

# 1 自由度系の振動実験装置の製作

工学部 生産工学技術系 田村 隆

## 1. はじめに

構造物の振動を抑制する代表的なものにダッシュポット(ダンパー)があげられる。しかし、構造的にダッシュポットが使用できない高速道路の照明灯、飛行機翼、タービン・ブレード、MRI(磁気共鳴装置)などには粒状体を使用した衝撃ダンパーというものを使用されている。

本報告では、衝撃ダンパーの製作を目的としたものであるが、装置自身は機械力学的にみれば1自由度系をなすものである。そこで、この実験装置の設計・製作および完成した装置から各種パラメータを測定し、その値を基に1自由度系の理論値を求め実験値との比較を行った。また、粒状体を可動容器の中に挿入した衝撃ダンパーとしての実験値などについて述べる。

## 2. 設計・製作

### 設計条件

a) 可動容器は軽量で、水平一方向のみの運動で1自由度系(図-1)とする。

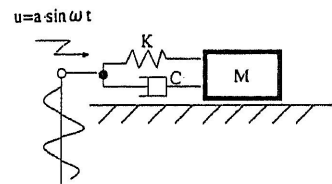


図-1 1自由度モデル図

b) 可動容器を自由運動させた場合の振動波形の減衰率が小さいこと。

c) 可動容器に加える強制外力はモータを使用し、モータの回転運動を直線運動に変える装置としてクランク・スライダック機構(図-2)を採用する。

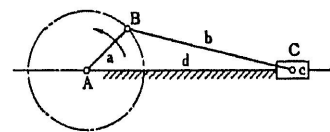


図-2 クランク・スライダック機構

以上の条件等を考慮し計測系を含めての実験装置の概略図(図-3)を下記に示す。

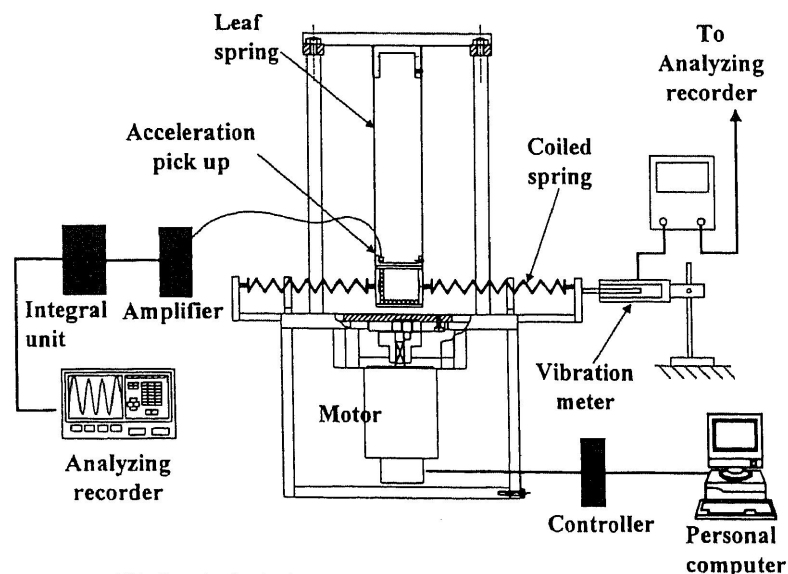


図-3 1自由度系実験装置概略図

### 3. 実験装置の各種パラメータの測定

#### a) コイルばねと板ばねのばね定数

コイルばねのばね定数は、一端を上から吊るし下端に受け皿を取り付け受け皿に錘を順次のせてゆき、コイルばねの自然長からの伸びと重量との関係を測定したものが、図-4である。このコイルばねは図からも読み取れるように伸びの小さいところでは非線形特性を示しており、使用にさいしてはあらかじめ初期たわみ（伸び）を与えて使用しなければならないことを示している。なお、ばね定数は線形性のある部分を取り上げ最小二乗法を用いて直線近似を行い、その傾きからばね定数を定めた。

板ばねのばね定数は、可動容器に二枚の板ばねを取り付ける。そしてばね秤を用いて水平方向に荷重を与え、その時の荷重と伸びの関係を測定したものが、図-5である。コイルばねと同じように最小二乗法を用いて直線近似を行い、傾きから板ばねのばね定数を定めた。

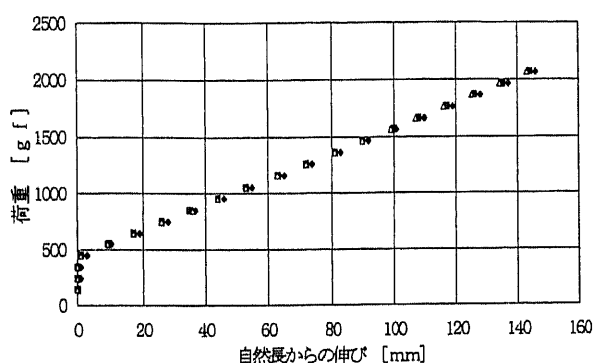


図-4 コイルばね定数の測定

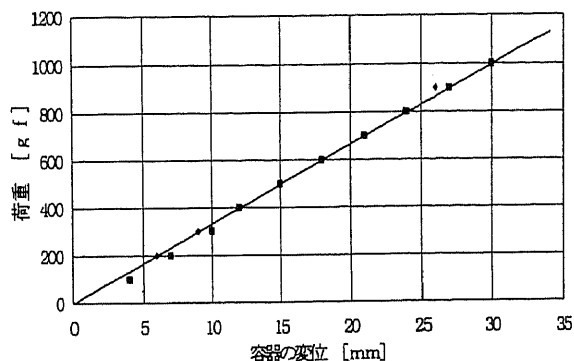


図-5 板ばね定数の測定

#### b) 板ばねの減衰定数

実験装置には特に減衰器を使用していないが、可動容器を自由運動させると振動振幅は時間とともに（図-6）のように小さくなっていき減衰していく。これから、コイルばねや板ばねの内部減衰や可動容器が運動することによる空気抵抗が考えられる。そこで可動容器を自由運動をさせ、そのときの自由振動波形より板ばねの減衰定数を求める。

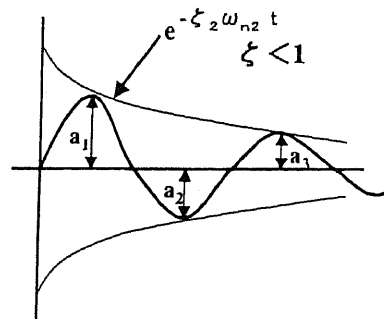


図-6 可動容器の自由振動波形

容器を自由運動させた場合の運動方程式はつぎのように表される。

$$M\ddot{x} + c_2 \dot{x} + k_2 x = 0 \quad (3-1)$$

これを解くと

$$x = e^{-\zeta_2 \omega_{n2} t} (A \cos \omega_{d2} t + B \sin \omega_{d2} t) \quad (3-2)$$

$$\text{ここで } \omega_{n2} = \sqrt{\frac{k_2}{M}} \quad \zeta_2 = \frac{c_2}{2\sqrt{Mk_2}} \quad \omega_{d2} = \omega_{n2} \sqrt{1 - \zeta_2^2}$$

図-6 の自由振動波形の極値の絶対値を  $a$  とし、隣り合う極値の絶対値の和を  $z$  とおく。

$$z_i = a_i + a_{i+1} \quad (3-3)$$

半周期の減衰率  $d$  は次のように表される。

$$d = \frac{z_{i+1}}{z_i} = e^{-\frac{\zeta_2}{\sqrt{1-\zeta_2^2}}} \quad (3-4)$$

この関係より減衰比 $\zeta_2$ は 
$$\zeta_2 = \sqrt{\left(\ln \frac{z_{i+1}}{z_i}\right)^2 / \tau^2 + \left(\ln \frac{z_{i+1}}{z_i}\right)} \quad (3-5)$$

これから、減衰定数は次のように求まる。

$$c_2 = 2\zeta_2 \sqrt{Mk_2} \quad (3-6)$$

次にコイルばねの減衰定数の測定については、可動容器に板ばねとコイルばねの両方を取付けた状態で、板ばねの減衰定数を求めたように可動容器を自由振動をさせ、自由振動波形から減衰定数を求める。このときの可動容器の運動方程式は次のように表される。

$$M\ddot{x} + (c_1 + c_2)\dot{x} + (k_1 + k_2)x = 0 \quad (3-7)$$

これを解くと

$$x = e^{-\zeta\omega_n t} (A \cos \omega_d t + B \sin \omega_d t) \quad (3-8)$$

ここで

$$K = k_1 + k_2 \quad C = c_1 + c_2 \quad \omega_n = \sqrt{K/M} \quad \zeta_2 = C / 2\sqrt{MK} \quad \omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$$

減衰比 $\zeta$ は

$$\zeta = \sqrt{\left(\ln \frac{z_{i+1}}{z_i}\right)^2 / \pi^2 + \left(\ln \frac{z_{i+1}}{z_i}\right)} \quad (3-9)$$

これより、合成減衰定数 $C$ が決まり、コイルばねの減衰定数 $c_1$ が求まる。

$$C = 2\zeta\sqrt{MK} \quad c_1 = C - c_2 \quad (3-10)$$

#### 4) 主振動系の質量

可動容器が振動するとき、コイルばねおよび板ばねもある質量をもって運動をしている。そのため、振動系質量は可動容器の質量だけでなく、コイルばねおよび板ばねの質量も関係してくる。実験装置の構成上、可動容器の質量に比べコイルばね板ばねの質量も無視できないので、それも考慮して主振動系の質量は自由振動の周期をもとに求めた。

$$T = 2\pi / \omega_d = 2\pi / \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \quad \text{これより } M = \frac{KT^2(1 - \zeta^2)}{4\pi^2} \quad (4-1)$$

以上求めた各種パラメータは表-1 のようになる。

振動系の質量		0.211	(k g)
コイルばね	ばね定数	220	(N/m)
	減衰定数	0.002	(N s/m)
板ばね	ばね定数	326	(N/m)
	減衰定数	0.041	(N s/m)
振動系の固有角振動数		50.9	(rad/sec)
振動系の減衰比		0.002	

表-1 各種パラメータ

5) 1 自由度系の運動方程式

1 自由度系（可動容器のなかに何も入れない状態）に強制外力を付加した場合の運動方程式を立てる。運動方程式は、

$$M\ddot{x} + (c_1 + c_2)\dot{x} + (k_1 + k_2)x = c_1\dot{u} + k_1u \quad (5-1)$$

$$u = a \sin \omega t$$

ここで、 $x = X \sin(\omega t - \varphi)$  とおき、運動方程式を解くと

$$\frac{X}{a} = \frac{\sqrt{k_r^2 + 4\zeta^2 \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 c_r^2}}{\sqrt{\left\{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right\}^2 + 4\zeta^2 \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}} \quad (5-2)$$

ここで、

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{M}} \quad \zeta = \frac{c_1 + c_2}{2\sqrt{M(k_1 + k_2)}} \quad k_r = \frac{k_1}{k_1 + k_2} \quad c_r = \frac{c_1}{c_1 + c_2}$$

式 (5-2) に上記 (3) でもとめた各種パラメータを代入し、計算をしたものが図-7 の実線で示したものである。横軸に強制外力で加えられる円振動数  $\omega$  (rad/sec) 縦軸は、可動容器の変位を示している。図-7 からわかるように固有角振動数  $\omega_n$  (50.9 rad/sec) 付近で共振しているのがうかがえる。また、図-7 の中で 四角形の点がプロットされているが、これが可動容器の実際の変位である。理論曲線と実験点の一致がうかがえる。なお、共振点付近での実験点は振動変位が非常に大きくなり装置の破損等が考えられるので実験点は求めることが出来なかった。

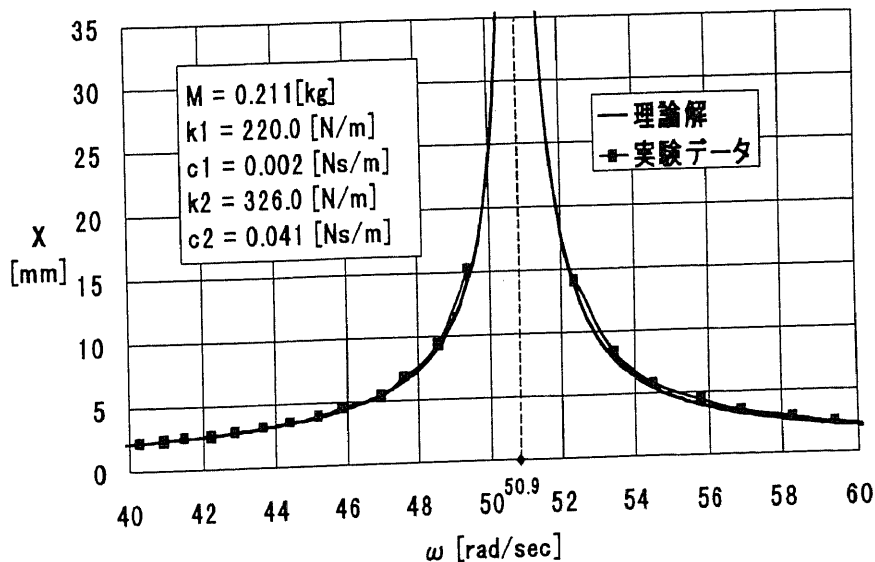


図-7 1 自由度系の理論値と実験値

6. 粒状体衝撃ダンパーの実験

次に可動容器のなかに直径 6mm のプラスチック球（個数 80～150）を入れた場合の円振動数と可動容器の変位を示したのが図-8 である。実験点からも分かるように共振点付近でも測定が可能であり、可動容器の変位が小さくなっているのがわかる。これ

は、粒状体が運動することによって可動容器の内面に衝突し、それによって制振作用があることを示している。なお、図-8 ではプラスチック球の個数（質量）が変わると振動系の固有角振動数が変化して共振点の円振動数が小さくなる様子がわかると共に制振作用が強く働くことを示している。

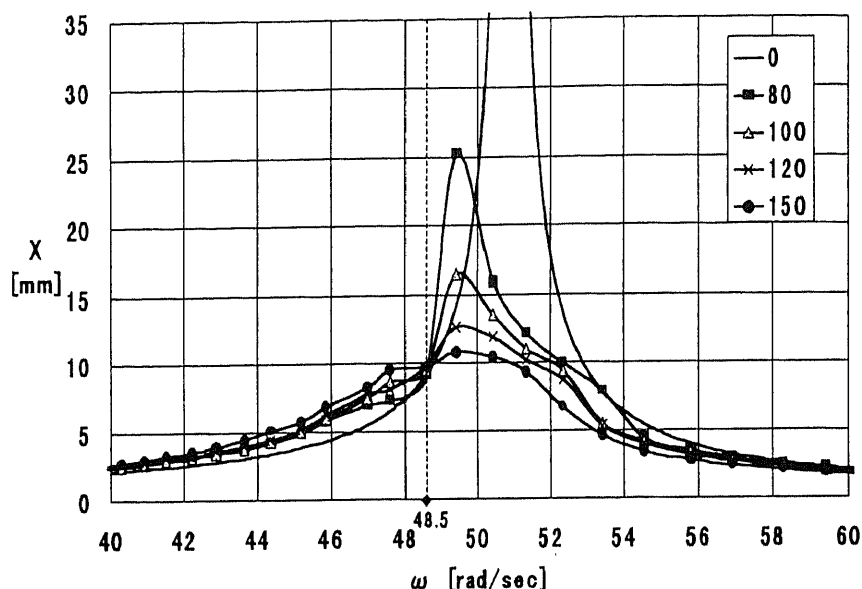


図-8 プラスチック球（80～150 個）の衝撃ダンパとしての実験値

次の図-9 は、プラスチック球を（80～600 個）の衝撃ダンパーの実験値である。上記で示しているようにプラスチック球が多くなるに従つて制振作用が大きくなる傾向があるが、200～500 個の場合の変位振幅はあまり差がみられない。また、600 個の場合は、逆に変位振幅が大きくなった。これは可動容器の体積に対して球の数が多くなり球の衝突運動が小さくなって制振作用が減少したことを示している

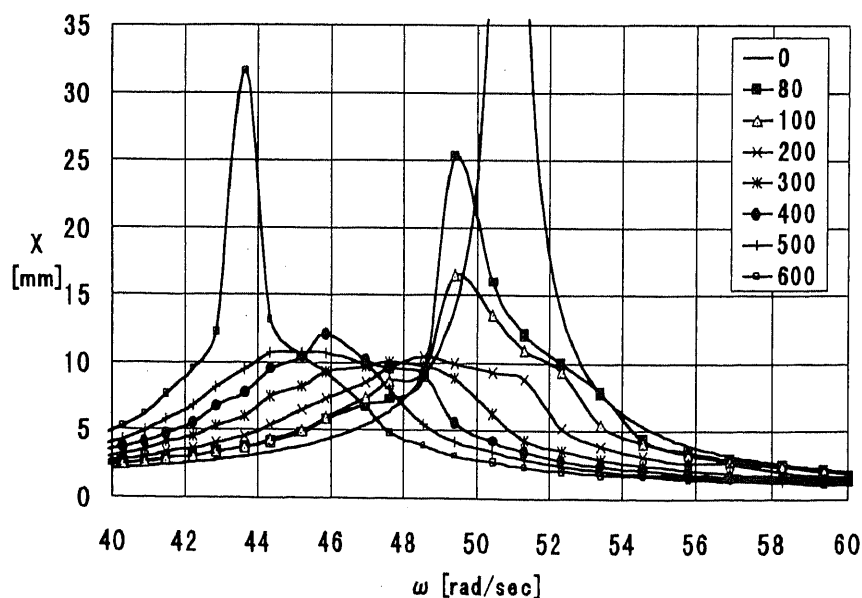


図-9 プラスチック球（80～600 個）の衝撃ダンパーとしての実験値

## 7. まとめ

- 実験装置の設計・製作に際しては、何回もの変更があったが、最終的に出来上がった装置では、1 自由度系としての理論値と実験値がほぼ定性的・定量的に一致がみられた。
- 粒状体衝撃ダンパーとしての実験では、ある程度予測していた制振作用を得ることができたが、今後は容器の形状および粒状体の大きさ個数などが、どのように制振作用にかかわっているかを調べると共に粒状体衝撃ダンパーの理論解析へ進めたい。
- 今回の実験装置の製作に、ご協力していただいた機械工場の皆様に感謝申し上げます。