折り紙を用いた方程式の解法

山 田 和 美*・荒 木 良 則**・伏 見 史 朗***

要 旨

本稿では，中学校数学において「折り紙を用いた方程式の解法」を教材として，生徒が自ら新たな問題を見いだしていく授業を提案する。折り紙と一次方程式や二次方程式との関係は，相似な三角形を利用して説明することができるが，本稿で提案する授業では，この説明以外の方法を生徒が見いだしていく活動を組織し，生徒が自ら未知の問題を発見する過程を重視する。この際，すでにわかっていることをもとにして，問題点を明らかにし，新たなアイデアを得ていくために，イメージマップを活用することが効果的である。

1．はじめに

「折り紙を用いて方程式を解く方法」は，すでにインターネット上で発表されているだけでなく[1]，四次方程式まで解くことができることを詳しく論じている書籍[2]も出版されている。我々は，これらに述べられていることをベースとして，この魅力的な素材を中学校数学に導入するために教材化し，これらに述べられていないことを発展的に生徒が自ら発見していくという授業を行った。未知の部分の問題を生徒が自ら発見し解決するための手だてとして，イメージマップを利用した。

2．教材観

2.1 折り紙のよさ

日本で生まれた折り紙は，いまや“Origami”となって，世界中で様々な分野の研究の対象として，あるいは教育の有効な手段として知られている。

数学教育でこの折り紙を用いるよさは，「数学的活動の楽しさ」を実現できることである。

数学学習での問題解決の過程を見ると，大きくはア）計算処理や図形の具体的操作など客観的に観察が可能な活動，そして，イ）類推したり，振り返って考えたりするなどの内面的な活動に分けてとらえることができる。

（中略）ものを動かして考えたり，考えたことを実験して確かめたりすることは，知的充足を一層高めることに寄与する。すなわち，ア）の活動は，イ）の活動の活性化を促すものと位置付けることができる。また，イ）の活動はア）の活動を誘発する。これによって，概念の進化が進みごく自然な形で自己発展的で創造的な思考の展開が起こる。

知的充足の高まりは，上述したようなア）とイ）の活動の相互的かつ循環的な活動に依存すると考えられる。（以下略）

（学習指導要領解説[3]より引用）

折り紙を用いた学習では，実際に折るという具体物の操作を行い，それを観察して，そこから言えそうなことや問題となることなどを見いだし，必要に応じて図形をかいたり計算処理をしたりして，それらの解決の方法を類推し，たどり着いた結果や過程を振り返って考るという流れを生み出すことができる。すなわち，折り紙は，「上述したようなア）とイ）の活動の相互的かつ循環的な活動」を組織することができ，数学的活動を促して「知的充足の高ま

2004.11.30 受理
*新潟大学教育人間科学部
**新潟大学大学院教育学研究科
（新潟市立鳥屋野中学校）
***新潟市立白新中学校

り」を期待できる教材であるといえる。

また，折り紙は，出発点として認める折り方の手順をどのように選ぶか，あるいは，どんな手順を用いたかなどによって，自分なりに折り紙による幾何学の世界を拡げていけるというよさもある。したがって，生徒は折り紙をよく観察し，深く考えることによって，新たな性質を見いだしていくことができる。

このようなよさをもった「折り紙」を，一見しただけでは何の関係もない「方程式」と結びつけることによって，生徒に驚きや感動を与え，課題解決への興味・関心・意欲を高めることができるのはもちろん，代数と幾何の間にある関係を考察させることによって，数学の広さを体験させることもできる。

2.2　具体的な方策

1.で述べたように，本稿では授業にイメージマップを用いることを提案する。イメージマップとは，課題解決に用いた数学の知識やアイデア，解決の過程で出てきた問題点やその解決策などを記述するものである。これを用いることによって，生徒は思考の過程の全体像や前後関係などを視覚的にとらえ，筋道を立てて考えることができるようになる。また，ブランクのあるイメージマップを利用することで，課題のなかに隠れている問題点や新たな解決策に気付き，多様な視点を生成することもできるようになる。さらに，イメージマップを用いると，仲間と考え方を交流することができるので，自分はどのような考え方に気付かなかったのか，どのような考え方が有効だったのかなどを知ることもできる。学習後には，イメージマップを見直して，数学を体系的にとらえ直すことができる。

本稿で提案する授業では，イメージマップの長所をさらに引き出すために，課題解決に用いたアイデアを振り返るための自己診断票を利用する。

自己診断票は，表１に示したようなものであり，項目の欄にはマップに記述されている既習知識，アイデア，問題点や解決策を記入し，それぞれについてどのくらい理解できているかを◎○△で記録するものである。コメントの欄には，疑問に思ったことやもっと深く調べてみたいことを記入し，最後に，この学習を通して気付いた数学的な見方や考え方のよさや未知の課題に直面したときの追究の仕方などを記述する。イメージマップを見て感じたことを文章化させることで，これからの学習で何を目指すか，さらに追究してみたいことは何か，などを明らかにして，生徒が今後の学習で自分自身を成長させようという意識を促すことができる。

項目	診断	コメント
相似な図形		
直線の傾き		
⋮		
逆思考法		
⋮		

この学習で気付いた数学的な見方や考え方のよさ

この学習で気付いた有効な追究の仕方

表１　自己診断票

2.3　本教材の位置付け

本稿では，数学の再体系化を目指すという視点も考慮して，すべての単元の内容を学習したのち，中学校数学のまとめとして位置付けることとし，以下のような指導計画（表２）を提案する。

学　習　項　目	時限
折り紙で $2x=4$ を解く	1.5
折り紙で $ax=b$ を解く	0.5
折り紙で $x^2=4$ を解く	1
折り紙で $x^2+ax+b=0$ を解く	2.5
まとめ	0.5

表２　指導計画

３．「折り紙を用いた方程式の解法」の授業

3.1　折り紙で $2x=4$ を解く

3.1.1　授業のねらいと構想

ここでのねらいは２つある。１つは，まず「紙を折ると方程式が解ける」という驚きや感動を与えることである。課題追究の意欲を高めることにつながるからである。そこで，最初に与える課題は誰もが予想することのできるものにする。

もう１つのねらいは，文献で紹介されている方法を生徒たちに発見させた後，それをもとにして，イメージマップを利用しながら新しい解決策を生徒に発見させることである。

3.1.2　課題設定

方程式 $2x = 4$ を折り紙で解く方法を示す。
生徒は折り紙を実際に折って，それを手元に置いて課題に取り組む。

折り方（図１）

- 直線OPを任意の位置に折る。
- OE＝１とし，下辺に垂直な直線EE'を折る。
- OA＝２とし，下辺に垂直な直線AA'を折る。
- AA'上に，AB＝４となる点Bをとる。
- OとBを通る直線を折る。

実際には，生徒の思考に影響を与えないように，記号は使わずに説明する（記号は必要に応じて生徒に自分でつけるように促す）。また，ここでは次時の学習内容を考慮して余分な折り線も入れている。

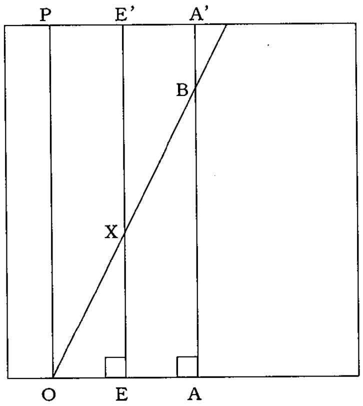

図１　方程式 $2x = 4$ の折り方

〈課題１〉
方程式の解はどこに現れているだろうか。

この課題はすべての生徒が正しい予想をすることができる。それは，方程式 $2x = 4$ を解いて，解である２の長さを見つけようとするからである。こうして生徒一人一人が自分の予想を立てることが課題２の解決への意欲づけとなる。

また，ここでは，解が現れている場所を言葉で表現することは難しいという体験をさせた後で，全員で確認しながら必要なところに共通の記号を付けていく。

〈課題２〉
予想したところが一次方程式 $2x = 4$ の解になっている理由を説明しよう。

この課題を提示すると，〈課題１〉で長さを測定した生徒のなかに，「長さが２になっているから解に決まってる。（だから，証明する必要はない。）」と考える生徒がでてくる。このような意味の発言やつぶやきに注意して，測定では説明したことにならないこと，すでに明らかになっていること（既習知識）を使って説明する必要があることを確認する。

また，多くの生徒がすぐに三角形の相似を利用する方法に気付くことが予想されるので，イメージマップを黒板上で示して，相似の証明をしなくても説明できる方法についても考えるよう促す。

3.1.3　授業の流れ

予想していたとおり，〈課題２〉では，すぐに，「相似を利用すればいい」と発言した生徒がいた。そこで，この段階で，図２のようなブランクのあるイメージマップを示し，相似を利用した説明ができたら，相似の証明をしなくてもよい方法も考えてみるように促した。

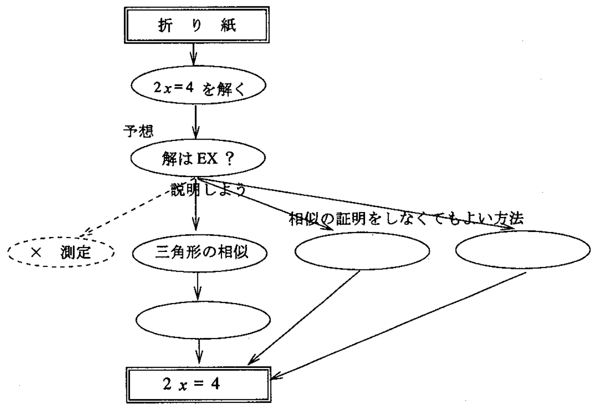

図２　〈課題２〉提示後に示したイメージマップ

個人の追究活動ののち，どんな考え方を用いて解決したのかを明らかにして，解決の方法を発表するように促した。生徒の追究活動は次の４種類に分けられた。

①　２組の角がそれぞれ等しいことから，△OEX∽△OABを導いて，辺の比を用いる。
②　△OABで中点連結定理を用いる。
③　同位角が等しいことからEE'//AA'を導き，平行線と線分の比の関係を用いる。
④　直線OBの傾きを用いる。

図２のイメージマップのブランクの部分に当てはまる方法として②以下のものが発表された。②と③が参考文献には述べられていない方法である。

この発表によって，多くの生徒が三角形の相似を利用する方法や自分で考えた方法と違う方法でも説明できることに気付いた。例えば，①の方法でしか説明できなかった生徒は，方法③に対して「この方が簡単」，④に対して「一次関数を使うとは思わなかった」と記述している。

しかし，②の方法では，点Xが線分OBの中点になっているかどうかわからないから，説明できないという指摘があった。これに対して，②を発表した生徒は，中点に決まっていると主張したが，最後には，平行線と線分の比の関係がいえたあとでないと中点とはいえないことを納得した。

このような全体での検討を終えた後，ある生徒のマップは図3のようになった。なお，図内の＊は，生徒が新たに発見した解決の方法である。

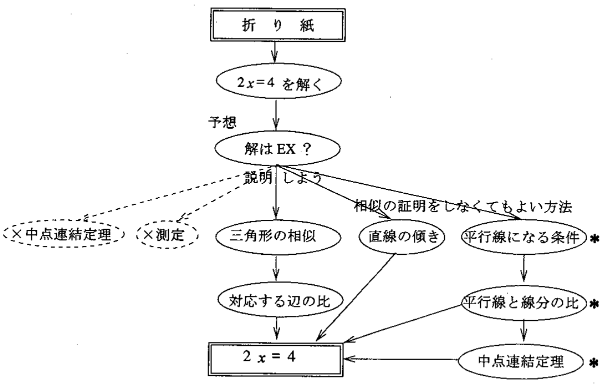

図3　意見交流後のイメージマップ

3.2　折り紙で $ax=b$ を解く

3.2.1　授業のねらいと構想

ここでのねらいは，一般の一次方程式について考察することである。すなわち，方程式 $2x=4$ を解くための折り方から，方程式 $ax=b$ を解くための折り方を見いだすことである。

これは，同じ折り方で，$\mathrm{OA}=a$，$\mathrm{AB}=b$ とすればよいのだが，このままでは a や b が負の数になったときに対応できなくなるなどの問題点を解決しなければならない。これは，具体物や量概念を利用するときに必ず出てくる問題でもあるが，ここでは，折り紙の上に座標平面を想定すれば簡単に解決できる。この考え方は，二次方程式のときにも重要であるので，ここで，しっかりと理解させておきたい。

また，この課題を通して，一般の一次方程式への拡張を考えようとすると，様々な問題をクリアしなければならないという体験をさせたい。

3.2.2　課題設定

〈課題3〉
どんな一次方程式でも折り紙で解けるだろうか。自分で一次方程式をつくり，折り紙を折って解いてみよう。

ここでは，図4のイメージマップを黒板上で示した。

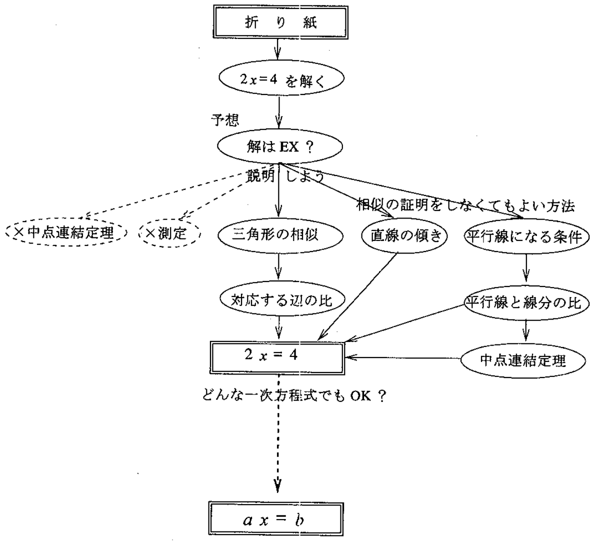

図4　〈課題3〉提示のときに示したイメージマップ

3.2.3　授業の流れ

はじめは自分でつくった方程式が折り紙でうまく解けて喜ぶ姿が見られたが，少しすると「できない」という声が聞こえ始めた。おもに整数係数以外のものをつくった生徒の反応である。ここで，全員の作業を止めさせ，問題点を整理した。

① $2(x-3)=4$ だとどうやって折ればいいかわからない。
② a や b が極端に大きい数になると，紙の上にとることができない。
③ 小数や分数もできない。
④ 負の数のときもできない。

次に，グループで解決策を考えるよう促し，10分程度の話し合いの後，全体で検討を行った。ここで，次のような解決策が提案された。

①については，$ax=b$ に変形してから折ればよいということで全員が納得した。

②と③については，「$\mathrm{OE}=1$ の幅を大きくしたり小さくしたりすれば何とかなる」という意見が出

された。これに対して「でも，やっぱり100や1000をとることはできない。無理にやろうとすると，OEの長さがほとんどなくなってしまう」や「OEの長さを長くしても，$\frac{1}{3}=0.333\cdots$だから正確にとることはできない」などの反論が出され，検討がまとまらないと判断し，$2x=4$のときも，正確に2や4という長さを取ることができたわけではないこと，頭の中で大きい紙を折ることを想像すればよいことなどの説明をした。

④については，ほとんどの生徒が「負の数は長さがないから折り紙では無理」という考えをもっていた。そこで，「aやbの値を少しずつ小さくしていくと，点Aや点Bはどうなるか」について考えるよう促した。

生徒は，

「aを小さくすると，点Aは左に動く」

「どんどん点Oに近づいていく」

「点Oより左側にとればマイナスということかな」

「左側がもっと広ければ-2でも-3でも大丈夫だ」

のように考えていき，始めに折る直線OPの位置を変えることで，aの値が負の数でもできることに気付いた。

ところが，実際に折り紙を折って確かめた生徒が，「でも，折ってみると解がでてこない」と発言した。これは，図5において，点A_1に対応するEE’上の点X_1は現れるが，点A_2に対応するEE’上の点X_2は現れないという意味である。

また，多くの生徒は，点Aを左方向に（点A_1の位置に）動かすと点Xは上方向に（点X_1の位置に）動くので，「点Aを左に動かせば動かすほど，点Xは上方向へ動く」と考えていた。これは，小学校算数における「ある数を1より小さい数でわると，商はもとの数よりも大きくなる」という学習内容に関わることであるが，ここでは深入りせずに，bの値を小さくすることを考えてみるように促した。なお，この点に関しては，コンピュータを利用して，点Aを移動したときの点Xの移動の様子を連続変形で見せるなどの方策も考えられる。

bの値を小さくしてみることによって，「折り紙が下方向に広がっていればよい」という考えが提案され，「それなら，始めから点Oの位置を折り紙の真ん中くらいにしておけばいい」という考えにまとまった。

この後，負の数を含む一次方程式をつくって実際に折ることで，一人一人がうまくいくことを確認した。

なお，$2x=4$の折り方の際に，余分な手順である直線OPを折る作業をしなかった授業では，このような議論はうまく行えず，「bの値を負にしたときは，点Oを折り紙の左下から左上にすればうまくいく」ことを教師側から示さざるを得なかった。したがって，OPを折る手順を示すことは負の数の場合を考える上で有効であった。

ここまでの折り紙と一次方程式の学習を終えて，イメージマップは図6のようになった。

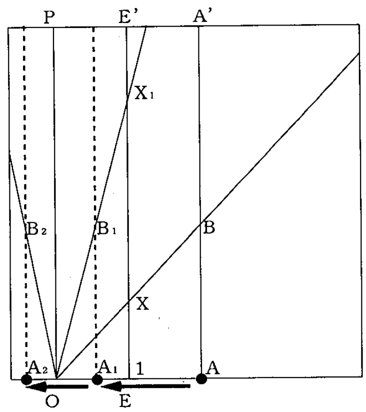

図5　aの値を小さくしていったときの解

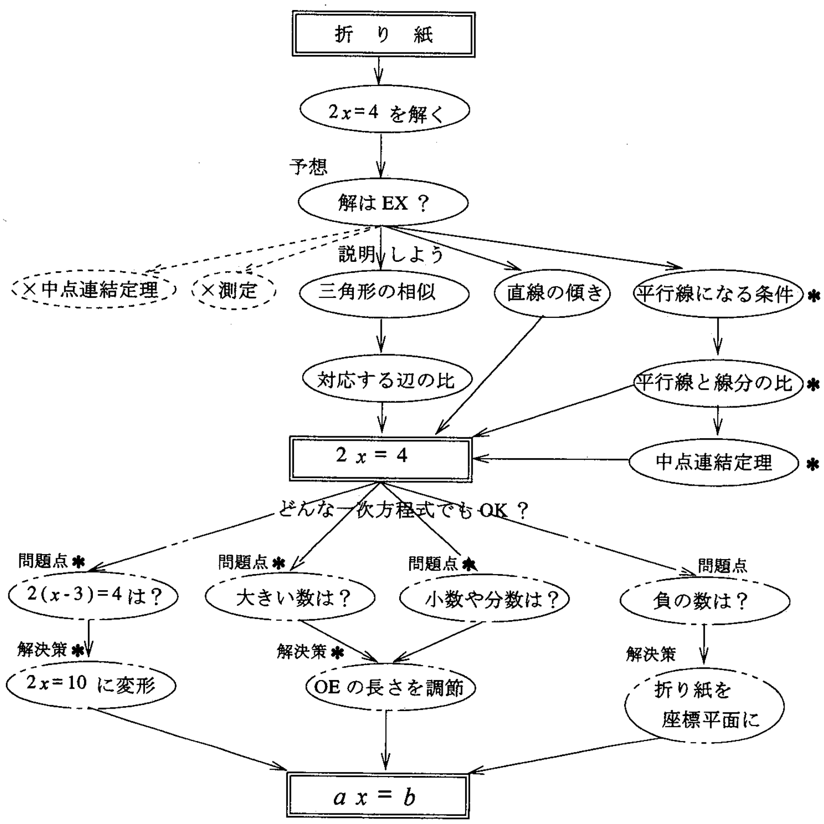

図６　一次方程式の解法の学習後のイメージマップ

3.3　折り紙で $x^2 = 4$ を解く

3.3.1　授業のねらいと構想

ここでのねらいは3.1.1と同様である。すなわち，１つは，「紙を折ると二次方程式でも解ける」という驚きや感動を与えることである。生徒はこの段階では一次方程式を解くことができるという不思議さを解明した成就感・達成感・充実感を味わっている。したがって，「一次方程式は解けたけど，二次方程式は解けるだろうか」という生徒の発言やつぶやきを取り上げて問題意識を高めたい。

もう１つのねらいは，文献で紹介されている方法を生徒たちに発見させた後，それをもとにイメージマップを利用して新しい解決策を生徒に発見させることである。本教材では２回目の体験となる。

授業は一次方程式と同様に，「方程式の解が現れる場所を予想する」「方程式の解となっていることを既習知識を用いて説明する」という流れで進める。

3.3.2　課題設定

方程式 $x^2 = 4$ とこれを折り紙で解く方法を示す。ここでは，方眼紙の折り紙を折ることにした。

折り方（図７）

座標平面上で，

- 点F　(0,1)　をとる。
- 直線 ℓ ：y＝－１を折る。
- 点A(0,－4)をとる。
- 点Aを通る折り目で，点Fが直線 ℓ 上に乗るように折る。

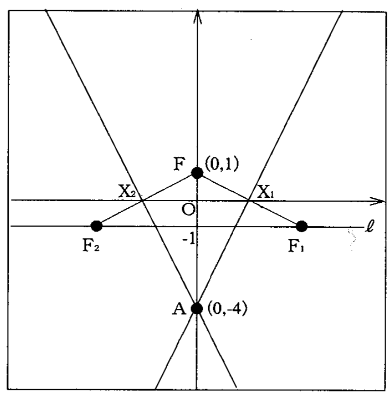

図７　方程式 $x^2 = 4$ の折り方

〈課題１’〉
方程式の解はどこに現れているだろうか。

この課題では，まず，二次方程式の解は２つ存在するという既習事項の確認をしたい。そのために，折り方の最後の手順で，２通りの折り方があることに気付かせ，その意味について考えさせる。

課題の答えは，記号を上述の折り方で示したＦ，ℓ，Ａしか与えていないので，「折り目とx軸の交点のx座標」（※）ということになる。ここではこの見方で問題はないが，3.4の学習で不十分であることを明らかにする。

〈課題２’〉
予想したところが二次方程式$x^2=4$の解になっている理由を説明しよう。

この課題は，一次方程式のときとは異なり，折り目ではない線分（ＦとＦが移った先の点とを結ぶ線分）を引かないと解決できない。ただし，一次方程式での学習を振り返って，相似な三角形を見つけようとすることが，補助線を引くためのヒントとなるので，課題解決がうまく進められない生徒には，図８のようなイメージマップを示す。

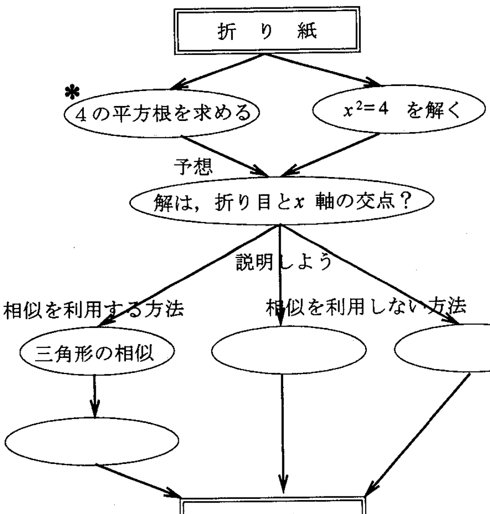

図８　〈課題２’〉を提示のときに示したイメージマップ

なお，それでも一次方程式と比較すると，三角形が相似の位置にないため，相似な三角形を見つけることが難しく，追究がなかなか進まない生徒が多いことが予想される。その場合は，仲間と交流することを促し，折り目ではない線を引くというアイデアに気付かせたい。

3.3.3　授業の流れ

〈課題１’〉では，一次方程式のときと同様に，方程式$x^2=4$を解いて，解である２と－２を探し出すことができた。また，この折り方は４の平方根を求める折り方であるという見方をした生徒もいた。

〈課題２’〉では，多くの生徒が相似な三角形を探す方法をするだろうという予想と異なり，半数程度の生徒しか相似を利用する方法に挑戦しなかった。それは，一次方程式のイメージマップを見て，「直線の傾き」ならばすぐに課題解決につながるだろうと考えた生徒が多かったからである。しかし，この方法で解決を図るには，中学校では学習しない内容（直交する直線の傾きの積は－１である）を利用しなければならない。２名の生徒がこのことを見いだして解決することができたが，他の生徒は相似な三角形を利用することに方針を変更した。

多くの生徒がなかなか相似な三角形を見つけることができなかった。これは，相似な図形の学習が定着していないことよりも，普通はあまり見かけない位置に三角形があることが原因のようである。先に見つけた生徒がまだ見つけられていない生徒にアドバイスしたのは，「折り紙（方眼紙）をこの向きから見ると，何か見えてくるよ」ということであった。実際，紙を横から見ると教科書等でよく見かける図（図９）になっているため，どの生徒も発見することができていた。

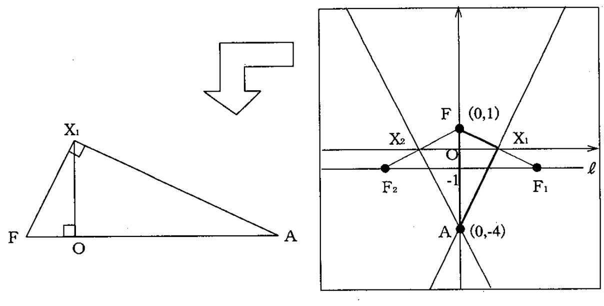

図９　相似な三角形の見つけ方

個人の追究活動ののち，一次方程式のときと同様に発表の場面を設定した。

１名の生徒が，学んだ直後の三平方の定理を用いて説明した。図９において，OX_1の長さをxとし

て，$FA^2=FX_1{}^2+AX_1{}^2$から$x^2=4$を導く方法であるが，この説明を聞いた生徒は一次方程式の解決の過程では出てこなかった方法だったため驚いていた。

ここまででイメージマップは図10のようになった。

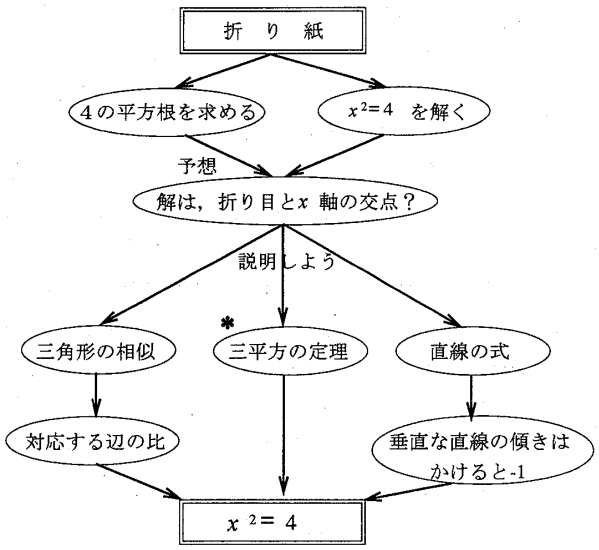

図10　$x^2=4$のイメージマップ

3.4　折り紙で$x^2+ax+b=0$を解く

3.4.1　授業のねらいと構想

一次方程式のときと同様に，一般の二次方程式について考察することがねらいである。ここでは，一次方程式のように，簡単には解決できないため，未知の課題に直面したときのアイデアの必要性に気付かせることができる。

最大のポイントとなるのは，$x^2=4$の場合の折り方から類推して，「点Aの座標を決める」ことである。これは，既習知識を利用すればすぐに見つけられるというものではなく，見方を変えるなどのアイデアが必要となる。したがって，イメージマップには利用した数学の知識だけではなく，どのようなアイデアで考えたのかも記述させることにする。これによって，どんなアイデアがうまくいって，どんなアイデアがうまくいかなかったのかを，あとで振り返って学習することが可能となる。

また，自由に二次方程式をつくらせることにより，解に0をもつ方程式をつくることがある。この場合，3.3.2で述べたように，※の見方では，$x=0$を特定することはできないため，解の見方を見直す必要性がでてくる。

ここでの課題は，本教材のなかで仮説検証の活動がもっともなされる場面であるので，生徒の学習活動の時間を十分保障する必要がある。

3.4.2　課題設定

〈課題3’〉
どんな二次方程式でも折り紙で解けるだろうか。自分で二次方程式をつくり，折り紙を折って解いてみよう。

ここでもブランクのあるイメージマップ（図11）を提示して，何が問題なのかを明らかにしてから，追究活動に取り組むことができるようにした。

また，整数解をもつ二次方程式をうまくつくることができない生徒には，自分で整数の解を決めてからつくるように促した。

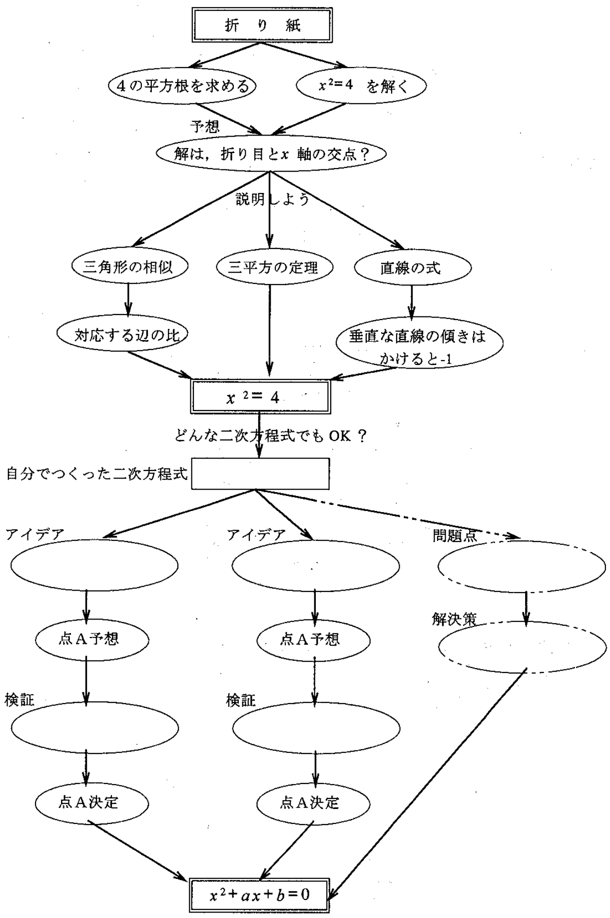

図11　〈課題3’〉を提示のときに示したイメージマップ

3.4.3　授業の流れ

本稿では，$x^2+ax+b=0$として，$x^2-3x-10=0$を，解に0をもつ方程式として，$x^2-4x=0$を取り上げる。

$x^2-3x-10=0$について追究をした生徒が用いたアイデアは以下の3つである。

［アイデア1］逆思考法（生徒の新発見）

二次方程式の解が5と－2であることから，点X_1を（5,0），点X_2を（－2,0）と先に決め，点Fが直線ℓ上に乗るように，点X_1，点X_2を通る折り目でそれぞれ折ってみて，2本の折り目の交点が点Aであると予想した。実際に折ってみた生徒はうまくいって喜んでいた。

二次方程式を各自でつくっているので，解があらかじめわかっている。すでにわかっている二次方程式の解から思考を進めていくことは生徒にとって自然な流れであった。

［アイデア2］係数比較法（生徒の新発見）

すでに解決している二次方程式$x^2=4$を，これから解決したい二次方程式$x^2-3x-10=0$にあわせるために，$x^2+0x-4=0$と変形する。このときの点Aの座標が（0,－4）であったことから，今回の点Aの座標は（－3,－10）であると予想する。ところが，実際に折ってみるとうまくいかないため，追究活動を停止してしまう生徒が多かったが，単純に（－3,－10）でだめなら（3,－10）ではないかと考えて，折ってみたらうまくいったという生徒もいた。また，方程式を$x^2-0x-4=0$と変形して点Aの座標を（3,－10）と予想した生徒もいた。ただし，xの係数が0であるため，符号に気をつけて変形した生徒はいなかった。

［アイデア3］比例式法（生徒の新発見）

これまで，相似な三角形を利用するとうまくいっていたため，なんとかそれを利用する方法はないかと考えた生徒は，$x^2=4$の場合を振り返った。

$x^2=4$のときには，図9の三角形を利用して，$FO:X_1O=OX_1:OA$から，$1:x=x:4$という比例式をつくって，$x\times x=4$を導いた。そこで，$x^2-3x-10=0$は$x(x-3)=10$と変形できるので，$1:x=(x-3):10$という比例式をつくり，図12のような三角形を考えればよいとして，点Aの座標を予想した。

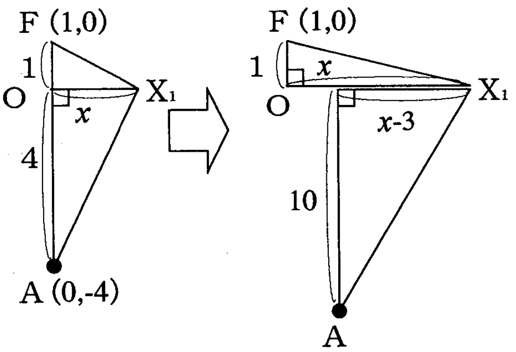

図12　アイデア3の点Aの予想方法

次に，$x^2-4x=0$について追究した生徒の思考について考察する。こちらの方程式をつくった生徒もアイデア1から3まで同様のアイデアを用いた。

［アイデア1］逆思考法（生徒の新発見）

$x^2-3x-10=0$の場合と同じように実際に折ってみて，点A（0,4）であると予想した。

［アイデア2］係数比較法（生徒の新発見）

$x^2=4$を$x^2-0x-4=0$と変形した生徒は，容易に点Aを（4,0）であると予想したが，$x^2+0x-4=0$と変形した生徒は，（－4,0）と予想した。

［アイデア3］比例式法（生徒の新発見）

多くの生徒は，相似な三角形をつくろうとするが，図12の右側の三角形で10の辺が0になってしまうため三角形がかけないので，あきらめていた。しかし，三角形を無視して（0の辺を考えて）点Aの座標を予想した生徒が3名いた。この生徒たちは，原点Oから右へ4，下へ0のように相似な三角形をイメージしているのではなく，座標の考え方を利用して見つけていた。

$x^2-4x=0$の場合も，このようなアイデアで，点Aの座標を予想することができたが，実際に折ってみると，「解は折り目とx軸の交点だから1個しかない」という問題点が出された。これは，折り目とx軸が一致するためである。そこで，どのような表現をすれば解が現れている場所を特定できるか考えるよう促した。すると，「折り目とFF'の交点のx座標」という意見が出され，ほとんどの生徒が納得した。ところが，1名の生徒が「F'がどこにあるかは自分で印を付けないとわからない。折っただけでわかるには，折り目の傾きを見ればいい」と発言した。この生徒はここまでの解決の過程で直線の式を用いる方法にこだわりをもって追究していた生

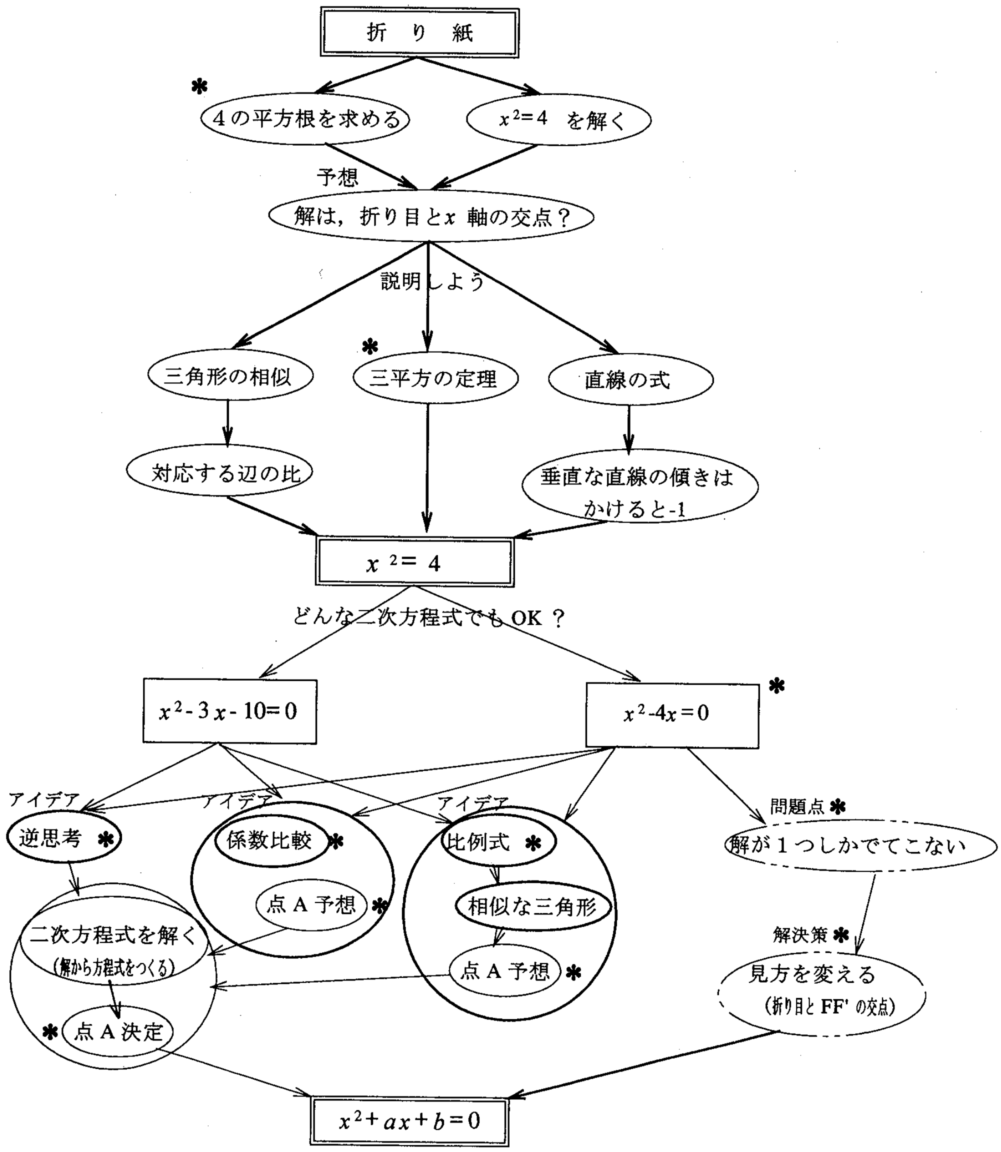

図13　二次方程式の解法の学習後のイメージアップ

徒であった。この見方は，二次方程式を折り紙で解くことが，放物線の接線を折っていることにつながる重要な考え方であるが，中学生には証明することはできないので，深入りしなかった。しかし，「傾きが０の直線と見ればたしかにうまくいく」や「今までの方程式の解もそうなっている」といった肯定的な発言もあった。

以上の学習を終えたときには図13のようなイメージマップが完成した。

3.5　まとめの授業

3.5.1　授業のねらいと構想

ここでは，これまでの学習を振り返って，自己診断票を記述させる。

3.5.2　課題

〈課題４〉
「折り紙を用いた方程式の解法」という学習をきっかけとして，さらに自分自身をよりよくしていくために，イメージマップを見直しながら，自己診断票を完成しよう。

3.5.3 生徒の記述

- 折り紙で方程式が解けるなんてビックリした。
- 難しそうだと思ったけど，前に勉強したことを思い出せば説明できた。
- いろいろな方法で解くことができることに驚いた。
- 違う考え方をしても同じ結果になる。
- マップを書くと今何をしているかがよく分かってよかった。
- 自分のマップが○○のと違っていてあせった。
- バラバラだと思っていたものがつながった。
- 相似からどうしても逃げている。相似は苦手らしい。
- マップに書くと普通にノートに書くより，人の考え方との違いがわかりやすかった。
- 何をやってきたかをいつもより覚えている気がする。
- 何回失敗してもあきらめないことが大切。
- 式を変形して係数を比べるアイデアがスゴイと思った。

4．おわりに

本稿では，「折り紙を用いた方程式の解法」を教材に用いた授業で，イメージマップと自己診断票を用いることを提案した。3.5.3で示した生徒の感想だけでなく，その他の生徒の自己診断票に記述された内容や完成したイメージマップからは，生徒が数学に対してこれまでとは違ったイメージをもったことがわかる。これは，数学を体系的に見ることができたことやこれまで学んできた数学が未知の問題の解決に使えるということを体験したことが大きく関係している。この点で，イメージマップと自己診断票は非常に有効であったといえる。

また，イメージマップを用いて，思考の過程の全体像や前後関係などを視覚的に明らかにしたことによって，ベースとした参考文献では数学的に明らかであるため，あえて触れていないと思われる内容を生徒自身が発見することができた。イメージマップは，生徒が自ら未知の部分の問題を発見することにも有効な手だてとなったといえる。

今後の課題は，イメージマップの可能性をさらに広げることである。例えば，学習前と学習後に同じ内容のマップをかかせることが考えられる。これによって，生徒は自分の考え方やとらえ方がどのように変わったかを自分の目で見て実感することができるようになるだろう。

引用・参考文献

［1］加藤渾一，1999，折り紙と方程式
http://www.nikonet.or.jp/spring/ori_h/ori_h.htm
羽鳥公士郎，K's Origami
http://www.jade.dti.ne.jp/~hatori/library/constj.html
［2］Robert Geretschläger，2002，折り紙の数学，森北出版社，pp.22-61
［3］文部省，1999，中学校学習指導要領（平成10年12月）解説－数学編－，大阪書籍，p.15