＜論　説＞

地域産業連関分析について

林　英機・高橋美保

地域産業連関表には対象となる地域と移入の扱いによって次のような4つの基本的な形式があることは［4］において述べた。

地域内競争移入型産業連関表
地域内非競争移入型産業連関表
地域間競争移入型産業連関表
地域間非競争移入型産業連関表

このような各表はそれぞれに異なる構成（詳細は［4］をみよ）及び分析方法や分析能力をもっている。しかし，地域産業連関分析においては，基本的には，全国産業連関表による分析の考え方がほぼそのまま適用可能である。以下においては，上記の4つの地域産業連関表に基づいて作成される地域産業連関モデルによる分析の概要を順次検討する。

1．地域内産業連関表によるモデル

地域内産業連関表はある特定の1地域のみを対象として作成されるものであり，それに基づくモデルによる産業連関波及効果の把握は当該地域内のみに限られるが，地域内表は地域間表に比べて作成がより容易であり，分析の方法も全国表の方法をほぼそのまま適用することができ，日本では都道府県等各地方公共団体において作成され利用されている。以下では，まず，地域内産業連関表に基づくモデルからその構造をみていくことにする。

(1)　地域内競争移入型産業連関モデル

地域内競争移入型産業連関表は全国表の場合の競争輸入型産業連関表に類似した形式をもっている。一言でいえば，地域間取引である移出及び移入を全国表における輸出及び輸入に準ずる扱いをすることによって全国表の場合に準ずるモデルを作成することが可能である（輸出及び輸入の扱いは全国表と同様に地域表においても同じ競争輸入型扱いであるとしている）。

まず，このモデルにおける産出の需給バランスは次のように書くことができる。

$$AX+F_D+F_E+F_O-M-N=X$$

記号を次のように定義する。以下では，生産と産出，商品と産業は同義的に使用される。

A ：投入係数行列

X ：産出額列ベクトル

F_D：地域内最終需要ベクトル

F_E：輸出列ベクトル

F_O：移出列ベクトル

M ：輸入列ベクトル

N ：移入列ベクトル

（地域内最終需要を消費及び投資，さらに消費及び投資をより詳細な需要項目に分割することも可能であるが，ここでは記述の簡略化のために一括表示することにする。）

最終需要等，即ち，F_D，F_E，F_O，M，Nが全て外生として与えられる最も単純なモデルは上記の式をXについて解くことにより，均衡産出額を求めるものとして得ることができる。即ち，Iを単位行列とすると，

$$X=[I-A]^{-1}[F_D+F_E+F_O-M-N]$$

しかし，この型のモデルにおいては，輸入及び移入が外生的に与えられなければならないなど，全国表におけるこの型のモデルと同様の様々な不都合を生ずる。

かくして，全国表の場合と同じように，地域外との取引である輸入と移入をともに内生化したモデルを考えることができるであろう。輸入及び移入の内生化の方法の考え方は全国表の輸入の内生化のそれと基本的に同じである。その相違点は，輸入とともに移入をもその地域の地域内需要に比例する，と考えることである。このことは，分析が地域を対象とするものであるので，当然のことといえる。かくして，商品iの地域内需要は次のように求めることができる。

$$\Sigma_j X_{ij}+F_{Di}$$

$\Sigma_j X_{ij}$は商品iへの中間需要の総額であり，F_{Di}は商品iへの地域内最終需要である。

かくして，商品iの輸入係数m_i及び移入係数n_iは次のようにして求めることができる。

$$m_i=M_i/(\Sigma_j X_{ij}+F_{Di})$$

$$n_i=N_i/(\Sigma_j X_{ij}+F_{Di})$$

ここで，$X_{ij}=a_{ij}X_j$（a_{ij}は投入係数）であるので，かくして，m_i及びn_iを対角要素とする対角行列をそれぞれ$\widehat{M}$及び$\widehat{N}$とすると，輸入及び移入は次のような輸入関数及び移入関数によって書くことができる。

$$M=\widehat{M}(AX+F_D)$$

$$N=\widehat{N}(AX+F_D)$$

即ち，当該地域における輸入及び移入はその地域の地域内需要（＝中間需要＋地域内最終需要）に比例して決まるものと仮定される。これは全国表の場合に輸入を内生化した方法と全く同じ考え方によるものである。

かくして，上記の輸入及び移入関数を先の産出需給バランスに代入すると，

$$AX+F_D+F_E+F_O-\widehat{M}(AX+F_D)-\widehat{N}(AX+F_D)=X$$

Xについてこれを整理すると

$$[I-(I-\widehat{M}-\widehat{N})A]X=(I-\widehat{M}-\widehat{N})F_D+F_E+F_O$$

かくして，これをXについて解くと

$$X=[I-(I-\widehat{M}-\widehat{N})A]^{-1}[(I-\widehat{M}-\widehat{N})F_D+F_E+F_O]$$

のように，均衡産出額についての解が得られる。ここで，$(I-\widehat{M}-\widehat{N})$ は地域内自給率の対角行列となり，$(I-\widehat{M}-\widehat{N})F_D$は地域内産品によって調達される地域内最終需要となる。かくして，上記の解は全国表における輸入内生化モデルの解と基本的に同じものであることがわかる。

このモデルにおいては，地域間取引である移入は国外との取引である輸入と全く同じように扱われており，そして，品目別の地域内需要における当該商品の輸入品と移入品の占める割合は一定であり，さらにその割合は地域内需要の各部門において同じであるということ，即ち，ある商品のどの産業からの中間需要或いはどの地域内最終需要においても輸入品及び移入品の比率は同じであるということが仮定されている。

全国表の場合の競争輸入型表に基づく輸入内生化モデルにおいても，ある商品の国内需要諸項目の各々に占める輸入品の割合が一定であると仮定することには問題があり得ることは指摘されているが，地域経済における移入のウエイトは全国経済における輸入のウエイトよりもはるかに大きく，従って，地域モデルにおける移入係数は全国モデルにおける輸入係数よりもずっと大きくなる。従って，このモデルにおけるように，「移入係数は一定であり，地域内部門のいかんに関わらず差がない」と仮定することには，全国表の輸入係数の場合よりもより問題が大きいといえるであろう。

また，一般に，地域経済における移入については，全国経済における輸入にような正確なデータは存在しない。即ち，国間の取引である輸出入の場合には税関を通過する際に必ず記録されるが，地域間取引である移出や移入については地域間，例えば，県境における関所のようなものはない。従って，地域産業連関表の作成においては移出や移入の推計は極めて困難であり，かくして，上記のような仮定の現実妥当性を検討したり，需要項目ごとの移入係数の相違を測定したりすることは容易なことではない。このような点は地域産業連関表の作成や地域産業連関分析における大きな問題点として残されている。

表1は平成7年関東地域内競争移入型産業連関表（10億円表示）をスペースの節約と計算の簡略化のために2産業（記号表示の際には農鉱工業を1，建設・サービス業を2と表示する）に簡略化して示したものである（詳細については［4］をみよ）。以下ではこの表を用いて，上記で示したモデルを数値的に検討することにする。

表1．平成7年関東地域内競争移入型産業連関表

		中間需要		地域内最終需要	輸出	移出	輸入（控除）	移入（控除）	総産出額
		農鉱工業	建設サービス						
中間投入	農鉱工業	56,821	28,827	47,926	16,152	35,835	▲14,019	▲39,225	132,317
	建設サービス業	27,455	64,516	159,361	4,484	28,305	▲4,710	▲20,290	259,123
	計	84,376	93,344	207,287	20,637	64,139	▲18,729	▲59,515	391,440
古紙・金属屑		178	▲2	▲145	5	16	▲47	▲4	
総付加価値		47,863	165,781						
総産出額		132,317	259,123	207,114	20,642	64,155	▲18,776	▲59,519	

ここでの投入係数は表1より次のように計算することができる。

$$A=\begin{bmatrix} 56821/132317 & 28827/259123 \\ 27455/132317 & 64516/259123 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0.429431 & 0.111248 \\ 0.207494 & 0.248978 \end{bmatrix}$$

かくして，最終需要とともに輸入及び移入をもともに外生とするモデルの逆行列は以下のように計算することができる。

$$[I-A]^{-1}=\begin{bmatrix} 0.570569 & -0.111248 \\ -0.207494 & 0.751022 \end{bmatrix}^{-1}=\begin{bmatrix} 1.852424 & 0.274397 \\ 0.511792 & 1.407330 \end{bmatrix}$$

次に，輸入及び移入を内生化したモデルを考える。地域内需要は各産業別に中間需要＋地域内最終需要として，表1より以下のように求めることができる。

農鉱工業　85648＋ 47926＝133574

建設・サービス業　91971＋159361＝251332

かくして，輸入係数及び移入係数の対角行列は産業別の輸入及び移入を上記の地域内需要によって除することによって次のように求めることができる。

$$\widehat{M}=\begin{bmatrix} 14019/133574 & 0 \\ 0 & 4710/251332 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0.104953 & 0 \\ 0 & 0.018740 \end{bmatrix}$$

$$\widehat{N}=\begin{bmatrix} 39225/133574 & 0 \\ 0 & 20290/251332 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0.293658 & 0 \\ 0 & 0.080730 \end{bmatrix}$$

かくして，地域内自給率の対角行列は次のようになる。

$$[I-\widehat{M}-\widehat{N}]=\left\{\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}0.104953&0\\0&0.018740\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}0.293658&0\\0&0.080730\end{bmatrix}\right\}$$

$$=\begin{bmatrix}0.601389&0\\0&0.900530\end{bmatrix}$$

従って，輸入及び移入を内生化したモデルの逆行列は上記において得られた諸行列を使用して次のように計算することができる。

$$[I-(I-\widehat{M}-\widehat{N})A)]^{-1}=\left\{\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}0.601389&0\\0&0.900530\end{bmatrix}\times\right.$$

$$\left.\begin{bmatrix}0.429431&0.111248\\0.207494&0.248978\end{bmatrix}\right\}^{-1}=\left\{\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}0.258255&0.066903\\0.186855&0.224212\end{bmatrix}\right\}^{-1}$$

$$=\begin{bmatrix}0.741745&-0.066903\\-0.186855&0.775788\end{bmatrix}^{-1}=\begin{bmatrix}1.378111&0.118847\\0.331930&1.317637\end{bmatrix}$$

このようにして求められた逆行列は，中間及び地域内最終需要の一部が輸入及び移入として地域外へ流出していくことが考慮されているために，先の輸入及び移入外生化モデルの逆行列に比べて個々の要素がかなり小さくなっている。

かくして，この地域の輸入及び移入内生化モデルは次のように書くことができる。

$$X=[I-(I-\widehat{M}-\widehat{N})A]^{-1}[(I-\widehat{M}-\widehat{N})F_D+F_E+F_O]$$

$$=\begin{bmatrix}X_1\\X_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1.378111&0.118847\\0.331930&1.317637\end{bmatrix}\left\{\begin{bmatrix}0.601389&0\\0&0.900530\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}F_{D1}\\F_{D2}\end{bmatrix}\right.$$

$$\left.+\begin{bmatrix}F_{E1}\\F_{E2}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}F_{O1}\\F_{O2}\end{bmatrix}\right\}$$

以下ではこのモデルを使用していくつかの実験を試みる。例えば，上記のモデルに

$$\begin{bmatrix}F_{D1}\\F_{D2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}47926\\159361\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}F_{E1}\\F_{E2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}16152\\4484\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}F_{O1}\\F_{O2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}35835\\28305\end{bmatrix}$$

のような産業連関表の各外生最終需要の数字を与えると

$$\begin{bmatrix}X_1\\X_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1.378111&0.118847\\0.331930&1.317637\end{bmatrix}\left\{\begin{bmatrix}0.601389&0\\0&0.900530\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}47926\\159361\end{bmatrix}\right.$$

$$\left.+\begin{bmatrix}16152\\4484\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}35835\\28305\end{bmatrix}\right\}$$

$$=\begin{bmatrix}56776\\198661\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}22792\\11271\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}52749\\49191\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}132317\\259123\end{bmatrix}$$

が得られる。かくして，各最終需要項目の誘発した生産額及びそれに基づいて計算される生産誘発係数は次のように表示することができる。

	生産誘発額				生産誘発係数			
	地域内最終	輸出	移出	計	地域内最終需要	輸出	移出	計
農鉱工業	56776	22792	52749	132317	0.273901	1.104424	0.822417	0.453043
建設サービス業	198661	11271	49191	259123	0.958386	0.546155	0.766944	0.887216
計	255437	34063	101940	391440	1.232287	1.650579	1.589361	1.340259

生産誘発係数は各最終需要項目別生産誘発額をその最終需要項目の総額によって除することによって求めることができる。例えば，地域内最終需要総額は207287億円であるので，

56776／207287＝0.273901

198661／207287＝0.958386　　等々である。

同様な形で各最終需要項目別の付加価値誘発額や移入及び輸入誘発額を計算することができることは明らかである。スペースの関係上記号による算式のみを記すが，数字を当てはめて具体的な数値を計算することは容易である。例えば，付加価値誘発額については

$$V = \hat{v}X = \hat{v}B\,[SF_D + F_E + F_O]$$
$$= \hat{v}BSF_D + \hat{v}BF_E + \hat{v}BF_O$$

（なお，表記の簡略化のために，V：付加価値ベクトル　$\hat{v}$：付加価値係数対角行列　S：自給率（$I-\hat{M}-\hat{N}$）　B：逆行列［$I-(I-\hat{M}-\hat{N})A]^{-1}$と略記している。）

この２部門モデルにおいては，v_1＝47863／＝132317＝0.361730，v_2＝165781／259123＝0.639777，となる。$\hat{v}B$は付加価値準逆行列とよばれる。最終需要項目別付加価値誘発額が求められると，付加価値誘発係数はそれらを各最終需要総額によって除することによって求めることができる。付加価値係数を労働力係数やエネルギー係数に置き換えれば，労働力やエネルギー消費量についての準逆行列を得ることができることは自明である。

また，移入誘発額については，

$$N = \hat{N}\,(AX + F_D) = \hat{N}AX + \hat{N}F_D$$
$$= \hat{N}AB\,[SF_D + F_E + F_O] + \hat{N}F_D$$
$$= \hat{N}\,(I + ABS)\,F_D + \hat{N}ABF_E + \hat{N}ABF_O$$

のように最終需要項目別移入誘発額を計算することができ，それに基づいて移入誘発係数を計算することは容易である。輸入誘発額及び輸入誘発係数も同様に求められる。

ここで関東地域内最終需要に総額100（単位10億円）の増加があったとして，上記のモデルによってその地域内への波及効果を検討することにする。産業連関モデルに適用するためにはこの増加分は商品別に分割されなければならないが，ここでは便宜的にこの100の増加の商品別構

成は増加前のそれと同じであったとすると，その構成は産業連関表の地域内最終需要の品目別構成によって次のように計算することができる。

$$\triangle F_D = \begin{bmatrix} \triangle F_{D1} \\ \triangle F_{D2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100\times(47926/207287) \\ 100\times(159361/207287) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 23.1 \\ 76.9 \end{bmatrix}$$

△は増加分を表わす。先のモデルによってこの地域内最終需要の増加分の波及効果は次のようにして求めることができるであろう。

$$\triangle X = [I-(I-\widehat{M}-\widehat{N})A]^{-1}[I-\widehat{M}-\widehat{N}]\triangle F_D$$

$$= \begin{bmatrix} 1.378111 & 0.118847 \\ 0.331930 & 1.317637 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.601389 & 0 \\ 0 & 0.900530 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 23.1 \\ 76.9 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.378111 & 0.118847 \\ 0.331930 & 1.317637 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 13.9 \\ 69.3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 27.4 \\ 95.8 \end{bmatrix}$$

かくして，この100の地域内最終需要の増加は農鉱工業27.4，建設 サービス業95.8の合計123.2の関東地域内における生産増加を誘発するということになる。このような生産増加は先に生産した生産誘発係数を用いて計算することもできる。

$$0.273901\times 100 = 27.4$$

$$0.958386\times 100 = 95.8$$

このような関東地域における地域内最終需要及び生産の増加は他の地域からの移入を誘発する。移入関数と求められた生産増加額を用いてこれを計算すると，関東地域の移入誘発額は次のように計算することができる。

$$\triangle N = \widehat{N}(A\triangle X + \triangle F_D)$$

$$= \begin{bmatrix} \triangle N_1 \\ \triangle N_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.293657 & 0 \\ 0 & 0.080730 \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} 0.429431 & 0.111248 \\ 0.207494 & 0.248978 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 27.4 \\ 95.8 \end{bmatrix} \right.$$

$$\left. + \begin{bmatrix} 23.1 \\ 76.9 \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} 0.293657 & 0 \\ 0 & 0.080730 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 45.5 \\ 106.4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13.4 \\ 8.6 \end{bmatrix}$$

かくして，関東地域の100の地域内最終需要の増加は農鉱工業13.4，建設 サービス業8.6の移入を誘発することになる。

地域内産業連関モデルにおいて把握可能な生産波及効果はここまでである。しかし，このような波及効果は実際にはさらに継続する。例えば，関東地域の移入増加によって他の地域の移出が増加し，この移出増加は他の地域の生産増加を誘発する。この誘発された生産増加はこの地域以外の地域からの移入を誘発し，関東地域やその他の地域からの移出を誘発し，それはそのような地域の生産増加と移入増加を誘発する，等々であり，このような波及効果は関東地域とその他の地域の間に相互に波及を及ぼし合っていく。このような地域間の相互の波及効果の

分析のためには地域間産業連関表による分析が必要となる。

なお，因みに，上記の最終需要及び生産の増加は国外からの輸入をも誘発する。

$$\triangle M = \widehat{M}(A\triangle X + \triangle F_D)$$

$$= \begin{bmatrix} 0.104953 & 0 \\ 0 & 0.018740 \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} 0.429431 & 0.111248 \\ 0.207494 & 0.248978 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 27.4 \\ 95.8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 23.1 \\ 76.9 \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} 4.8 \\ 2.0 \end{bmatrix}$$

かくして，上記の結果より，この地域内最終需要100の増加のもたらすこの産業連関波及効果のもたらす産出需給バランスは次のようになっていることがわかる。

$$A\triangle X + \triangle F_D - \triangle M - \triangle N = \triangle X$$

$$= \begin{bmatrix} 22.4 \\ 29.5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 23.1 \\ 76.9 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4.8 \\ 2.0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 13.4 \\ 8.6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 27.4 \\ 95.8 \end{bmatrix}$$

また，地域産業連関分析においても，消費を内生化したモデルがしばしば使用される。スペースの関係上，数値例による計算は省略するが，モデルのみを示せば次のようになるであろう。上記のモデルにおいては，地域内最終需要を便宜的にF_Dとして一括表示しているが，このためには，F_Dを消費Ｃと投資I_nに分離しなければならない。かくして，このモデルは次のような５本の連立行列方程式によって表されるであろう。ここで，$\widehat{c}$ は消費係数行列（この設例においては，$c_1 = C_1 / V_1$，$c_2 = C_2 / V_2$によって求められる）であり，$\widehat{v}$ は付加価値係数行列である。

$$X = AX + C + In + F_E + F_O - M - N$$

$$C = \widehat{c}\ V$$

$$V = \widehat{v}\ X$$

$$M = \widehat{M}\ (AX + C + In)$$

$$N = \widehat{N}\ (AX + C + In)$$

かくして，この式をＸについて解くと

$$X = AX + \widehat{c}\ \widehat{v}\ X + In + F_E + F_O - \widehat{M}\ (AX + \widehat{c}\ \widehat{v}\ X + In)$$
$$- \widehat{N}\ (AX + \widehat{c}\ \widehat{v}\ X + In)$$
$$= (I - \widehat{M} - \widehat{N})\,AX + (I - \widehat{M} - \widehat{N})\,\widehat{c}\ \widehat{v}\ X + (I - \widehat{M} - \widehat{N})\,In + F_E + F_O$$
$$= [(I - (I - \widehat{M} - \widehat{N})(A + \widehat{c}\ \widehat{v})]^{-1}\,[(I - \widehat{M} - \widehat{N})\ In + F_E + F_O]$$

かくして，Ｘが求められるならば，Ｃ，Ｖ，Ｍ及びＮを求めることは容易である。

(2) 地域内非競争移入型産業連関モデル

地域内産業連関表が非競争移入型として作成されることは，各地域のそれらを組合せての地域間非競争移入型産業連関表の作成のための下準備であることを除いて，実際にはあまりないと思われるが，概念的にはこのような表に基づくモデルも存在し得る。地域内非競争移入型

産業連関表においては，同じ品目であって地域内産品（及び輸入品）と移入品の使用が区別されて表示されている。(ここでの設例では，移入品のみを非競争化し，輸入品は競争扱いをしているので，輸入品は地域内産品と込みで扱われている。）このような表に基づくモデルは地域内産品について設定される。すなわち，地域内生産についての産出需給バランスは次のように表示される。

$$A^d X + F_D{}^d + F_E + F_O - M = X$$

ここでの新しい記号は次の通りである。

A^d　：地域内産品（及び輸入品）についての投入係数行列

$F_D{}^d$：地域内産品（及び輸入品）への地域内最終需要ベクトル

輸入は地域内産品に対する地域内需要に比例するものと仮定して輸入係数を定義すると，輸入関数は次のように表わされる。

$$M = \widehat{M}\ (A^d X + F_D{}^d)$$

$A^d X$は地域内産品等に対する中間需要，$F_D{}^d$は地域内産品等に対する最終需要であり，その合計は地域内産品等への地域内需要である。$\widehat{M}$ はこの設例によって定義される輸入係数対角行列である。輸出及び移出は全て地域内産品によって行なわれるものと仮定されている。

かくして，先の産出需給バランスは輸入関数を代入すると次のように書ける。

$$A^d + F_D{}^d + F_E + F_O - \widehat{M}\ (A^d X + F_D{}^d) = X$$

これをXについて解くと，地域内産出の均衡解はつぎのように求めることができる。

$$X = [I - (I - \widehat{M})\ A^d]\,[(I - \widehat{M})\ F_D{}^d + F_E + F_O]$$

表2は平成7年関東地域地域内非競争移入型表（10億円表示）を2×2部門に集計したものを実験計算用に簡略表示したものである。以下ではこの表の計数を用いて上記のモデルの若干の数値的検討を試みることにする。まず，この場合の投入係数A^dは地域内産品の投入額を地域内生産額によって除することによって求めることができる。即ち，

$$A^d = \begin{bmatrix} 39881/132317 & 20968/259123 \\ 24100/132317 & 59599/259123 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.301405 & 0.080919 \\ 0.182138 & 0.230003 \end{bmatrix}$$

表2．平成7年関東地域地域内非競争移入型産業連関表

			中間需要		地域内最終需要	輸出	移出	輸入(控除)	移入(控除)	総産出額
			農鉱工業	建設サービス						
中間投入	地域内	農鉱工業	39881	20968	33500	16125	35835	▲14019	0	132317
		建設サービス業	24100	59599	147345	4484	28305	▲4710	0	259123
		計	63981	80567	180845	20637	64139	▲18729	0	391440
	移入品	農鉱工業	16939	7860	14425	0	0	0	▲39225	0
		建設サービス業	3357	4917	12017	0	0	0	▲20290	0
		計	20295	12777	26443	0	0	0	▲59515	0
	計		84276	93344	207287	20637	64139	▲18729	▲59515	391440
古紙・金属屑			178	▲2	▲145	5	16	▲47	▲4	0
総付加価値			47863	165781						
総産出額			132317	259123	207142	20642	64155	▲18776	▲59515	

地域内産品への地域内需要は地域内産品への中間需要と地域内最終需要の合計として上記の産業連関表から求めることができる。(以下では地域内産品等の「等」を省略することがある。)

農鉱工業　60849＋ 33500＝ 94349

建設・サービス業　83699＋147345＝231044

かくして，この設例における輸入係数及びその対角行列は輸入を上記の地域内需要によって除することによって次のように求めることができる。

$$\widehat{M} = \begin{bmatrix} 14019/94349 & 0 \\ 0 & 4710/231044 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.148587 & 0 \\ 0 & 0.020386 \end{bmatrix}$$

従って，

$$[I - \widehat{M}] = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.148587 & 0 \\ 0 & 0.020386 \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} 0.851413 & 0 \\ 0 & 0.979614 \end{bmatrix}$$

かくして，このモデルにおける逆行列は次のようになる。

$$[I-(I-\widehat{M})A^d]^{-1}=\left\{\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}0.851413&0\\0&0.979614\end{bmatrix}\right.$$
$$\left.\times\begin{bmatrix}0.301405&0.080919\\0.182138&0.230003\end{bmatrix}\right\}^{-1}=\left\{\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}0.256620&0.068895\\0.178425&0.225314\end{bmatrix}\right\}^{-1}$$
$$=\begin{bmatrix}0.743380&-0.068895\\-0.178425&0.774686\end{bmatrix}^{-1}=\begin{bmatrix}1.374574&0.122242\\0.316585&1.319000\end{bmatrix}$$

かくして，この例での輸入を内生化した非競争移入型産業連関モデルは次のようになる。

$$X=[I-(I-\widehat{M})A^d]^{-1}[(I-\widehat{M})F_D{}^d+F_E+F_O]$$
$$=\begin{bmatrix}X_1\\X_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1.374574&0.122242\\0.316585&1.319000\end{bmatrix}\left\{\begin{bmatrix}0.851413&0\\0&0.979614\end{bmatrix}\right.$$
$$\left.\times\begin{bmatrix}F_{D1}{}^d\\F_{D2}{}^d\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}F_{E1}\\F_{E2}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}F_{O1}\\F_{O2}\end{bmatrix}\right\}$$

例えば，上記のモデルに以下を与えると，

$$\begin{bmatrix}F_{D1}{}^d\\F_{D2}{}^d\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}33500\\147344\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}F_{E1}\\F_{E2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}16152\\4484\end{bmatrix},\ \begin{bmatrix}F_{O1}\\F_{O2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}35835\\28305\end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix}X_1\\X_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1.374574&0.122242\\0.316585&1.319000\end{bmatrix}\left\{\begin{bmatrix}0.851413&0\\0&0.979614\end{bmatrix}\right.$$
$$\left.\times\begin{bmatrix}33500\\147344\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}16152\\4484\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}35835\\28305\end{bmatrix}\right\}$$
$$=\begin{bmatrix}1.374574&0.122242\\0.316585&1.319000\end{bmatrix}\left\{\begin{bmatrix}28522\\144340\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}16152\\4484\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}35835\\28305\end{bmatrix}\right\}$$
$$=\begin{bmatrix}56850\\199415\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}22750\\11028\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}52717\\48680\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}132317\\259123\end{bmatrix}$$

かくして，最終需要項目別の生産誘発額及びそれに基づく生産誘発係数は以下に示す表のように求められることになる。

先の例と同様に関東地域における総額100（単位10億円）の地域内最終需要の増加の生産等への波及効果をこのモデルによってみることにする。競争移入型表においては一定率の自給率が適用されると仮定されていたが，非競争移入型表においては，地域内産品への需要は各需要項目別に求めることができる。100の増加分の産業別構成が増加前のそれと同じであったとすると，地域内産品への需要は

	生産誘発額				生産誘発係数			
	地域内最終	輸出	移出	計	地域内最終需要	輸出	移出	計
農鉱工業	56850	22750	52717	132317	0.274257	1.102389	0.821918	0.453057
建設サービス業	199415	11028	48680	259123	0.962024	0.534380	0.758977	0.887243
計	256265	33778	101397	391440	1.236281	1.636769	1.580895	1.473679

$$F_D{}^d=\begin{bmatrix}100\times\ 33500/207287\\100\times147344/207287\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}16.2\\71.1\end{bmatrix}$$

となり，その合計は87.3である。従って。需要の一部は直接的に関東地域外からの移入によって賄われるということになる。かくして，関東地域における生産誘発額は

$$\triangle X=[I-(I-\widehat{M})\ A_d]^{-1}\ (I-\widehat{M})\ \triangle F_D{}^d$$

$$=\begin{bmatrix}\triangle X_1\\\triangle X_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1.374574 & 0.122242\\0.316585 & 1.319000\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0.851413 & 0\\0 & 0.979614\end{bmatrix}\begin{bmatrix}16.2\\71.1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}27.5\\96.3\end{bmatrix}$$

かくして，このモデルによれば，関東地域への100の地域内最終需要の増加は関東地域において農鉱工業27.5，建設 サービス業96.3，合計123.8の生産が誘発されることになる。同様の結果は上記の生産誘発効果を用いて計算できる（四捨五入のために末尾の数字がしばしば若干一致しない)。

このモデルにおける関東地域の移入は次のように計算される。

A^n：関東地域の移入品による投入係数

$F_D{}^n$：関東地域による最終需要財の移入

とすると，関東地域の移入は次のように中間需要と最終需要についての移入の合計として求めることができる。

$$N=A^nX+F_D{}^n$$

関東地域の100の地域内最終需要のうち，移入によって直接賄われるものは，移入品の商品構成が変化前と同じとすると，次のように求めることができる。

$$\triangle F_D{}^n=\begin{bmatrix}100\times(14425/207287)\\100\times(12017/207287)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}6.9\\5.8\end{bmatrix}$$

移入品の投入係数は次のように求めることができる。

$$A^n=\begin{bmatrix}16939/132317 & 7860/259123\\3357/132317 & 4917/259123\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.128018 & 0.030333\\0.025371 & 0.018976\end{bmatrix}$$

なお，ここで，$A^d+A^n=A$である（四捨五入のために末尾の数字が一致しない）。

かくして，先の例における中間需要財の移入増加は

$$A^n\triangle X=\begin{bmatrix}0.128018 & 0.030333\\ 0.025371 & 0.018976\end{bmatrix}\begin{bmatrix}27.5\\ 96.3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}6.4\\ 2.5\end{bmatrix}$$

かくして，関東地域の全体的な移入増加は次のようになる。

$$\triangle N=A^n\triangle X+\triangle F_D{}^n=\begin{bmatrix}6.4\\ 2.5\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}6.9\\ 5.8\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}13.3\\ 8.3\end{bmatrix}$$

このように，関東地域での100の地域内最終需要の増加は各産業に13.8及び8.3の合計21.6の他地域からの移入を誘発するということになる。移入を通じての地域間の波及効果は地域内産業連関表によってはこれ以上測定することはできない。

一方，この100の最終需要増加は次のように輸入をも誘発する。

$$\triangle M=\widehat{M}\,(A^d\triangle X+\triangle F_D{}^d)$$

$$=\begin{bmatrix}\triangle M_1\\ \triangle M_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.148587 & 0\\ 0 & 0.020386\end{bmatrix}\left\{\begin{bmatrix}0.301405 & 0.080919\\ 0.182138 & 0.230003\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}27.5\\ 96.3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}16.2\\ 71.1\end{bmatrix}\right\}$$

$$=\begin{bmatrix}0.148587 & 0\\ 0 & 0.020386\end{bmatrix}\left\{\begin{bmatrix}16.1\\ 27.2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}16.2\\ 71.1\end{bmatrix}\right\}=\begin{bmatrix}4.9\\ 2.0\end{bmatrix}$$

かくして，100の地域内最終需要増加の関東地域の産出需給バランスは次のようになる。

$$A^d\triangle X+\triangle F_D{}^d-\triangle M=\triangle X$$

$$=\begin{bmatrix}16.1\\ 27.2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}16.2\\ 71.1\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}4.9\\ 2.0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}27.5\\ 96.3\end{bmatrix}$$

ここで，競争移入型モデルと非競争移入型モデルの相違を検討してみる。それは逆行列の算式と地域内最終需要の計算に現れる。競争移入型モデルの逆行列は

$$[I-(I-\widehat{M}-\widehat{N})\,A]^{-1}$$

であり，非競争移入型モデルの逆行列は次のように計算される。

$$[I-(I-\widehat{M})\,A^d]^{-1}$$

$(I-\widehat{M}-\widehat{N})\,A$と$(I-\widehat{M})\,A^d$はともに輸入品及び移入品を除く地域内産品への投入係数の近似値であるが，前者においては移入品の除去に一律の移入係数が使用されているのに対して，後者においては移入品が移入品投入表によって正確に除かれた地域内産品の投入係数A^dが使用されている点においてより実態に即した計算になっており，いずれも近似計算であるにしても後者の方がより精緻な計算であるといえる。(なお，輸入係数の分母は前者においては輸入及び移入込みの地域内需要であるが，後者においては，輸入は含むが，移入品を除いた

地域内需要となっており，２つのモデルにおいては数値において異っている。）

また，地域内最終需要の計算については，競争移入型モデルにおいては

$$[I - \widehat{M} - \widehat{N}]\ F_D$$

であり，移入品の除去に一律の移入係数Ｎが使用されているが，非競争移入型モデルにおいては

$$[I - \widehat{M}]\ F_D{}^d$$

であり，後者においては移入品が正確に除去された地域内最終需要が使用されている点においてより精緻な近似計算になっている。

一方，モデルを予測等に使用する際には投入係数の安定性が必要とされる。この点について非競争移入型モデルのA^dについては１つの問題がある。即ち，投入係数とは，本来的には，生産技術によって決定される技術係数であって，投入される財貨 サービスについては技術的にはそれが地域内産品であろうと移入品であろうと区別するものではない。しかし，技術的な投入係数が不変であっても，例えば，同一品目について地域内と地域外において価格差がある場合には，地域内産品と移入品の投入割合は地域内外の相対価格の変化によって変化することがあり得る。かくして，地域内産品のみに基づく投入係数A^dの安定性はＡに比べて相対的に劣ったものとなるであろう。

このようなモデル間の得失は全国産業連関表に基づく競争輸入型モデルと非競争輸入型モデルの得失についていえることに準ずるものであるといえるであろう。

なお，付加価値，輸入，移入等の誘発額及び誘発係数の計算や消費の内生化なども先の競争移入型モデルについて述べたものと同じような考え方で行なうことができるが，ここではスペースの関係上割愛する。

2．地域間産業連関表によるモデル

地域間産業連関表の作成は地域内産業連関表よりもより多くのデータ及び労力を要し，それに基づくモデルの分析もより複雑なものとなるが，特定の１地域内の取引の効果のみならず，複数の地域間の交易を通じての地域間の波及効果を測定することができるので，分析能力においては地域内産業連関表に基づくモデルよりもはるかに優れている。地域間産業連関表によるモデルにも競争移入型モデルと非競争移入型モデルがあるが，このうち地域間非競争移入型産業連関モデルは地域産業連関分析の基本ともいうべきものであるので，まず，非競争移入型モデルから説明することが便利であると思われる。

(1) 地域間非競争移入型産業連関モデル

このモデルは地域間非競争移入型産業連関表に基づくモデルであり，その産出需給関係は次のように書くことができる。

$$AX+F_D+F_E-M=X$$

ここでの記号は次の通りである。

A：地域間投入係数行列

n個の地域がある場合，それは次のように表示される。即ち，A_{11}は地域1における地域1の産品及び輸入品からの投入係数行列，A_{21}は地域1における地域2の産品の移入による投入係数行列，---------------，A_{n1}は地域1における地域nの産品の移入による投入係数行列，A_{12}は地域2における地域1の産品の移入による投入係数行列，A_{22}は地域2における地域2の産品及び輸入品による投入係数行列，---------------，A_{n2}は地域2における地域nの産品の移入による投入係数行列，等々による投入係数行列を表わしている。即ち，下記の全体的な行列の対角にある部分行列A_{11}，A_{22}，---------------，A_{nn}は自地域産品と輸入品からの投入係数行列，その他の非対角部分にある各部分行列は他地域からの移入品による投入係数行列を表わしている。各地域の産業分類をmとすれば，各A_{ij}はm×mの行列であり，Aは（m×n）×（m×n）の行列となる。

$$A=\left(\begin{array}{c:c:c:c} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1n} \\ \hdashline A_{21} & A_{22} & \cdots & A_{2n} \\ \hdashline \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \hdashline A_{n1} & A_{n2} & \cdots & A_{nn} \end{array}\right)$$

X：地域別総生産額ベクトル

$$X=\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{pmatrix}$$

ここで，X_1は地域1の総生産額ベクトル，---------------，X_nは地域nの総生産額ベクトルを表わしている。 各X_iはm産業部門の列ベクトルである。

F_D：地域別地域内最終需要ベクトルの全国計ベクトル

$$F_D=\begin{bmatrix} F_{D11}+F_{D12}+\cdots+F_{D1n} \\ F_{D21}+F_{D22}+\cdots+F_{D2n} \\ \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \\ F_{Dn1}+F_{Dn2}+\cdots+F_{Dnn} \end{bmatrix}$$

ここで，F_{D11}は地域１における地域１の産品及び輸入品からの最終需要ベクトル，F_{D12}は地域１の産品に対する地域２の最終需要ベクトル，---------------，F_{D1n}は地域１の産品に対する地域ｎの最終需要ベクトル，F_{D21}は地域２の産品に対する地域１の最終需要ベクトル，F_{D22}は地域２の産品及び輸入品からの地域２の最終需要ベクトル，---------------，F_{D2n}は地域２の商品に対する地域ｎの最終需要ベクトル，等々を表わす。即ち，F_{D11}，F_{D22}，---------------，F_{Dnn}は当該地域の産品と輸入品に対する当該地域の最終需要ベクトルであり，その他のものは当該地域の産品に対する他地域の最終需要ベクトルを表わす。各ベクトルはｍ商品からなる。

E：地域別輸出ベクトル　　M：地域別輸入ベクトル

ここで，E_1は地域１の輸出ベクトル，E_2は地域２の輸出ベクトル，---------------，E_nは地域ｎの輸出ベクトルである。M_1は地域１の輸入ベクトル，M_2は地域２の輸入ベクトル，------------，M_nは地域ｎの輸入ベクトルである。各ベクトルはｍ商品からなっている。

$$F_D=\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \vdots \\ E_n \end{bmatrix}, \quad M=\begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ \vdots \\ M_n \end{bmatrix}$$

各地域の輸入が外生として与えられる場合，各地域の均衡産出額は先の式をＸについて解くことによって，次のように求められる。

$$X=[I-A]^{-1}[F_D+E-M]$$

次に，輸入を内生化したモデルを考える。各地域の輸入額は当該輸入品を使用する地域の地域内需要に比例するものとして輸入関数を考えると，輸入は以下のような式によって表わすことができる。$\widehat{M}$ はこの場合の輸入係数の対角行列である。

$$M=\widehat{M}\ (A^{*}X+F_D^{*})$$

ここで，

$$A^{*}=\begin{bmatrix} A_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & A_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & A_{nn} \end{bmatrix}, \quad F_D^{*}=\begin{bmatrix} F_{D11} \\ F_{D22} \\ \vdots \\ F_{Dnn} \end{bmatrix}$$

A^{*}はA_{11}，A_{22}，-----------，A_{nn}からなる全体的投入係数行列Ａの部分行列からなる行列であり，０は全ての要素がゼロであるようなゼロ行列を表わす。A_{11}，A_{22}，---------------，A_{nn}は当該地域の産品と輸入品からの当該地域の投入係数を表わすＡの対角部分行列である。F_D^{*}は

F_{D11}, F_{D22}, ---------------, F_{Dnn}からなる最終需要ベクトルであり，それらはそれぞれ当該地域の産品と輸入品に対する当該地域の最終需要ベクトルである。

かくして，輸入を内生化したモデルにおいては，各地域の均衡産出額は先の産出需給バランス式に輸入関数を代入した

$$AX+F_D+F_E-\widehat{M}\ (A^*X+F_D^*)=X$$

をXについて解くことによって以下のように求められる。

$$X=[I-(A-\widehat{M}A^*)]^{-1}[F_D-\widehat{M}F_D^*+F_E]$$

表3は経済産業省の平成7年地域間非競争移入型産業連関表を，表示と計算の便宜のために，関東地域とその他の地域の2地域に統合し，産業についても2つの部門に統合して簡略表示した2地域・2産業部門表である。この表からわかるように，地域間非競争移入表から計算される地域間投入係数は自地域内産品（及び輸入品）による投入及び投入係数と他地域からの移入品による投入及び投入係数が区別されている。かくして，投入係数が各地域及び地域間の実態に即して直接的に測定されているという点において，次の節において示す地域間競争移入型産業連関表によるモデルよりも実態をよりよく反映しているといえる。しかし，先に地域内競争移入型モデルと地域内非競争移入型モデルの検討において述べたことと同様に，地域間投入係数の安定性については問題があり得る。また，地域内最終需要についても各地域別及び需要項目別（この設例においては表示と計算の簡略化のために地域内最終需要を一まとめにしているが，それをより詳細な需要項目に分割することは容易である）に自地域産品からの需要と移入による需要に分割されている。

以下においては，表3に示される2地域間産業連関表を用いて上記のモデルを数値的に検討する。関東地域を添字K，その他の地域をOによって表示すると，地域間投入係数行列は各投入列を対応する総生産額によって除することによって次のように求められる。この産業連関表は2地域×2産業であるので，投入係数や逆行列は4×4行列となる。

$$A=\left[\begin{array}{c|c} A_{KK} & A_{KO} \\ \hline A_{OK} & A_{OO} \end{array}\right]$$

$$=\left[\begin{array}{cc|cc} 39881/132317 & 20968/259123 & 12827/198067 & 7910/338763 \\ 24100/132317 & 59599/259123 & 5177/198067 & 8584/338763 \\ \hline 16939/132317 & 7860/259123 & 73424/198067 & 34604/338763 \\ 3357/132317 & 4917/259123 & 32945/198067 & 69466/338763 \end{array}\right]$$

$$=\left[\begin{array}{cc|cc} 0.301405 & 0.080919 & 0.064761 & 0.023350 \\ 0.182138 & 0.230003 & 0.026138 & 0.025339 \\ \hline 0.128018 & 0.030333 & 0.370703 & 0.102148 \\ 0.025371 & 0.018976 & 0.166333 & 0.205058 \end{array}\right]$$

かくして，輸入が外生である場合のモデルの逆行列はこのような投入係数行列より次のようにして求めることができる

$$[\mathrm{I}-\mathrm{A}]^{-1}=\left[\begin{array}{cc:cc} 0.698595 & -0.080919 & -0.064761 & -0.023350 \\ -0.182138 & 0.769997 & -0.026138 & -0.025339 \\ \hdashline -0.128018 & -0.030333 & 0.629297 & -0.102148 \\ -0.025371 & -0.018976 & -0.166333 & 0.794942 \end{array}\right]^{-1}$$

表３．平成７年非競争移入型地域間産業連関表

			中間需要				地域内最終需要		輸出	輸入（控除）	総産出額
			関東		その他の地域		関東	その他の地域			
			農鉱工業	建設サービス	農鉱工業	建設サービス					
中間投入	関東	農鉱工業	39881	20968	12827	7910	33500	15098	16152	▲14019	132317
		建設サービス業	24100	59599	5177	8584	147345	14544	4484	▲4710	259123
		計	63981	80567	18004	16494	180844	29642	20636	▲18729	391440
	その他の地域	農鉱工業	16939	7860	73424	34604	14425	49829	21781	▲20796	198067
		建設サービス業	3357	4917	32945	69466	12017	215752	4377	▲4068	338763
		計	20296	12777	106369	104070	26443	265580	26159	▲24864	536829
	計		84276	93344	124373	120563	207287	295223	46796	▲43592	928269
金属屑・古紙	関東		173	▲2	16	0	▲145	0	5	▲47	0
	その他の地域		4	0	280	▲4	0	▲204	8	▲84	0
	計		178	▲2	296	▲4	▲145	▲204	13	▲132	0
付加価値	関東		46868	162329	2287	7754					0
	その他の地域		995	3452	71111	210449					0
	計		47863	165781	73398	218203					0
総産出額			132317	259123	198067	338763	207142	295019	46809	▲43724	928269

$$=\begin{bmatrix} 1.511156 & 0.167771 & 0.181802 & 0.073096 \\ 0.373481 & 1.344061 & 0.112299 & 0.068243 \\ 0.346460 & 0.108684 & 1.690256 & 0.230835 \\ 0.129638 & 0.060179 & 0.362151 & 1.310215 \end{bmatrix}$$

従って，このモデルは，この例による産業連関表によると，次のように表わされる。添字1及び2はそれぞれ産業（農鉱工業及び建設・サービス業）を表わす。

$$X=[I-A]^{-1}[F_D+F_E-M]$$

$$=\begin{bmatrix} 1.511156 & 0.167771 & 0.181802 & 0.073096 \\ 0.373481 & 1.344061 & 0.112299 & 0.068243 \\ 0.346460 & 0.108684 & 1.690256 & 0.230835 \\ 0.129638 & 0.060179 & 0.362151 & 1.310215 \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} F_{D1KK}+F_{D1KO} \\ F_{D2KK}+F_{D2KO} \\ F_{D1OK}+F_{D1OO} \\ F_{D2OK}+F_{D2OO} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_{E1K} \\ F_{E2K} \\ F_{E1O} \\ F_{E2O} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} M_{1K} \\ M_{2K} \\ M_{1O} \\ M_{2O} \end{bmatrix} \right\}$$

このモデルに各地域の地域内最終需要，輸出及び輸入の各ベクトルを与えると，生産誘発額，輸入誘発額及び地域間交易（地域間の移出入）等を得ることは容易である。

輸入は外生として扱うよりも内生化するのが一般的であるので，次に，より一般化された輸入を内生化したモデル，

$$X=[I-(A-\widehat{M}A^*)]^{-1}[F_D-\widehat{M}F_D^*+F_E]$$

について考えることにする。

まず，輸入係数対角行列 $\widehat{M}$ は地域別品目別の輸入額を対応する地域別地域内需要によって除することによって得られる輸入係数の対角行列として求めることができる。地域別商品別の地域内需要 $A^*X+F_D^*$ は表3から次のように計算することができる。

関東地域農鉱工業	＝39881＋20968＋ 33500＝ 94349
関東地域建設・サービス業	＝24100＋59599＋147345＝231044
その他の地域農鉱工業	＝73424＋34604＋ 49829＝157857
その他の地域建設・サービス業	＝32945＋69466＋215752＝318163

かくして，やはり表3より得られる地域別品目別輸入額を上記の地域内需要によって除することによって計算される地域別商品別の輸入係数を対角に配列することにより，$\widehat{M}$ は次のように求められる。

$$\widehat{\mathrm{M}}=\begin{bmatrix} 14019/94349 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4710/231044 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 20796/157857 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4068/318163 \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} 0.148587 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.020386 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.131739 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.012786 \end{bmatrix}$$

また，A*はAから関東地域及びその他の地域の対角ブロック行列を取り出すことによって次のように求められる。

$$\mathrm{A}^*=\begin{bmatrix} 0.301405 & 0.080919 & 0 & 0 \\ 0.182138 & 0.230003 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.370703 & 0.102148 \\ 0 & 0 & 0.166333 & 0.205058 \end{bmatrix}$$

かくして，

$$[\mathrm{A}-\widehat{\mathrm{M}}\mathrm{A}^*] = \left\{ \begin{bmatrix} 0.301405 & 0.080919 & 0.064761 & 0.023350 \\ 0.182138 & 0.230003 & 0.026138 & 0.025339 \\ 0.128018 & 0.030333 & 0.370703 & 0.102148 \\ 0.025371 & 0.018976 & 0.166333 & 0.205058 \end{bmatrix} - \right.$$

$$\begin{bmatrix} 0.148587 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.020386 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.131739 & 0.012786 \\ 0 & 0 & 0 & 0.012786 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.301405 & 0.080919 & 0 & 0 \\ 0.182138 & 0.230003 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.370703 & 0.102148 \\ 0 & 0 & 0.166333 & 0.205058 \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} 0.256620 & 0.068895 & 0.064761 & 0.023350 \\ 0.178425 & 0.225314 & 0.026138 & 0.025339 \\ 0.128018 & 0.030333 & 0.321867 & 0.088691 \\ 0.025371 & 0.018976 & 0.164206 & 0.202436 \end{bmatrix}$$

かくして，このモデルの逆行列は次のように計算することができる。

$$[1-(A-\widehat{M}A^*)]^{-1}=\begin{bmatrix} 0.743380 & -0.068895 & -0.064761 & -0.023350 \\ -0.178425 & 0.774686 & -0.026138 & -0.025339 \\ -0.128018 & -0.030333 & 0.678133 & -0.088691 \\ -0.025371 & -0.018976 & -0.164206 & 0.797564 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$=\begin{bmatrix} 1.405777 & 0.132602 & 0.154508 & 0.062551 \\ 0.337456 & 1.326260 & 0.098596 & 0.062980 \\ 0.295328 & 0.091499 & 1.550927 & 0.184020 \\ 0.113551 & 0.054611 & 0.326572 & 1.295193 \end{bmatrix}$$

従って，表3の地域間産業連関表に基づく輸入内生化モデルは上記で得られた各行列を代入することによって次のように表わされる。

$$\begin{bmatrix} X_{1K} \\ X_{2K} \\ X_{1O} \\ X_{2O} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1.405777 & 0.132602 & 0.154508 & 0.062551 \\ 0.337456 & 1.326260 & 0.098596 & 0.062980 \\ 0.295328 & 0.091499 & 1.550927 & 0.184020 \\ 0.113551 & 0.054611 & 0.326572 & 1.295193 \end{bmatrix}\left\{\begin{bmatrix} F_{D1KK}+F_{D1KO} \\ F_{D2KK}+F_{D2KO} \\ F_{D1OK}+F_{D1OO} \\ F_{D2OK}+F_{D2OO} \end{bmatrix}\right.$$

$$\left.-\begin{bmatrix} 0.148587 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.020386 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.131739 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.012786 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} F_{D1KK} \\ F_{D2KK} \\ F_{D1OO} \\ F_{D2OO} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} F_{E1K} \\ F_{E2K} \\ F_{E1O} \\ F_{E2O} \end{bmatrix}\right\}$$

このモデルに，例えば，

$$\begin{bmatrix} F_{D1KK}+F_{D1KO} \\ F_{D2KK}+F_{D2KO} \\ F_{D1OK}+F_{D1OO} \\ F_{D2OK}+F_{D2OO} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 33500+15098 \\ 147345+14544 \\ 14425+49829 \\ 12017+215752 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 48598 \\ 161889 \\ 64254 \\ 227769 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} F_{D1KK} \\ F_{D2KK} \\ F_{D1OO} \\ F_{D2OO} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 33500 \\ 147345 \\ 49829 \\ 215752 \end{bmatrix},\quad \begin{bmatrix} F_{E1KK} \\ F_{E2KK} \\ F_{E1OO} \\ F_{E2OO} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 16152 \\ 4484 \\ 21781 \\ 4377 \end{bmatrix}$$

を与えると

$$\begin{bmatrix} X_{1K} \\ X_{2K} \\ X_{1O} \\ X_{2O} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.405777 & 0.132602 & 0.154508 & 0.062551 \\ 0.337456 & 1.326260 & 0.098596 & 0.062980 \\ 0.295328 & 0.091499 & 1.550927 & 0.184020 \\ 0.113551 & 0.054611 & 0.326572 & 1.295193 \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} 48598 \\ 161889 \\ 64254 \\ 227769 \end{bmatrix} \right.$$

$$\left. - \begin{bmatrix} 0.148587 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.020386 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.131739 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.012786 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 33500 \\ 147345 \\ 49829 \\ 215752 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 16152 \\ 4484 \\ 21781 \\ 4377 \end{bmatrix} \right\}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.405777 & 0.132602 & 0.154508 & 0.062551 \\ 0.337456 & 1.326260 & 0.098596 & 0.062980 \\ 0.295328 & 0.091499 & 1.550927 & 0.184020 \\ 0.113551 & 0.054611 & 0.326572 & 1.295193 \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} 48598 \\ 161889 \\ 64254 \\ 227769 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4978 \\ 3004 \\ 6564 \\ 2759 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 16152 \\ 4484 \\ 21781 \\ 4377 \end{bmatrix} \right.$$

$$= \begin{bmatrix} 113960 \\ 251787 \\ 170733 \\ 330348 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 8583 \\ 6485 \\ 12433 \\ 6446 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 26940 \\ 13821 \\ 39767 \\ 14861 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 132317 \\ 259123 \\ 198067 \\ 338763 \end{bmatrix}$$

このような結果の各項目における各々の要素は各最終需要項目によって誘発される地域別産業別総生産額を表わしている。

ここでも，関東地域において総額100（単位:10億円）の地域内最終需要があった場合の効果をこのモデルによって検討することにする。モデルに投入するためにはこの100の増加は地域別産業別に分割されなければならないが，その地域別産業別構成が増加前のそれと同じであったとすると，それは関東地域の地域内最終需要の産業構成によって次のように地域別産業別に分割される。

$$\triangle F_D = \begin{bmatrix} \triangle F_{D1KK} \\ \triangle F_{D2KK} \\ \triangle F_{D1OK} \\ \triangle F_{D2OK} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\ 33500/207287) \times 100 \\ (147345/207287) \times 100 \\ (\ 14425/207287) \times 100 \\ (\ 12017/207287) \times 100 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16.2 \\ 71.1 \\ 6.9 \\ 5.8 \end{bmatrix}$$

このうちの関東地域内産品及び輸入品への地域内最終需要は次のように最終需要財の輸入を誘発する。即ち，

$$\widehat{M} \triangle F_D^{*} = \begin{bmatrix} 0.148587 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.020386 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.131739 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.012786 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 16.2 \\ 71.1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.4 \\ 1.4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

かくして，この地域内最終需要増加による地域別産業別生産誘発額は次のようにして求めることができる。

$$\triangle X = [I - (A - \widehat{M}A^*)]^{-1} [\triangle F_D - \widehat{M}\triangle F_D^*]$$

$$= \begin{bmatrix} \triangle X_{1K} \\ \triangle X_{2K} \\ \triangle X_{1O} \\ \triangle X_{2O} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.405777 & 0.132602 & 0.154508 & 0.062551 \\ 0.337456 & 1.326260 & 0.098596 & 0.062980 \\ 0.295328 & 0.091499 & 1.550927 & 0.184020 \\ 0.113551 & 0.054611 & 0.326572 & 1.295193 \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} 16.2 \\ 71.1 \\ 6.9 \\ 5.8 \end{bmatrix} \right.$$

$$\left. - \begin{bmatrix} 2.4 \\ 1.4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} 33.6 \\ 100.8 \\ 23.1 \\ 15.5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3.3 \\ 2.6 \\ 0.8 \\ 0.3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30.3 \\ 98.2 \\ 22.3 \\ 15.2 \end{bmatrix}$$

かくして,関東地域における100の地域内最終需要の増加は関東地域において農鉱工業の生産を30.3，建設･サービス業の生産を98.2，合計128.5の生産増加を誘発するとともにその他の地域においても農鉱工業の生産22.3，建設・サービス業の生産15.2，合計37.5の生産増加を誘発する。先に示した輸入外生モデルに比べると,需要の一部が輸入となって国外へ流出するため,生産誘発額は小さくなっているはずである。

以下においては，このような誘発効果のバランスチェックを行なう。まず，このような生産増加は地域別産業別に次のような中間需要の発生を伴う。

$$A\triangle X = \begin{bmatrix} 0.301405 & 0.080919 & 0.064761 & 0.023350 \\ 0.182138 & 0.230003 & 0.026138 & 0.025339 \\ 0.128018 & 0.030333 & 0.370703 & 0.102148 \\ 0.025371 & 0.018976 & 0.166333 & 0.205058 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 30.3 \\ 98.2 \\ 22.3 \\ 15.2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18.9 \\ 29.1 \\ 16.7 \\ 9.5 \end{bmatrix}$$

また，この生産増加と最終需要増加は次のような輸入増加を誘発する。

$$\triangle M = \widehat{M} [A^*\triangle X + \triangle F_D^*]$$

$$= \begin{bmatrix} 0.148587 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.020386 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.131739 & 0.012786 \\ 0 & 0 & 0 & 0.012786 \end{bmatrix}$$

$$\times \left\{ \begin{bmatrix} 0.301405 & 0.080919 & 0 & 0 \\ 0.182138 & 0.230003 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.370703 & 0.102148 \\ 0 & 0 & 0.166333 & 0.205058 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 30.3 \\ 98.2 \\ 22.3 \\ 15.2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 16.2 \\ 71.1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} 4.9 \\ 2.0 \\ 1.3 \\ 0.1 \end{bmatrix}$$

かくして，この100の最終需要増加に伴う産出需給バランスは次のようになる。

$$A\triangle X+\triangle F_D-\triangle M=\triangle X$$

$$=\begin{bmatrix}18.9\\29.1\\16.7\\9.5\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}16.2\\71.1\\6.9\\5.8\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}4.9\\2.0\\1.3\\0.1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}30.3\\98.2\\22.3\\15.2\end{bmatrix}$$

また，この結果として発生する地域間交易は次のようになる。まず，中間需要についての取引は移入品についての投入係数の各地における産業別生産誘発額を乗ずることによって求めることができる。即ち，

$$\begin{bmatrix}0&0&0.064761&0.023350\\0&0&0.026138&0.025339\\0.128018&0.030333&0&0\\0.025371&0.018976&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}30.3\\98.2\\22.3\\15.2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0+0+1.4+0.4\\0+0+0.6+0.4\\3.9+3.0+0+0\\0.8+1.9+0+0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1.8\\1.0\\6.9\\2.7\end{bmatrix}$$

さらに，最終需要に関する地域間取引については関東地域のその他の地域からの移入（その他の地域の関東地域への移出）の誘発額はすでに先の関東地域の地域内最終需要の地域別産業別分割によって次のようであることがわかっている。

$$\begin{bmatrix}0\\0\\\triangle F_{D1OK}\\\triangle F_{D2OK}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\6.9\\5.8\end{bmatrix}$$

かくして，この設例における地域間交易額の増加額の合計は次のようである。

$$\begin{bmatrix}1.8\\1.0\\6.9\\2.7\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\0\\6.9\\5.8\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1.8\\1.0\\13.8\\8.5\end{bmatrix}$$

即ち，関東地域からその他の地域への移出＝その他の地域の関東地域からの移入
＝1.8（農鉱工業）＋1.0（建設・サービス業）＝2.8
その他の地域から関東地域への移出＝関東地域のその他の地域からの移入
＝13.8（農鉱工業）＋8.5（建設・サービス業）＝22.3
の地域間交易が誘発されるということになる。

このように地域間非競争移入型産業連関表によるモデルは自地域内における波及効果のみな

らず地域間の移出入を通じて全国に及ぶ波及効果を捉えることができる。先にも述べたように，地域間非競争移入型産業連関表はＩsard型地域間産業連関表ともいわれ，それに基づくモデルは地域間産業連関モデルの最も基本的かつ精緻なモデルであるといえる。しかし，このモデルにおいては，各地域の投入と最終需要を自地域内産品によるものと他地域からの移入品によるものとに区別した詳細な地域間取引の推計を必要とする。このために精緻なＩsard型地域間産業連関表の作成には膨大なデータと作業量を必要とする。かくして，この表の簡略型として作成されるものが地域間競争移入型産業連関表であり，それに基づくモデルはその提案者の名によってChenery - Moses型モデルとよばれている。

⑵ 地域間競争移入型産業連関モデル

地域間競争移入型産業連関表は地域間非競争移入型表の作成が困難である場合にそれに代わるものとして作成される簡略表である。表４は表示の便宜のために２地域２産業に統合した地域間競争移入型表を計算の便宜のためにさらに簡略表示したものである。地域間競争移入型産業連関モデルはこのような表に基づいて作成されるが，この表をみてもわかる通り，表頭に示される各地域の各産業が投入する財貨及びサービスがどの地域からどれだけ供給されているかという供給地域先別の内訳が示されていない。従って，この表から直接計算される投入係数はそのままでは正方行列とはならず（一般に，m産業×（m産業×ｎ地域行列），例えば，表４の場合には，２×４の矩形行列となる），従って，このままでは逆行列を計算して通常の産業連関分析を行なうという手順を採ることはできない。これを可能にするために新しく導入される概念が「地域間交易係数」（この名称はMosesによるものであり，Cheneryは同じものを「地域間供給係数」とよんでいる）といわれるものである。以下に示すモデルはCheneryとMosesによってそれぞれ独立に提案されたものであるので，Chenery-Moses型モデルともよばれている。

かくして，この型のモデルを説明するためにはまず地域間交易係数の意味を明らかにしておかなければならない。地域間交易係数とは，ある地域におけるある商品への地域内需要総額に占める各地域からのその商品の供給額（或いは，各地域へのその商品の需要額）の比率，のことをいう。この定義をさらに明示的にするならば，次のようになる。即ち，商品ｉについてのｒ地域とｓ地域の間の地域間交易係数をt_i^{rs}とすると，

$$t_i^{rs} = \frac{\text{s 地域における r 地域の商品 i への需要額}}{\text{s 地域における商品 i への地域内需要総額}}$$

地域間交易係数は一見してわかりにくい概念であるので，以下においては表４の産業連関表によってそれを例示してみる。農鉱工業を産業或いは商品１，建設・サービス業を産業或いは商品２とし，関東をＫ，その他の地域をＯによって表わすと，各地域間の地域間交易係数はこの２地域２産業モデルにおいては，t_1^{KK}，t_1^{OK}，t_2^{KK}，t_2^{OK}，t_1^{KO}，t_1^{OO}，t_2^{KO}，t_2^{OO}の８つの係数があることになる。

表4．平成7年競争移入型地域間産業連関表

		中間需要				地域内最終需要		輸出	
		関東		その他の地域		関東	その他の地域	関東	その他の地域
		農鉱工業	建設サービス	農鉱工業	建設サービス				
中間投入	農鉱工業	56821	28827	86251	42513	47926	64927	16152	21781
	建設サービス業	27455	64516	38122	78050	159361	230297	4484	4377
	計	84276	93344	124373	120563	207287	295223	20637	26159
古紙・金属屑		178	▲2	296	▲4	▲145	▲204	5	8
総付加価値		47863	165781	73398	218204				
総産出額		132317	259123	198067	338763	207142	295019	20642	26167

		輸入		移出		移入		総生産額		
		関東	その他の地域	関東	その他の地域	関東	その他の地域	関東	その他の地域	計
中間投入	農鉱工業	▲14019	▲20796	35835	39225	▲39225	▲35835	132317	198067	330284
	建設サービス業	▲4710	▲4068	28305	20290	▲20290	▲28305	259123	338763	597886
	計	▲18729	▲24864	64139	59515	▲59515	▲64139	391440	536830	928269
古紙・金属屑		▲47	▲84	16	4	▲4	▲16	0	0	0
総付加価値										
総産出額		▲18776	▲24948	64155	59519	▲59519	▲64155			

以下，表4の数値例を使用してこのような地域間交易係数を計算してみる。

$$t_1^{KK} = \frac{\text{地域K（関東）における地域K（関東）の商品1（農鉱工業）への需要額}}{\text{地域K（関東）における商品1（農鉱工業）への地域内需要総額}} = \frac{\text{関東における農鉱工業への（中間需要＋地域内最終需要－移入）}}{\text{関東における農鉱工業への（中間需要＋地域内最終需要）}}$$

$$= \frac{56821+28827+47926-39225}{56821+28827+47926} = \frac{94349}{133574} = 0.706343$$

$$t_1^{OK} = \frac{\text{地域K（関東）における地域O（その他の地域）の商品1（農鉱工業）への需要額}}{\text{地域K（関東）における商品1（農鉱工業）への地域内需要総額}} = \frac{\text{関東におけるその他の地域からの農鉱工業品の移入}}{\text{関東における農鉱工業への（中間需要＋地域内最終需要）}}$$

$$= \frac{39225}{56821+28827+47926} = \frac{39225}{133574} = 0.293657$$

以下，同様にして，

$$t_2^{KK}=\frac{27455+64516+159361-20290}{27455+64516+159361}=\frac{231042}{251332}=0.919270$$

$$t_2^{OK}=\frac{20290}{27455+64516+159361}=\frac{20290}{251332}=0.080730$$

$$t_1^{KO}=\frac{35835}{86251+42513+64927}=\frac{35835}{193691}=0.185011$$

$$t_1^{OO}=\frac{86251+42513+64927-35835}{86251+42513+64927}=\frac{157856}{193691}=0.814989$$

$$t_2^{KO}=\frac{28305}{38122+78050+230297}=\frac{28305}{346469}=0.081696$$

$$t_2^{OO}=\frac{38122+78050+230297-28305}{38122+78050+230297}=\frac{318164}{346469}=0.918304$$

かくして，この設例においては，

商品１（農鉱工業）について

関東から関東へ	$t_1^{KK}=0.706343$
その他の地域から関東へ	$t_1^{OK}=0.293657$
関東からその他の地域へ	$t_1^{KO}=0.185011$
その他の地域からその他の地域へ	$t_1^{OO}=0.814989$

商品２（建設・サービス業）について

関東から関東へ	$t_2^{KK}=0.919270$
その他の地域から関東へ	$t_2^{OK}=0.080730$
関東からその他の地域へ	$t_2^{KO}=0.081696$
その他の地域からその他の地域へ	$t_2^{OO}=0.918304$

のように地域間の交易を表わす８つの地域間交易係数が得られる。(一般に，地域間交易係数は，商品（産業）数×（地域数）^{2}，の数だけ存在する。上記の２地域２産業表の例においては，それは，$2\times 2^2=8$，であり，或いは，例えば，３地域３産業表の場合には，$3\times 3^2=27$，の地域間交易係数が存在することになる。また，その定義から，地域相互間において，

$$t_1^{KK}+t_1^{OK}=1,\quad t_1^{KO}+t_1^{OO}=1$$

等々であることは明らかである。)

ここで，このような地域間交易係数を次のように配列した行列をＴとする。

$$
T=\left[\begin{array}{cc|cc}
t_1^{KK} & 0 & t_1^{KO} & 0 \\
0 & t_2^{KK} & 0 & t_2^{KO} \\
\hline
t_1^{OK} & 0 & t_1^{OO} & 0 \\
0 & t_2^{OK} & 0 & t_2^{OO}
\end{array}\right]
$$

この設例においては上記の計算結果よりTは次のようになる。

$$
T=\left[\begin{array}{cc|cc}
0.706343 & 0 & 0.185011 & 0 \\
0 & 0.919270 & 0 & 0.081696 \\
\hline
0.293657 & 0 & 0.814989 & 0 \\
0 & 0.080730 & 0 & 0.918304
\end{array}\right]
$$

次に，このような地域間競争移入型産業連関表による投入係数を考える。直接計算できるのはそれぞれの個別の地域の投入係数である。例えば，表4を例とすると，それらは関東地域及びその他の地域別の投入係数行列ということになる。例えば，関東地域のそれをA^K及びその他の地域のそれをA^Oとすると，それらはこの設例では以下のようになる。

$$
A^K=\begin{bmatrix} a_{11}^K & a_{12}^K \\ a_{21}^K & a_{22}^K \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 56821/132317 & 28827/259123 \\ 27455/132317 & 64516/259123 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0.429431 & 0.111248 \\ 0.207494 & 0.248978 \end{bmatrix}
$$

$$
A^O=\begin{bmatrix} a_{11}^O & a_{12}^O \\ a_{21}^O & a_{22}^O \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 86251/198067 & 42513/338763 \\ 38122/198067 & 78050/338763 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0.435464 & 0.125495 \\ 0.192470 & 0.230397 \end{bmatrix}
$$

このようにして計算された投入係数は地域内産品（及び輸入品）と移入品が込みになったものであり，地域間の波及効果の測定のためには，このような投入係数を地域内産品（及び輸入品）によるものと移入品によるものとに分離することが必要になる。このような投入係数の分離は次のようにして行なわれる。

まず，各地域別の投入係数行列をブロック対角に配列した行列をAとする。記号によって表示するならば，この設例では，A^KとA^Oを次のように配列したものとなる。

$$
A=\left[\begin{array}{cc|cc}
a_{11}^K & a_{12}^K & 0 & 0 \\
a_{21}^K & a_{22}^K & 0 & 0 \\
\hline
0 & 0 & a_{11}^O & a_{12}^O \\
0 & 0 & a_{21}^O & a_{22}^O
\end{array}\right]
$$

ここで，先に求めた地域間交易係数行列Tと上記のブロック投入係数行列Aとの積TAを考える。記号表示によると，それは次のようになる。

$$
TA=\left[\begin{array}{cc:cc} t_1^{KK} & 0 & t_1^{KO} & 0 \\ 0 & t_2^{KK} & 0 & t_2^{KO} \\ \hdashline t_1^{OK} & 0 & t_1^{OO} & 0 \\ 0 & t_2^{OK} & 0 & t_2^{OO} \end{array}\right]\left[\begin{array}{cc:cc} a_{11}^{K} & a_{12}^{K} & 0 & 0 \\ a_{21}^{K} & a_{22}^{K} & 0 & 0 \\ \hdashline 0 & 0 & a_{11}^{O} & a_{12}^{O} \\ 0 & 0 & a_{21}^{O} & a_{22}^{O} \end{array}\right]
$$

$$
=\left[\begin{array}{cc:cc} t_1^{KK}a_{11}^{K} & t_1^{KK}a_{12}^{K} & t_1^{KO}a_{11}^{O} & t_1^{KO}a_{12}^{O} \\ t_2^{KK}a_{21}^{K} & t_2^{KK}a_{22}^{K} & t_2^{KO}a_{21}^{O} & t_2^{KO}a_{22}^{O} \\ \hdashline t_1^{OK}a_{11}^{K} & t_1^{OK}a_{12}^{K} & t_1^{OO}a_{11}^{O} & t_1^{OO}a_{12}^{O} \\ t_2^{OK}a_{21}^{K} & t_2^{OK}a_{22}^{K} & t_2^{OO}a_{21}^{O} & t_2^{OO}a_{22}^{O} \end{array}\right]
$$

この行列ＴＡの意味を考えてみる。まず，その第１列をみてみる。ここで，a_{11}^{K}は関東地域における地域内産品，輸入品，移入品込みの農鉱工業製品の投入係数である。この投入係数は，上記の行列においては，地域間交易係数を用いて地域内産品（及び輸入品）による部分と移入品による部分とに分割されている。即ち，a_{11}^{K}はt_1^{KK}とt_1^{OK}を用いて，地域内産品（及び輸入品）による部分$t_1^{KK}a_{11}^{K}$とその他の地域からの移入品による部分$t_1^{OK}a_{11}^{K}$に分割されている（先に示したように，$t_1^{KK}+t_1^{OK}=1$，であり，従って，$t_1^{KK}a_{11}^{K}+t_1^{OK}a_{11}^{K}=a_{11}^{K}$，であることは明らかであろう）。同様に，$a_{21}^{K}$も交易係数$t_2^{KK}$と$t_2^{OK}$によって関東地域内産品等による部分$t_2^{KK}a_{21}^{K}$その他の地域からの移入品による部分$t_2^{KK}a_{21}^{K}$とに分割されている。この行列の他の列についても同様に各地域の投入係数が地域間交易係数を使用して地域内産品等による部分と他の地域からの移入品による部分とに分割されていることがわかる。かくして，この設例においては，関東地域の投入係数行列A^{K}とその他の地域の投入係数行列A^{O}は地域間交易係数行列Ｔによって地域間交易を考慮して分割された地域間投入係数行列に変換されたことになる。

ここで，関東地域の生産総額ベクトル及びその他の地域の総生産額ベクトルをそれぞれ

$$
X^{K}=\begin{bmatrix} X_1^{K} \\ X_2^{K} \end{bmatrix},\quad X^{O}=\begin{bmatrix} X_1^{O} \\ X_2^{O} \end{bmatrix}
$$

とし，これを上記の地域間投入係数行列ＴＡに対応するように次のように配列する。

$$
X^{K}=\begin{bmatrix} X_1^{K} \\ X_2^{K} \\ X_1^{O} \\ X_2^{O} \end{bmatrix}
$$

これをＴＡに乗ずると，次のものが得られる。

$$
TAX=\left[\begin{array}{cc:cc}
t_1^{KK}a_{11}^K & t_1^{KK}a_{12}^K & t_1^{KO}a_{11}^O & t_1^{KO}a_{12}^O \\
t_2^{KK}a_{21}^K & t_2^{KK}a_{22}^K & t_2^{KO}a_{21}^O & t_2^{KO}a_{22}^O \\
\hdashline
t_1^{OK}a_{11}^K & t_1^{OK}a_{12}^K & t_1^{OO}a_{11}^O & t_1^{OO}a_{12}^O \\
t_2^{OK}a_{21}^K & t_2^{OK}a_{22}^K & t_2^{OO}a_{21}^O & t_2^{OO}a_{22}^O
\end{array}\right]\times\left[\begin{array}{c}
X_1^K \\ X_2^K \\ \hdashline X_1^O \\ X_2^O
\end{array}\right]
$$

$$
=\left[\begin{array}{cc:cc}
t_1^{KK}a_{11}^K X_1^K & t_1^{KK}a_{12}^K X_2^K & t_1^{KO}a_{11}^O X_1^O & t_1^{KO}a_{12}^O X_2^O \\
t_2^{KK}a_{21}^K X_1^K & t_2^{KK}a_{22}^K X_2^K & t_2^{KO}a_{21}^O X_1^O & t_1^{KO}a_{12}^O X_2^O \\
\hdashline
t_1^{OK}a_{11}^K X_1^K & t_1^{OK}a_{12}^K X_2^K & t_1^{OO}a_{11}^O X_1^O & t_1^{OO}a_{12}^O X_2^O \\
t_2^{OK}a_{21}^K X_1^K & t_2^{OK}a_{22}^K X_2^K & t_2^{OO}a_{21}^O X_1^O & t_2^{OO}a_{22}^O X_2^O
\end{array}\right]
$$

この結果から明らかなように，関東及びその他の地域の競争移入型の中間投入行列

$$
\begin{bmatrix} a_{11}^K X_1^K & a_{12}^K X_2^K \\ a_{12}^K X_1^K & a_{22}^K X_2^K \end{bmatrix} \text{ 及び } \begin{bmatrix} a_{11}^O X_1^O & a_{12}^O X_2^O \\ a_{22}^O X_1^O & a_{22}^O X_2^O \end{bmatrix}
$$

は地域間交易係数を使用することにより，擬似的な非競争移入型タイプの中間投入行列TAXに組み替えられたことになる。

これに対応して，関東及びその他の地域の地域内最終需要ベクトル

$$
F_D^K=\begin{bmatrix} F_{D1}^K \\ F_{D2}^K \end{bmatrix} \quad \text{及び} \quad F_D^O=\begin{bmatrix} F_{D1}^O \\ F_{D2}^O \end{bmatrix}
$$

も，上記の非競争移入型タイプに変換された中間投入行列に対応するように組み替えられなければならない。これも地域間交易係数行列Tを使用して行なうことができる。即ち，F_D^K及びF_D^Oは次のように組み替えられる。まず，上記の各地域の地域内最終需要を

$$
F_D=\begin{bmatrix} F_{D1}^K \\ F_{D2}^K \\ F_{D1}^O \\ F_{D2}^O \end{bmatrix}
$$

のように，地域別産業別に配列して，これとTとの積TF_Dを求めると，次のような結果が得られる。

$$
TF_D=\begin{bmatrix} t_1^{KK} & 0 & t_1^{KO} & 0 \\ 0 & t_2^{KK} & 0 & t_2^{KO} \\ t_1^{OK} & 0 & t_1^{OO} & 0 \\ 0 & t_2^{OK} & 0 & t_2^{OO} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} F_{D1}^K \\ F_{D2}^K \\ F_{D1}^O \\ F_{D2}^O \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} t_1^{KK}F_{D1}^K+t_1^{KO}F_{D1}^O \\ t_2^{KK}F_{D2}^K+t_2^{KO}F_{D2}^O \\ t_1^{OK}F_{D1}^K+t_1^{OO}F_{D1}^O \\ t_2^{OK}F_{D2}^K+t_2^{OO}F_{D2}^O \end{bmatrix}
$$

このベクトルの要素の前の部分と後の部分

$$\begin{bmatrix} t_1^{KK}F_{D1}^K \\ t_2^{KK}F_{D2}^K \\ t_1^{OK}F_{D1}^K \\ t_2^{OK}F_{D2}^K \end{bmatrix} \text{及び} \begin{bmatrix} t_1^{KO}F_{D1}^O \\ t_2^{KO}F_{D2}^O \\ t_1^{OO}F_{D1}^O \\ t_2^{KO}F_{D2}^O \end{bmatrix}$$

は前者が関東地域の地域内最終需要F_{D1}^K及びF_{D2}^Kがどの地域の産品によって賄われたかを示しており，後者についてはその他の地域の最終需要F_{D1}^O及びF_{D2}^Oが各々の供給地域別にどのように分割されているかをみることができる。

上記の検討結果からわかるように，地域間競争移入型モデルの基本的な考え方は，地域間交易係数という概念を導入することによって，地域間競争移入型産業連関表を擬似的な地域間非競争移入型表に組み替えてしまうということである。(この考え方は全国表による輸入内生化モデルにおいて商品別輸入係数を一様に適用することによって競争輸入型表を擬似非競争輸入型表に組み替えるという考え方と類似している。) ここでの重要な仮定は，地域間交易係数は各々の地域内においては，当該産業のどの需要部門にも一様に適用することができる，とされているということであることに注意しなければならない。かくして，このモデルにおける地域間交易係数の意味と意義は重要である。まず，それは時間的に安定的であるかどうかが検討されなければならない。この係数が時間的に大きく変動するようであれば，モデル自身も安定性を欠くことになる。また，地域間交易係数を全ての需要部門に一様に適用することは，全ての地域間取引の実態を厳密に記述している非競争移入型表に比べて厳密性を欠くということもできるであろう。

以上のことを念頭において，地域間競争移入型産業連関モデルを考える。まず，輸入を外生とするモデルを考えると，上記の検討により次のような需給バランス式が成り立つことは明らかであるであろう。

$$TAX+TF_D+F_E-M=X$$

ここで，先に示したように，TAXは地域間中間需要取引を，TF_Dは地域内最終需要の地域別調達額を表わしている。また，F_EとMはTAXに対応して地域別に配分されているものとする。かくして，ここでの設例によれば，F_E及びMは次の通りである。

$$F_E=\begin{bmatrix} F_{E1}^K \\ F_{E2}^K \\ F_{E1}^O \\ F_{E2}^O \end{bmatrix} \quad \text{及び} \quad M=\begin{bmatrix} M_1^K \\ M_2^K \\ M_1^O \\ M_2^O \end{bmatrix}$$

かくして，このモデルの解は上記の式をXについて解くことにより，次のように得ることができる。(F_Dを消費及び投資，さらにその内訳に分割することは容易である。)

$$X=[I-TA]^{-1}[TF_D+F_E-M]$$

次に，輸入を内生化したモデルを考える。先の地域間非競争移入型モデルの場合と同じように，各品目の輸入額はその輸入品を使用する地域のその品目への地域内需要総額に比例するものとして輸入係数行列 $\widehat{M}$ を求めると，輸入Mは非競争移入型モデルの場合の輸入関数に対応して次のように求めることができるであろう。

$$M=\widehat{M}\ [(TA)^{*}X+(TF_D)^{*}]$$

ここで，(ＴＡ)＊は上記のＴＡのうちの地域間交易部分にあたる部分をゼロとしたブロック対角行列である。即ち，

$$(TA)^{*}=\begin{bmatrix} t_1^{KK}a_{11}^K & t_1^{KK}a_{12}^K & 0 & 0 \\ t_2^{KK}a_{21}^K & t_2^{KK}a_{22}^K & 0 & 0 \\ 0 & 0 & t_1^{OO}a_{11}^O & t_1^{OO}a_{12}^O \\ 0 & 0 & t_2^{OO}a_{21}^O & t_2^{OO}a_{22}^O \end{bmatrix}$$

であり，従って，(ＴＡ)＊Ｘは当該地域産品より供給される中間需要額を表わしている 一方，(ＴＦ$_D$)＊は

$$TF_D=\begin{bmatrix} t_1^{KK}F_{D1}^K+t_1^{KO}F_{D1}^O \\ t_2^{KK}F_{D2}^K+t_2^{KO}F_{D2}^O \\ t_1^{OK}F_{D1}^K+t_1^{OO}F_{D1}^O \\ t_2^{OK}F_{D2}^K+t_2^{OO}F_{D2}^O \end{bmatrix}$$

のうち，当該地域産品より供給される地域別の地域内最終需要を取り出したベクトルであり，即ち，

$$(TF_D)^{*}=\begin{bmatrix} t_1^{KK}F_{D1}^K \\ t_2^{KK}F_{D2}^K \\ t_1^{OO}F_{D1}^O \\ t_2^{OO}F_{D2}^O \end{bmatrix}$$

を表わしている。かくして，先の需給バランス式はMに上記の輸入関数を代入することによって次のように書き替えられる。

$$TAX+TF_D+F_E-\widehat{M}\ [(TA)^{*}X+(TF_D)^{*}]=X$$

かくして，このモデルの産出解は上記の式をXについて解くことによって次のように求めることができる。

$$X=\{[I-[TA-\widehat{M}\ (TA)^{*}]\}^{-1}([TF_D-\widehat{M}\ (TF_D)^{*}+F_E\}$$

以下においては，表４に示した２地域２産業表を使用して上記のモデルを数値的に検討することにする。

まず，輸入を外生としたモデルを考える。このモデルは次のように表わされる。

$$X = [I - TA]^{-1}[TF_D + F_E - M]$$

先の計算よりTとAは既知であるので，

$$TA = \begin{bmatrix} 0.706343 & 0 & 0.185011 & 0 \\ 0 & 0.919270 & 0 & 0.081696 \\ 0.293657 & 0 & 0.814989 & 0 \\ 0 & 0.080730 & 0 & 0.918304 \end{bmatrix} \times$$

$$\begin{bmatrix} 0.429431 & 0.111248 & 0 & 0 \\ 0.207494 & 0.248978 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.435464 & 0.125495 \\ 0 & 0 & 0.192470 & 0.230397 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.303326 & 0.078579 & 0.080566 & 0.023218 \\ 0.190743 & 0.228878 & 0.015724 & 0.018823 \\ 0.126105 & 0.032669 & 0.354898 & 0.102277 \\ 0.016751 & 0.020100 & 0.176746 & 0.211574 \end{bmatrix}$$

ここで，例えば，上記の第1列をみると

$$0.303326 + 0.126105 \quad 0.429431$$

$$0.190743 + 0.016751 = 0.207494$$

であり，競争移入型表の投入係数が地域間交易係数によって当該地域産品等による部分と移入品による部分に分割されていることを確認することができるであろう。他の列についても同様のことを確認することができる。

かくして，このモデルの逆行列は次のようにして求めることができる。

$$[I - TA]^{-1} = \begin{bmatrix} 0.696674 & -0.078579 & -0.080566 & -0.023218 \\ -0.190743 & 0.771122 & -0.015724 & -0.018823 \\ -0.126105 & -0.032669 & 0.645102 & -0.102277 \\ -0.016751 & -0.020100 & -0.176746 & 0.788426 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.521667 & 0.166173 & 0.215099 & 0.076681 \\ 0.386106 & 1.341691 & 0.096235 & 0.055886 \\ 0.335624 & 0.110333 & 1.657072 & 0.227478 \\ 0.117412 & 0.062469 & 0.378499 & 1.322399 \end{bmatrix}$$

従って，このモデルはここでの設例では次のようになる。

$$X = [I - TA]^{-1}[TF_D + F_E - M]$$

$$= \begin{bmatrix} X_1^K \\ X_2^K \\ X_1^O \\ X_2^O \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.521667 & 0.166173 & 0.215099 & 0.076681 \\ 0.386106 & 1.341691 & 0.096235 & 0.055886 \\ 0.335624 & 0.110333 & 1.657072 & 0.227478 \\ 0.117412 & 0.062469 & 0.378449 & 1.322399 \end{bmatrix}$$

$$\times \left\{ \begin{bmatrix} 0.706343 & 0 & 0.185011 & 0 \\ 0 & 0.919270 & 0 & 0.081696 \\ 0.293657 & 0 & 0.814989 & 0 \\ 0 & 0.080730 & 0 & 0.918304 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{D1}^K \\ F_{D2}^K \\ F_{D1}^O \\ F_{D2}^O \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_{E1}^K \\ F_{E2}^K \\ F_{E1}^O \\ F_{E2}^O \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} M_{E1}^K \\ M_{E2}^K \\ M_{E1}^O \\ M_{E2}^O \end{bmatrix} \right\}$$

例えば，表4より，F_D，F_E及びMを求めると

$$\begin{bmatrix} F_{D1}^K \\ F_{D2}^K \\ F_{D1}^O \\ F_{D2}^O \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 47926 \\ 159361 \\ 64927 \\ 230297 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} F_{E1}^K \\ F_{E2}^K \\ F_{E1}^O \\ F_{E2}^O \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16512 \\ 4484 \\ 21781 \\ 4377 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} M_1^K \\ M_2^K \\ M_1^O \\ M_2^O \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14019 \\ 4710 \\ 20795 \\ 4068 \end{bmatrix}$$

であり，それらを与えると，次のように最終需要項目等別に誘発された地域別産業別の生産額の解を得ることができる。F_Dを細分してそれらの効果をみることは容易である。

$$\begin{bmatrix} X_1^K \\ X_2^K \\ X_1^O \\ X_2^O \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 128872 \\ 25848 \\ 195672 \\ 337745 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 30344 \\ 14594 \\ 43005 \\ 16209 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 26900 \\ 13961 \\ 40609 \\ 15191 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 132317 \\ 259123 \\ 198067 \\ 338763 \end{bmatrix}$$

先に，地域間競争移入型モデルとは，まず，地域間交易係数によって競争移入型産業連関表を擬似的非競争移入型表に変換した後において擬似非競争移入型的産業連関モデルを構築するものであることを述べた。表5は表4に示す競争移入型表を地域間交易係数を使用して擬似非競争移入型化したものである。上記のモデルはこのようにして擬似非競争移入型化された産業連関表によって非競争移入型モデルを作成することと同じものである。この表5はモデルの基礎となっている産出需給バランス

$$TAX + TF_D + F_E - M = X$$

に基づいている。即ち，地域別産業別中間需要については

$$
TAX=\begin{bmatrix} 0.303326 & 0.078579 & 0.080566 & 0.023218 \\ 0.190743 & 0.228878 & 0.015724 & 0.018823 \\ 0.126105 & 0.032669 & 0.354898 & 0.102277 \\ 0.016751 & 0.020100 & 0.176746 & 0.211574 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 132317 \\ 259123 \\ 198067 \\ 338763 \end{bmatrix}
$$

$$
=\begin{bmatrix} 40135 & 20362 & 15957 & 7865 \\ 25239 & 59308 & 3114 & 6377 \\ 16686 & 8465 & 70294 & 34648 \\ 2216 & 5208 & 35008 & 71673 \end{bmatrix}
$$

によって擬似非競争移入化されていることは明らかであろう。地域内最終需要については

$$
TF_D=\begin{bmatrix} 0.706343 & 0 & 0.185011 & 0 \\ 0 & 0.919270 & 0 & 0.081696 \\ 0.293657 & 0 & 0.814989 & 0 \\ 0 & 0.080730 & 0 & 0.918304 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 47926 \\ 159361 \\ 64927 \\ 230297 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 33852+ & 12012 \\ 146496+ & 18814 \\ 14074+ & 52915 \\ 12865+ & 211483 \end{bmatrix}
$$

によって地域別産業別の供給先を得ることができる。さらに，若干の計数整理によって以下の表５を得ることは容易である。この表より求められる投入係数表を使用した非競争移入型モデルは上記と同じ結果を与える。(表５が表３をいかに近似しているかを比較することは興味深いであろう。しかし，厳密な比較のためにはより詳細な表による検討が必要である。)

以下においては，輸入を内生化したモデル

$$
X=\{I-[TA-\widehat{M}(TA)^*]\}^{-1}\{[TF_D-\widehat{M}(TF_D)^*]+F_E\}
$$

の検討を表４を使用して行なう。

まず，輸入係数行列 $\widehat{M}$ を求めることにする。ここでは次のような輸入関数が仮定されている。即ち，品目別輸入は対応する地域内需要に比例するとされている。

$$
M=\widehat{M}\,[(TA)^*X+(TF_D)^*]
$$

ここで，先に示した式に数字を代入すると，

$$
(TA)^*X=\begin{bmatrix} 0.303326 & 0.078579 & 0 & 0 \\ 0.190743 & 0.228878 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.354898 & 0.102277 \\ 0 & 0 & 0.176746 & 0.211574 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 132317 \\ 259123 \\ 198067 \\ 338763 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 60497 \\ 84547 \\ 104942 \\ 106681 \end{bmatrix}
$$

$$
(TF_D)^*=\begin{bmatrix} 0.706343\times 47926 \\ 0.919270\times 159361 \\ 0.814989\times 64927 \\ 0.918304\times 230297 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 33852 \\ 146496 \\ 52915 \\ 211483 \end{bmatrix}
$$

表5．地域間交易係数を用いて擬似非競争移入型化された表4

			中間需要				地域内最終需要		輸出	輸入（控除）	総産出額
			関東		その他の地域		関東	その他の地域			
			農鉱工業	建設サービス	農鉱工業	建設サービス					
中間投入	関東	農鉱工業	40135	20362	15957	7865	33852	12012	16152	▲14019	132317
		建設サービス業	25239	59308	3114	6377	146496	18814	4484	▲4710	259123
	その他の地域	農鉱工業	16686	8465	70294	34648	14074	52915	21781	▲20796	198067
		建設サービス業	2216	5208	35008	71673	12865	211483	4377	▲4068	338763
古紙等	関東		173	▲2	16	0	▲145	0	5	▲47	0
	その他の地域		4	0	280	▲4	0	▲204	8	▲84	0
総付加価値			47863	165781	73398	218024					
総生産額			132317	259123	198067	338763	207142	295019	46809	▲43724	928269

地域別商品別の輸入係数は地域別商品別輸入額を上記で求めた対応する地域内需要（ＴＡＸ）＊＋（ＴＦ$_D$）＊によって除することによって求めることができる。

$$\begin{bmatrix} m_1{}^K \\ m_2{}^K \\ m_1{}^O \\ m_2{}^O \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14019/(\ 60497+\ 33852) \\ 4710/(\ 84547+146496) \\ 20796/(104942+\ 52915) \\ 4068/(106681+211483) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.148587 \\ 0.020386 \\ 0.131739 \\ 0.012786 \end{bmatrix}$$

従って，それらの対角行列Mを作ると，

$$\widehat{M} = \begin{bmatrix} 0.148587 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.020386 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.131739 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.012786 \end{bmatrix}$$

以下，既知の数値を使用して逆行列を得るための手順を進めると

$$\widehat{M}(TA)^{*}=\begin{bmatrix} 0.148587 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.020386 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.131739 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.012786 \end{bmatrix}\times$$

$$\begin{bmatrix} 0.303326 & 0.078579 & 0 & 0 \\ 0.190743 & 0.228878 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.354898 & 0.102277 \\ 0 & 0 & 0.176746 & 0.211574 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0.045070 & 0.011676 & 0 & 0 \\ 0.003888 & 0.004666 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.046754 & 0.013474 \\ 0 & 0 & 0.002260 & 0.002705 \end{bmatrix}$$

さらに，既知の数値を使用して，

$$TA-\widehat{M}(TA)^{*}=\begin{bmatrix} 0.303326 & 0.078579 & 0.080566 & 0.023218 \\ 0.190743 & 0.228878 & 0.015724 & 0.018823 \\ 0.126106 & 0.032669 & 0.354898 & 0.102277 \\ 0.016751 & 0.020100 & 0.176746 & 0.211574 \end{bmatrix}-$$

$$\begin{bmatrix} 0.045070 & 0.011676 & 0 & 0 \\ 0.003888 & 0.004666 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.046754 & 0.013474 \\ 0 & 0 & 0.002260 & 0.002705 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0.258256 & 0.066903 & 0.080566 & 0.023218 \\ 0.186855 & 0.224212 & 0.015724 & 0.018823 \\ 0.126106 & 0.032669 & 0.308144 & 0.088803 \\ 0.016751 & 0.020100 & 0.174486 & 0.208869 \end{bmatrix}$$

かくして，このモデルの逆行列は次のように計算することができる。

$$\{I-[TA-\widehat{M}(TA)^{*}]\}^{-1}$$

$$=\begin{bmatrix} 0.741744 & -0.066903 & -0.080566 & -0.023218 \\ -0.186855 & 0.775788 & -0.015724 & -0.018823 \\ -0.126106 & -0.032669 & 0.691856 & -0.088803 \\ -0.016751 & -0.020100 & -0.174486 & 0.791131 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$=\begin{bmatrix} 1.413050 & 0.131391 & 0.184118 & 0.065292 \\ 0.348889 & 1.323945 & 0.083611 & 0.051124 \\ 0.287331 & 0.093795 & 1.526893 & 0.182055 \\ 0.102176 & 0.057106 & 0.342783 & 1.306847 \end{bmatrix}$$

かくして，この設例による輸入を内生化した2地域2産業競争移入型モデルの産出Xの一般解は，計算済みの数値を順次代入して整理していけば，次のように集約していくことができる。即ち，

$$X=\{I-[TA-\widehat{M}(TA)^{*}]\}^{-1}\{[TF_{D}-\widehat{M}(TF_{D})^{*}]+F_{E}\}$$

$$=\begin{bmatrix} 1.414050 & 0.131391 & 0.184118 & 0.065292 \\ 0.348889 & 1.323945 & 0.083611 & 0.051124 \\ 0.287331 & 0.093795 & 1.526893 & 0.182055 \\ 0.102176 & 0.057106 & 0.342783 & 1.306847 \end{bmatrix}$$

$$\times\left\{\begin{bmatrix} 0.706343 & 0 & 0.185011 & 0 \\ 0 & 0.919270 & 0 & 0.081696 \\ 0.293657 & 0 & 0.814989 & 0 \\ 0 & 0.080730 & 0 & 0.918304 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} F_{D1}^{K} \\ F_{D2}^{K} \\ F_{D1}^{O} \\ F_{D2}^{O} \end{bmatrix}\right.$$

$$\left.-\begin{bmatrix} 0.148587 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.020386 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.131739 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.012786 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0.706343F_{D1}^{K} \\ 0.919270F_{D2}^{K} \\ 0.814989F_{D1}^{O} \\ 0.918304F_{D2}^{O} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} F_{E1}^{K} \\ F_{E2}^{K} \\ F_{E1}^{O} \\ F_{E2}^{O} \end{bmatrix}\right\}$$

$$=\begin{bmatrix} 1.414050 & 0.131391 & 0.184118 & 0.065292 \\ 0.348889 & 1.323945 & 0.083611 & 0.051124 \\ 0.287331 & 0.093795 & 1.526893 & 0.182055 \\ 0.102176 & 0.057106 & 0.342783 & 1.306847 \end{bmatrix}$$

$$\times\left\{\begin{bmatrix} 0.706343F_{D1}^{K}+0.185011F_{D1}^{O} \\ 0.919270F_{D2}^{K}+0.081696F_{D2}^{O} \\ 0.080730F_{D1}^{K}+0.814989F_{D1}^{O} \\ 0.080730F_{D2}^{K}+0.918304F_{D2}^{O} \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} 0.104953F_{D1}^{K} \\ 0.018740F_{D2}^{K} \\ 0.107366F_{D1}^{O} \\ 0.011741F_{D2}^{O} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} F_{E1}^{K} \\ F_{E2}^{K} \\ F_{E1}^{O} \\ F_{E2}^{O} \end{bmatrix}\right\}$$

$$=\begin{bmatrix} 1.414050 & 0.131391 & 0.184118 & 0.065292 \\ 0.348889 & 1.323945 & 0.083611 & 0.051124 \\ 0.287331 & 0.093795 & 1.526893 & 0.182055 \\ 0.102176 & 0.057106 & 0.342783 & 1.306847 \end{bmatrix}$$

$$\times\left\{\begin{bmatrix} 0.601390F_{D1}^{K}+0.185011F_{D1}^{O} \\ 0.900530F_{D2}^{K}+0.081696F_{D2}^{O} \\ 0.293657F_{D1}^{K}+0.707623F_{D1}^{O} \\ 0.080730F_{D2}^{K}+0.906563F_{D2}^{O} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} F_{E1}^{K} \\ F_{E2}^{K} \\ F_{E1}^{O} \\ F_{E2}^{O} \end{bmatrix}\right\}$$

$$=\begin{bmatrix} 1.414050 & 0.131391 & 0.184118 & 0.065292 \\ 0.348889 & 1.323945 & 0.083611 & 0.051124 \\ 0.287331 & 0.093795 & 1.526893 & 0.182055 \\ 0.102176 & 0.057106 & 0.342783 & 1.306847 \end{bmatrix}$$

$$\times\left\{\begin{bmatrix} 0.601390 & 0 & 0.185011 & 0 \\ 0 & 0.900530 & 0 & 0.081696 \\ 0.293657 & 0 & 0.707623 & 0 \\ 0 & 0.080730 & 0 & 0.906563 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} F_{D1}^{K} \\ F_{D2}^{K} \\ F_{D1}^{O} \\ F_{D2}^{O} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} F_{E1}^{K} \\ F_{E2}^{K} \\ F_{E1}^{O} \\ F_{E2}^{O} \end{bmatrix}\right\}$$

かくして，F_D及びF_Eが与えられると，Xの解が得られる。例えば，表4より

$$\begin{bmatrix} F_{D1}{}^{K} \\ F_{D2}{}^{K} \\ F_{D1}{}^{O} \\ F_{D2}{}^{O} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 47926 \\ 159361 \\ 64927 \\ 230297 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} F_{E1}{}^{K} \\ F_{E2}{}^{K} \\ F_{E1}{}^{O} \\ F_{E2}{}^{O} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16512 \\ 4484 \\ 21781 \\ 4377 \end{bmatrix}$$

を求め，上記のモデルに代入すると，以下のように表4の地域別産業別産出総額を再生することができることは明らかである。

$$\begin{bmatrix} X_1{}^{K} \\ X_2{}^{K} \\ X_1{}^{O} \\ X_2{}^{O} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.414050 & 0.131391 & 0.184118 & 0.065292 \\ 0.348889 & 1.323945 & 0.083611 & 0.051124 \\ 0.287331 & 0.093795 & 1.526893 & 0.182055 \\ 0.102176 & 0.057106 & 0.342783 & 1.306847 \end{bmatrix}$$

$$\times \left\{ \begin{bmatrix} 0.601390 & 0 & 0.185011 & 0 \\ 0 & 0.900530 & 0 & 0.081696 \\ 0.293657 & 0 & 0.707623 & 0 \\ 0 & 0.080730 & 0 & 0.906563 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 47926 \\ 159361 \\ 64927 \\ 230297 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 16152 \\ 4484 \\ 21781 \\ 4377 \end{bmatrix} \right\}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.414050 & 0.131391 & 0.184118 & 0.065292 \\ 0.348889 & 1.323945 & 0.083611 & 0.051124 \\ 0.287331 & 0.093795 & 1.526893 & 0.182055 \\ 0.102176 & 0.057106 & 0.342783 & 1.306847 \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} 40834 \\ 162324 \\ 60018 \\ 221644 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 16152 \\ 4484 \\ 21781 \\ 4377 \end{bmatrix} \right\}$$

$$= \begin{bmatrix} 104592 \\ 245505 \\ 158951 \\ 323671 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 27725 \\ 13617 \\ 39116 \\ 15093 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 132317 \\ 259123 \\ 198067 \\ 338763 \end{bmatrix}$$

上記の産出総額は表4の産業別産出総額であって，その各内訳はそれぞれ地域内最終需要F_D及び輸出F_Eによって誘発された産出額を示す。F_Dを消費及び投資，さらにその詳細な項目に分割して，それらの生産誘発効果をみることは簡単なモデルの拡大である。

ここでも，関東地域における総額100（単位:10億円）の地域内最終需要増加の効果をこのモデルによって検討してみる。モデルに投入するためにはこれを産業別に分割する必要があるが，それは増加前と同じ産業別構成比をもつと仮定して，産業1及び2に分割する

$$\triangle F_D = \begin{bmatrix} \triangle F_{D1}{}^{K} \\ \triangle F_{D2}{}^{K} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100\times\ (\ 47926/207287) \\ 100\times\ (159361/207287) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 23.1 \\ 76.9 \end{bmatrix}$$

これを上記のモデルに代入すると（輸出は変化なしと仮定されているので$\triangle F_E$はゼロ）

$$\triangle X = \{I - [TA - \widehat{M}(TA)^*]\}^{-1}[T\triangle F_D - \widehat{M}(TF_D)^*]$$

$$\begin{bmatrix} \triangle X_1^K \\ \triangle X_2^K \\ \triangle X_1^O \\ \triangle X_2^O \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.414050 & 0.131391 & 0.184118 & 0.065292 \\ 0.348889 & 1.323945 & 0.083611 & 0.051124 \\ 0.287331 & 0.093795 & 1.526893 & 0.182055 \\ 0.102176 & 0.057106 & 0.342783 & 1.306847 \end{bmatrix}$$

$$\times \left\{ \begin{bmatrix} 0.706343 & 0 & 0.185011 & 0 \\ 0 & 0.919270 & 0 & 0.081696 \\ 0.293657 & 0 & 0.814989 & 0 \\ 0 & 0.080730 & 0 & 0.918304 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 23.1 \\ 76.9 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right.$$

$$\left. - \begin{bmatrix} 0.148587 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.020386 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.131739 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.012786 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.706343 \times 23.1 \\ 0.919270 \times 76.9 \\ 0.814989 \times 0 \\ 0.918304 \times 0 \end{bmatrix} \right\}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.414050 & 0.131391 & 0.184118 & 0.065292 \\ 0.348889 & 1.323945 & 0.083611 & 0.051124 \\ 0.287331 & 0.093795 & 1.526893 & 0.182055 \\ 0.102176 & 0.057106 & 0.342783 & 1.306847 \end{bmatrix}$$

$$\times \begin{bmatrix} 0.601390 & 0 & 0.185011 & 0 \\ 0 & 0.900530 & 0 & 0.081696 \\ 0.293657 & 0 & 0.707623 & 0 \\ 0 & 0.080730 & 0 & 0.906563 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 23.1 \\ 76.9 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.414050 & 0.131391 & 0.184118 & 0.065292 \\ 0.348889 & 1.323945 & 0.083611 & 0.051124 \\ 0.287331 & 0.093795 & 1.526893 & 0.182055 \\ 0.102176 & 0.057106 & 0.342783 & 1.306847 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 13.9 \\ 69.3 \\ 6.8 \\ 6.2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30.4 \\ 97.5 \\ 22.0 \\ 15.8 \end{bmatrix}$$

かくして，このモデルにおいては，関東地域における100の地域内最終需要の増加は関東地域において農鉱工業30.4，建設･サービス業97.5の合計127.9の生産増加をもたらすだけでなく，その他の地域においても農鉱工業22.0，建設･サービス業15.8の合計37.8，全国で総額165.7の生産増加を誘発するということになる。このように，ある地域での最終需要の増加の効果はその当該地域だけでなく，地域間の波及効果を経て全国に及ぶということが明らかになるであろう。最終的に逆行列に与えられる最終需要は100よりも小さくなっているが(13.9+69.3+6.8+6.2=96.2)，これは輸入が内生化されているために需要の一部が外国に漏出することを反映している。このような結果を先の非競争移入型表による結果と比較することも興味深いであろう。

このような生産増加の需給バランスは次のように確かめることができる。

$$TA\triangle X + T\triangle F_D - \widehat{M}\ [(TA)^*\triangle X + (T\triangle F_D)^*] = \triangle X$$

中間需要増加については，

$$T A \triangle X = \begin{bmatrix} 0.303326 & 0.078579 & 0.080566 & 0.023218 \\ 0.190743 & 0.228878 & 0.015724 & 0.018823 \\ 0.126105 & 0.032669 & 0.354898 & 0.102277 \\ 0.016751 & 0.020100 & 0.176746 & 0.211574 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 30.4 \\ 97.5 \\ 22.0 \\ 15.8 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 9.2+\ 7.7+1.8+0.4 \\ 5.8+22.3+0.4+0.3 \\ 3.8+\ 3.2+7.8+1.6 \\ 0.5+\ 2.0+3.9+3.3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19.0 \\ 28.8 \\ 16.4 \\ 9.7 \end{bmatrix}$$

この結果から明らかなように，中間需要については，生産の増加に伴い，関東において農鉱工業生産物7.0（＝3.8＋3.2），建設･サービス業の生産物0.7（＝0.5＋0.2）のその他の地域からの移入（その他の地域にとっては関東への移出）が生じ，その他の地域においては各産業の生産物についてそれぞれ2.2（＝1.8＋0.4）及び0.7（＝0.4＋0.3）の関東からの移入（関東にとってはその他の地域への移出）が生ずるということがわかる。

次に，最終需要の増加については

$$T \triangle F_D = \begin{bmatrix} 0.706343 & 0 & 0.185011 & 0 \\ 0 & 0.919270 & 0 & 0.081696 \\ 0.293657 & 0 & 0.814989 & 0 \\ 0 & 0.080730 & 0 & 0.918304 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 23.1 \\ 76.9 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16.3 \\ 70.7 \\ 6.8 \\ 6.2 \end{bmatrix}$$

かくして，この最終需要増加については，農鉱工業生産物6.8，建設・サービス業の生産物6.2の関東地域の移入（その他の地域の移出）が生ずる。

この最終需要増加について中間需要及び最終需要の増加に伴う地域間交易の増加は上記の計算より次のようになる。

関東地域のその他の地域からの移入（＝その他の地域の関東地域への移出）

$$=7.0+0.7+6.8+6.2=20.7$$

その他の地域の関東地域からの移入（＝関東地域のその他の地域への移出）

$$=2.2+0.7=2.9$$

さらに，このモデルにおいては輸入が内生化されているので，仮定された輸入関数に従って次のような輸入増加が生ずる。

$$\widehat{M}[(TA)^{*}\triangle X+(T\triangle F_{D})^{*}]$$

$$=\begin{bmatrix} 0.148587 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.020386 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.131739 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.012786 \end{bmatrix}$$

$$\times\left\{\begin{bmatrix} 0.303326 & 0.078579 & 0 & 0 \\ 0.190743 & 0.228878 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.354898 & 0.102277 \\ 0 & 0 & 0.176746 & 0.211574 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 30.4 \\ 97.5 \\ 22.0 \\ 15.8 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 0.706343\times 23.1 \\ 0.919270\times 76.9 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}\right\}$$

$$=\begin{bmatrix} 0.148587 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.020386 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.131739 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.012786 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 33.2 \\ 98.8 \\ 9.4 \\ 7.2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 4.9 \\ 2.0 \\ 1.2 \\ 0.1 \end{bmatrix}$$

かくして，誘発される輸入増加は関東地域において農鉱工業4.9，建設・サービス業2.0，その他の地域においては農鉱工業1.2，建設・サービス業0.1である。

かくして，上記の計算をまとめると，関東地域における100の地域内最終需要増加に伴う需給バランスは次のように成立している。

$$\begin{bmatrix} 19.0 \\ 28.8 \\ 16.4 \\ 9.7 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 16.3 \\ 70.7 \\ 6.8 \\ 6.2 \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} 4.9 \\ 2.0 \\ 1.2 \\ 0.1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 30.4 \\ 97.5 \\ 22.0 \\ 15.8 \end{bmatrix}$$

先に記したように，地域間非競争移入型産業連関表に比べれば，地域間競争移入型産業連関表の作成ははるかに容易であることは明らかであるであろう。このような簡易な産業連関表によって地域間産業連関分析を一応可能にしたことはChenery - Moses型モデルの大きな功績であるといえるであろう。そして，その分析精度を左右する最も重要な要因は地域間交易係数の安定性とそれを一様に適用することの妥当性であることは先に記した通りである。先にも記したように，この設例においては，真の地域間非競争移入型表である表３と擬似的に非競争移入化された表５の間や２つのモデルによる分析結果にはやや相違があるが，厳密な比較はより大きな表を使用して行なわれるべきである。しかし，日本におけるように規模の大きな非競争移入型と競争移入型の２つの地域間表が利用可能であるならば，その比較は地域間交易係数の仮定の妥当性を検討する興味深いテストとなるであろう。

なお，上記において取り上げた全ての例において輸入の扱いは，全て競争輸入扱いとしてきたが，これを非競争扱いとしてモデルを作成することは理論的にも，また，作業を厭わなければ実際にも可能である。従って，この場合には，地域産業連関モデルにおいて，例えば，

地域内競争移入・非競争輸入型モデル
地域内非競争移入・非競争輸入型モデル
地域間競争移入・非競争輸入型モデル
地域間非競争移入・非競争輸入モデル

のようなものも概念的には存在し得ることになる。しかし，地域産業連関モデルにおいては輸入を非競争化するよりも移入を非競争化することの方が重要であり，また，移入と輸入をともに非競争化した地域産業連関表の作成とそれによる分析は煩雑であり，実際的には費用と便益の釣り合いがとれないものとなるであろう。

また，スペースの関係で省略したが，地域間モデルにおいても，生産，付加価値，輸入等の誘発係数の計算は可能であり，消費関数及び付加価値関数を導入するならば，消費を内生化することも容易で可能である。また，最終需要を消費（民間及び政府消費）及び投資（民間投資及び公的投資）に分割して各最終需要項目の効果をみることも可能である。地域産業連関表及び地域産業連関分析の参考文献のより詳細については，林・高橋［4］を参照されたい。

最後に，繰り返しになるが，経済産業省には，大変な労力であろうと思うが，非競争移入型地域間産業連関表の作成を継続されることを強く希望したい。平成12年についても９地域についての９地域別産業連関表は作成されているので，原理的にはそれらを横に繋げば競争移入型地域間産業連関表を作成することは可能であるであろうが，昭和35年以降営々として作成されてきた世界に冠たる非競争移入型地域間産業連関表がなくなることは極めて残念なことである。

（この論稿における林と高橋の共同作業は高橋の経済学部資料室勤務時間以外の時間におけるものである。）

（参考文献）

１. Chenery, H.B., and Clark, P.G., *Interindustry Economics,* New York : John Wiley and Sons, Inc., 1959.

２. Isard, W., "Interregional and Regional Input-Output Analysis : A Model of a Space Economy", *The Review of Economics and Statistics,* November 1951.

３. Moses, L.N., "The Stability of Interregional Trading Patterns and Input-Output Analysis", *American Economic Review,* December 1955.

４. 林英機，高橋美保,「地域産業連関表について」，新潟大学経済学年報第31号，平成19年１月。

５. 経済産業省経済産業政策局調査統計部，平成７年地域間産業連関表－作業結果報告書，平成13年３月。

６. 宮沢健一編，産業連関分析入門（新版），日経文庫，2002年。