(n+1)(n+2)-n]^2} < 0$.

▷ $\frac{\partial X_{Q(c_0,1)}}{\partial n} = -\frac{(n+2)^2k^2-2(n^2+2n+2)k+n^2}{[k(n+1)(n+2)-n]^2}$. (分子) を $x_{12}(k)$ と置くと，$k > 2n, n \geq 1$ の下で $x'_{12}(k)=2(n+2)^2k-2(n^2+2n+2)>2(2n^3+7n^2+6n-2)>0$ より，$x_{12}(k)$ は k の増加関数．従って $x_{12}(k) > x_{12}(2n) = n(2n-1)(2n^2+7n+8) > 0$ より，$\frac{\partial X_{Q(c_0,1)}}{\partial n} < 0$.

□ $X_{z_0(0,0)}(k,n) \equiv \frac{2k}{n[k(n+2)^2-2(n+1)]}$

▷ $k > 2n$ の下で (分母)$> 2nD_1 > 0$ より，$X_{z_0(0,0)}(k,n) > 0$.

▷ $X_{z_0(0,0)}(k,n) < 1 \Leftrightarrow v_7(k) \equiv (n^3+4n^2+4n-2)k-2n(n+1)>0$. $k > 2n, n \geq 1$ より，$v_7(k) > v_7(2n) = 2n(n^3+4n^2+3n-3) > 0$. 従って $X_{z_0(0,0)}(k,n) < 1$ が成立．

▷ $\frac{\partial X_{z_0(0,0)}}{\partial k} = -\frac{4(n+1)}{n[k(n+2)^2-2(n+1)]^2} < 0$.

▷ $\frac{\partial X_{z_0(0,0)}}{\partial n} = -2k\frac{(n+2)(3n+2)k-2(2n+1)}{n^2[k(n+2)^2-2(n+1)]^2}$. $k > 2n,\ n \geq 1$ の下で (分子)$> 2(3n^3+8n^2+2n-1) > 0$ より，$\frac{\partial X_{z_0(0,0)}}{\partial n} < 0$ が成立．

□ $X_{z(0,0)}(k,n) \equiv \frac{k(k-2n)}{(k+n)[k(n+2)^2-2(n+1)]}$

▷ $k > 2n, n \geq 1$ の下で (分母)$> 2(k+n)D_1 > 0$ より，$X_{z(0,0)}(k,n) > 0$.

▷ $X_{z(0,0)}(k,n) < 1 \Leftrightarrow v_8(k) \equiv (n+1)(n+3)k^2+(n^3+4n^2+4n-2)k-2n(n+1)>0$. $k > 2n, n \geq 1$ の下で $v_8(k) > v_8(2n) = 6nD_1 > 0$. 従って $X_{z(0,0)}(k,n) < 1$ が成立．

▷ $\frac{\partial X_{z(0,0)}}{\partial k} = \frac{(3n^3+12n^2+10n-2)k^2-4n(n+1)k+4n^2(n+1)}{(k+n)^2[k(n+2)^2-2(n+1)]^2}$. (分子) を $x_{13}(k)$ と置くと，$k > 2n,\ n \geq 1$ の下で $x'_{13}(k) = 2[(3n^3+12n^2+10n-2)k-2n(n+1)]>12nD_1>0$ より，$x_{13}(k)$ は k の増加関数．従って $x_{13}(k) > x_{13}(2n) = 12n^2D_1 > 0$ より，$\frac{\partial X_{z(0,0)}}{\partial k} > 0$ が成立．

▷ $\frac{\partial X_{z(0,0)}}{\partial n} = -k\frac{(n+2)^2k^2-4n(n+2)^2k-2n(n^3+4n^2+n-3)}{(k+n)^2[k(n+2)^2-2(n+1)]^2}$. (分子) を $x_{14}(k)$ と置くと，$k > 2n,\ n \geq 1$ の下で $x'_{14}(k) = 2(n+2)^2(k-2n)>0$ より，$x_{14}(k)$ は k の増加関数．しかし $x_{14}(k) > x_{14}(2n) = -6nD_1 < 0$ より，(分子) の正負はパラメータに依存し，$\frac{\partial X_{z(0,0)}}{\partial n}$ の符号も未確定．

□ $X_{Z(0,0)}(k,n) \equiv \frac{2(n+1)(k-2n)}{3n[k(n+2)^2-2(n+1)]}$

▷ $k > 2n, n \geq 1$ の下で (分母)$> 6nD_1 > 0$ より，$X_{Z(0,0)}(k,n) > 0$.

▷ $X_{Z(0,0)}(k,n) < 1 \Leftrightarrow v_9(k) \equiv (3n^3+12n^2+10n-2)k-2n(n+1)>0$. $k > 2n, n \geq 1$ の下で $v_9(k) > v_9(2n) = 6nD_1 > 0$. 従って $X_{Z(0,0)}(k,n) < 1$ が成立．

▷ $\frac{\partial X_{Z(0,0)}}{\partial k} = \frac{4(n+1)D_1}{3n[k(n+2)^2-2(n+1)]^2} > 0$.

▷ $\frac{\partial X_{Z(0,0)}}{\partial n} = -\frac{2k}{3}\frac{(n+2)(2n^2+3n+2)k-2(n^4+2n^3+n^2+2n+1)}{n^2[k(n+2)^2-2(n+1)]^2}$. (分子) を $x_{15}(k)$ と置くと，$k > 2n, n \geq 1$ の下で $x_{15}(k) > x_{15}(2n) = 2(n+1)D_1 > 0$ より，$\frac{\partial X_{Z(0,0)}}{\partial n} < 0$ が成立．

□ $X_{q_0(0,0)}(k,n) \equiv \frac{(n+1)(k-2n)[k(n+2)-2]}{[k(n+1)-n(2-n)][k(n+2)^2-2(n+1)]}$

- ▷ $k>2n, n\geq 1$ の下で (分子) は正，(分母) の $k(n+1)-n(2-n)>3n^2>0, k(n+2)^2-2(n+1)>2D_1>0$ より，$X_{q_0(0,0)}(k,n)>0$.
- ▷ $X_{q_0(0,0)}(k,n)<1 \Leftrightarrow v_{10}(k) \equiv (n+1)^2(n+2)k^2+n(n^3+4n^2-6)k-2n^2(n+1)>0$.　$k>2n,\ n\geq 1$ より，$v_{10}(k)>v_{10}(2n)=6n^2D_1>0$. 従って $X_{q_0(0,0)}(k,n)<1$ が成立.
- ▷ $\frac{\partial X_{q_0(0,0)}}{\partial k}=(n+1)\frac{(n+2)(2n+12n^2+12n^3+3n^4+2)k^2-4n(n+1)(n+2)(3n+2)k-4n^2(n^2-3n-7)}{[k(n+1)-n(2-n)]^2[k(n+2)^2-2(n+1)]^2}$. (分子) を $x_{16}(k)$ と置くと，$k>2n,\ n\geq 1$ の下で $x'_{16}(k)=2(n+2)[(2n+12n^2+12n^3+3n^4+2)k-2n(n+1)(3n+2)]>12n^2(n+2)D_1>0$ より，$x_{16}(k)$ は k の増加関数．従って $x_{16}(k)>x_{16}(2n)=12n^2(n^2+2n-1)D_1>0$ より $\frac{\partial X_{q_0(0,0)}}{\partial k}>0$.
- ▷ $\frac{\partial X_{q_0(c_0,0)}}{\partial n}=-\frac{(n+1)^2(n+2)^2k^4+(2n^5+15n^4+40n^3+42n^2+8n-10)k^3-2(n+1)^2(n^4+4n^3+11n^2+16n-2)k^2+4n(2n^4+9n^3+14n^2+12n+2)k-8n^2(n+1)^2}{[k(n+1)-n(2-n)]^2[k(n+2)^2-2(n+1)]^2}$. (分子) を $x_{17}(k)$ と置くと，$k>2n, n\geq 1$ の下で $x'_{17}(k)=4(n+1)^2(n+2)^2k^3+3(2n^5+15n^4+40n^3+42n^2+8n-10)k^2-4(n+1)^2(n^4+4n^3+11n^2+16n-2)k+4n(2n^4+9n^3+14n^2+12n+2)>12n(4n^6+27n^5+62n^4+49n^3-4n^2-14n+2)>0$ より，$x_{17}(k)$ は k の増加関数．従って $x_{17}(k)>x_{17}(2n)=24n^2(n+1)(n^2+2n-1)D_1>0$ より，$\frac{\partial X_{q_0(0,0)}}{\partial n}<0$ が成立.

□ $X_{q(0,0)}(k,n)\equiv\frac{k(n+2)(k-2n)}{(k+n)[k(n+2)^2-2(n+1)]}$

- ▷ $k>2n, n\geq 1$ の下で (分母) の $k(n+2)^2-2(n+1)>2D_1>0$ より，$X_{q(0,0)}(k,n)>0$.
- ▷ $X_{q(0,0)}(k,n)<1 \Leftrightarrow v_{11}(k) \equiv (n+1)(n+2)k^2+(n^3+6n^2+6n-2)k-2n(n+1)>0$.　$k>2n,\ n\geq 1$ の下で $v_{11}(k)>v_{11}(2n)=6nD_1>0$. 従って $X_{q(0,0)}(k,n)<1$ が成立.
- ▷ $\frac{\partial X_{q(0,0)}}{\partial k}=(n+2)\frac{(3n^3+12n^2+10n-2)k^2-4n(n+1)k+4n^2(n+1)}{(k+n)^2[k(n+2)^2-2(n+1)]^2}$. (分子) を $x_{18}(k)$ と置くと，$k>2n, n\geq 1$ の下で $x'_{18}(k)=2[(3n^3+12n^2+10n-2)k-2n(n+1)]>12nD_1>0$ より，$x_{18}(k)$ は k の増加関数．従って $x_{18}(k)>x_{18}(2n)=12n^2D_1>0$ より，$\frac{\partial X_{q(0,0)}}{\partial k}>0$ が成立.
- ▷ $\frac{\partial X_{q(0,0)}}{\partial n}=-k\frac{(n+2)^2k^3+2(n^3+7n^2+16n+11)k^2-2(n^4+4n^3+7n^2+8n+6)k+4n^2}{(k+n)^2[k(n+2)^2-2(n+1)]^2}$. (分子) を $x_{19}(k)$ と置くと，$k>2n$, $n\geq 1$ の下で $x'_{19}(k)=3(n+2)^2k^2+4(n^3+7n^2+16n+11)k-2(n^4+4n^3+7n^2+8n+6)>6(n+1)(3n^3+13n^2+14n-2)>0$ より，$x_{19}(k)$ は k の増加関数．従って $x_{19}(k)>x_{19}(2n)=12n(n+2)D_1>0$ より，$\frac{\partial X_{q(0,0)}}{\partial n}<0$ が成立.

□ $X_{Q(0,0)}(k,n)\equiv\frac{k(n+2)-2(n+1)}{k(n+2)^2-2(n+1)}$

- ▷ $k>2n, n\geq 1$ の下で (分母)$>2D_1>0$, (分子)$>2(n^2+n-1)>0$ より，$X_{Q(0,0)}(k,n)>0$.
- ▷ (分母)>(分子) より $X_{Q(0,0)}(k,n)<1$ は明らか.
- ▷ $\frac{\partial X_{Q(0,0)}}{\partial k}=\frac{2(n+1)^2(n+2)}{[k(n+2)^2-2(n+1)]^2}>0$.
- ▷ $\frac{\partial X_{Q(0,0)}}{\partial n}=-k\frac{k(n+2)^2-2(n+1)^2}{[k(n+2)^2-2(n+1)]^2}$. $k>2n, n\geq 1$ の下で (分子)$>2(n^3+3n^2+2n-1)>0$ より，$\frac{\partial X_{Q(0,0)}}{\partial n}<0$ が成立.

□ $X_{z_0(0,1)}(k,n)\equiv\frac{k(n^2+4n+2)-2n}{k(n+2)^2-2(n+1)}$

- ▷ $k>2n, n\geq 1$ の下で (分母)$>2D_1>0$，(分子)$>2n(n^2+4n+1)>0$ より，$X_{z_0(0,1)}(k,n)>0$.
- ▷ $X_{z_0(0,1)}(k,n)<1 \Leftrightarrow 2(k-1)>0$ より，$X_{z_0(0,1)}(k,n)<1$ が成立.
- ▷ $\frac{\partial X_{z_0(0,1)}}{\partial k}=-\frac{2(n^2+2n+2)}{[k(n+2)^2-2(n+1)]^2}<0$.
- ▷ $\frac{\partial X_{z_0(0,1)}}{\partial n}=\frac{4(k-1)(k(n+2)-1)}{[k(n+2)^2-2(n+1)]^2}>0$.

□ $X_{Z(0,1)}(k,n)\equiv\frac{k(n^2+2n+2)}{k(n+2)^2-2(n+1)}$

- ▷ $k>2n, n\geq 1$ の下で (分母)，(分子) 共に正より，$X_{Z(0,1)}(k,n)>0$.
- ▷ $X_{Z(0,1)}(k,n)<1 \Leftrightarrow 2(k-1)(n+1)>0$ より，$X_{Z(0,1)}(k,n)<1$ が成立.
- ▷ $\frac{\partial X_{Z(0,1)}}{\partial k}=-\frac{2(n+1)(n^2+2n+2)}{[k(n+2)^2-2(n+1)]^2}<0$.
- ▷ $\frac{\partial X_{Z(0,1)}}{\partial n}=\frac{2kn(k-1)(n+2)}{[k(n+2)^2-2(n+1)]^2}>0$.

□ $X_{q_0(0,1)}(k,n)\equiv\frac{k[k(n+1)(n+2)-n]}{[k(n+1)-n][k(n+2)^2-2(n+1)]}$

- ▷ $k>2n, n\geq 1$ の下で (分母), (分子) は明らかに正より，$X_{q_0(0,1)}(k,n)>0$.

- ▷ $X_{q_0(0,1)}(k,n) < 1 \Leftrightarrow v_{12}(k) \equiv (n+1)[(n+1)(n+2)k^2-(n^2+5n+2)k+2n]>0$. $k > 2n, n \geq 1$ の下で $v'_{12}(k) = (n+1)[2(n+1)(n+2)k-(n^2+5n+2)]>(n+1)(4n^3+11n^2+3n-2)>0$ より，$v_{12}(k)$ は k の増加関数．従って $v_{12}(k) > v_{12}(2n) = 2n(n+1)(2n-1)(n^2+3n+1) > 0$ より，$X_{q_0(0,1)}(k,n) < 1$ が成立.
- ▷ $\frac{\partial X_{q_0(0,1)}}{\partial k} = -(n+1)\frac{(n+1)(n+2)(n^2+4n+2)k^2-4n(n+1)(n+2)k+2n^2}{[k(n+1)-n]^2[k(n+2)^2-2(n+1)]^2}$. (分子) を $x_{20}(k)$ と置くと，$k > 2n, n \geq 1$ の下で $x'_{20}(k) = 2(n+1)(n+2)[(n^2+4n+2)k-2n]>4n(n+1)(n+2)(n^2+4n+1)>0$ より，$x_{20}(k)$ は k の増加関数．従って $x_{20}(k) > x_{20}(2n) = 2n^2[2n(n+1)(n+2)(n+4)+1] > 0$ より，$\frac{\partial X_{q_0(0,1)}}{\partial k} < 0$.
- ▷ $\frac{\partial X_{q_0(0,1)}}{\partial n} = -k\frac{(n+1)^2(n+2)^2k^3-(n+1)(n+3)(n^2+4n+2)k^2+2(n^3+5n^2+4n+1)k-2n^2}{[k(n+1)-n]^2[k(n+2)^2-2(n+1)]^2}$. (分子) を $x_{21}(k)$ と置くと，$k > 2n, n \geq 1$ の下で $x'_{21}(k) = 3(n+1)^2(n+2)^2k^2-2(n+1)(n+3)(n^2+4n+2)k+2(n^3+5n^2+4n+1)>2(6n^6+34n^5+62n^4+31n^3-11n^2-8n+1)>0$ より，$x_{21}(k)$ は k の増加関数．従って $x_{21}(k) > x_{21}(2n) = 2n(2n-1)(2n^5+12n^4+24n^3+16n^2+n-2) > 0$ より，$\frac{\partial X_{q_0(0,1)}}{\partial n} < 0$.

□ $X_{q(0,1)}(k,n) \equiv \frac{k(n+2)}{k(n+2)^2-2(n+1)}$

- ▷ $X_{q(0,1)}(k,n) > 0$ は明らか.
- ▷ $k > 2n, n \geq 1$ の下で $X_{q(0,1)}(k,n) < 1 \Leftrightarrow (n+1)(k(n+2)-2) > 0$.
- ▷ $\frac{\partial X_{q(0,1)}}{\partial k} = -\frac{2(n+1)(n+2)}{[k(n+2)^2-2(n+1)]^2} < 0$.
- ▷ $\frac{\partial X_{q(0,1)}}{\partial n} = -\frac{k[k(n+2)^2-2]}{[k(n+2)^2-2(n+1)]^2} < 0$.

□ $X_{Q(0,1)}(k,n) \equiv \frac{k(n+2)+n(n+1)}{k(n+2)^2-2(n+1)}$

- ▷ $X_{q(0,1)}(k,n) > 0$ は明らか．$X_{Q(0,1)}(k,n) < 1 \Leftrightarrow (k-1)(n+1)(n+2) > 0$.
- ▷ $\frac{\partial X_{Q(0,1)}}{\partial k} = -\frac{(n+1)(n+2)[(n+1)^2+1]}{[k(n+2)^2-2(n+1)]^2} < 0$.
- ▷ $\frac{\partial X_{Q(0,1)}}{\partial n} = -\frac{(n+2)^2k^2-(3n^2+8n+6)k+2(n+1)^2}{[k(n+2)^2-2(n+1)]^2} < 0$. (分子) を $x_{22}(k)$ と置くと，$k > 2n$, $n \geq 1$ の下で $x'_{22}(k) = 2(n+2)^2k-(3n^2+8n+6) > 4n^3+13n^2+8n-6 > 0$ より，$x_{22}(k)$ は k の増加関数．従って $x_{22}(k) > x_{22}(2n) = 2(2n-1)(n^3+3n^2+2n-1) > 0$ より，$\frac{\partial X_{Q(0,1)}}{\partial n} < 0$.

A.2　数値計算における民営化前後の社会厚生

□ $(\widehat{c}_0,\beta) = (c_0,0)$ の時

- ▷ $k = 20, n = 1$
  - ○ $W^B = \frac{271c_0^2-180c_0+90}{180}, W^A = \frac{211229c_0^2-155700c_0+155700}{348480}$.
    $c_0 = 0.5$ の時 $W^B \approx 0.3764 > W^A \approx 0.3749$.
- ▷ $c_0 = 0.5, n = 1$
  - ○ $W^B = \frac{3k^3-11k^2-4k-8}{8k(k-2)^2}, W^A = \frac{2187k^3-1944k^2+288k-32}{72k(9k-4)^2}$. $k \lesseqgtr \widetilde{k} \approx 16.327 \Leftrightarrow W^B \lesseqgtr W^A$.
- ▷ $c_0 = 0.5, k = 20$
  - ○ $W^B = -\frac{n^4+n^3+320n^2-3200n-2000}{160(10-n)^2}, W^A = \frac{3000n^6+32400n^5+141010n^4+310870n^3+353859n^2+181319n+22800}{40(n+2)^2(10n^2+39n+39)^2}$.

□ $(\widehat{c}_0,\beta) = (c_0,1)$ の時

- ▷ $k = 20, n = 1$
  - ○ $W^B = \frac{29c_0^2-20c_0+10}{19}, W^A = \frac{212579c_0^2-161100c_0+161100}{348480}$.
    $c_0 = 0.5$ の時 $W^B \approx 0.3816 < W^A \approx 0.3837$.
- ▷ $c_0 = 0.5, n = 1$
  - ○ $W^B = \frac{3k-2}{8(k-1)}, W^A = \frac{2187k^3-972k^2+288k-32}{72k(9k-4)^2}$. $W^B < W^A\ \forall k > 8$.
- ▷ $c_0 = 0.5, k = 20$

- ◦ $W^B = \frac{19n+10}{76}$, $W^A = \frac{600n^6+6560n^5+28762n^4+63635n^3+72490n^2+37144n+4720}{2(n+2)^2(20n^2+78n+78)^2}$.

□ $(\widehat{c}_0, \beta) = (0,0)$ の時

- ▷ $k = 20, n = 1$
  - ◦ $W^B = \frac{271c_0^2-180c_0+90}{180}$, $W^A = \frac{865}{1936} \approx 0.4468$.
    $c_0 = 0.5$ の時 $W^B \approx 0.3764 < W^A \approx 0.4468$.
- ▷ $c_0 = 0.5, n = 1$
  - ◦ $W^B = \frac{3k^3-11k^2-4k-8}{8k(k-2)^2}$, $W^A = \frac{4k(9k-7)}{(9k-4)^2}$. $W^B < W^A \ \forall k > 8$.
- ▷ $c_0 = 0.5, k = 20$
  - ◦ $W^B = -\frac{n^4+n^3+320n^2-3200n-2000}{160(10-n)^2}$, $W^A = \frac{10(n+1)(5n^3+34n^2+77n+57)}{(10n^2+39n+39)^2}$.
    $n \lesseqgtr \widetilde{n} \approx 1.274 \Leftrightarrow W^B \lesseqgtr W^A$.

□ $(\widehat{c}_0, \beta) = (0,1)$ の時

- ▷ $k = 20, n = 1$
  - ◦ $W^B = \frac{29c_0^2-20c_0+10}{19}$, $W^A = \frac{895}{1936} \approx 0.4623$.
    $c_0 = 0.5$ の時 $W^B \approx 0.3816 < W^A \approx 0.4623$.
- ▷ $c_0 = 0.5, n = 1$
  - ◦ $W^B = \frac{3k-2}{8(k-1)}$, $W^A = \frac{4k(9k-1)}{(9k-4)^2}$. $W^B < W^A \ \forall k > 8$.
- ▷ $c_0 = 0.5, k = 20$
  - ◦ $W^B = \frac{19n+10}{76}$, $W^A = \frac{40(n+1)(5n^3+35n^2+80n+59)}{(20n^2+78n+78)^2}$.

□ $\alpha \in [0,1]$, $a = 1$, $c = 0$, $b = 1$, $c_0 = 0.5$, $k = 20$, $n = 1$

- ▷ $W^B_{\beta=0} \approx 0.3764$, $W^A_{\beta=0} = \frac{42245\alpha^2-62280\alpha+124560}{278784}$. $\alpha \lesseqgtr \widetilde{\alpha} \approx 0.4566 \Leftrightarrow W^B \lesseqgtr W^A$.
- ▷ $W^B_{\beta=1} \approx 0.3816$, $W^A_{\beta=1} = \frac{42515\alpha^2-64440\alpha+128880}{278784}$.
  $\alpha \in [0, 0.5455)$ or $(0.9702, 1] \Leftrightarrow W^B < W^A$, $\alpha \in (0.5455, 0.9702) \Leftrightarrow W^B > W^A$.

□ $\beta \in [0,1]$, $a = 1$, $c = 0$, $b = 1$, $c_0 = 0.5$, $k = 20$, $n = 1$

- ▷ $W^B = \frac{-2\beta^6+203\beta^4-384\beta^3-1993\beta^2+2808\beta+4878}{40(3\beta^2-4\beta-18)^2}$.
- ▷ $W^A_{\alpha=1} = \frac{2430\beta+104525}{278784}$, $W^A_{\alpha=0} = \frac{30\beta+865}{1936}$.
  $W^A_{\alpha=1} < W^A_{\alpha=0}$. $\beta \lesseqgtr \widetilde{\beta} \approx 0.9368 \Leftrightarrow W^B \gtreqless W^A_{\alpha=1}$. $W^B < W^A_{\alpha=0} \ \forall \beta \in [0,1]$.

参考文献

[1] 都丸 善央 (2014) 『公私企業間競争と民営化の経済分析（中京大学経済学研究叢書）』, 勁草書房.

[2] 濱田 弘潤 (2017a) 「混合寡占市場における広告競争分析の再考」,『新潟大学経済論集』, 第 102 号 2016–II, 1–25.

[3] 濱田 弘潤 (2017b) 「純粋寡占市場における広告競争分析」,『新潟大学経済論集』, 第 103 号 2017–I, 19–40.

[4] Glaeser, Edward L. and Ujhelyi, Gergely (2010) Regulating Misinformation, *Journal of Public Economics*, 94(3), 247–257.

[5] Hattori, Keisuke and Higashida, Keisaku (2012) Misleading Advertising in Duopoly, *Canadian Journal of Economics*, 45(3), 1154–1187.

[6] Matsumura, Toshihiro and Sunada, Takeaki (2013) Advertising Competition in a Mixed Oligopoly, *Economics Letters*, 119(2), 183–185.

[7] Yanagihara, Mitsuyoshi and Kunizaki, Minoru (2016) *The Theory of Mixed Oligopoly: Privatization, Transboundary Activities, and Their Applications*. Berlin, Germany: Springer.