

## 空間認識力をはぐくむ授業

The Lesson of the Solid Figure  
Which Develops Space Cognitive Power

山田 和美\*・田中 佳江\*\*・山本那津子\*\*\*・日向 伸\*\*\*\*

Kazumi YAMADA\*, Yoshie TANAKA\*

Natsuko YAMAMOTO\*\*\* and Shin HINATA\*\*\*\*

## 1章 空間認識力

## 1 数学教育の観点から

わが国の数学教育では空間認識力という語はそれほど用いられていない。しかし、それと同義の言葉として、様々な語が用いられている。

「空間観念」として規定している新算数教育研究会は、一般的には「『空間観念』とは、目に見える具体的な物、あるいは感覚的にとらえられる物を通して、その背後にある空間としての抽象的・理想的なものを感じることができる力」とし、具体的には5つの観点からとらえている。①直感的に図形を認める力、②立体を図で表現する力、③立体を構成する力、④位置をとらえる力、⑤立体の広がりや量を量的にとらえる力である。<sup>1)</sup>

一方、赤井氏は、小学校における空間観念の育成の立場から空間観念を「空間における事物をイメージでき、広がりや意識し、空間を自由に操作できるもの」ととらえている。<sup>2)</sup>

また、狭間氏は「空間思考」という語を用い、「現実的空間または抽象的空間に関わる課題遂行場面で、いろいろな直感的支えをもとに、意識的に空間的心象をつくり心的操作をする知的活動」ととらえている。<sup>3)</sup>

そして、國本氏は「空間直観力」という語を用いて、8つの観点から規定している。8つの観点とは、以下に掲げる力である。<sup>4)</sup>

視覚化（具象化）として、「図形を認める力」、「図形を構成する力」、「操作を見通す力」、「図形を見抜く力」とまとめている。また、空間的關係として、「図形や空間の広がりをとらえる力」、「図形を図で表現する力」とまとめている。そして、空間的方向づけとして「位置をとらえる力」、「空間自由移動能力」とまとめている。

このように、空間認識力について多くの規定がなされている。

## 2 心理学の観点から

心理学の観点から考察すると、空間認識力は「空間認知」という用語が多く用いられ、より広く捉えられている。その中でも特に我々が注目したいのは、知能の中の特定の領域を占めるとされる「空間能力」である。

空間能力の歴史を振り返ってみると、1937年まであまり注意が払われてこなかった。しかし、1938年にサーストン (Thurstone, L.L.) によって初めて認められた。この頃から、空間的な諸能力が相互にどのように異なっているのかを明らかにすることに注意が払われはじめた。<sup>5)</sup>

ここでサーストンが認めた空間能力とは、対象を2次元または3次元で思考する能力で、物体の空間における関係を理解する能力のことである。

サーストンは、さらに、この空間能力を次の3つの下位能力に分けている。<sup>6)</sup>

a) 視覚化（具象化）：表象内容を思考上で操作

2006.11.30 受理

\*教育人間科学部自然情報講座

\*\*長岡市立上川西小学校

\*\*\*金沢市立西南部中学校

\*\*\*\*新潟市立入舟小学校

#### できる能力

例えば、平面図形や立体をより小さな部分に分割すること、これらの部分を平行移動や回転によって再配列すること、それらをつなげたり合成したりして、新しい平面図形や立体を作ることなどが挙げられる。

- b) 空間的關係：対象やその部分の空間的關係を正しく把握する能力

例えば、立体図形を展開図や見取図などに表現する能力が挙げられる。

- c) 空間的方向づけ：空間内に自分自身を正しく組み入れる能力

例えば、交通や旅行、教室などで、自分自身がどこにおり、どのようにすれば目的地に至るかなどがわかる能力である。また、上下、前後、左右の意味が理解できたり、ある位置から見た図形の配置が理解できる能力である。

サーストンによって「空間能力」が発見されて以来、今日まで多くの研究者がこの能力について研究している。それらを概観する中で、特に知能検査によって知能を測定する心理測定的なアプローチによる研究において、竹内氏は「空間能力」を以下のようにまとめた。

「空間能力」は人間の認知的諸能力の中で一定の領域を占めるものであり、必ずしも課題に空間的ないし視覚的な刺激を含まなくても問題解決過程において視空間的な方略が用いられるときには関与する能力であって、空間関係や視覚化などの下位能力にさらに分類することが可能なものである。<sup>9)</sup>

具体的には、現在行われている知能検査のWISC-IIIを例に挙げる。<sup>9)</sup> この検査は言語性検査と動作性検査に二分され、動作性検査には「絵画完成」、「符号」、「絵画配列」、「積木模様」、「組み

合わせ」、「記号探し」、「迷路」がある。動作性検査には、課題の刺激そのものに、視覚的ないしは空間的な性質をもたない検査が含まれているが、これらすべての課題を考える過程で、空間能力が関係しているということである(図1)。

最後に、空間能力とは何かという問いについては研究者によって答えの与え方は異なっているようであるが、空間能力研究では、「空間能力とは対象の形や大きさ、向きといった空間的な関係を認識するとともに、それに心理的な操作を施すことによって、対象を変形させたり、空間的な方向付けを行ったりする能力である。」という暗黙の想定があるようである。<sup>9)</sup>

### 3 空間認識力についての本研究の目的

空間図形の学習において、空間図形と聞いただけで思考が止まる児童がいたり、図形のイメージが頭の中になかない児童がいたりする。<sup>10)</sup>

こういった児童にとって、空間図形に対する苦手意識が薄れたり、空間について考えることが好きになったりしてほしいと願う。そこには、上記にあげたような空間認識力が関わっていると考えられる。

そこで、我々は空間認識力に着目した。空間認識力を育成するために、小学校段階から念頭操作を取り入れ、経験させておくことが必要であると考える。本研究では、児童が念頭操作を行いやすくするために、2つの手だてを考える。1つは、立体の模型を使った直感的に分かる教具を用いることであり、もう1つは、3D画像を用いることである。そのことによって、立体を見る際に視点の変更や立体のイメージがしやすくなり、念頭操作が育まれると考える。

また、このように小学校段階で培われた空間認識力は、中学校・高等学校での空間図形の学習に

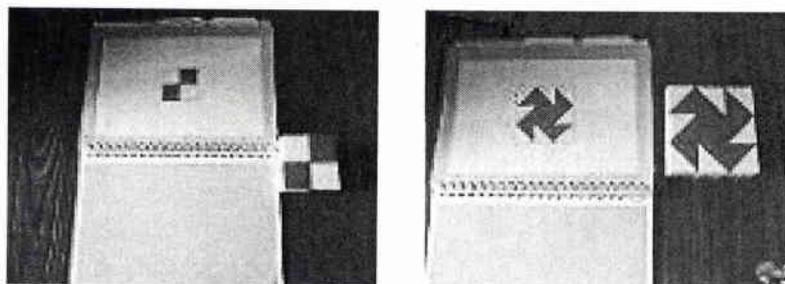


図1 WISC-III知能検査「積木模様」

役立つと考える。小学校、中学校、高等学校の学習には系統性があり、小学校での経験や知識は、今後の学習の素地になる。

したがって、本研究の目的は、友達の考えを聞いたり、具体物を使ったり、3D画像を見たりする活動を通して、念頭操作を行わせ、空間認識力を育成することである。

## 2章 空間認識力の育成

### 1 小学校における念頭操作

小学校の算数では、空間図形を考えるときに具体物を用いたり、算数的活動を行ったりしている。確かに小学校の段階では、立体を頭の中でイメージしにくいので、具体的な操作活動を保証することは大切である。しかし、中学校や高等学校の授業では、空間におけるイメージができ、念頭操作ができることが必要とされる。例えば、中学校では回転体、高等学校ではベクトルなどが挙げられる。このように、空間図形の系統性を考えると、小学校での図形学習の経験は、中学校の図形教育や高等学校での幾何教育の土台を形成するものとして位置づけられている。

現行の学習指導要領では前回（平成元年度版）と比べると、内容が大幅に削除・先送りされた。小学校では、立方体や直方体の学習が4年生から6年生へと移行され、柱体・錐体は中学校へと移行された。空間図形を扱う内容が削減されたことで、経験が不足し、それが念頭操作の難しさにつながっている。

よって、学校間のつながりや豊かな経験を育むことを考えると、小学校高学年の段階から、念頭操作を授業に取り入れ、高めていく必要があると考える。

### 2 3D画像を取り入れた授業

立体の初期の指導では、箱や積み木などの身の回りの具体物に触ったり、動かしたりする直接体験が中心である。立体の形や動きを頭の中で児童が再現できるようになるためには、この体験だけでは不十分であると考えられる。立体を頭の中で念頭操作するのに近いイメージを与えることが重要である。そのために、3D画像を利用して画面上の立体を操作することは有効である。立体をWeb上で見るためのWeb3dのブラウザ（例えばCortona）では、立体の回転の中心を固定することによって、視点を安定させてみるができる。そのため、具体物による操作に比べ、頭の中での動作の再現がしやすくなるという利点がある。また、自分の見たいところで、静止させてみるができる。提示された立体を連続的に動かしながら自分の好きな方向から調べられる。この機能を使って操作することによって、空間認識力を身に付けさせることができる。

Web3dのブラウザで覗くことができるコンピュータの中の仮想空間では、この空間に設定された視点の中の一つの視点から対象を観察することができる。いろいろな方向から見たり、立体を動かしたりすることによって、対象をただ一つの視点から見るだけでは不十分で、いろいろな視点から見る必要があることを発見する。

Web3dのブラウザで覗いた仮想空間で見るイメージは頭の中に描くイメージに近い。したがって、コンピュータは児童が念頭操作を行うときの補助教具の役割をしていることになる。（図2）

### 3 多様な見方

空間図形について考えるときには、1つの見方だけではなく、様々な見方ができた方が図形をイ

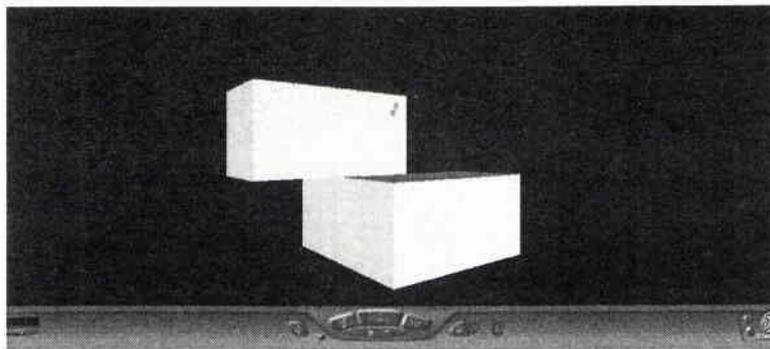


図2 Cortonaを使用した3D画像

メージしたり、念頭操作をしたりしやすい。

ここで見方には、自分の視点を固定して立体を動かす見方と、立体を固定して自分の視点を動かす見方がある。宮崎氏ら(1985)は前者を“見る”視点、後者を“なる”視点と区分した。<sup>11)</sup> “見る”視点と“なる”視点の例として、以下の問題を取り上げる。この問題は狭間氏の『こうすれば空間図形の学習は変わる』のp21問題5である。

## 2 題材のねらい

立体を回転したり、様々な視点から立体を見たりする活動を通して、念頭操作が行いやすくなり、空間認識力が育成される。

## 3 系統から見た考察

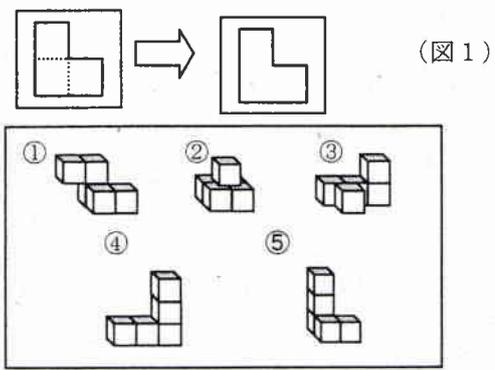
小学校第1学年では、身近な立体について観察したり、分類したりして、ものの形を次第に抽象

板の上に同じ立方体を3つのせて、周りを切り抜いて、図1のような穴を開けました。

図の①～⑤の形は、上と同じ立方体を5つつないで作ったものです。

板の穴を通り抜けるのは、①～⑤のどの形ですか。

全部選んで、番号を書いてください。



(問題は狭間氏の『こうすれば空間図形の学習は変わる』より抜粋)<sup>12)</sup>

この問題の「通り抜ける」というアイデアが、本研究の目的である見方を広げる際に有効に働くと考え、参考にさせていただいた。

宮崎氏らの言う、“見る”視点というのは、自分の視点を固定して立体を動かす見方なので、この問題で言えば、穴を取りぬけできるように①～⑤のそれぞれの形を回転させる見方のことである。“なる”視点というのは、立体を固定して自分の視点を動かす見方なので、この問題で言えば、穴の形に合うように、①～⑤のそれぞれの形を正面からだけではなく、前後左右など様々な方向から見る見方である。つまり、投影的な見方である。このように多様な見方ができると、それぞれの形によって使い分けができ、考えやすい。

授業で意見を発表する場をつかって友達の見方を知ったり、3D画像で念頭操作を意識させたりすることで、児童一人ひとりの見方を広げたい。

## 3章 授業実践

### 1 題材名

「かぎ屋を助けよう!!」

していく。第3学年では、箱の方について観察したり構成したりして図形の構成要素を知る。これは以後の分析の着眼点となる。第6学年では、立体図形として、立方体、直方体、角柱、円柱を取り扱う。さらに、立方体や直方体の展開図や見取図について学習する。<sup>13)</sup>

中学校第1学年では、小学校での学習を基礎にして、空間図形についての理解をいっそう深める。特に、直感的な理解を助け、論理的な考察の基礎を培うために、例えば、立体の模型をつくりながら考えたり、目的に応じてその一部を平面に表す工夫をしたりするなど、観察、操作や実験を通して図形を考察することを基本にして学習を進めていく。<sup>14)</sup>

高等学校では数学Iの図形と計量(三角比)、数学Bでベクトルで空間図形が扱われている。

このように、小学校では具体的な算数的活動が多く行われているが、中学、高校と学年が進むにつれて、直感的な見方や考え方を深め、図形についての論理的な考察ができることが必要になってくる。学校間のつながりや豊かな経験を育むことを考えると、小学校の段階から、念頭操作を授業に取り入れ、高めていく必要があると考える。今回の授業内容は現行の学習指導要領にはないが、

高学年の補充教材として扱うことができる。

せ、残りの2つの鍵について考える。空間図形が苦手な児童も興味をもって取り組めるように、「おっちょこちょいな鍵屋」のストーリーを用いる。

4 授業の構想

見取図から、立方体5つで作った鍵の形をイメージし、鍵穴に入るか入らないかを念頭操作で考える活動を行う。

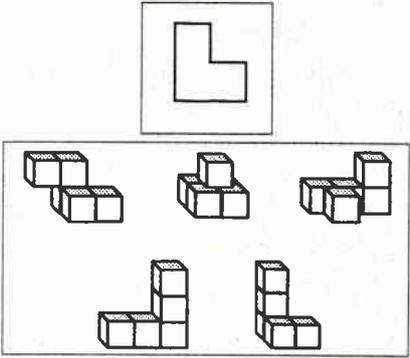
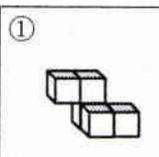
第1時では、3つの鍵について考え、その考えをワークシートに記述する。そして、考えたことを発表したり、Cortonaの3D画像を見たりする。

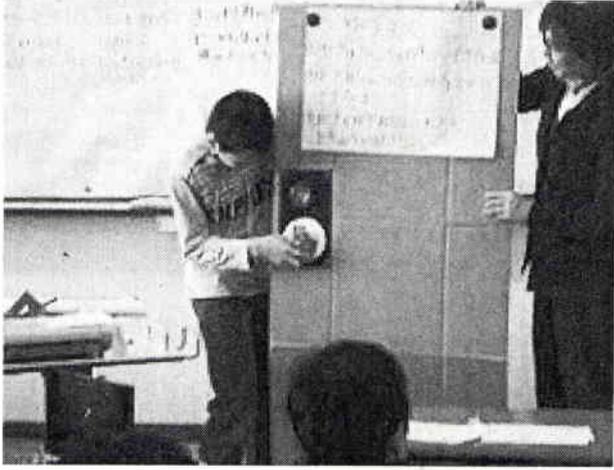
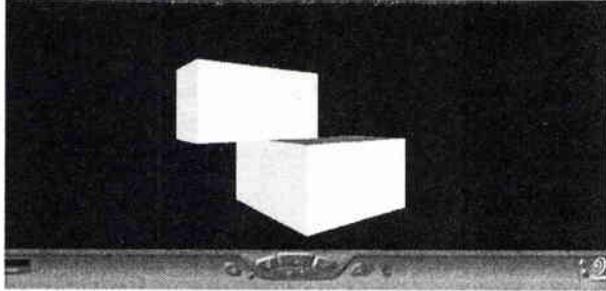
第2時では、鍵が鍵穴に入るときの秘密を考えさ

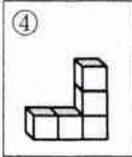
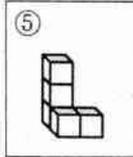
5 本時の展開

(1) 本時のねらい (2時間)

- ① 鍵が鍵穴に入るかどうか考える活動を通して、自分の頭で考えたことを記述することができる。
- ② 鍵穴に入るかどうか見つけるコツを考える活動を通して、新しい見方ができるようになる。

時 間	学習活動と児童の反応	教師の働きかけ
<p>導入 (5分)</p>	<p>○問題把握、理解</p> <p>『おっちょこちょいな鍵屋が間違えてこの鍵穴に対して、5つの鍵を作ってしまった。正しい1つの鍵を作らなくてはいけないのに、おっちょこちょいなので、どれが入るのか、入らないのか、調べられない。</p> <p>鍵屋が訴えられないように、どの鍵が入るのか、入らないのか、みんなでこっそり鍵屋に教えてあげよう。</p> <p>3つのきまりがある。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・鍵はさいころの形5つでできている。</li> <li>・鍵穴はさいころの形3つでできている。</li> <li>・鍵を鍵穴に入れたら、途中で回さない。』</li> </ul>	<p>○問題提示</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・鍵穴と5つの鍵の見取図を提示する。</li> </ul> 
<p>展開1 (3分)</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center; margin-bottom: 10px;"> <p>どの鍵が入るのか、入らないのか考えよう。</p> </div> <p>○1つ目の鍵（見取図）を見て思考し、ワークシートに考えを記述する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・入るのかな、入らないのかな</li> <li>・回転してみようかな</li> <li>・どうなるかわからない</li> </ul>  <p>○「入る」「入らない」を挙手で答える。</p>	<p>○黒板に1つ目の鍵（見取図）を提示する。</p> <p>○ワークシートを配る。</p> <p>○机間支援をする。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・考えを書くように促す。</li> </ul> <p>○「入る」「入らない」を挙手させる。</p>
<p>(7分)</p>	<p>○「入る」「入らない」の理由を前に出て発表する。</p> <p>&lt;「入る」の考え&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・回転させると、鍵穴に入ると思った。</li> <li>・くるくるさせた</li> <li>・頭の中で想像した。</li> </ul>	<p>○「入る」「入らない」の理由を前に出て発表させる。</p>

<p>(3分)</p>	<p>&lt;「入らない」の考え&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・鍵穴に入らないと思った。</li> <li>・出っ張りの部分がぶつかると思った。</li> </ul> <p>○解答する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・「入る」と考えた児童が前で具体物を使って、鍵穴に入れる。</li> </ul> 	<p>○解答させる。</p>
<p>ここでみんなの頭の中をのぞいてみよう！</p>		
<p>(26分)</p>	<p>○Cortonaを使って、理解を深める。</p>  <p>○2, 3問目も同様に行う。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div data-bbox="470 1563 606 1724"> <p>②</p>  </div> <div data-bbox="654 1563 790 1724"> <p>③</p>  </div> </div>	<p>○Cortonaを使って、念頭操作の疑似体験をさせる。</p> <p>○2, 3問目も同様に行わせる。</p>
<p>展開2 (10分)</p>	<p>かぎ穴に入るかどうか見つけるコツはないかな？</p> <p>○鍵穴に入るときのコツを考える。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・Lの形を見つければいい。</li> </ul> <p>○鍵穴に入るときのコツを考えさせる。</p>	

<p>(25分)</p> <p>まとめ (10分)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・直角があるかどうか</li> <li>・長さが2か3か</li> <li>・回転させてLの形を探す。</li> </ul> <p>○コツを振り返ってネーミングする。</p> <p>○4, 5問目も1問目と同様に行う。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>④</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>⑤</p>  </div> </div> <p>○授業の感想をワークシートに記述する。</p>	<p>○コツを振り返ってネーミングさせる。</p> <p>○4, 5問目も1問目と同様に行わせる。</p> <p>○コツにあてはめて見方を意識させる。</p> <p>○授業の感想をワークシートに記述させる。</p>
-----------------------------------	--	---

## 6 授業記録と考察

### (1) 「本時のねらい①」について

ねらい①は「鍵が鍵穴に入るかどうか考える活動を通して、自分の頭で考えたことを記述することができる。」であった。これについては、全員が1～5のすべての問題に対して、自分の考えをワークシートに記述していた。また鍵穴に入るかどうか見つけるコツについても、自分の見方・考え方を言葉や図で表現していた。よって、ねらい①は達成できたと考える。具体例を以下に示す。

「かぎをまわすとかぎあなとあう。」や「たてがでっばっているけど、かいてんさせればかぎのあなとおなじになってはいる。」や「どう回しても入りそうにないから。」などと記述しており、回転の考えを使っていた。これは宮崎氏の言う“見る”視点を使って考えていたといえる。

また「横から見れば合う」や「どの方向から見てもかぎあなにあう形が無い。」や「真正面から見るのを想像して、かぎ穴と同じ形をしているから。」や「このかぎは、入らないように見えるけれど、下から見ると、かぎ穴の形になるから。」などと記述しており、上下左右の投影図を描いている児童もいた。これは宮崎氏の言う“なる”視点を使って考えていたといえる。

その他にも「かぎのあなとおなじだけどたてとよこにそれぞれに多いから」や「たても横も3つならんでいるから、かぎあなには入らない。かぎあなはたてもよこも2つだから入らない。」など、

数に注目している児童もいた。また「このかぎは上の1つが下の4つとずれているから。」や「上の中心の所にあると、かぎあなの中心のココの部分でどうしてもつかえてしまうから。」など、形に注目している児童もいた。

このように、自分なりに工夫して言葉や図で考えを記述していた。

### (2) 「本時のねらい②」について

ねらい②は「鍵穴に入るかどうか見つけるコツを考える活動を通して、新しい見方ができるようになる。」であった。これについては、ワークシートを見ると、コツを考え、発表した後から、新しい見方が広がったり、2つの視点でみることができるようになっていたりする児童の姿が見られた。よって、ねらい②は達成できたと考える。具体例を以下に示す。

1問目は「どう回しても入りそうにないから。」と考えていた児童が、5問目では「上から見るとかぎの形になる。」と考へて、“見る”視点から“なる”視点に視点を変更させて考へていた。また、1問目は「中の方に、かぎあなと同じ3つのサイコロの形があるから。」と考へて、5問目では「一度左に回して、次に、上に回すと、かぎあなにあうから。」と考へて、“なる”視点から“見る”視点に視点を変更させている児童がいた。

また、ネーミングをした後で、ワークシートの記述の際にその名前を使っていたり、図を取り入

れたりして考えている児童もいた。

このように、友達の意見を聞いたり、コツを考えたりする中で別の見方ができるようになっていた。

### (3) 全体の考察

授業の様子から、児童は見取図からすぐに立体をイメージできているようだった。図を示すと、「わかった!」などの声があがり、すぐに考え始めていた。考えるときには、頭の中に立体を想像して、手で回してみたり、見取図を横から覗き込んで見たり、紙を回したりして思考していた。しかし、入る・入らないの理由が表現しづらい様子であった。頭の中で考えていることすべてが書ききれいでなかったり、書いていることと考えることが違ったりしているようであった。児童は自分の考えをすべて表現しきれいでない様子であった。

授業中はどの児童も楽しそうに取り組み、3D画像を見る場面では、食い入るように集中して見ていた。問題を解くにつれて、手を挙げて意見を発表したり、前に出て実際に鍵を鍵穴に入れたりしようとする児童が増えていった。授業後は「かぎをたおすとは思わなかった。」や「おもしろかった。またやりたい。」などそれぞれの感想を伝えてくれた。教科書にない問題だったが、試行錯誤しながら自分なりに考え、表現していた。どの児童からも生き生きとした表情が見られ、意欲的に取り組んでいる様子であった。

ワークシートを見ると、自分の考えにこだわる児童や、他の子の意見を聞いていろんな見方を取り入れる児童、問題によって見方を変えている児童がいた。投影図を習っていないのにも関わらず、投影図をかいて考えている児童が何人かいた。理由を書く際に文章だけではなく、図を使って自分の考えを表現している児童もいた。

また正答率を集計してみると、全体的に高かった。

#### \*正答率

	1問目	2問目	3問目	4問目	5問目
はじめ	80.6%	100%	67.7%	96.8%	83.9%
意見を聞いた後	87.1%	100%	80.6%	96.8%	100%

今後の展開として、児童それぞれに鍵穴に入る

鍵、入らない鍵を作らせ、問題を出し合う授業を行いたい。

### おわりに

本研究の実践にあたり、実践の場をご提供くださり的確なご指導をいただいた新潟県新潟市立入舟小学校の本多英子校長先生はじめ、教職員の皆様に多大なるご理解とご協力をいただきました。空間認識力の育成における課題や実践への示唆を含め、あたたかくも厳しいご指導をいただいた関係者の皆様にこの場をかりて厚く御礼申し上げます。

### 引用・参考文献

- 1) 新算数教育研究会編(1991),『豊かな空間概念を育てる』,東洋館出版社, pp.8~17
- 2) 赤井利行(1997),『空間観念の育成に向けて』,学校教育研究会
- 3) 狭間節子(2002),『こうすれば空間図形の学習は変わる』,明治図書, pp.12~13
- 4) 國本景亀(1996),『空間直観力と論理的思考力を育成するための教材開発と指導法の改善』,平成6~7年度科学研究費補助金(一般研究(C))研究報告書, pp.63
- 5) 空間認知の発達研究会編(1995),『空間に生きる一空間認知の発達の研究一』,北大路書房, pp.144
- 6) 4)と同掲書, pp.62
- 7) 影山和也(2003),『数学教育における空間的思考の水準に関する研究』,広島大学大学院学位論文, pp.10
- 8) David Wechsler,『日本版 WISC-III 知能検査法Ⅰ理論編』,日本文化科学社, pp.13
- 9) 7)と同掲書, pp.11
- 10) 狭間節子(2002),『こうすれば空間図形の学習は変わる』,明治図書, pp.10~11
- 11) 宮崎清孝・上野直樹(1985),『視点』,東京大学出版会
- 12) 狭間節子(2002),『こうすれば空間図形の学習は変わる』,明治図書, pp.21
- 13) 文部省(1999),『小学校学習指導要領解説 算数編』, pp.51
- 14) 文部省(1999),『中学校学習指導要領解説 数学編』, pp.81