問題解決能力と表現力を育む中学校数学の授業に関する実践的研究

Practical research on lessons of junior high school mathematics which develop problem-solving capability and power of expression

垣水　修・瀬野　大吾・大面　幸子
笹崎　俊・甫仮南欧美・阪中　典子

Osamu KAKIMIZU, Daigo SENO, Sachiko OHMO,
Suguru SASAZAKI, Naomi HOKARI and Noriko SAKANAKA

0．はじめに

「学校教育が質的に向上したかどうかの決定的な基準は，教科教育において，児童・生徒たちがどの程度生きて働く知識を身につけ，それを通して生涯にわたる学習ができる能力を身に着けたかどうかにある。」とG.N.ミューラー，H.シュタインブリング，E.Ch.ビットマンは[4]において述べている。経済協力開発機構（OECD）がおこなった生徒の学習到達度に関する国際比較調査（PISA）は，この点に関して日本における学校教育の問題点を浮き彫りにするものであった。筆者たちは，PISAの調査結果と，PISAにおける学力観とを踏まえて，「数学的リテラシー」と「問題解決能力」とを結び付ける中学校数学の授業を構想し，授業実践をおこなった。本稿では，その授業構想の理論的枠組みを提示し，授業実践の分析と考察をおこなう。

PISA調査における数学的リテラシーの領域は，生徒が様々な状況において数学的課題に対して問題を設定し，定式化し，解釈し，さらにそれを解決するために概念を有効に分析し，推論し，他者に伝達することのできる能力に関係している。PISAにおいては，数学的リテラシーは，「数学が世界で果たす役割を見つけ，理解し，現在及び将来の個人の生活，職業生活，友人や家族や親族との社会生活，建設的で関心を持った思慮深い市民としての生活において確実な数学的根拠に基づき判断を行い，数学に携わる能力」と定義されている（[1],[2]）。現実的な問題に対して，それを数学を用いて解決するためには，数学的な構造を読み取ることおよび導入することがまず重要になる。このプロセスは「数学化」と呼ばれるものであり，次のような特徴を持っている：

- 現実に存在する問題から出発すること。
- 数学的な概念によってその問題を構成すること。
- 問題のどの主要点が重要であるかを定式化する過程を通して，状況の数学的な特徴を明らかにすること。
- 現実の問題状況を表現した数学的な問題を解くこと。
- 現実の状況に即した形で数学的解答を解釈すること。

また数学化は問題を「現実」から数学に翻訳することを必要とする。このプロセスは，次のような作業からなる：

- 現実に位置づけられた問題から見て関連のある数学を特定すること。
- 問題を数学的概念に従って構成し，適切な仮説を設定すること。
- 問題の言語と，問題を数学的に理解するのに必要な記号言語及び公式言語との間の関係を理解すること。
- 規則性，関係性及びパターンを見つけること。

2007．6.29　受理

・既知の問題と同型の側面を認識すること。
・問題を数学的モデルに翻訳すること。

現在の学校数学では，答えが定まっている問題を解くというのがほとんどである。しかし日常生活においてや，生徒が今後社会に出た場合には，答えが1つに定まっていない問題に直面することが多々ある。そうした問題に直面した時立ち止まってしまうことなく，その問題を解決していけるようにならなければならない。そのためには，問題に対してより適切な方法や手段を選択して用い，解決に導くことができる能力，すなわち問題解決能力を身につける必要がある。人は，生きるための知識を持っていることはもちろんのこと，その知識を使える力がなければ，問題を解決することはできない。与えられたテーマや問題の中で，生徒が「どの知識を使ってどう解決するか」を自分で考えて自分の言葉で表現できれば，問題解決能力が身についているといえるであろう。このため私たちは，『東京ディズニーランドへのオススメ旅行プラン』というテーマの授業を構想し，授業実践をおこなった。表やグラフや図などのいままでに学習した表現方法を用いて，自分に最適な旅行プランを他のプランと比較しながら考え，さらにグループごとに「プレゼンテーション」をおこない，お互いに発表を評価しあうという授業である。

我々が構想し，実践をおこなった授業は，学校数学のカリキュラムの特定の単元や特定の数学の内容と直接に関係するものではない。我々の考察はまず，「数学的思考を用いた問題解決」に関する授業の基本的なモデルであり，それを例示することであった。以下の節においては，まず問題解決能力について要点を整理し，授業実践の構想を述べ，さらに授業の分析と考察をおこなう。

1．PISAにおける問題解決能力について

PISA2003年調査では問題解決能力を，「解決の道筋が瞬時に明白でなく，応用可能と思われるリテラシー領域またはカリキュラム領域が数学，科学または読解の単一の領域だけには存在していない，現実の領域横断的な状況に直面した場合に，認識プロセスを用いて問題に対処し，解決することができる能力」と定義している（[3]）。

PISA調査は，義務教育修了段階の15歳の生徒が持っている知識や技能を，実生活の様々な場面で直面する課題にどの程度活用できるかどうかを評価するものである。いくら知識を持っていても，与えられたテーマや問題で「どの知識を使ってどう解決するか」を自分で考えて「自分の言葉で表現」できなければ，その知識を使える力があるということにはならない。このように，PISA調査で測られる能力は，社会に出て生きるための力としての「知識活用力」や「問題解決力」である。PISAの調査では問題解決能力が，読解力，数学的リテラシー，科学的リテラシーといった領域すべてと関わっている。また，問題解決能力における問題の種類は，意思決定，システム解析・設計，トラブル・シューティングに分類されている。問題解決能力は，将来の学習のため，社会に有効に参加するため，また個人的な活動を実行するための基盤を提供するものと考えられ，数学だけでなく多くの内容領域と関わっている。「問題解決のプロセス」は，次の(1)〜(6)のように捕らえることができる（[3]）：

(1)　問題の理解
・どのようにしてテキストや図，公式や表を理解し，推論を引き出すか。
・どのようにして多様なソースから情報を関連づけるか。
・どのようにして与えられた情報を理解するために背景の知識から得られた情報を理解するか。

(2)　問題の特徴づけ
・どのようにして問題の中の変数とそれらの相互関係を明確にするか。
・どのようにしてどの変数が関連してどの変数が関連していないかを決定するか。
・どのようにして仮説を構築するか。
・どのようにして文脈情報を検索，整理，考察して，批判的に評価するか。

(3)　問題の表現
・どのようにして表やグラフなどの表現，記号あるいは言葉による表現を構築したり，その問題を解決するために，与えられた外部の表現を応用するか。
・どのようにしてある表現から別の表現へと変更するか。

(4)　問題の解決
・決断を下すこと（意思決定の場合）。
・システムを解析したりある目標を達成するためのシステムを設計したりすること（システム解析・設計の場合）。解決方法を診断し，提案すること（トラブル・シューティングの場合）。

(5)　問題の熟考
・どのようにして自らの解決策を検討し，追加の

情報または明確化を求めるか。

・どのようにして解決策を再構築し，社会的または技術的に許容可能なものにするために自らの解決策を異なる観点から評価するか。

・どのようにして自らの解決策を正当化するか。

(6) 問題の解法を伝えること

・どのようにして他の人々に対して自分の解法を表現し，伝えるのに適した媒体と表現を選択するか。

2．授業実践

「数学的思考を用いた問題解決」をおこなう授業であり，日常の中に存在する場面での数学の役割を生徒に考えさせるような授業を目指した。生徒がこれまでに学習してきた数学的な考え方を日常生活のなかで活用してみようという意識をもってほしかったのでディズニーランドという生徒にとって親しみやすい場面・状況設定で課題を構想した。また，次のような問題点との関連も考慮した。PISAの2003年度の調査において，数学の自由記述式の問題に関して日本は無答率が他の参加国と比較しても高い傾向が見られた。おそらく自由記述式の問題はこれまでに生徒が学習してきた数学ではあまり経験したことがない形式の問題であったためと考えられる。そこで，自分の考えを自由に文章，数字，表などで表現できる課題を設定することにした。

さらに，この授業の特徴は「正解が無い」ということである。数値や文章としての正解があるわけではなく，自分が選んだ解答を自分が数学的な根拠を説明することで正解となるのである。全員にとって正しい一つの答えはないが，それぞれにとって正しい多くの答えが出てくるという問題である。たくさんの選択が可能であり，自分にとってより良い答えは何かを探すために，数学的に考察することが有効であると，生徒に実感してもらおうと考えた。さらに，自分の考えを伝えようとするとき，できるだけわかりやすく，根拠をもって合理的に説明することが望ましい。人とコミュニケーションをとろうとする時にも数学が使われることを，グループワークの授業形態にすることで実感してもらおうと考えた。授業は，新潟市立K中学校の第２学年のクラスで，２校時続く形でおこなわれた。

(1) 課題名：「オススメ旅行プランを考えよう」

この授業で生徒に与えた課題は，次のものである。

＜課題＞　あなたは，ディズニーランドへ遊びに行きたいと考えています。以下に示す交通手段と条件の下で，どのような交通手段を使いますか？また，その理由はなぜですか？

表２．１　片道の料金と所要時間

	料　金	所要時間
新　幹　線	10,000円	３時間
高　速　バ　ス	5,000円	6.5時間
普通列車（行きのみ）	6,000円	５時間

＜条件＞

① 交通手段は，行きと帰りで自由に選択できます。

② 日帰りで新潟出発時刻は午前６時，新潟到着時刻は午前１時です。

③ 東京ディズニーランドの開園時間は午前９時から午後10時です。

④ アトラクションは，全部で６個あり，１つ乗るのに２時間かかります。

⑤ ランチとお土産を買う時間の合計は，１時間です。

⑥ 旅行費は，交通費込みで22,000円です。（夕食，パークチケットはついています。）

⑦ 交通費を除いたお金はランチとお土産に使います。

さらに，下の表２．２を見ながら，ランチとお土産を選んでもらいます。

ランチとお土産から，最低一つずつ選びます。選び方は自由ですが，お金はすべて使い切ります。

表２．２　ランチとお土産のリスト

ラ　ン　チ	値　段	お　み　や　げ	値　段
A　ステーキセット	2,000円	等身大ぬいぐるみ	10,000円
B　パスタプレート	1,000円	限定ペアマグカップ	5,000円
C　ホットドッグ	500円	ク　ッ　キ　ー	1,500円

(2)　授業の目標

ア）日常生活の中で数学的な要素を含む課題に対して，情報を整理して意思決定をおこなう際に，学校数学で学習した表や線分図などを活用して，判断・処理をしようとする態度を身につける。

イ）自らの判断の根拠になっている事柄を，論理的にわかりやすく，相手に対して説明することができるようになる。

(3)　題材観

PISA調査の2003年度の報告書[３]によれば，日本の15歳の数学の学力は，前回2000年度の調査に比べて下がってきたとはいえ，国際的に未だ高水準である。その一方で，自由記述式の問題に関して日本は無答率が他の参加国と比較しても高い傾向が見られた。この一因として，自由記述式の問題はこれまでに生徒が学習してきた数学ではあまり経験していない形式の問題であることが考えられる。これまで生徒が学んできた学校数学では，基本的に唯一の正解を導くという形式の問題が多く，パターンにどう対応するのかというマニュアル化されたものが多かった。このために，多くの生徒の意識の中で数学が単に受験科目の一つとして位置づけられ，そのため，日本の生徒は学校数学で学習した知識・技能を日常の生活に生かしていく能力や意欲が不足していると考えられる。

したがってこの授業では第一に，これまでに生徒が学習してきた数学と，日常の中に存在する課題に対して，数学を用いて考えることの間にあるギャップを埋めるための方法を考えることを目標とする。これにより，生徒がこれまで学習してきた数学によって獲得した知識・技能の有用性を感得し，その活用法を具体的に体験してみることによって日常生活の中の様々な場面において数学を活用してみようとする姿勢が身につくと考える。第二に，生徒が頭の中で考えたことを自分の言葉で表現することができることを目標とする。これにより，生徒に意思決定の根拠を論理的に相手に説明させる活動を通して，頭ではわかっているがうまく説明できない現状の克服を図ろうと考えた。そのために，身近な生活の中での意思決定の場面を課題に設定し，知的な決定を行うためには既習の数学的なものの見方や考え方が有効であることを生徒に感じさせることが必要である。それにより生徒に数学の必要性や有用性を強く認識させることができ，その結果として今後の数学の学習に対する意欲の喚起を期待することができるであろう。

(4)　指導の構想

a）複数ある交通手段について，比較を容易にするために表や線分図などで表し，条件を整理する場を設定する。

与えられた情報を，簡単な数値計算で比較したり，図や表を用いて整理したりする。そのことにより，表や線分図などの数学的な表現がとても有効であることに気づく姿が期待できる。

b）交通手段の表やランチとお土産に関する表を考察しながら，旅行会社になったつもりで，数学的根拠を考えながら仲間とともに自分のオススメ旅行プランのパンフレットを作る活動を組織する。

それぞれの表を考察しながら，それぞれの交通手段の良さを仲間と議論する。それによって，数学的根拠に基づいて考え，自分の考えを整理し，相手に理解を求められるように説明しようとする姿が期待できる。

c）旅行プランの良さについて，数学的根拠を示しながら仲間にアピール（プレゼンテーション）する場面を設定する。

同じ交通手段を選んだ仲間と班を作り，オススメ旅行プランのパンフレットを作成してプレゼンテーションをおこなう。このことにより，数学的な根拠を示しながら説明したり，表や線分図などの数学的な表現を用いてプレゼンテーションしたりする生徒の姿が期待できる。

d）仲間のプレゼンテーションを評価する場面を設定する。

評価シートによって，それぞれの班のプレゼンテーションを評価する。その際，表や線分図などの数学的な表現を使うことで数学的に説得力のあるプレゼンテーションができ，分かりやすく相手に伝えられることに気づく姿が期待できる。このことにより，他の意見を理解し，さらに自分の考えを深めようとすることで，よりよい説明を目指す意欲が生まれる。

３．授業分析と考察

(1)　本時（１／２）について：　本時（１／２）の展開の流れは大きく次のように分けられる。

①　導入

②　問題把握（全体）

③　第１回意思決定（個人）
④　問題の条件整理（全体）
⑤　主発問（整理の仕方を考える）（個人→全体）
⑥　実際にワークシートに整理（個人→全体）
⑦　問題の条件追加
⑧　第２回意思決定（個人）

以上の①～⑧について順に，今回の授業実践を生徒の実際の動きやワークシートからふり返り分析していくことにする。

①　導入

導入では生徒の緊張をほぐすことを目的に第一声から「東京ディズニーランド」についての話題を投げかけてみた。事前に指導案を作成している段階では，生徒からは好意的で活発な反応が返ってくることを予想していたが，実際には発言が唐突すぎたことなどから生徒に予想していたような反応は残念ながら見られなかった。

②　問題把握（全体）

問題提示の後に，生徒に対して問題文に関する質問を求めたが反応がなかった。しかしこのことは全

表３．１　生徒の意思決定における推移

	交通手段	第１回 意思決定	第２回 意思決定	第１回→第２回 変化の内訳	プレゼン時 意思決定
A	新幹線 ⇄ 新幹線	12人	9人	残留８人 転出４人 （Bへ２人・Eへ２人） 転入１人 （Bから１人）	9人
B	新幹線 ⇄ 高速バス	7人	8人	残留５人 転出２人 （Aへ１人・Eへ１人） 転入３人 （Aから２人・Cから１人）	7人
C	高速バス ⇄ 新幹線	2人	2人	残留１人 転出１人 （Bへ１人） 転入１人 （Dから１人）	2人
D	高速バス ⇄ 高速バス	4人	4人	残留３人 転出１人 （Bへ１人） 転入１人 （Aから１人）	4人
E	普通列車 ⇄ 新幹線	11人	12人	残留９人 転出２人 （Dへ１人・Fへ１人） 転入３人 （Aから２人・Bから１人）	13人
F	普通列車 ⇄ 高速バス	0人	1人	残留０人 転出０人 転入１人 （Eから１人）	2人
	不明	1人	1人		0人

員が問題文を把握できたということを意味しないであろう。文章が長く条件が複雑すぎて，何を質問していいのかさえもわからなかった生徒がいたことも考えられる。

③　第1回意思決定（個人）

問題把握に不安を残しつつ行った意思決定であったが，予想以上に生徒の反応がよかった。生徒一人一人の意見を追跡調査していくと，事前の予想に反して生徒の意思が授業の最後まで変化しない傾向が強いことがわかった（表3．1）。このことより，この第1回意思決定の際に多くの生徒がそれなりに深く考えていたことがうかがえる。

④　問題の条件整理（全体）

生徒の実態として，確率の単元が未習だったために交通手段の組み合わせが全部で6通りしかないということが理解しがたいのではないかという事前の予想に反して，大半の生徒がすんなりと全部で6通りであることを認識できていた。

また，生徒が第1回意思決定の際の根拠について，「交通費の安さ」や「所要時間の短さ」などの数的量に着目していたことが発表によってわかった。ワークシートには書かれていないが，生徒が頭の中で考えていたことを授業者やクラス全体が把握できたという点でこの活動は成功したといえるであろう。

⑤　主発問（整理の仕方を考える）（個人→全体）

今回の実践における最も大きな反省点の一つが主発問に関してであった。すなわち，主発問の意味が生徒にうまく伝わっていなかったということである。生徒に対して「揺さぶる」という効果も薄く，単に授業者のねらいが理解できないという状況に多くの生徒が陥ってしまった。机間指導によって個別に対応することにより急場を凌いだが，その結果ワークシートに記入する学習活動に多くの時間を費やしてしまった。これは後に授業時間の不足を招く原因となってしまった。生徒に対して発問の意味がうまく伝わらなかった原因は大きく二つあると考えられる。

一つ目として発問の文章の吟味が足りなかったことである。二つ目として，主発問の直前に行った全体での条件整理の学習活動が，次の発問の布石として不十分であったことが挙げられる。この学習活動を不十分なものにしてしまった原因としては，生徒の反応に対する予測が甘かったことと授業者の構成力不足が考えられる。「料金」「時間」などの数的量に関して交通手段毎に整理するためにはどうすればいいのかという認識をしっかり持たせることができなかったことは反省すべきことである。

⑥　実際にワークシートに整理（個人→全体）

主発問に対して生徒は様々な整理の方法を挙げた（表3．2）。各自がワークシートに記入したものを発表してもらい，全体で共通の認識として浸透させた。整理の仕方に関して，多くの選択肢の中から実際に生徒が選択した方法は，おおよそ事前の予想通りであった（表3．3）。しかし，生徒の中には予想外の「方程式」を選択した者が1名おり，興味深いものであった。実際には方程式で整理するのは困難であるが，果敢に挑戦しようとしていた姿勢がワークシートからうかがえ，評価できる内容であった。

また，整理の方法を箇条書きで書き出す段階では「グラフ」と書いている生徒が23名いるにも関わらず，実際に整理する段階においてはグラフを選択している生徒が2名しかいなかったことは興味深い。ここから生徒は「グラフ」という概念を知ってはいるし，様々な面で有効に活用することができるものであると感じてはいるものの，実際に使いこなす術を知らない，あるいは苦手であると感じているのではないかということが見て取れる。グラフほど顕著ではないが「方程式」にも同様の傾向が現れているとも考えられる。

一方で，クラスの過半数以上が「表」を選択し，

表3．2　生徒が挙げた整理の方法

整理の方法	表	グラフ	図	方程式	その他	不　明
人　　数（複数回答）	27	23	13	5	3	1

表3．3　実際に整理した方法

整理の方法	表	線分図	グラフ	方程式	不　明
人　　数	23	8	2	1	1

４人に１人は「線分図」を選択していたことから生徒にとって表や線分図が比較的身近で扱いやすいものであることが考えられる。生徒にとっては小学校での算数の学習はもとより，理科や社会科の学習においても表や線分図を目にすることが多く，今回の実践において表や線分図が有効であることが経験から直感的に判断できていたと考える。

⑦　問題の条件追加

問題の条件を追加することによって生徒の意思決定に変化をもたらすことを意図して行った。実際には表３．１からもわかるように，予想していたほどの効果を得ることはできなかったが，後のプレゼンテーションやそれ以後のワークシートへの書き込みからは，追加した条件に強く影響を受けたものも多く，授業全体を通しては決して無駄でなかったと言える。

⑧　第２回意思決定（個人）

問題の条件を整理したことや，より具体的な条件が追加されたことなどから，第１回意思決定よりも第２回意思決定の方が明らかに背景に数値的根拠を有している。それは生徒の第２回意思決定に関する自分なりの根拠を記入したワークシートに現れてい

表３．４　第２回意思決定・交通手段別オススメポイント

	交通手段	オスススメポイント
A	新幹線 ⇄ 新幹線 （９人）	・交通にかかる時間が少なくて，（交通）所要時間が一番短い。（５人） ・ランチはホットドッグ，お土産はクッキーを選べる。（４人） ・全てのアトラクションに乗れる。（５人） ・開園から閉園まで楽しめる。（４人） ・早く着いて，たくさん遊べる。（３人）
B	新幹線 ⇄ 高速バス （８人）	・ステーキが食べられる。（４人） ・お土産が限定マグカップ。（３人） ・開園時間と同時に入園できる。（２人） ・お土産代7,000円。（２人） ・遊べる時間９時間。 ・帰りはゆっくり休んで帰れる。
C	高速バス ⇄ 新幹線 （２人）	・遊べる時間9.5時間。 ・アトラクションに４つ乗れる。 ・お土産代7,000円。
D	高速バス ⇄ 高速バス （４人）	・ホットドッグが21個買える。（３人） ・往復の交通費が10,000円。（２人） ・ランチとお土産に12,000円使える。（２人） ・ステーキが食べられる。
E	普通列車 ⇄ 新幹線 （12人）	・アトラクションが５つ乗れる。（５人） ・ランチはパスタプレート，お土産は限定マグカップで，そこそこなランチとお土産が買える。（５人） ・ギリギリまで遊べるので夜景が見られる。（３人） ・バランスがいい。（２人） ・お金がちょうど良く余る。 ・列車の中でわくわくドキドキしながらディズニーランドに行き，夜景を見ながらショッピングできる。
F	普通列車 ⇄ 高速バス （１人）	・交通はちょっと時間がかかるけど，ランチ，お土産代がとれる。 ・クッキーが３つ買える。 ・新幹線だとお金がかかりすぎるので２番目に速い普通列車で行く。

る（表３．４）。これにより，授業を通して生徒が課題をより数学的にとらえ，分析して意思決定を行うようになっているのがわかる。これは今回の実践の目指すところの一つである。

この活動は本時の１時限目と２時限目にまたがって行われた。その休憩時間中に生徒はお互いに活発に意見を交換し合っていた。他の生徒の意見に対して積極的に耳を傾ける姿を教室のそこかしこで目にした。半数以上の生徒が休憩時間中終始課題の話題で盛り上がっていた。生徒たちが意見の交流により，自分の考えをより深めていく様子が見られた。このような意見の交流が有意義であったことは生徒たちの授業後の感想からも読み取れた。

⑵　本時（２／２）について：　本時（２／２）の展開の流れは大きく次のように分けられる。

①　グループ化
②　プレゼンテーションの準備
③　プレゼンテーションとその評価
④　プレゼンテーション終了後の意思決定

①～④について順に，今回の授業実践を生徒の実際の動きやワークシートからふり返り分析していくことにする。

①　グループ化

前時の最後に行った第２回意思決定を受け，最終的に生徒に自分の意見を決定してもらい，同じ意見同士２～５人の班を，できる限り男女混合を意識し全部で10班作成した。最も驚いたことは，６通りの交通手段の組み合わせ全てにバランスよく生徒が散らばったことである（表３．１）。事前に生徒の反応を予想している段階では，６通りのうち２～３通りに生徒の意見が集中してしまうことも覚悟していたが，授業の展開全体を通して３回の意思決定機会があったが，比較的まんべんなく意見が分かれていた。その理由として次の二点が考えられる。

１）問題の条件について数値が緻密に計算されてつくられており，どの交通手段の組み合わせを選択しても一長一短であるよう工夫されているため。

２）生徒の実態が想像以上に多様であったため。

上記の１）に関しては指導案作成の段階で何度となく議論し，それぞれに多様な価値観を持つ生徒たちの判断を上手く揺さぶることができるよう数値等の条件を決定した。この苦労が実を結んだ結果となり，この実践における最も大きな成功の一つであったと言える。２）に関しては我々の予想を越える生徒の多様性を再確認できたことにより，今後の実践に非常に役に立つ経験を得たと考えている。

②　プレゼンテーションの準備

最初にプレゼンテーションについての認知度を確認した。プレゼンテーションについて簡単に説明し，注意事項の確認を行った。授業の前半部分に時間をかけすぎて，プレゼンテーションの準備およびプレゼンテーションの時間が短くなってしまったことは全体を通しての反省材料である。各班で協力して作成した模造紙は，短い時間にもかかわらず班内での話し合いや協力態勢もきちんと行われており，どの班も予想を上回る素晴らしい出来であった。これにはこの学級の持つ力を感じさせられた。各班の作成した模造紙に書かれていた表や図は，ワークシートに各自が整理していたものよりもさらにわかりやすいものに進化しており，考えを交流させることによる効果をあらためて感じた。

③　プレゼンテーションとその評価

（ア）プレゼンテーションについて

各班全員で前に立ち，役割を分担しながら協力して進めることができた。３つのポイントについて評価することを確認していたために，全ての班が表や図を用いて自分たちなりの数学的な根拠を示しながら発表することができていた。本時（２／２）のねらいである「与えられた情報を図や表を用いて整理し，数学的に分析した上で，その情報を自分の言葉で他人にわかりやすく表現して説明する工夫をすることができる」は，このグループによるプレゼンテーションの活動により一応の達成度を見るに至った。

（イ）評価について

プレゼンテーション開始前に，終了後に自分が最もわかりやすかった班を決定してもらう旨を伝え，他の班の発表を次の３つの観点でチェックしながら聴くように指示を出した（評価シートの質問項目①－③）。

１）お客さんとして内容がよく理解できる旅行プランだったか。
２）表や図などを使い，数学的にわかりやすく工夫されているか。
３）内容がよく伝わる発表の仕方をしていたか。

評価シートにチェックしながら聴くという活動を組織したことが功を奏し，生徒は他の班の発表に興味深そうに聴き入っていた。

表3．5　プレゼンテーション終了後に最も良かったと思った班

班番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	不明
人　数	6	6	0	0	0	8	1	2	13	0	1

全ての班が発表を終え，最もわかりやすかった班を各自に選んでもらい集計した結果，9班が優勝となった（表3．5）。この班の発表はたしかによくまとめられていたし，模造紙もきれいに整理されていた。図や表が大きく描かれ，この授業のテーマをよく捉えているという印象を受けた。

また，印象のみならず評価シートを集計して分析してみると非常に興味深い結果が得られた。評価シートには3つの評価項目があり，各項目について4段階で採点していくシステムである。優勝した9班は

表3．6　評価シート集計・分析表

班	質問番号	評価 4	3	2	1	評価計	人数計	評価平均
1	①	14	15	3	1	108	33	3.27
	②	17	7	3	6	101	33	3.06
	③	15	13	2	3	106	33	3.21
2	①	14	8	7	1	95	30	3.17
	②	15	5	8	2	93	30	3.10
	③	10	12	4	4	88	30	2.93
3	①	10	15	3	4	95	32	2.97
	②	4	15	4	9	78	32	2.44
	③	5	20	8	0	96	32	2.91
4	①	10	18	2	3	101	33	3.06
	②	9	15	4	4	93	32	2.91
	③	9	17	3	3	96	32	3.00
5	①	11	13	5	2	95	31	3.06
	②	11	15	2	3	96	31	3.10
	③	9	13	6	2	89	30	2.97
6	①	8	17	8	1	100	34	2.94
	②	10	14	9	1	101	34	2.97
	③	9	15	6	3	96	33	2.91
7	①	16	9	5	1	102	31	3.29
	②	12	14	2	3	97	31	3.13
	③	10	16	2	2	94	30	3.13
8	①	11	15	4	4	101	34	2.97
	②	18	9	7	0	113	34	3.32
	③	7	16	7	3	93	33	2.82
9	①	17	11	3	1	108	32	3.38
	②	20	9	3	0	113	32	3.53
	③	15	12	4	1	105	32	3.28
10	①	9	16	9	1	103	35	2.94
	②	15	11	6	3	108	35	3.09
	③	10	19	2	3	104	34	3.06
	計	350	404	141	74	2,968	969	3.06

表3．7　評価シート集計・分析表（各評価を選択した人数の割合）

班	質問番号	評価（数値は%表示）			
		4	3	2	1
1	①	42.4	45.5	9.1	3.0
	②	51.5	21.2	9.1	18.2
	③	45.5	39.4	6.1	9.1
2	①	46.7	26.7	23.3	3.3
	②	50.0	16.7	26.7	6.7
	③	33.3	40.0	13.3	13.3
3	①	31.3	46.9	9.4	12.5
	②	12.5	46.9	12.5	28.1
	③	15.2	60.6	24.2	0.0
4	①	30.3	54.5	6.1	9.1
	②	28.1	46.9	12.5	12.5
	③	28.1	53.1	9.4	9.4
5	①	35.5	41.9	16.1	6.5
	②	35.5	48.4	6.5	9.7
	③	30.0	43.3	20.0	6.7
6	①	23.5	50.0	23.5	2.9
	②	29.4	41.2	26.5	2.9
	③	27.3	45.5	18.2	9.1
7	①	51.6	29.0	16.1	3.2
	②	38.7	45.2	6.5	9.7
	③	33.3	53.3	6.7	6.7
8	①	32.4	44.1	11.8	11.8
	②	52.9	26.5	20.6	0.0
	③	21.2	48.5	21.2	9.1
9	①	53.1	34.4	9.4	3.1
	②	62.5	28.1	9.4	0.0
	③	46.9	37.5	12.5	3.1
10	①	25.7	45.7	25.7	2.9
	②	42.9	31.4	17.1	8.6
	③	29.4	55.9	5.9	8.8

3つ全ての項目で評価平均および最高評価である「4」獲得率ともに1位であることがわかった（表3．6，表3．7）。他の班のプレゼンの中にはユーモア優先で人気を獲得した班もあったが，9班は正攻法で臨みデータにもきちんと裏付けられた結果を残した。このことは今回の実践が成功したことの象徴である。数学的な視点から課題を整理し，それを根拠としてわかりやすく伝えようと工夫する姿勢がみられ，それを他の生徒たちも認め，高く評価した。この授業の目標に向かう生徒の姿がそこにはあった。授業の山場の一つでこのような結果が出たことは，授業の展開に終始一貫した考えがあり，ねらいを達成すべく構成した内容も大きく間違ってはいなかったということであろう。

④　プレゼンテーション終了後の意思決定

プレゼンテーション終了後に自分の意思決定に変化があったか否かをワークシートに記入してもらった（表3．8）。その結果，約25%の生徒が自分の意思決定に変化があったと解答している。この変化に関して，どの選択肢に変化したのかというところまで聞かなかった点は，研究にとって貴重な材料で

表3．8　プレゼンテーション終了後に自分の意思決定に変化があったか

変化の有無	変化有り	変化無し	不明
人数	9	27	1

あったという意味においても反省材料である。生徒の意識や考えが授業を通してどのように変化していったのかを追求するためにも，そこまでワークシートに欄を設けるべきであった。

(3) 評価規準における評価

本時では「関心・意欲・態度」「数学的なものの見方・考え方」「表現・処理」の3つの観点について評価規準を設け，生徒の学習活動を評価した。以下，それぞれの観点について本時の取り組みの結果をまとめていく。

ア）「関心・意欲・態度」について

ワークシートや活動への参加の姿勢から判断するに，ほとんどの生徒が概ねA基準に達していたと判断することができる。極端に積極性に欠ける生徒は見られず，目標の達成度にも満足できる内容であったのではないかと考える。

イ）「数学的なものの見方・考え方」について

ワークシートを見てみるとほとんどの生徒がB基準以上には達しているが，A基準を満足している生徒の数は多くはない。全体の半数に満たないであろう。しかし，班での活動を通して個々の見方・考え方が深まっていく様子は見ることができたため，学習活動の様子からはA基準を満足している生徒が多いと判断することができると考える。

ウ）「表現・処理」について

グループ活動（プレゼンテーション）において班単位で判断すると，全ての班がA基準に達していたと判断できる。グループ内における個々の裁量の違いまで細かく判定することはできないため，この「表現・処理」についても目標を概ね達成できていたと評価することができると考える。

(4) まとめ

我々はPISAの学力調査の結果を基に，PISAの問題にも対応できるような学力を育成するにはどのようにすればよいのかを考え，この授業を構想した。PISAの結果から日本の15歳は自由記述形式の問題に対する無答率が非常に高かった。日本の学校教育が受験型学力の養成に傾き，PISA型学力（例えば数学を生活の中で活用することのできる能力）の育成に繋がっていないことの表れであると感じた。そこで我々は，生徒に数学をより身近で便利なものであると感じさせ，生活の中で活用していこうとする姿勢を養うことを目的とした数学の授業を目指した。また，自由記述形式を苦手としている要因として，自分の考えを表現することに不慣れであることが考えられる。数学の知識や能力が不足しているわけではないことはPISAの調査結果からも明らかである。したがって，自分の頭の中で考えていることを文章化することや，相手にわかりやすく伝えようとする活動を通して表現することの経験を積ませようと考えた。この数学を生かして考えることと表現することは親密に関わり合っている。相手に対してできる限りわかりやすく説明しようとする時に，数学的な根拠を整理しておくことが有効であることを生徒は感じ取ったようである。「授業の感想」からも本時の学習活動は概ね成功し，生徒たちに活動を通して我々の意図がしっかりと伝わっていたと感じることができた。

PISAの示す数学的リテラシーは，次の3点を合わせ持つ能力であると言える。すなわち

・数学が世界で果たす役割を見つけ，理解する能力
・確実な数学的根拠にもとづき判断を行う能力
・数学に携わる能力

学習する数学の程度の高さにより，活用できる場面の広さは変わってくる。より高度な数学を学習することは，生活の中で数学を活用する場面を多くすることにつながる。しかし，その場面において実際に数学を活用することができるようになるためには訓練が必要である。高度な数学の問題を解くことができることと，生活の中で数学を活用することができることとは必ずしも一致しない。いかに高度な数学を理解していようとも，「市民としての生活」において「確実な数学的根拠にもとづき判断を行う」ことを訓練して，数学の有効性・有用性を肌で感じていなければ活用していこうとする姿勢が生まれない。生活の中で生かす経験を積み，積極的に活用し

ていこうとする姿勢から生まれる視点が，数学の果たす役割を見つけることへと繋がっていくであろう。問題解決能力の不足については，学校で学習している数学教育では，問題解決能力を養うような直接的な教材がほぼないに等しく，問題解決の際に数学的な根拠にもとづき合理的な判断を行うことの良さを経験することが少ないということが原因であると考えられる。つまり，問題解決のための基礎的な知識や能力は持ち合わせているが，それをどのように生かせばよいのかわからず，数学をどのように生かせばよい結果につながったのかという経験がないと考えられる。したがって，問題解決能力を育成していくための教材を使い，直面した問題から数学的要素を見つけ整理することによって，合理的判断を行うことができるという経験を学校教育の中に取り入れていく必要が痛感される。

今回の授業実践では，『東京ディズニーランドへのオススメ旅行プラン』というテーマの問題の中で，表やグラフ，図などの今までに学校数学で学習した数学的な手段を使って，自分には最適な旅行プランを他のプランと比較しながら考え，プレゼンテーションを行った。生徒は，日常生活で起こりうる問題で，今までに習った知識を使って，どう解決するかを自分で考えて自分の言葉で表現することがおおむね達成できた。これからもこのような授業を通して，生徒には日常的に問題解決をしていることに気づき，数学を習うことのよさを実感してもらいたいと考える。また，日本の数学教育では自由記述式の問題に出会うことは非常に少ない。生徒が数学的な根拠を持って，自分の考えの合理性を説明する活動は行われていないのが現状ではないだろうか。自由記述は自分の考えを文章化することであるが，我々はもう一歩踏み込んで自分の考えを相手に伝えることを学習活動として提案した。相手に対してわかりやすく伝えるためには，単に文章化することよりも工夫が必要である。文章化することはわかることであるが相手に伝えることは教えることであり，一段階上の理解が必要となる。そのためには情報を整理し，数学的根拠をより明確にし，判断の合理性を理解させなければならない。この「工夫」を通して生徒はより深く考え，的確に問題を解決していく能力を身につけることができるのではないだろうか。

参考文献

1．国立教育政策研究所監訳（2004）『PISA2003年調査　評価の枠組み　OECD生徒の学習到達度調査』，ぎょうせい
2．国立教育政策研究所編（2002）『生きるための知識と技能　OECD生徒の学習到達度調査（PISA）』，ぎょうせい
3．国立教育政策研究所編（2004）『生きるための知識と技能２　OECD生徒の学習到達度調査（PISA）』，ぎょうせい
4．G.N.ミューラー，H.シュタインブリング，E.Ch.ビットマン（2004）『算数・数学　授業改善から教育改革へ』，東洋館出版社