算数教科書における分数加法の指導 (1)

岡野　勉*・大橋　直子**

On the Teaching of Addition of Fraction in the Textbook of Arithmetic (Part1)

Tsutomu OKANO and Naoko OHASHI

目　次

0．はじめに

本稿の課題は，1989年学習指導要領にもとづく算数教科書における分数加法の教育内容・教材構成の論理を分析し，算数・数学教育に関する歴史的経緯および現在における実践と研究の到達点から，それに対する評価を試みることにある。そのために，まず，既存の教科書，指導プランの分析を通して，分数加法の指導に関する諸問題およびそれに関する現在の到達点について整理を行い(第１章)，次に，学習指導要領・指導書および算数教科書を対象として，そこにおける分数加法の教育内容・教材構成に関する分析を試みた(第２章)。終わりに，第１章で行った考察にもとづいて，第２章の分析結果に対する評価を試みた(第３章)。

本稿は，分数の導入過程および分数の性質・大小関係の指導に関する分析を試みた前稿[(1)(2)]の続編として執筆された。執筆にあたっては，岡野が，０，１－(0)(6)，２－(1)(2)(5)，３を，大橋が，１－(1)～(5)，２－(3)(4)を，それぞれ担当し，その後，全体に渡って岡野が大幅に加筆・訂正を行った。

*新潟大学教育学部附属教育実践研究指導センター
e-mail：okano@ed.niigata-u.ac.jp
**新潟大学教育学部卒業生

「これまでの算数・数学教育の目的論の展開は，学問としての数学を教えるという立場と，それを否定する立場との相互浸透の過程であった」。「そして，その過程を経ていえることは，いかに学問としての数学を教えることを目的として否定しようと，結局は学問としての数学を教えてきたのであり，相互否定と相互浸透を経てえられた数学教育の進歩は，子どもの数学的認識の成立，形成，発展の論理＝子どもに理解可能な順序構造の解明，豊富化にほかならなかったということである」[3]。このような立場から，須田勝彦は，「学問としての数学を教える」という命題が「必然的に生み出す」課題の一つとして，「それぞれの歴史的現実の中で，いかなる教育実践・教育研究上の諸潮流が，いかなる屈折した形において数学を教え，またはその屈折の故に数学を教えられなかったかを解明する課題」を設定している[4]。本稿は，現行の算数教科書について，この課題の一端を解明しようとするものである。

このような観点からは，現行の算数教科書の基本的性格について，さしあたり次のようにとらえることができる。それは，銀林浩が指摘しているように，(1)「日常生活に必要な数量的知識を教える」ことを目的とする伝統的な算数教育の内容・方法を基盤としながら，そこに，(2)「学問としての数学を教える」ことを目的とする立場からの研究成果が部分的に摂取されている，というものである。銀林によれば，その摂取が「いずれもきわめて中途半端であって，首尾一貫して」おらず，そのことが逆に問題を深刻にしている[5]。教科書の基本的性格についてはこのようにとらえた上で，そのことによって発生している問題の具体的な様相を，分数加法に関する教育内容・教材構成の論理として明らかにすることが，本稿の課題である。

算数教科書の分析にあたって，このような基本的性格のとらえ方と課題の設定にもとづくとき，以下にあげる教科書・指導プランについては，あらかじめ視野に入れておく必要があるだろう。

① 『尋常小学算術書』(第3期国定教科書・改訂版，文部省，1927(昭和2)年，通称：黒表紙教科書)。
② 『尋常小学算術』(第4期国定教科書，文部省，1935(昭和10)年～1940(昭和15)年，通称：緑表紙教科書)。
③ 授業書『新しい数－分数』(大田邦郎著，北海道大学教育学部教育方法学研究室編『教授学研究シリーズ』第3号，1978年)。
④ 『わかるさんすう(改訂版)』4，5(遠山啓監修，むぎ書房，1980年，1988年)。
⑤ 『国土社の算数えほん《分数》2.分数たす・ひく』(新居信正・荒井公毅著，国土社，1989年)。

これらの教科書・指導プランに関する立ち入った解説は省略する。ここでは，①②については，(1)「日常生活に必要な数量的知識を教える」ことを目的とする伝統的な算数教育の内容・方法の具体例として，③④⑤については，「学問としての数学を教える」ことを目的とする立場からの研究成果として，それぞれ選択されたものであることを指摘するに止めたい。

算数教科書の分析にあたっては，これらの教科書・指導プランについて，そこにおける教育内容の編成，教材，指導過程の構成，その特徴および問題点等がすでに明らかにされていることが望ましい。しかしながら，現在の研究においては，これらの点が解明され，一定の共通認識が形成されているとは考えにくい。従って，算数教科書の分析に先立ち，これらの教科書・指導プランにおける分数加法の指導について分析することが必要になる。これは，分数加法の指導に関する歴史的経緯と現在の到達点を確認するためにも必要な作業となろう。そこで，第1章においては，まず，分析の視点を設定し，それにもとづいてこれらの教科書・指導プランの分析を行なうことにしたい。ただし，これらの教科書・指導プランに関する先行研究などがすでに存在している場合は，必要に応じて，それらについても触れることにする。以上の考察を通して，分数加法の指導に関する諸問題およびそれに関する現在の到達点を整理することを第1章の課題とする。

第2章の課題は，先に設定した視点から，算数教科書における分数加法の教育内容・教材構成の論理を解明することである。その際，現行の教科書制度においては，学習指導要領・指導書による規制を無視することができないことから，まず，そこにおいて分数加法の指導がどのように構想されているかを検討し(第1節)，続いて，すでに銀林浩によって行われている教科書分析についても検討を行う(第2節)。次に，教科書内容の分析においては，まず，『小学校算数』(学校図書発行)をとりあげ，そこにおける分数加法の指導について，教師用指導書の解説等も参照・引用しながら，やや丁寧に分析を行う(第3節)。他社発行の教科書との相違点についてはそこでの分析において適宜触れるとともに，算数教科書に関する一般的傾向についても明らかにする(第4節)。次に，そこにおいて明らかにされた一般的傾向の中では特異な位置を占めていると考えられる『算数』(啓林館発行)をとりあげ，そのうち特に注目される側面に対して独自の分析を試み

る(第5節)。

第3章では，第1章の考察にもとづいて，第2章の分析結果に対する評価を行う。

《註》

(1) 岡野勉・大橋直子「算数教科書における分数の導入過程」『新潟大学教育学部附属教育実践研究指導センター研究紀要』第13号，1994年。

(2) 岡野勉・大橋直子「算数教科書における分数の性質・大小関係の指導(1)(2)」『新潟大学教育学部附属教育実践研究指導センター研究紀要』第15号，第16号，1996年，1997年。

(3) 須田勝彦「量概念をめぐって」，北海道大学教育学部教育方法学研究室編『教授学の探究』第11号，1993年，33ページ。

(4) 須田勝彦「算数の教科書のあり方－算術から数学へ」，柴田義松編『教科書』，有斐閣，1983年，150～151ページ。

(5) 銀林浩『ここが問題，いまの算数教育(小学校中学年編)』，1992年，国土社，5～6ページ。

1．分数加法の指導に関する諸問題と現在の到達点

1－(0) 視点の設定

分数の加法に限らず，一般に演算の指導について考える際には，次の2つの側面を区別しておくことが必要であり，有効でもあると考えられる。それは，(1)演算の意味付け・説明，(2)演算の結果を得るための手段・方法，である。

森毅によれば，「［例えば，(速度)×(時間)＝(距離)という記述］には，量の結合関係について，この現象の数学的法則性がある。それを定式化するものが，『式』である」。「ここで，法則性を定式化することが，数学教育として，きわめて基本的なのである」[(1)]。例えば，連続量の抽象的表現として分数を導入した場合，分数の加法については，連続量の加法性にもとづいて定式化するのが自然であろう。これが，先にあげた第1の側面にあたる。

「さらに，そのあと，ある手段によって，その式を『計算』することが必要になる。こうして，『答』がえられる」[(2)]。この「手段」の指導が第2の側面にあたる。須田勝彦によれば，「小学校での数学教育は有理数の四則演算をもっとも中心的な教育内容としてふくむ」。そして，演算の指導において，「個々の問題について，計算規則を用いて結果を得ることが指導されるのは，最終的には［有理数の］四則計算のアルゴリズムとして獲得されるべき体系の部分アルゴリズムとその具体例にほかならない」。ここで想定しているのは分数の加法であるから，そこでは，分数加法に関するすべての計算問題を「有限回の操作で一意的に解く手続き［・操作］の体系」が指導されなければならず，この「体系」の構成要素およびその具体例が教育内容・教材として構成されることになる[(3)]。

このように，これら2つの側面は，いずれも，演算指導において重要な側面であり，それぞれに関して独自の分析を必要とするものであるが，本稿においては，分数加法の指導においてより重要な課題となる第2の側面を，主たる分析対象として設定することにする。

まず，分数加法のアルゴリズムを構成するのは5つの操作である。それを具体例とともに次に示す。

$3\frac{5}{6}+2\frac{3}{14}=3\frac{35}{42}+2\frac{9}{42}$ (通分)

$=5\frac{44}{42}$ (たす)《たす》

$=6\frac{2}{42}$ (くりあげ)

$=6\frac{1}{21}$ (約分)

ここで，(たす)とは，帯分数の整数部分どうしを，《たす》とは分数部分どうしを，それぞれ“たす”ことを意味している。そして，小学校における数学教育の最も中心的な内容として有理数の四則演算を設定する立場からは，分数加法の指導において，すべての操作が揃った上記のアルゴリズムを到達目標として設定することが要請される。

このように，分数加法に関する教育内容・教材を構成することは，上記のアルゴリズムを到達目標とした，分数加法のアルゴリズムの体系を構成することにほかならない。従って，教科書・指導プランを分析する際には，まず，そこにおいて，上記のアルゴリズムが到達目標として設定されているか否かが，最も重要な視点となる。

次に問題となるのは，教科書・指導プランにおいて構成されているアルゴリズムの体系に関して，その具体例となる教育内容・教材がどのような順序・方法によって構成されているか，という点である。

この問題に対する解の一つは，最も単純かつ基礎的なアルゴリズムから出発し，そこに，新しい操作を順次付け加えていくことによって，最終的に，すべての操作が揃ったアルゴリズムに到達する，というものである。これは，到達目標となるアルゴリズムに向け，必要な操作を順に積み上げていくことを基本方針とするものであり，ここでは，これを，“積み上げ方式”と名づけておく。

これに対して，すべての操作が揃ったアルゴリズムを「典型的な複合過程」または「水源池」と位置づけ，それをできるだけ早期に形成しようとする立場が存在する。もちろん，その構成要素(「素過程」)についてはそれ以前に指導しておくことが必要である。これにより，その他のアルゴリズムは，そこから一部の操作が欠如したタイプ(「退化した複合過程」)として位置づけられることになる。この立場は，特にその「退化」の過程が，「水源池」から水道管を通して各家庭に水が配られる様子に類似していることから，“水道方式”と名づけられている[4]。両者の相違点は，教育内容・教材構成における，すべての操作が揃ったアルゴリズムの位置づけという点に端的に現れるが，より根本的な問題として，子どもにおける数学的認識の形成に対する考え方の違いが存在している[5]。

このような基本的な問題と関連しつつ，分数加法の指導については，次に述べるような具体的な問題が存在している。

第一に，個々のアルゴリズムは，個別の計算結果に関する事実を具体例として指導されなければならない以上，無限個存在している計算をどのような観点から分類するか，が問題となる。計算の「型分け」と呼ばれている問題がこれにあたる。分類の観点としては，さしあたり次のものが考えられる。

(1) シルエット $\left(\square\frac{\square}{\square},\ \frac{\square}{\square},\ \square\right)$

(2) 同分母・異分母の別

(3) 約分の有無

(4) くりあがりの有無

このうち，(1)(2)が演算の“対象”に注目しているのに対して，(3)(4)は演算の“結果”に注目したものである。

分数加法の計算体系を構成する際には，これらの観点から，いずれか一つを選択するだけでは不十分である。どれを主要な観点とし，どれを副次的な観点とするかが問題となるのであり，その組み合わせの違いによって，計算体系の内容は大きく変わってくる。

第二に，先にあげた観点のうち，特に，(2)の同分母・異分母の別が主要な観点とされている場合については，分数の性質・大小関係の指導との関連について問題にしなければならない。鈴木秀一・大田邦郎が指摘しているように，「これまでの分数指導において分数の大小・相等関係は，演算に必要な限りで［「演算に従属して」］コマ切れに扱われてきた(約分→同分母加減算→通分→異分母加減算などのように)」[6]。このような内容編成は，分数の性質・大小関係の指導という点からは，それを独自の教育内容として設定するという立場の欠如，その結果生じる演算指導への従属として問題になる。そこでは，分数の性質・大小関係に関する内容のうち，演算指導に直接関係のないものは，指導されないか，あるいは指導されたとしてもそのための教材構成が不十分なものに終わっている場合も存在するからである[7]。

これに対して，ここで問題にしなければならないのは，このような内容編成によって分数加法に関する教

育内容・教材の構成が制約を受ける可能性と危険性についてである。教育内容の編成において，分数の性質・大小関係の指導と加法・減法の指導が相互に関連づけられることは，必ずしも，後者に対する前者の従属のみを意味するとは限らないからである。このような内容編成は，分数加法の指導に対してもデメリットを与える可能性と危険性を有していると言わなければならない。このことは，分数の性質・大小関係に関する内容を，独自の教育内容として，演算指導とは独立に設定するという立場の優位性を示している。しかしながら，後に見るように，先に見たような内容編成は，伝統的な算数教育から現在に至るまで根強く継承されてきており，このような立場は現在においてもなお少数派であると言わなければならない。

第三に，1より大きい分数については，帯分数・仮分数という異なった表現形態が存在する。従って，演算指導の対象として真分数の加法しか扱わないという立場に立つのでない限り，いずれの表現形態を中心として教育内容・教材を構成するか，が問題になる[8]。例えば，量の測定から，端下量の表現として分数を導入した場合，帯分数による表現を中心として計算体系を構成することは比較的自然な選択であると考えられる。この場合については，大小比較や加法・減法が比較的容易である点が長所となろう。これに対して，仮分数による表現を中心とした場合については，帯分数中心の場合に比べて，教える操作が少なくてすむ点，乗除計算や文字計算において用いられるのは仮分数である点，などが長所としてあげられる[9]。

ここでは，仮分数による表現を中心とした場合について，検討しておくことにしよう。

この場合，先にあげた5つの操作のうち，(たす)(くりあげ)は不要となり，(通分)《たす》という2つの操作のみによって演算の結果を得ることができる(結果が既約分数にならない場合は，これに(約分)が加わることになる)。この点で，帯分数中心の場合よりも教える操作が少なくてすむことは確かである。しかしながら，それによって獲得されたアルゴリズムは，帯分数による表現が行われている場合には通用しない。そのような場合には帯分数を仮分数に変形してから計算することが必要になるが，帯分数の整数部分や分母の数値が大きくなった場合，変形の操作がめんどうになり，計算に誤りが生じやすいという問題点が次に発生する。これについては，そのような場合など教える必要はないという立場もあり得るし，実際，そのような立場を選択している教科書も存在する。しかしながら，分数加法に関するアルゴリズムの獲得を目標とする立場からは，アルゴリズムの構成要素となる操作はすべて教えることが当然の要請となるのであり，そのためには，帯分数による表現を中心として教育内容・教材を構成することが必要になるだろう。

ただし，これに関連して，帯分数による表現方法と文字計算において行われる表現方法との違いについては，丁寧な指導が必要になることは言うまでもない[10]。

なお，後に見るように，演算指導の対象としては真分数の加法しか扱わないという立場を選択する教科書も現に存在している。

最後に，このようにして構成されたアルゴリズムの体系を指導する時期をどのように設定するか，すなわち，特定の学年において集中的に指導するか，複数学年に分散して指導するか，という問題がある。これは教育内容に関する考え方の違いに起因している。すなわち，前者の場合においては，アルゴリズムの体系がひとまとまりの教育内容と考えられているのに対して，後者においては，そこにいくつかの下位区分が設定され，それが，教える学年を異にするほど重要なものとされているのである。ここでは，仮に，前者を“集中方式”，後者を“分散方式”と呼ぶことにしよう[11]。なお，これは，先に見た，アルゴリズムの体系を構成する際の順序・方法の問題と相互に関連してはいるが，ここでは，次に述べる理由により，相対的に独自な問題として区別しておくことにしたい。

銀林浩は，学習指導要領における教育内容・教材構成の基本方針を「分散主義の思想」と規定している。「［例えば］集合・関数・確率などがまとまってきちんと指導されずに，他教材の中にちりぢりに分散され」ている。「集中的な統一的な指導をなるべく避け，分散的に既存教材の中で徐々に指導しようとしている」。「ここには，経験を次第に積み重ねることによって子どもの認識が成長していく，という思想が色濃く横たわっている」。しかしながら，「このような素地の積み重ねや分散方式で，一般的な数学的概念を形成することができない」。「子どもは，最良の場合これらを各個ばらばらに認識するだけで終わってしまうだろう」[12]。

ここでは，「経験」や「素地」の“積み重ね”によって子どもの認識が形成されるという考えにもとづいて，ひとまとまりの数学的概念を細分化・分断し，それを複数学年に“分散して”指導する立場として，

「分散主義の思想」が批判されている。

ここで注意したいのは，先に見た“積み上げ方式”と“分散方式”とが，銀林においては「分散主義」として総称されている点である。戦後の学習指導要領において，これらの立場が結びついていることは確かであり，それを批判の対象とすることについても異論はない。しかしながら，ここで注意しておきたいのは，“積み上げ方式”によって教育内容・教材を構成することと，それを複数学年に“分散”させることとは一応は別の問題である，という点である。後に見るように，“積み上げ方式”によって構成された教育内容を，特定の学年において“集中的に”指導するという立場も十分に成立するからである。

以上の考察にもとづき，ここでは，分数加法の教育内容・教材構成の分析にあたって，次の視点を設定しておくことにしたい。

(1) すべての操作が揃ったアルゴリズムが到達目標として設定されているか。
(2) アルゴリズムの体系がどのような順序・方法によって構成されているか(“積み上げ方式”か“水道方式”か)。
(3) 個々の計算問題がどのような観点から分類されているか(「型分け」に関する問題)。
(4) 分数の性質・大小関係の指導との関連について，どのように考えられているか。
(5) 帯分数・仮分数または真分数のいずれが中心とされているか。
(6) 指導の時期がどのような形で設定されているか(“集中方式”か“分散方式”か)。

この他，説明は省略するが，個別のアルゴリズムに関する教材・指導過程の構成については，次の視点を設定しておくことが必要であると思われる。

(1) アルゴリズムに関する説明が行われているか，それとも問題の中で与えられるに止まっているか。
(2) 説明がある場合についてはそれが量的なものか，式や言葉によるものか。
(3) 量的な説明に関しては，分数がどのような量によって表現されているか，それが，統一性・一貫性・普遍性という要請に応えるものになっているか。
(4) 式や言葉による説明に関しては，それによって，そのアルゴリズムが計算規則として定式化・一般化されているか。
(5) 「計算練習」「練習問題」などにおいて，アルゴリズムを定着させるための問題が何問程度与えられているか。

以上の視点にもとづき，次に，先にあげた教科書・指導プランにおける分数加法の指導を対象として分析を行うことにする。分析においては，これらの教科書・指導プランの記述およびそれに関する解説等を引用・参照しつつ，教育内容として設定されているアルゴリズムの体系を明らかにすることを課題とする。その際，(1)それが教えられる順序に従う(この順序は番号によって示す)。(2)教材となっている問題のタイプについてもあわせて明らかにすることとする。従って，個々のアルゴリズムは，例えば次のように記述される。

＊⑥ 真分数＋真分数 (異分母)；(通分)→《たす》

なお，ここで付した＊は，そのアルゴリズムに関して量的な説明が行われていることを示している。

このような形で個々のアルゴリズムを記述し，これを分数加法の指導に関するすべての記述を対象に行う。これを基本的な方法として，先にあげた教科書・指導プランにおいて構成されているアルゴリズムの体系を明らかにすること，および，先に設定した視点にもとづいて，その基本的性格，特徴等を明らかにすること(第1～5節)，そして，それを通して，分数加法の指導に関する現在の到達点を整理すること(第6節)が第1章の課題である。

なお，以上の分析・考察(第1章)は，これに続く教科書内容の分析(第2章)，およびその結果に対する評価(第3章)のための基礎的作業として行われる。

1－(1) “集中・積み上げ方式”による分数加法の指導

黒表紙教科書においては，加法も含め，分数に関する内容はすべて第5学年において教えられることになっている[13][14][15]。まず，①［意義］において，分割分数の論理を用いて，分数が導入され，大小関係が指導さ

れた後，② [暗算２] において次のような問題が出されている。

1 −(1)−① 分割分数の論理による分数加法の指導

「(1) 次ノ寄算ヲナセ．

$\frac{2}{7}+\frac{3}{7}$　$\frac{1}{6}+\frac{4}{6}$　$\frac{6}{10}+\frac{7}{10}$……$\frac{5}{16}+\frac{11}{16}$……」

この問題について，教師用書では次のように解説している。

「此ノ処ノ暗算ハ前ニ掲ゲタル分数ノ意義ニ依リテ計算ヲ行ハシムルモノトス。 (中略)計算ハ次ノ諸例ニ示ス如キ順序ニテ考ヘシムベシ。

$\frac{2}{7}+\frac{3}{7}=\frac{1}{7}\times 2+\frac{1}{7}\times 3=\frac{1}{7}\times(2+3)=\frac{1}{7}\times 5=\frac{5}{7}$」

「前ニ掲ゲタル分数ノ意義」とは，「分数トハ１ヲ幾ツカニ等分シタルモノヲ幾ツカ集メタルモノ」という，分割分数による分数の定義のことである。それに「依リテ計算ヲ行ハシムル」とは，例えば，$\frac{2}{7}+\frac{3}{7}$ならば，《１を７つに等分した２つ分と３つ分を合わせて５つ分，従って$\frac{5}{7}$》として，結果を得ることを意味するものであろう。

このように，ここで行われているのは，分割分数の論理を用いた加法の指導である。そこから計算規則を導き，一般的な形でそれを定式化することは，ここでは行われていない。

また，先の問題においては，演算結果に(くりあげ)や(約分)が必要なものも含まれているが，これらの操作が教えられるのは，⑤ [約分]，⑥ [形ヲ変ヘルコト] においてであり，ここでは演算結果の変形は行われない。

なお，ここでは，これに続いて３項演算の問題も出されているが，ここでは２項演算のみを分析の対象とすることにする。

次に，③ [種類] において，帯分数・仮分数が導入される。その(4)に次の問題がある。

「(4) 次ノ寄算又ハ引算ヲナセ．

$2\frac{1}{8}+\frac{5}{8}$　$\frac{2}{7}+3\frac{3}{7}$　$1\frac{5}{11}+2\frac{4}{11}$」

これらは，「帯分数＋真分数」，「帯分数＋帯分数」の問題であるが，教師用書には計算方法に関する説明が見られない。ただし，問題(2)について，「帯分数トハ整数ニ真分数ヲ足シタルモノナルコトヲ授ケ」と解説されていることから，ここでは，帯分数に関するこの定義と先に用いた分割分数の論理とを組み合わせて，演算結果を得ることとされているのであろう。そこから計算規則を導き，一般的な形でそれを定式化することは，ここでも行われていない。

また，ここにも，演算結果に(約分)が必要になる問題が含まれているが，(約分)についてはまだ指導されていないため，ここでは約分は行われない。

徳永吉晴は，「黒表紙における分数の加法・減法は三つの段階に分かれている」として，ここまでの内容を，「計算は数の意義によって暗算で行われる」第１段階，「問題も既約分数とは限らず，答えも仮分数を帯分数にすることもせず，約分することもしない，そのような段階である」としている[16]。この点については後に触れる。

1 −(1)−② 同分母分数の場合

計算規則が主要な教育内容となるのは⑦ [加法２] からである。「此ノ処ニ於テハ同ジ分母ヲ有スル分数ノ加法ヲ授ク」として，次の問題が出されている。

「(1) 次ノ寄算ヲナセ．

$\frac{2}{9}+\frac{5}{9}$　$\frac{3}{7}+\frac{4}{7}$　$\frac{7}{10}+\frac{9}{10}$　$\frac{11}{14}+\frac{5}{14}$　……

(2) 次ノ寄算ヲナセ．

$7+3\frac{3}{8}$　$8\frac{2}{5}+\frac{1}{5}$　……　$4\frac{1}{6}+9$　$\frac{6}{7}+3\frac{5}{7}$　……

(3) 次ノ寄算ヲナセ.

$5\frac{1}{9}+4\frac{4}{9}$　$1\frac{1}{6}+2\frac{5}{6}$　……　$4\frac{3}{8}+2\frac{7}{8}$　$5\frac{5}{7}+4\frac{3}{7}$　……　$6\frac{3}{10}+3\frac{9}{10}$　$3\frac{7}{12}+2\frac{5}{12}$

(4) 次ノ各ノ括弧ノ内ニアル数ノ和ヲ求メヨ.

$\left(\frac{11}{12},\ 4\frac{5}{12}\right)\left(\frac{19}{15},\ \frac{8}{15}\right)\left(3\frac{3}{7},\ 2\frac{6}{7}\right)$」

ここでは，(1)〜(4)の順序に従って見ていくことにしよう。

(1)は，いずれも「真分数＋真分数」の問題である。計算方法について，教師用書では次のように解説している。「同分母ノ分数ヲ寄スルニハ分子ノ和ヲ分子トシ，元ノ分母ヲ分母トスル分数ヲ作ルベシ」。

従って，ここで教えられるアルゴリズムは次のようになる。

① 真分数＋真分数（同分母）；$\frac{2}{9}+\frac{5}{9}=\frac{7}{9}$　《たす》

これは，分数加法に関する最も基礎的かつ単純なタイプである。

なお，ここには，演算結果について(くりあげ)または(約分)を行う問題，および(くりあげ)の結果が整数(1)になる問題も含まれている。これらの操作についてはすでに教えられていることから，ここでは「若シ結果ガ仮分数トナルトキハ之ヲ帯分数ニ直シ，且出来ルダケ約スベシ」と解説されている。なお，この教科書において，これらの操作は必要に応じて行うものとされており，その有無については計算体系を構成する際の観点とはされていない。ただし，教科書においてそれに対応する問題があげられている場合には，次のように，番号に′（ダッシュ)を付した上で，そのアルゴリズムをあげておくことにする。

①′ 真分数＋真分数　（同分母）；《たす》→（くりあげ）→（約分）

①′ 真分数＋真分数　（同分母）；《たす》→（くりあげ→整数(1)）

徳永吉晴は，以上の内容について，次に見る(2)(3)(4)も含めて，「加法の第2の段階」とし，「同分母の加法・減法であるが，その答は仮分数は帯分数に直し，約分できるものは約分する段階である」と述べている[17]。しかしながら，演算指導の立場からは，演算結果に対する変形操作の有無が，指導の「段階」を区別するほど重要な問題であるとは考えにくい。このような観点から，ここでは，先に見た，分割分数の論理を用いた加法の指導と基本的に同じ内容が繰り返されている，ととらえておく。

(2)は，「整数＋帯分数」，「帯分数＋真分数」の問題である。この問題について，教師用書では次のように解説している。「整数又ハ分数ト帯分数トヲ加ヘ合ハスルニハ，整数ハ帯分数ノ整数部ニ，分数ハ分数部ニ加ヘ合ハスベシ」。

ここで教えられるアルゴリズムは次のようになる。なお，すでに述べたように，アルゴリズムの構成要素を示すにあたって，(たす)は整数部分どうしを，《たす》は分数部分どうしを，それぞれ“たす”ことを，それぞれ意味している。

② 整数＋帯分数（同分母）；$7+3\frac{3}{8}=10\frac{3}{8}$　(たす)

③ 帯分数＋真分数（同分母）；$8\frac{2}{5}+\frac{1}{5}=8\frac{3}{5}$　《たす》

②で行われているのは整数の加法であるが，ここでは，それが「整数＋帯分数」の問題について教えられている。③についても，操作それ自身は先に「真分数＋真分数」について教えられたものと同じであり，ここでもシルエットが変化しているだけである。これらは，次に見る(3)の準備として指導されているのであろう。なお，(2)には，演算結果に(くりあげ)が必要になる次の問題も含まれている。

③′ 帯分数＋真分数（同分母）；《たす》→(くりあげ)

(3)は「帯分数＋帯分数」のタイプである。教師用書の解説によれば，「幾ツカノ帯分数ヲ加ヘ合ハスルニハ，各ノ整数部ト分数部トヲ別別ニ加ヘ其ノ和ヲ一ツニ纏ムベシ」。

ここで教えられるアルゴリズムは次のようになる。

④ 帯分数＋帯分数（同分母）；$4\frac{3}{8}+2\frac{7}{8}=6\frac{10}{8}$ （たす）《たす》

$=7\frac{2}{8}$ （くりあげ）

$=7\frac{1}{4}$ （約分）

このアルゴリズムでは，先に(2)において教えられた2つの操作がともに構成要素となっている。そして，これにより，同分母分数の場合については，それに必要なすべての操作が揃ったアルゴリズムが教えられたことになる。なお，ここには次のアルゴリズムを用いる問題も含まれている。これらは，いずれも④の部分アルゴリズムである。

④′ 帯分数＋帯分数（同分母）；(たす)《たす》

④′ 帯分数＋帯分数（同分母）；(たす)《たす》→(くりあげ)

④′ 帯分数＋帯分数（同分母）；(たす)《たす》→(くりあげ→整数)

先に，帯分数・仮分数が導入された際に，「帯分数＋真分数」および「帯分数＋帯分数」の問題が，あわせて出されていることを見た。そこでは計算方法に関する解説が行われておらず，帯分数の定義と分割分数の論理から結果を得ることとされていたのであった。ここで教えられているアルゴリズムの③および④′の最初のタイプは，そこで教えられていたのと同じ内容であり，ここでも，それが繰り返し指導されている。

(4)には「仮分数＋真分数」という新しいタイプの問題が含まれている。この問題について，教師用書では，「加へ合ハスル分数中ニ仮分数アルトキハ之ヲ帯分数ニ直シ，然ル後計算スベシ」と解説されている。従って，ここでは，まず，すでに教えられた仮分数→帯分数の変形を行い，次に，(2)で教えられた「帯分数＋真分数」のアルゴリズムを用いるのであろう。

⑤ 仮分数＋真分数（同分母）；(仮分数→帯分数の変形)→《たす》→(くりあげ) →(約分)

先に，教科書・指導プランの分析の視点として，帯分数による表現と仮分数による表現がどのように扱われているか，という点を設定した。これまでの記述から，この教科書においては，帯分数による表現を中心として教育内容・教材が構成されている。ここでは仮分数の加法に関する問題が出されているが，指導されている計算方法を見ると，この立場はここでも貫徹されていることが分かる。

以上の分析により，同分母分数の加法に関する型分けとそれに対応するアルゴリズムが明らかになった。いずれのタイプの問題についても，計算規則に関する説明だけであり，量的な説明はまったく行われていない。これまでに見てきたアルゴリズムを教えられる順序に従って次に示す。

① 真分数＋真分数；《たす》
①′ 〃 ；《たす》→（くりあげ)→（約分)
①′ 〃 ；《たす》→（くりあげ→整数(1))
② 整数＋帯分数 ；（たす)
③ 真分数＋帯分数；《たす》
③′ 〃 ；《たす》→（くりあげ)
④ 帯分数＋帯分数；（たす)《たす》→（くりあげ)→(約分)
④′ 〃 ；（たす)《たす》
④′ 〃 ；（たす)《たす》→（くりあげ)
④′ 〃 ；（たす)《たす》→（くりあげ→整数)
⑤ 仮分数＋真分数；（仮分数→帯分数の変形)→《たす》→(くりあげ)→(約分)

先に設定した分析の視点から，ここでは次の点を指摘することができる。

(1) シルエットを副次的な観点とする立場から，「真分数＋真分数」，「真分数＋帯分数」，「帯分数＋帯分数」に型分けされている。教えられる順序もこれに従っている。

(2) 与えられている問題の数を先の3つのタイプについて見ると，それぞれ，3問，3問，7問であり，どのタイプについても数は少ないが[18]，「帯分数＋帯分数」に比較的多くの問題が与えられている。これは，この演算が，他のタイプに比べてより多くの操作を必要とすることを考慮した結果であると考え

られる。

(3) 視点の設定の際には考慮していなかった問題であるが，分割分数の論理を用いて結果を得る指導，計算規則を用いて結果を得る指導という区別が設定されている。そして，そのため，①③④′など，同じ内容を繰り返し指導する結果になっている。

1－(1)－③ 異分母分数の場合

次に異分母分数の加法について見よう。⑨［通分］において通分が教えられた後，⑩［加法3］において「異ナル分母ヲ有スル分数ノ加法ヲ授ク」。ここでは次の問題が出されている（ここでも3項演算は対象から外している）。

「(1) 次ノ寄算ヲナセ。

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\quad \frac{2}{5}+\frac{3}{4}\quad \frac{5}{9}+\frac{7}{12}\quad \frac{7}{18}+\frac{11}{12}\quad \cdots$$

(2) 次ノ寄算ヲナセ。

$$\frac{3}{7}+3\frac{1}{3}\quad 6\frac{2}{5}+\frac{7}{9}\quad \cdots\quad \frac{4}{11}+1\frac{9}{22}\quad 2\frac{4}{9}+\frac{3}{8}\quad \cdots$$

(3) 次ノ寄算ヲナセ。

$$2\frac{1}{2}+3\frac{1}{3}\quad 6\frac{3}{10}+2\frac{16}{25}\quad \cdots\quad 1\frac{3}{4}+5\frac{7}{8}\quad 4\frac{1}{12}+5\frac{17}{18}\quad \cdots$$

(4) 次ノ各ノ括弧ノ内ニアル数ノ和ヲ求メヨ。

$$\left(3\frac{7}{11},\ 4\frac{6}{13}\right)\quad \left(9\frac{1}{9},\ \frac{13}{24}\right)\quad \cdots\cdots$$」

(1)(2)(3)は，それぞれ，「真分数＋真分数」，「真分数＋帯分数」，「帯分数＋帯分数」の問題であり，これは先に見た同分母分数の場合と同じ順序である。順に見よう。

(1)について，教師用書では次のように解説している。「異分母ノ分数ノ寄算ヲナスニハ先ヅ之ヲ通分シテ同分母トナシ，然ル後寄スベシ」。従って，ここでの計算のアルゴリズムは次のようになる。

⑥ 真分数＋真分数（異分母）；$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{1\times 3}{2\times 3}+\frac{1\times 2}{3\times 2}$

$$=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}\qquad \text{（通分）}$$

$$=\frac{5}{6}\qquad \text{《たす》}$$

これは異分母分数の加法の最も単純かつ基本的なタイプである。なお，ここには次のタイプが含まれている。

⑥′ 真分数＋真分数（異分母）；(通分)→《たす》→(くりあげ)

次に(2)について。教えられるアルゴリズムを例題とともに次に示す。

⑦ 真分数＋帯分数（異分母）；$\frac{3}{7}+3\frac{1}{3}=\frac{3\times 3}{7\times 3}+3\frac{1\times 7}{3\times 7}$

$$=\frac{9}{21}+3\frac{7}{21}\qquad \text{（通分）}$$

$$=3\frac{16}{21}\qquad \text{《たす》}$$

ここで用いられるアルゴリズムは(1)と同じであり，シルエットが変化しているだけである。なお，ここには，次のタイプが含まれている。

⑦′ 真分数＋帯分数（異分母）；（通分）→《たす》→（くりあげ）

(3)について。計算のアルゴリズムは次のようになる。

⑧ 帯分数＋帯分数（異分母）；$2\frac{1}{2}+3\frac{1}{3}=2\frac{1\times3}{2\times3}+3\frac{1\times2}{3\times2}$

$=2\frac{3}{6}+3\frac{2}{6}$ （通分）

$=5\frac{5}{6}$ （たす）《たす》

ここでもシルエットが変化しているが，それにより，(たす)が，新しい構成要素として加わっている。なお，(3)には次のタイプが含まれている。

⑧′ 帯分数＋帯分数（異分母）；（通分）→（たす）《たす》→（くりあげ）

⑧′ 帯分数＋帯分数（異分母）；（通分）→（たす）《たす》→（約分）

⑧のアルゴリズムに（くりあげ）（約分）が加わったタイプが，分数の加法に必要な操作のすべて揃ったアルゴリズムである。しかしながら，ここではこのアルゴリズムを用いる問題は与えられていない。すでに見たように，(くりあげ)，(約分)の有無については計算体系を構成する際の観点とはされていない。従って，このタイプについては，教師が「補充問題」として作成し，与えることとされていたものと考えられる(19)。なお，(4)については，共通分母がやや大きくなる点を除いて，特に新しい内容は含まれていない。

以上の分析により，異分母分数の加法に関する型分けとそれに対応するアルゴリズムが明らかになった。ここでも，計算規則に関する説明が行われているのみであり，量的な説明はまったく行われていない。アルゴリズムの形成過程を次に示す。

⑥ 真分数＋真分数；（通分）→《たす》
⑥′ 〃 ；（通分）→《たす》→（くりあげ）
⑦ 真分数＋帯分数；（通分）→《たす》
⑦′ 〃 ；（通分）→《たす》→（くりあげ）
⑧ 帯分数＋帯分数；（通分）→（たす）《たす》
⑧′ 〃 ；（通分）→（たす）《たす》→（くりあげ）
⑧′ 〃 ；（通分）→（たす）《たす》→（約分）

(1) ここでも，シルエットを副次的な観点とする立場から，全体が，「真分数＋真分数」，「真分数＋帯分数」，「帯分数＋帯分数」に型分けされている。教えられる順序もこれに従っている。

(2) 問題の数について見ると，それぞれ，4問，4問，8問であり，ここでも「帯分数＋帯分数」に比較的多くの問題が与えられている。

1－(1)－④ 計算体系全般について

先に設定した視点から，分数加法に関するアルゴリズムの形成過程について，ここでは次の点を指摘することができる。

(1) 計算指導の内容が，同分母分数の場合，異分母分数の場合と大きく2つに分類されており，計算体系を構成するための基本的観点として，同分母・異分母の別が設定されている。

(2) それぞれの場合については，「真分数＋真分数」，「真分数＋帯分数」，「帯分数＋帯分数」に型分けされており，シルエットが副次的な観点となっている。教えられる順序もこれに従っている。

(3) それぞれの場合において，最も単純なタイプから最も多くの操作を必要とするタイプへとアルゴリズムが形成されている。

(4) 与えられている問題の数はいずれも少ないが，中でも，「帯分数＋帯分数」に比較的多くの問題が与えられている。これは，このタイプが最も多くの操作を必要とすることから，その定着を図ろうという意図によるものと考えられる。

(5) 帯分数による表現を中心として教育内容・教材が構成されている。同分母分数の場合についてのみ仮分数の加法が扱われているが，ここでも，帯分数に変形してから既習のアルゴリズムを適用するよう，指導されている。

(6) 分数の性質の指導との関連については，《約分，帯分数⇔仮分数の変形→同分母分数の加法→通分→

異分母分数の加法》という順序が採用されている。そこでは，（約分），（くりあげ）が演算指導が開始される以前に教えられているため，これらの操作の有無については計算体系を構成する際の観点とされていない。

1－(2) 教育内容の“分散”と真分数に範囲を制限した分数加法の指導

緑表紙教科書において，分数は，第3学年(上巻)から第5学年(上巻)において教えられることになっている[20][21]。加法について見ると，同分母分数の場合と異分母分数の場合とに2分されており，それが，第4学年(上巻)(下巻)に分散され，分数の性質と平行して，教えられている。特に，同一学年内においてではあるが，教育内容が“分散”されている点は，先に見た黒表紙教科書とは異なる，この教科書の特徴である。

この教科書における分数加法の型分けとそれに対応するアルゴリズムは次の通りである。このうち，①②が第4学年(上巻)において，③～⑨が(下巻)において，それぞれ教えられている[22]。

＊① 真分数＋真分数 (同分母) ；《たす》
② 〃 (同分母) ；《たす》→ (くりあげ→整数(1))
＊③ 〃 (同分母) ；《たす》→ (くりあげ)
④ 〃 (同分母) ；《たす》→ (約分)
⑤ 〃 (同分母) ；《たす》→ (くりあげ) → (約分)
⑥ 〃 (異分母) ； (通分) →《たす》
⑦ 〃 (異分母) ； (通分) →《たす》→ (約分)
⑧ 〃 (異分母) ； (通分) →《たす》→ (くりあげ)
⑨ 〃 (異分母) ； (通分) →《たす》→ (くりあげ) → (約分)

上記のアルゴリズム・リストについて，ここでは次の点を指摘しておきたい。

(1) 指導体系が，同分母分数の場合，異分母分数の場合と大きく2つに分類されており(上記①～⑤および⑥～⑨)，計算体系を構成するための基本的観点として，同分母・異分母の別が設定されている。

(2) それぞれの場合において，その中の最も単純なタイプから，最も多くの操作を必要とするタイプへとアルゴリズムが形成されている。

これら2点は，この教科書が黒表紙教科書の特徴を引き継いでいることを示すものであろう。

(3) 番号に付した＊は，そのタイプの問題について量的な説明が行われていることを示している。ただし，ここでは，この印は，教師用書においてそのような指導過程が構想されていることを意味するに過ぎない。児童用書にはそれに対応する記述はなく，いずれも文と式のみである。このような前提条件を付した上でも，ここで教えられる9種類のアルゴリズムのうち，量的な説明が行われているのはわずか2種類である。

(4) 扱われている問題の種類が「真分数＋真分数」に制限されていることは，この教科書の大きな特徴である[23]。黒表紙教科書において扱われていた「真分数＋帯分数」，「帯分数＋帯分数」などのタイプはまったく扱われていない。そのため，この教科書において構成されているアルゴリズムは，(たす)という操作をその構成要素から欠落させたものになっているのである。これは，「複雑な分数を避け」，「簡単なものに限る」という基本方針[24]の具体化であると同時に，この教科書においては，先に見た黒表紙教科書とは異なり，すべての操作が揃ったアルゴリズムの形成が指導の目標として設定されていないことを示している[25]。

1－(3) 複数学年に渡る“分散・積み上げ方式”の拡張

『わかるさんすう』[26]では，分数の加法の内容が第4学年と第5学年とに分散されており，第4学年においては，「分母の等しい分数のたし算の計算手続きを理解させ，その技能を身につけさせ」ること[27]，第5学年においては「異分母分数のたし算ができるように」することが[28]，それぞれ目的とされている。ここでは，先に見た黒表紙教科書，緑表紙教科書と同じく，同分母・異分母の別を基本的な観点として計算体系が

構成されているだけでなく，指導の時期が複数学年に分散されている点が大きな特徴である。

この教科書において，「同分母分数のたし算の型」は5つの「型」に分類されている。教師用書の解説によれば，「型分け」の方法も含め，次の3点が教育内容編成の基本的観点になっていると考えられる。

(1) 仮分数の加法，帯分数の加法を，ともに教育内容として設定する[29]。

(2) その際，仮分数→帯分数の順序を採用する[30]。

(3) 帯分数の加法については，くりあげの有無を重要なポイントとし，くりあげなし→くりあげありの順序を採用する[31]。

(1)では，仮分数による表現に対して，帯分数による表現と同等の位置が与えられている。この点は，帯分数による表現が中心とされていた黒表紙教科書とも，教育内容が真分数に制限されていた緑表紙教科書とも，大きく異なっている。

(2)は，そのような観点にもとづく内容編成の順序について述べたものである。これは，アルゴリズムに必要な操作について考慮した結果であろう。「仮分数＋仮分数」については，それを帯分数に変形しない限り，《たす》のみによって結果が得られるが，「帯分数＋帯分数」については，それに加えて(たす)という操作が必要になる。計算は，それに必要とされる操作が少ないタイプから多いタイプへという順序で教えることが望ましい。このような観点から，ここでは(2)の順序が採用されたものと考えられる。

これらの観点は，教育内容・教材の構成においてどのように具体化されているのか。次に，教えられる順序に従って，それぞれの「型」の内容および計算のアルゴリズムを検討することにしよう。

1－(3)－① 同分母分数の場合

最初に教えられるのは「ア．仮分数＋仮分数」という「型」[32]である。

教科書では，まず，

「$\frac{2}{7}\ell$の水と，$\frac{3}{7}\ell$の水をいっしょにすると，何ℓになりますか」

と問題を提示し，それぞれの量の水がメスシリンダーに入った図，それを一つのメスシリンダーに入れた図，タイルによるそれらの表現と合わせて，「$\frac{2}{7}\ell+\frac{3}{7}\ell$」，「$\frac{2}{7}+\frac{3}{7}=\frac{5}{7}$　答　$\frac{5}{7}\ell$」を示し，「分母はそのままにして，分子だけたします」と計算規則を示している。

これに続いて，次の問題が出されている(ここでも3項演算については対象から外している)。

「$\frac{2}{5}+\frac{1}{5}$　$\frac{1}{2}+\frac{3}{2}$　$\frac{1}{3}+\frac{1}{3}$　$\frac{11}{19}+\frac{7}{19}$　$\frac{3}{5}+\frac{4}{5}$　$\frac{8}{4}+\frac{7}{4}$」

このような教育内容・教材の構成について，次の2点を指摘しておきたい。

第一に，ここで教えられる「型」は「仮分数＋仮分数」とされていたが，そこには「真分数＋真分数」「真分数＋仮分数」も含まれている。それだけでなく，計算規則を導く例題にも，「真分数＋真分数」のタイプが採用されている。ここでは，仮分数と真分数とが区別されていないのである。実際，先の問題について，教師用書は，「この型では，仮分数と真分数，くり上がりの有無を区別する必要がありません」[33]と解説している。これは，両者のシルエットが同じである点，いずれも《たす》という操作のみによって結果が得られる点に注目した結果であろう。

第二に，先の問題には演算の結果が仮分数になるものも含まれているが，教師用書によれば，帯分数への変形は行なわず，「仮分数のままにしておきます」と解説されている[34]。ここでは(くりあげ)の有無についても考慮されていないのである。これは，先に述べたように，《たす》という操作のみを教育内容とするという考えによるものであろう。その結果，ここでは，演算結果に(くりあげ)の必要な問題が与えられており，なおかつその方法についてはすでに指導されているにもかかわらず，あえてそれは行わないという結果になっている。

このように，「ア」において教えられる操作は《たす》に制限されている。これは，「仮分数の計算は帯分数の計算の素過程にもなる」[35]として，仮分数の加法の指導を「素過程」の指導に含め，分数加法のもっとも単純かつ基本的な内容である《たす》の教材と位置づけたためである。

ここで示されている計算問題とそのアルゴリズムを次に示しておく。

＊①　真分数＋真分数（同分母）；　$\frac{2}{7}+\frac{3}{7}=\frac{5}{7}$　《たす》

①′ 真分数＋仮分数（同分母）；　$\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=\frac{4}{2}$　《たす》

①′ 仮分数＋仮分数（同分母）；　$\frac{8}{4}+\frac{7}{4}=\frac{15}{4}$　《たす》

なお，ここでも，番号に付した＊は，そのアルゴリズムに関して量的な説明が与えられていることを示し，′は特に説明がなく，練習問題などにおいてそれを用いる問題が与えられていることを示すものとする。＊，′のいずれも付されておらず番号のみのものは，量的な説明は行われていないが，式その他による説明が行われていることを意味する。このような分類により，計算に関する特定の型分けとそれに対応するアルゴリズムが，計算体系においてどのような位置を与えられているかを知ることができる。

次に教えられるのは，「イ．帯分数＋帯分数＝帯分数（くり上がりなし）」の「型」[36]である。

教科書では，まず，「$2\frac{1}{7}+3\frac{2}{7}$」が示され，そのタイル算の過程と結果が，「$2\frac{1}{7}+3\frac{2}{7}=5\frac{3}{7}$」という式とともに，示されている。そして，次のように計算規則を記述している。

「帯分数のたし算は，整数の部分は整数の部分どうし，分数の部分は分数の部分どうしでたします」。

ここで教えられる計算のアルゴリズムは次のようになる。

＊②　帯分数＋帯分数（同分母）；$2\frac{1}{7}+3\frac{2}{7}=5\frac{3}{7}$　（たす）《たす》

ここでは，シルエットの変化により，（たす）が新たな構成要素となっている。

なお，解説によれば，これに加えて，「帯分数＋真分数，真分数＋帯分数，帯分数＋整数，整数＋帯分数，真分数＋整数，整数＋真分数（いずれもくり上がりなし）は，この型の中に含めます」とされており[37]，これらについてはいずれも練習問題として与えられている。それぞれの問題のタイプとその計算のアルゴリズムを次に示す。ただし，このうち，「真分数＋整数」（およびその逆）については，帯分数の定義そのものであり，演算指導の内容とは考えにくいため，ここでは分析の対象から外している。

②′ 帯分数＋真分数（同分母）；$2\frac{3}{10}+\frac{4}{10}=2\frac{7}{10}$　《たす》

②′ 帯分数＋整数（同分母）；$4\frac{3}{4}+24=28\frac{3}{4}$　（たす）

これらは，いずれも，先に教えられたアルゴリズムの部分アルゴリズムである。そして，それによって結果を導くことができることから，これらの演算がこの「型」に含められている。

次に教えられるのは，「ウ．真分数＋真分数＝仮分数＝帯分数（くり上がりあり）」の「型」[38]である。

教科書では，「$\frac{3}{5}+\frac{4}{5}$」について，その計算の過程が，結果の変形も含めて，タイルによって示されており，対応して「$\frac{3}{5}+\frac{4}{5}=\frac{7}{5}=1\frac{2}{5}$」という式が記されている。これと同じタイプの問題は先の「ア」においても与えられていたが，ここでは，「和が仮分数になったら，帯分数に形を変えるように指導」する[39]。

ここで教えられる計算のアルゴリズムは次のようになる。

＊③　真分数＋真分数（同分母）；$\frac{3}{5}+\frac{4}{5}=\frac{7}{5}$　《たす》

$=1\frac{2}{5}$　（くりあげ）

ここでは，計算結果の帯分数への変形，すなわち（くりあげ）が，新しい構成要素となっている。

なお，ここには，（くりあげ）の結果が整数になる次のタイプも含められている。

③′ 真分数＋真分数（同分母）；$\frac{5}{7}+\frac{2}{7}=\frac{7}{7}$ 《たす》

$=1$ （くりあげ→整数）

また，先に「ア」について数点に渡る指摘を行ったが，そのような不自然さを取り除くことは，「ア」の内容を，分数加法にとって最も基本的な内容である「真分数＋真分数(くりあげなし)」に限定することによって，可能になる。「仮分数＋真分数(とその逆)」，「仮分数＋仮分数」など，「ア」に含められていたそれ以外の内容は，この「ウ」に含め，計算結果の(くりあげ)もあわせて行うのである。

ただし，「ウ」にも制約がある。この「型」には，「和の整数部分はつねに1になる」もの[40]，すなわち，(くりあげ)の数が1になるものしか含められていない。その理由について教師用書では特に述べていないが，次に教えられる「エ」，「オ」においてもこの点は同じである。「仮分数＋仮分数」の結果については(くりあげ)の数が1にはならないので，「ウ」についてはこの制約条件を取り除くことが必要になる。

次に，「エ．帯分数＋帯分数＝帯分数（くり上がりあり）」の「型」[41]について見よう。

教科書では，まず，「$2\frac{3}{5}+1\frac{4}{5}$」について，その計算の過程が，結果の変形も合わせて，タイルを用いて示されており，「$2\frac{3}{5}+1\frac{4}{5}=3\frac{7}{5}=4\frac{2}{5}$」という式も記されている。

ここでの計算のアルゴリズムは以下のようになる。

*④ 帯分数＋帯分数（同分母）；$2\frac{3}{5}+1\frac{4}{5}=3\frac{7}{5}$ （たす）《たす》

$=4\frac{2}{5}$ （くりあげ）

教師用書において「イとウの複合された型」と説明されている通り[42]，ここには，これまでに扱われた操作がすべて含まれている。そのため，教師用書においては，「これまでの問題の型との違い，計算の手続きを明らかにしていきます」と解説されている[43]。なお，このタイプには，「帯分数＋真分数，真分数＋帯分数（いずれもくり上がりあり）」も含められている[44]。ただし，これらについては問題が与えられているのみであり，特に説明は行われていない。そのアルゴリズムを次に示す。

④′ 帯分数＋真分数（同分母）；$3\frac{2}{3}+\frac{2}{3}=3\frac{4}{3}$ 《たす》

$=4\frac{1}{3}$ （くりあげ）

これは④のアルゴリズムの部分アルゴリズムであり，この点が，このタイプがこの「型」に含められている根拠であろう。

次に，「オ．帯分数＋帯分数＝整数」の「型」[45]について。

教師用書によれば，この他，「帯分数＋真分数，真分数＋帯分数，真分数＋真分数（いずれも和が整数）は，この型に含めます」[46]。これは，先に見た「エ」に含めてもよいもので，必要な操作はまったく同じである。結果が整数になるという点によって，異なる「型」に分類されているのである。教師用書においても，「1つの型としてとりあげていますが，エまでの型をすまして来ているので，とくに説明をする必要はないでしょう。型の違いに気づかせる程度ですませます」と解説されている[47]。教科書では，「帯分数＋帯分数」についてのみ，計算の過程をタイルと式を用いて説明しており，その他のタイプは練習問題として扱っている。計算のアルゴリズムを次に示す。

*⑤ 帯分数＋帯分数（同分母）；$2\frac{2}{5}+1\frac{3}{5}=3\frac{5}{5}$ （たす）《たす》

$=4$ （くりあげ→整数）

⑤′ 帯分数＋真分数（同分母）；$1\frac{4}{9}+\frac{5}{9}=1\frac{9}{9}$　　《たす》

$=2$　　（くりあげ→整数）

⑤′ 真分数＋真分数（同分母）；$\frac{13}{16}+\frac{3}{16}=\frac{16}{16}$　　《たす》

$=1$　　（くりあげ→整数）

以上の分析により，同分母分数の加法に関する型分けとそれに対応するアルゴリズムを，教えられる順序に従って列挙すると，次のようになる。

＊① 真分数＋真分数；《たす》
①′ 仮分数＋仮分数；《たす》
①′ 仮分数＋真分数；《たす》
＊② 帯分数＋帯分数；（たす）《たす》
②′ 帯分数＋真分数；《たす》
②′ 帯分数＋整数　；（たす）
＊③ 真分数＋真分数；《たす》→（くりあげ）
③′　　〃　　；《たす》→（くりあげ→整数）
＊④ 帯分数＋帯分数；（たす）《たす》→（くりあげ）
④′ 帯分数＋真分数；《たす》→（くりあげ）
＊⑤ 帯分数＋帯分数；（たす）《たす》→（くりあげ→整数）
⑤′ 帯分数＋真分数；《たす》→（くりあげ→整数）
⑤′ 真分数＋真分数；《たす》→（くりあげ→整数）

(1) （くりあげ）の有無を副次的な観点として，計算体系が構成されている。ここでは，「くりあげなし」が①②に，「くりあげあり」が③④に，「くりあげあり」でその結果が整数になるものが⑤に，それぞれ対応しており，教えられる順序もほぼこれに従っている。

すでに見たように，この原則は，帯分数の加法指導に関するものとされていた。この点については上記②④⑤として具体化されている。しかしながら，仮分数の加法が「素過程」の指導に位置づけられ，《たす》の教材として扱われた結果，これは計算体系全体に関する原則となっている。

(2) 先にあげた3つのグループ内においては，シルエットにより，それぞれ，「真分数＋真分数」，「帯分数＋帯分数」，「帯分数＋真分数」の3つのタイプに区別されている。教えられる順序も，第3のグループを除いては，概ね，この順序に従っている。

(3) 問題の数について見ると，先の順序で，総計が，それぞれ，21問，27問，15問であり，量的な説明の有無についてもあわせて考えると，「帯分数＋帯分数」のタイプに対して比較的丁寧な教材構成になっていることがわかる。なお，「くりあげなし」のグループには，この他，「仮分数＋仮分数」，「仮分数＋真分数」，「帯分数＋整数」のタイプが含まれているが，問題の数を見ると，それぞれ1問，1問，2問であり，これらのタイプが重視されているとは考えにくい。

(4) アルゴリズムの形成過程について見よう。同分母分数の場合，必要な操作がすべて揃ったアルゴリズムは，（たす）《たす》→（くりあげ）→(約分）であるが，このアルゴリズムはここでは教えられていない。これは，『わかるさんすう』においては，同分母分数の加法の指導以前に(約分)が指導されていないことに起因している。この点については，分数の性質の指導との関連付けに関する問題として後に触れる。

このような制約をもちながら，ここでは，もっとも単純なタイプである①《たす》に始まり，そこに，②において(たす)が，③において(くりあげ)が，順次付け加えられていくことにより，ここで最も多くの操作を必要とする④へとアルゴリズムが形成されている。

(5) これらのアルゴリズムについては，すべて，量(タイル)を用いた説明が行われている。

1－(3)－② 異分母分数の場合

次に，異分母分数の加法について見よう。

『わかるさんすう５』の第２章「分数のたし算・ひき算」では，「異分母分数のたし算ができるように」することが「目標」の一つになっている[48]。教師用書の解説を見よう。

「異分母分数になってからの必要な新しい要素というのは，約分と通分が加わるということだけです。そこで，このことをはっきり意識させて指導を展開することがたいせつです。

$$
\begin{aligned}
&2\frac{3}{10}+1\frac{5}{6}\\
&=2\frac{9}{30}+1\frac{25}{30}\\
&=3\frac{34}{30}\\
&=4\frac{4}{30}\\
&=4\frac{2}{15}
\end{aligned}
$$

通分（新しい学習内容）

同分母分数（４年で学習ずみ）

約分（新しい学習内容）

約分と通分は，この学習の直前に学習してきたことです。だから，この異分母分数のたし算，ひき算は，自動車工場の組立て工程にあたるといってよいでしょう。“さまざまな既習事項（部品）をもとに，それを接合して，計算を完成する”という場にあたります」[49]。

ここでは，まず，これまで教えられてきた操作に加えて，(通分)が，新しくアルゴリズムの構成要素となることが述べられている。これは演算の対象が異分母分数になることによる。すでに見たように，『わかるさんすう』においては，まず，演算の“対象”に注目する立場から，同分母・異分母の別が，計算体系を構成する際の基本的観点となっている。

これに対して，(約分)は事情が異なる。先の引用においては，(約分)も新しい構成要素とされているが，この操作は，(通分)とは異なり，演算の“結果”に関連しているからである。『わかるさんすう４』において与えられていた問題は，すべて，演算の結果が既約分数になるもの，すなわち(約分)が必要でないものに制限されていた[50]。このことは，『わかるさんすう４』における教育内容の構成原理が演算の“結果”におかれていたことを示している。また，すでに見たように，『わかるさんすう４』においては，(くりあげ)の有無を副次的な観点として計算体系が構成されていた。この観点も，演算の“結果”に注目したものである。

大田邦郎は，『わかるさんすう４』について，「くりあがりの有無を型分けの第一のメルクマールにとることは，結果論であると言わざるを得ない」と批判している[51]。これは1973年に行われた第１回の改訂版に関する指摘である。『わかるさんすう４』は1980年に第２回の改訂が行われており，ここで，分析対象はこの版である。計算の“結果”に注目する立場から，(くりあげ)の有無を観点として計算体系を構成するという基本方針は，２度に渡る改訂を経ても，根強く保存されてきたことになる。

この点に関連して，そもそも『わかるさんすう』の教育内容編成において，分数加法の指導が分数の性質・大小関係の指導と相互に関連付けられていることに注意することが必要だろう。ここでは，《同分母分数の加法（第４学年）→倍分・約分，通分（第５学年）→異分母分数の加法（第5学年）》という順序が採用されている。先に指摘した計算体系の構成については，このような順序との関連から，次のように理解することができる。第４学年においては，(約分)，(通分)などの操作が教えられていない。そのため，教育内容の編成に対しては，まず，演算の“対象”に注目し，(通分)が必要ないもの，すなわち同分母分数の場合に限ることが必要になる。さらに，演算の“結果”に注目し，(約分)が不要なものに限ることが必要になる。そして，以上の条件を満たすものの中で，さらに“結果”に注目し，(くりあげ)の有無を観点とした「型分け」が行われているのである。

このように，必要な操作がすべて教えられていない状態において分数加法の指導を始めなければならないという教育内容の編成が，分数加法の指導に対してさまざまな制約を課す結果になっている。このことは，逆に言うなら，これらの操作が加法の指導以前に教えられていれば，このような制約を除去することが可能

になることを示唆している。例えば，先に見た黒表紙教科書では，内容編成の順序が，《倍分・約分→同分母分数の加法→通分→異分母分数の加法》となっており，加法の指導に先立って(約分)が教えられているため，(約分)の有無については計算体系を構成する際の観点とはされていなかった。ここでは，分数の性質の指導については2箇所に分散した形になっているが，加法指導に対する制約については，『わかるさんすう』におけるそれよりは少なく，この点で，あくまで相対的にではあるが，自然な編成になっている。ただし，演算指導の前に分数の性質がすべて指導されていれば，さらに自然な内容編成が可能になることは言うまでもない。この点については後に見ることにして，ここでは『わかるさんすう』の内容分析を続けることにしよう。

『わかるさんすう５』においては，『わかるさんすう４』とは異なり，演算に必要な操作はすべて教えられた状態から，加法の指導が開始されている。そこでの内容編成はどのようになっているのか。教材，指導過程の構成と合わせて見ていくことにしよう。

まず，次のような問題が提示されている。

「大小２つのびんがあります。小さいびんには$\frac{1}{6}\ell$，大きいびんには$\frac{3}{4}\ell$のジュースが入っています。あわせると，ジュースの量は何ℓになりますか」。

そして，１枚のタイルを６等分した１つ分（$\frac{1}{6}$を表現する）に色をつけたものと，１枚のタイルを４等分した３つ分（$\frac{3}{4}$を表現する）に色をつけたものが縦に並べて描かれており，それらが，それぞれ，１枚のタイルを12等分した２つ分（$\frac{2}{12}$）と12等分した９つ分（$\frac{9}{12}$）に変化し，答が$\frac{11}{12}$になることを示す図がその左に描かれている。そして，その下に，これらのタイル図と対応させる形で，次の記述がある。

「$\frac{1}{6}+\frac{3}{4}$……………………$\frac{1\times2}{6\times2}+\frac{3\times3}{4\times3}=\frac{2}{12}+\frac{9}{12}=\frac{11}{12}$　答　$\frac{11}{12}\ell$

分母のちがう分数をたすには，通分してからたします」。

通分については既習なので，たすためには「通分すればいい」ことは子どもたちから出てくることが予想されている。そして，$\frac{1}{6}$と$\frac{3}{4}$のタイルを区切って通分する作業をさせ，「図と計算とを対応させながら，通分→たす　という過程を明らかにさせる」[52]。

ここで教えられるアルゴリズムを，先の問題について次に示す。

$$*⑥\quad 真分数+真分数（異分母）;\ \frac{1}{6}+\frac{3}{4}=\frac{1\times2}{6\times2}+\frac{3\times3}{4\times3}$$

$$=\frac{2}{12}+\frac{9}{12}\quad（通分）$$

$$=\frac{11}{12}\quad《たす》$$

これは，異分母分数の加法の最も基本的かつ単純なタイプである。次に，計算問題が続いている。

「1．$\frac{3}{8}+\frac{5}{12}$　$\frac{1}{9}+\frac{5}{6}$　$\frac{2}{7}+\frac{3}{8}$　$\frac{1}{4}+\frac{3}{16}$」

これらは，演算結果に「約分のない型」の問題であり[53]，シルエットも先の例題と同じである。いずれも，先のアルゴリズムを用いて解くことができる。これに対して「2.は約分のある型の問題」[54]とされている。教科書では，計算の過程が式によって示されているのみであり，タイルによる説明は行われていない。また，ここではじめて，「答が約分できるときは約分します」という規則が与えられている。

ここで教えられるアルゴリズムを，教科書の例題について次に示す。

⑦ 真分数＋真分数（異分母）；$\frac{3}{10}+\frac{1}{6}=\frac{3\times 3}{10\times 3}+\frac{1\times 5}{6\times 5}$

$=\frac{9}{30}+\frac{5}{30}$ （通分）

$=\frac{14}{30}$ 《たす》

$=\frac{7}{15}$ （約分）

⑥⑦においては，(通分)と(約分)が新しい構成要素として加わっている。教師用書では，この点が，同分母分数とは異なる，異分母分数の加法の特徴であることを明確にさせるとよい，と解説している[55]。このような解説の問題点についてはすでに指摘した通りである。

次に，「帯分数の計算に入」る。「まず，計算問題3のように，約分のない型を扱」う[56]。教科書において例題としてあげられ，結果に至る過程が示されている問題のアルゴリズムを次に示す。

⑧ 帯分数＋帯分数（異分母）；$2\frac{1}{4}+1\frac{3}{10}=2\frac{5}{20}+1\frac{6}{20}$ （通分）

$=3\frac{11}{20}$ （たす）《たす》

教科書では，「帯分数のたし算は，通分して，整数どうし，分数どうしたします。たして，分子が分母より大きくなったら，帯分数になおします」と解説されている。帯分数への変形が必要になる問題は，これに続く練習問題に1問，「計算問題5」に4問，与えられている。そのアルゴリズムを次に示す。

⑧′ 帯分数＋帯分数（異分母）；$1\frac{5}{8}+3\frac{1}{2}=1\frac{5}{8}+3\frac{4}{8}$ （通分）

$=4\frac{9}{8}$ （たす）《たす》

$=5\frac{1}{8}$ （くりあげ）

次に「計算問題4」に進む。ここでも，例題としてあげられ，結果に至る過程が示されている問題について，アルゴリズムを示す。

⑨ 帯分数＋帯分数（異分母）；$2\frac{3}{10}+4\frac{5}{6}=2\frac{3\times 3}{10\times 3}+4\frac{5\times 5}{6\times 5}$

$=2\frac{9}{30}+4\frac{25}{30}$ （通分）

$=6\frac{34}{30}$ （たす）《たす》

$=7\frac{4}{30}$ （くりあげ）

$=7\frac{2}{15}$ （約分）

このアルゴリズムについて，教科書では，「帯分数のたし算は，通分→たす→なおす→約分　の4つのことを順にします」，教師用書では，「どのような異分母分数の計算にも通ずるということをしっかり教えます」，「分数のたし算のときは，つねにこの4拍子を意識において，順に計算を進めていくようにさせます」と解説されている[57]。これは，「帯分数のたし算」や「異分母分数の計算」だけでなく，分数の加法において一般的に通用するアルゴリズムである。しかしながら，このアルゴリズムを用いるのは，次の「計算問題5」においてのみであり，アルゴリズムの一般性が十分理解できるように教育内容・教材が構成されているとは言えない。また，これが最後に教えられるようになっているのは，「最高にむずかしい型」[58]という位置づけによるものであろう。しかしながら，このアルゴリズムも含め，ここで「帯分数の計算」として教え

られるアルゴリズムについては，すべて式と文による説明に止まり，タイル等を用いた説明は行われていない。この点については後に触れる。

「計算問題5」は，「帯分数＋帯分数，帯分数＋真分数，真分数＋帯分数，真分数＋真分数の計算を混合したもの」[59]である。いずれも，⑨の部分アルゴリズムを用いて解くことのできる問題である。そのアルゴリズムを次に示す。

⑨′ 帯分数＋真分数（異分母）；（通分）→《たす》→（くりあげ）→（約分）
⑨′　〃　〃　；（通分）→《たす》→（くりあげ）
⑨′　〃　〃　；（通分）→《たす》→（約分）
⑨′　〃　〃　；（通分）→《たす》
⑨′ 真分数＋真分数（異分母）；（通分）→《たす》→（くりあげ）

以上の分析により，異分母分数の加法に関する型分けとそれに対応するアルゴリズムを，教えられる順序に従って列挙すると，次のようになる。

＊⑥ 真分数＋真分数；（通分）→《たす》
⑦　〃　；（通分）→《たす》→（約分）
⑧ 帯分数＋帯分数；（通分）→（たす）《たす》
⑧′　〃　；（通分）→（たす）《たす》→（くりあげ）
⑨　〃　；（通分）→（たす）《たす》→（くりあげ）→（約分）
⑨′ 帯分数＋真分数；（通分）→《たす》→（くりあげ）→（約分）
⑨′　〃　；（通分）→《たす》→（くりあげ）
⑨′　〃　；（通分）→《たす》→（約分）
⑨′　〃　；（通分）→《たす》
⑨′ 真分数＋真分数；（通分）→《たす》→（くりあげ）

(1) シルエットを副次的な観点として，全体が，「真分数＋真分数」，「帯分数＋帯分数」，「帯分数＋真分数」の3つに分類されている。教えられる順序もこれに従っている。問題の数は，順に，16問，17問，8問であり，「真分数＋真分数」，「帯分数＋帯分数」が重視されているのに対して，「帯分数＋真分数」の問題は少ない。これは，次に見る，アルゴリズムの形成過程との関連において理解すべきであろう。

(2) ここでは，最も単純かつ基本的なタイプである⑥（通分）→《たす》に始まり，そこに，⑦において（約分），⑧において（たす），⑧ において（くりあげ）が順次付け加えられることにより，分数加法に必要なすべての操作が揃ったアルゴリズムである⑨が形成されている。このようにして⑨が形成された後，⑨′において教えられているのは，すべて，⑨の部分アルゴリズムである。そのための問題は，ほとんどが「帯分数＋真分数」であり，この問題の数が少なくなっているのはそのためであると考えられる。

(3) また，量的な説明が行われているのは⑥のみである。同分母分数の場合と同様，そこではタイルが用いられている。⑨については，「最高にむずかしい型」とされながら，その説明については式と文のみによっている。これは一見矛盾するように見えるけれども，「自動車工場」の比喩にも見られるように，アルゴリズムの形成過程から理解することができる。このアルゴリズムに必要な操作（「部品」）は，すべて，それ以前に教えられており，ここでは，それらを組み合わせさえすればよいと考えられているのであろう。

(4) なお，同分母分数の場合とは異なり，ここでは，（くりあげ）の有無は，計算体系構成の観点とされていない。『わかるさんすう』において，同分母分数の場合と異分母分数の場合とは，それぞれ根本的に異なる観点にもとづいて，計算体系が構成されているのである。

1－(4) 分数の性質の指導と関連付けられた分数加法の指導

次に，新居信正・荒井公毅による絵本『分数たす・ひく』[60]における分数加法の指導について見よう。この絵本においても，分数の性質の指導と加法の指導とが相互にかつ独特な形で関連付けられているが，その

概要についてはすでに見たので[61]，ここでは加法の指導について見ていくことにする。

1－(4)－① 同分母分数の場合

まず，「たし算 ひき算」において，(6)「分母がちがうたし算」として次の問題がある。

「《問題2》砂場に$\frac{3}{4}$ t の砂を入れました。これでは少ないので$\frac{5}{6}$ t の砂を入れました。砂は，全部で何 t 入れたのでしょう」。

絵本では，登場人物である3人の子どもが話し合い，タイルで確かめようとするが，「分母がちがうと，分数の大きさがちがってしまう」ため，「たし算はできない」という結論になる。そして，(7)「分母がおなじたし算」で，以下のように記述している。

「$\frac{3}{4}$ t ＋$\frac{5}{6}$ t のように，分母のちがう分数のたし算はすぐには計算できません。分数の分母がおなじならば，たし算はかんたんにできます。たとえば，

$\frac{3}{5}\ell+\frac{4}{5}\ell=?\ell$ を計算すると，

$\frac{3}{5}\ell+\frac{4}{5}\ell=\frac{7}{5}\ell$，または $1\frac{2}{5}\ell$

となります。

分母がおなじ分数のたし算は，分子だけをたせばいいのです。くれぐれも分母をたさないように気をつけましょう」。

なお，上記の計算については，タイル図による表現も合わせて行われている。

ここで教えられている計算のアルゴリズムは次のようになる。

＊① 真分数＋真分数（同分母）；$\frac{3}{5}+\frac{4}{5}=\frac{7}{5}$ 《たす》

$=1\frac{2}{5}$（くりあげ）

なお，（くりあげ），すなわち仮分数→帯分数の変形については，すでに「分数の変身」において指導されている。

次に，練習問題として「力だめし4」が与えられている。いずれも，このアルゴリズムまたはその部分アルゴリズムを用いて解くことのできる問題である。

1－(4)－② 異分母分数の場合

次に，(11)「通分の話」の中に次のような記述がある。

「《質問2》砂場に$\frac{5}{6}$ t の砂を入れました。これでは少ないので$\frac{3}{4}$ t の砂を入れました。砂は全部で何 t 入れたのでしょう」。

そして，「倍分をつかって，分母をおなじにすればいいのです。分母がおなじになれば，たし算ができます」として，計算の過程と結果をタイルと式によって表現している。

先の例題について，計算のアルゴリズムを次に示す。

＊② 真分数＋真分数（異分母）；$\frac{5}{6}+\frac{3}{4}=\frac{5\times4}{6\times4}+\frac{3\times6}{4\times6}$

$=\frac{20}{24}+\frac{18}{24}$ （通分）

$=\frac{38}{24}$ 《たす》

$$=1\frac{14}{24} \quad （くりあげ）$$

ここでは，計算の対象が異分母分数になったことにより，(通分)が新しくアルゴリズムの構成要素となっている。なお，ここでの計算結果は可約分数であるが，(約分)はまだ教えられていないので，既約分数への変形は行われない。また，絵本の記述においては(くりあげ)が行われていないが，すでに指導されていることからすれば，当然，行われてよいであろう。

そして，⑿「通分のしかたいろいろ」において通分の方法を指導した後，練習問題として，「力だめし７」が与えられている。そこでは，「次のたし算をしなさい」として，次のような問題が出されている。

「【１】〔ア〕$\frac{3}{5}+\frac{1}{4}$　〔イ〕$\frac{2}{3}+\frac{1}{8}$　〔ウ〕$\frac{3}{4}+\frac{1}{7}$　……

【２】〔ア〕$\frac{1}{2}+\frac{1}{10}$　〔イ〕$\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$　……　〔オ〕$\frac{3}{8}+\frac{1}{4}$　〔カ〕$\frac{1}{4}+\frac{1}{2}$　……

【３】〔ア〕$\frac{1}{6}+\frac{3}{5}$　〔イ〕$\frac{3}{8}+\frac{3}{10}$　〔ウ〕$\frac{1}{4}+\frac{5}{6}$　……」

ここで注意したいのは，これらの問題がどのような観点から分類されているのか，という点である。

まず，先の「通分のしかたいろいろ」においては，通分の方法として，「①となりの分母で，おたがいに倍分しあう方法，②倍数表をつかって，かける数を見つける方法，③素因数分解で最小公倍数をみつける方法，④互除法で最小公倍数をみつける方法」の４つが示されているが，ここでは，「どれか１つを覚えるとしたら①の方法を覚えましょう」として，これを〈となりがけの術〉と名付け，説明している。そこで，ここでの(通分)においても，この方法を用いることにする。

まず，【1】は，２つの分数の分母が互いに素であり(これを仮に［A］としておく)，この方法で通分しても，演算結果の(約分)や(くりあげ)は必要ない。アルゴリズムは次のようになる。

② 真分数＋真分数（異分母）；$\frac{3}{5}+\frac{1}{4}=\frac{3\times 4}{5\times 4}+\frac{1\times 5}{4\times 5}$

$$=\frac{12}{20}+\frac{5}{20} \quad （通分）$$

$$=\frac{17}{20} \quad 《たす》$$

【2】は，２つの分数の分母について，一方が他方の倍数になっているもの(これを仮に［B］としておく)であり，「となりがけの術を使わなくてもよい例」である。これについては，絵本に計算の過程が示されている。その例題について，アルゴリズムを次に示す。

② 真分数＋真分数（異分母）；$\frac{5}{12}+\frac{1}{4}=\frac{5}{12}+\frac{1\times 3}{4\times 3}$

$$=\frac{5}{12}+\frac{3}{12} \quad （通分）$$

$$=\frac{8}{12} \quad 《たす》$$

この例のように，ここには，演算の結果が既約分数にならないものも含まれているが，(約分)はまだ指導されていないため，変形は行われない。

【３】には，分母が互いに素である場合も含まれているが，ほとんどが1と分母以外に公約数をもつ場合(これを仮に［C］としておく)であり，「となりがけの術」を用いる。ここでは，計算の結果が仮分数になり(くりあげ)が必要になるものや，この方法で通分すると分母・分子が大きくなり，計算がめんどうになる問題も出されている。前者の例のみを次に示す。

② 真分数＋真分数（異分母）；$\frac{1}{4}+\frac{5}{6}=\frac{1\times 6}{4\times 6}+\frac{5\times 4}{6\times 4}$

$$=\frac{6}{24}+\frac{20}{24}\quad (\text{通分})$$

$$=\frac{26}{24}\quad 《\text{たす}》$$

$$=1\frac{2}{24}\quad (\text{くりあげ})$$

なお，ここでも，計算結果の(約分)が行われない点は【2】と同じである。

このように見てくると，「力だめし７」で用いられるアルゴリズムは，いずれも，(通分)→《たす》または（通分）→《たす》→（くりあげ）という，先に《質問２》において教えられたものと同じアルゴリズムである。この点で，これらの問題は，これらのアルゴリズムの定着を意図したものと見ることができる。他方，通分の型について，［A］互いに素であるもの，［B］一方が他方の倍数になっているもの，［C］1と分母以外に公約数をもつもの，という分類が行われており[62]，これらが，それぞれ，問題【1】【2】【3】に対応している。

このように，「力だめし７」の問題には，異分母分数の加法に関する練習問題として，そのアルゴリズムの定着を図るという目的に加えて，３つに分類された通分の型のそれぞれについて，通分の方法を練習するという目的をも担わされているのである。

続いて，⒀「大きさを変えずに変身」において，まず，加法の結果が既約分数にならない場合が示され，ここでそれを(約分)することが教えられる。そのアルゴリズムを，そこで示されている例題について次に示す。なお，(くりあげ)については絵本には記述が見られないが，すでに指導されていることから，ここではアルゴリズムの構成要素としている。

③　真分数＋真分数（異分母）；$\frac{2}{3}+\frac{5}{6}=\frac{2\times 6}{3\times 6}+\frac{5\times 3}{6\times 3}$

$$=\frac{12}{18}+\frac{15}{18}\quad (\text{通分})$$

$$=\frac{27}{18}\quad 《\text{たす}》$$

$$=\frac{3}{2}\quad (\text{約分})$$

$$=1\frac{1}{2}\quad (\text{くりあげ})$$

ただし，ここでも注意しなければならないことは，この節の主要な目的は(約分)の意味と方法を理解させることにあり，③のような，(約分)を構成要素とする計算のアルゴリズムを定着させることではない，という点である。この点は，先の記述に続く「力だめし８」が，すべて(約分)の問題であり，計算問題は１問も与えられていないことに示されている。

１－⑷－③　計算体系全般について

以上の分析により，この絵本で教えられる分数加法のアルゴリズムを，教えられる順序に従って列挙すると，次のようになる。

***①　真分数＋真分数；《たす》→（くりあげ）**
***②　　〃　　；（通分）→《たす》→（くりあげ）**
③　　〃　　；（通分）→《たす》→（約分）→（くりあげ）

⑴　これを見ると，「真分数＋真分数」の問題しか扱われておらず，分数の加法の指導としてはきわめて不十分な教育内容・教材の構成であることがわかる。加法に必要なすべての操作が揃った「帯分数＋帯分数」の問題が扱われていないだけでなく，帯分数を含む加法はまったく扱われていない。

なお，帯分数を含む計算は，⒁「ワインの残りは何ℓ？」という，分数の加法・減法に関する最後の章の練習問題「力だめし11」に見られる。そこでは，「帯分数＋帯分数」，「真分数＋帯分数」の計算

とその結果がそれぞれ1問ずつ示され，「答えはみんなまちがっています。どんなまちがえ方をしたのかみつけなさい」という問題が示されている。しかしながら，そもそも，これらの問題についてはアルゴリズムが教えられていないのだから，このような問題は「力だめし」としては不適切であると言わざるをえない。帯分数を含む加法のアルゴリズムについては，おそらく，帯分数の定義から自明な，とりたてて教える必要のないものと考えられているのであろう(63)。

(2) また，それぞれに対応する練習問題がきわめて少ないことも特徴的である。もっとも多く用意されているのは②の24問であり，従ってこのアルゴリズムについては最もよく定着が図られるであろうが，①についてはわずかに4問しかなく，③については例題しか与えられていない。

(3) このような特徴は，この絵本において，分数の加法の指導が，分数の性質の指導と関連付けられたことの結果としてとらえることができるだろう。われわれは，先に，この絵本における分数の性質・大小関係の指導について分析を試み，「分数の加法・減法を教えることが主要な目的になっており，その指導における必要性との関連において，分数の性質・大小関係の指導が位置づけられている」ことを指摘した(64)。しかしながら，以上の結果によれば，主要な目的であるはずの分数加法の指導についても，それが分数の性質の指導と関連づけられた結果，きわめて不十分な内容になっていると言わなければならない(65)。

1－(5)　“水道方式”の原則にもとづく分数加法の指導

次に，授業書『新しい数—分数』における分数加法の指導について見よう(66)。この授業書における教育内容・教材構成の基本的観点は，次の3点にまとめられる(67)。

(1) 分数の性質・大小関係をひとまとめに教え，その後，加法についても，異分母分数の場合と同分母分数の場合で2分することなく，ひとまとめにして教える。

(2) 計算体系を構成する際の観点としてはシルエットを基本とし，そこに，同分母・異分母の区別，くりあがりの有・無・くりあがって整数，という条件を加味する。

(3) 計算体系は，「水道方式」の原則にもとづき，次の順序で構成する。同分母・真分数どうしの加法(「素過程第1次」)→異分母・真分数どうしの加法(「素過程第2次」)→異分母・帯分数どうしの加法(「典型的な複合過程もしくは水源池」)→帯分数＋真分数，真分数＋真分数，帯分数＋整数，真分数＋整数(「退化した複合過程」)。

これまでに見てきた教科書・指導プランにおいて，分数加法の計算体系は，同分母・異分母の別を基本的観点として構成されていた。また，『わかるさんすう』においては，そのように構成された内容が，複数学年に分散されていた。さらに，それが分数の性質・大小関係の指導と相互に関連づけられることによって，分数加法の指導に対して数点に渡る制約条件を課していることについても指摘した。これに対して，この授業書では，「同じものを様々の形で表わすことができる」という性質を「分数の本質的な性質」ととらえ，それを加法・減法の指導と関連づけることなく，独立した指導の対象としている。その結果，加法・減法についても，通分によって内容を分断することも，それを複数学年に分散することもなく，いわば“ひとまとめに”指導することが可能となっている。

次に，計算体系の構成について。すでに述べたように，これまでに見てきた教科書・指導プランにおいて，分数加法の計算体系は，同分母・異分母の別を基本的観点として構成されていた。そして，副次的な観点については，例えば，黒表紙教科書においてはシルエットが，『わかるさんすう』においては，同分母分数の場合については(くりあげ)の有無が，異分母分数の場合についてはシルエットが，それぞれ設定されていたのである。これに対して，この授業書では，シルエットを基本的観点として計算体系が構成されており，同分母・異分母の別については，(約分)(くりあげ)の有無などとともに，副次的な観点とされている。

また，これまでに見てきた教科書・指導プランにおいては，いずれも，最も単純なタイプから出発し，順に操作を積み上げることによって最も複雑なタイプのアルゴリズムが形成されていた。これに対して，この授業書においては，“水道方式”の原則により，“積み上げ方式”とは異なる過程が構想されている。

以上の点を確認した上で，次に，この授業書における教材，指導過程の構成について見ることにしよう。

1－(5)－①　「素過程(第1次)」の指導

まず，第1章「新しい数－分数」において，量の測定から分数を導入し，定義したあと，［問題4］で，①「$\frac{2}{5}+\frac{1}{5}=-$」という式があり，それに対応してタイルが3枚示されている。タイルには5等分の目盛りが付されており，1枚めのタイルにはその2つぶん，2枚めのタイルには1つぶんに，それぞれ斜線が付されている(3枚めのタイルには斜線は付されていない)。②③は，「$\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=-$」，「$\frac{2}{7}+\frac{3}{7}=-$」であり，それぞれに対応して等分の目盛りが付されたタイルが示されている。

「問題4は，加法の素過程としての同分母真分数の加法（くりあがりなし，約分なし）のタイル算である。『分数のたし算は，分母をそのままにして分子だけたす』という計算規則を導くのであるが，ここでは『分割分数の論理』が使われる。『1を5等分した大きさ$\left(\frac{1}{5}\right)$2つ分と1つ分をあわせると3つ分－$\frac{3}{5}$』。これから『分母はそのままで分子だけたす』と一般化すれば良い。①は全体授業の中で扱い，②，③は各自で計算する」[68]。

ここでは，分割分数の論理から同分母分数の加法に関する計算規則が導かれており，先に黒表紙教科書において見たような両者の区別は設定されていない。

ここでの計算のアルゴリズムは次のようになる。これは，同分母分数の加法に関する最も単純かつ基本的なタイプであり，この授業書による計算体系の中では，「素過程(第1次)」にあたる。

＊①　真分数＋真分数（同分母）；$\frac{2}{7}+\frac{3}{7}=\frac{5}{7}$　《たす》

1－(5)－②「素過程(第2次)」の指導

次に，帯分数⇔仮分数の変形，倍分・約分，および倍分の延長としての通分が，第2章「分数のヘンシン(その1)」，第3章「分数のヘンシン(その2)」，第4章「通分」において教えられた後，第5章「分数のたし算」に入る。まず，［問題14］として次のような問題が示されている。

「$\frac{3}{4}\ell$のしょうゆと$\frac{1}{6}\ell$のしょうゆをあわせると，全部で何ℓになりますか」。

これは，「素過程（第2次）の異分母真分数の加法（くりあがりなし）である」。「授業では，授業書を読んで考えさせ，意見を発表させる。（中略）そしてさらに，異分母分数の加法の計算方法を問い，通分するということを引き出す。既知の内容－通分と同分母分数の加法－を組み合わせた正しい方法であることは論理的に明らかであるが，実際に，$\frac{1}{12}\ell$ごとの目盛りを付けたビーカーに，$\frac{3}{4}\ell$と，$\frac{1}{6}\ell$ずつ入ったビーカーからしょうゆをあけて，$\frac{11}{12}\ell$になることを確認したい」[69]。

続いて，

「$\frac{3}{4}+\frac{1}{6}$の計算を，タイルでやってみると……」

として，それぞれの分数を表現するタイル，倍数表，先のタイルに12等分の目盛りを付したタイルが図示されている。ここでは，「共通分母を見つける→通分→たす，という手続きを，タイル算とともに行なわせる」[70]。

以上の指導により，ここで教えられる計算のアルゴリズムは次の通りである。これは，異分母分数の加法に関する最も基礎的かつ単純なタイプであり，この授業書による計算体系の中では「素過程(第2次)」にあたる。

＊②真分数＋真分数（異分母）；$\frac{3}{4}+\frac{1}{6}=\frac{3\times3}{4\times3}+\frac{1\times2}{6\times2}$

$$=\frac{9}{12}+\frac{2}{12} \quad （通分）$$

$$=\frac{11}{12} \qquad 《たす》$$

［れんしゅう12］では，「もう1題タイル算とともに計算してから」[71]，「分数のたし算は，通分して，分母をそろえてから，たします」と，計算規則をまとめる。［れんしゅう13］では，「タイルから離れて，筆算だけで計算する」[72]。なお，ここには，次のアルゴリズムを用いるものが含まれている。また，演算結果の表現に関して，「答えが約分できるときは，できるだけ約分します」という規則が与えられている。

②' 真分数＋真分数（異分母）；（通分）→《たす》→（約分）

以上で「素過程」の指導を終え，次に，それをもとに「典型的な複合過程」(「水源池」)を構成する。

1 －(5)－③「典型的な複合過程」の構成

［問題15］では，

「$2\frac{3}{10}$mのテープと$1\frac{5}{6}$mのテープを合わせると，何mになりますか」

と問題を提示し，「$2\frac{3}{10}+1\frac{5}{6}$」という式，それぞれの分数を表現するタイル，共通分母を30として通分された2つの分数を表現するタイル，倍数表が記されている。

「問題15は，水源池の型の問題である。授業では，$2\frac{3}{10}$m，$1\frac{5}{6}$mのテープと，$\frac{1}{10}$m，$\frac{1}{6}$m単位のものさし，それに，確認の際の$\frac{1}{30}$m単位のものさしを用意し，まず，テープがそれぞれ$2\frac{3}{10}$m，$1\frac{5}{6}$mあることを確かめてから，合わせて何mになるかを問う。通分してたせば良いということはすぐに出されるだろうが，通分して$2\frac{9}{30}+1\frac{25}{30}$になったとき，『整数部分どうし，分数部分どうしをたす』ということは，ここではじめて扱われる。$3\frac{34}{30}$まで出たところで，$\frac{1}{30}$m単位のものさしで，合併したテープの長さを測定して，計算が正しいことを確認してから，授業書(42ページ)を配布し，タイルと照応させながら$3\frac{34}{30}$になるところまで書かせる」[73]。

ここでは，長さの測定をともなうテープの計算，タイルを用いた計算を行い，それとの対応を考えながら，式を用いた計算方法の指導が行われている。式による計算の手続きやそれによって得られた結果が正しいことは，先に行われたテープ，タイルの計算によって保障されている。

計算の結果を導いた後，次のように(くりあげ)について教える。

「そのあと，もう何も気の付くところはないかと問う。分数部分を帯分数にすることができること，および，約分できることの二通りが出されると思われるが，どちらが先でも良いので，

$$3\frac{34}{30}=4\frac{4}{30}=4\frac{2}{15} \quad , \quad 3\frac{34}{30}=3\frac{17}{15}=4\frac{2}{15}$$

と，二通り示せば良いだろう。ここでは前者を採用することにする」[74]。

［れんしゅう14］は，(くりあげ)に関する練習問題である。

このようにして，(通分)，(たす)，《たす》，(くりあげ)，(約分)という，分数の加法に必要なすべての操作が揃ったアルゴリズムが教えられる。これは，この授業書による計算体系においては「典型的な複合過程」(または「水源池」)とされている。先の問題についてアルゴリズムを示すと次のようになる。

＊③ 帯分数＋帯分数（異分母）；$2\frac{3}{10}+1\frac{5}{6}=2\frac{3\times 3}{10\times 3}+1\frac{5\times 5}{6\times 5}$

$$= 2\frac{9}{30} + 1\frac{25}{30} \quad \text{(通分)}$$

$$= 3\frac{34}{30} \quad \text{(たす)《たす》}$$

$$= 4\frac{4}{30} \quad \text{(くりあげ)}$$

$$= 4\frac{2}{15} \quad \text{(約分)}$$

そして，［れんしゅう15］で「タイルと照らし合わせながら練習して」[75]，次のように計算の規則をまとめる。

「・分数のたし算は，通分して分母をそろえてから，整数部分どうし，分数部分どうしをたします。
・こたえの分数部分が，仮分数になったときは，くりあげて，すっきりとした帯分数にします。
・こたえが約分できるときは約分します」。

なお，［れんしゅう15］，［れんしゅう16］は「最も典型的な計算問題」[76]である。ただし，そこには，先に見た［問題15］のアルゴリズムに加え，次のアルゴリズムを用いるものが含まれている。

＊③′ 帯分数＋帯分数（同分母）；（たす）《たす》→（くりあげ）→（約分）
③′ 帯分数＋帯分数（異分母）；（通分）→（たす）《たす》→（くりあげ）

このようにして「典型的な複合過程」が形成された「あとは退化していく一方である」[77]。以下においては，「タイル算→筆算の繰り返しで練習して」いく[78]。

1－(5)－④「退化した複合過程」の指導

退化の過程を辿っていくことにしよう。［問題16］の計算のアルゴリズムを示すと次のようになる。なお，この問題には，式だけでなく，それを表現するタイルおよび通分のための倍数表も与えられている。

＊④ 帯分数＋帯分数（異分母）；$2\frac{1}{6} + 4\frac{1}{2} = 2\frac{1}{6} + 4\frac{3}{6}$ （通分）

$$= 6\frac{4}{6} \quad \text{(たす)《たす》}$$

$$= 6\frac{2}{3} \quad \text{(約分)}$$

「典型的な複合過程」から見ると，ここでは，シルエットは同じであるが，演算結果に(くりあげ)が必要ない。［れんしゅう17］はこのアルゴリズムを用いる問題であるが，そこには次のアルゴリズムを用いるものが含められている。

④′ 帯分数＋帯分数（同分母）；（たす）《たす》→（約分）
④′ 帯分数＋帯分数（異分母）；（通分）→（たす）《たす》

［問題17］の計算のアルゴリズムを次に示す。なお，この問題には，「答をタイルで表わしてみよう。斜線を書き入れなさい」として，式とそれを表現するタイルが記されている。

＊⑤ 帯分数＋帯分数（同分母）；$2\frac{3}{5} + 1\frac{2}{5} = 3\frac{5}{5}$ （たす）《たす》

$$= 4 \quad \text{(くりあげ→整数)}$$

これも，シルエットは同じであるが，演算の対象が同分母分数であるため，(通分)の必要がなく，また，(くりあげ)の結果が整数になっている。これに続く［れんしゅう18］は，いずれもこのアルゴリズムを用いる問題である。

［問題18］からは，問題のシルエットが「帯分数＋真分数(または真分数＋帯分数)」になる。ここでも，式とそれを表現するタイルおよび倍数表が記されている。ここで教えられるアルゴリズムは次のようになる。

＊⑥ 真分数＋帯分数（異分母）；$\frac{3}{4} + 2\frac{2}{3} = \frac{9}{12} + 2\frac{8}{12}$ （通分）

$= 2\frac{17}{12}$ 《たす》

$= 3\frac{5}{12}$ （くりあげ）

ここでは，シルエットの変化により（たす）と(約分)が退化している。なお，これに続く［れんしゅう19］は⑥のアルゴリズムを適用する問題であるが，そこには，次のアルゴリズムを用いるものが含まれている。

⑥′ 帯分数＋真分数（異分母）；（通分）→《たす》→（くりあげ）→（約分）
⑥′ 〃 （異分母）；（通分）→《たす》→（約分）
⑥′ 〃 （同分母）；《たす》→（くりあげ）→（約分）
⑥′ 〃 （同分母）；《たす》→（くりあげ→整数）

［問題19］では，シルエットが「真分数＋真分数」になる。ここでも，式とそれを表現するタイルおよび倍数表が記されている。計算のアルゴリズムを示すと次のようになる。

＊⑦ 真分数＋真分数（異分母）；$\frac{1}{2}+\frac{5}{6}=\frac{3}{6}+\frac{5}{6}$ （通分）

$=\frac{8}{6}$ 《たす》

$= 1\frac{2}{6}$ （くりあげ）

$= 1\frac{1}{3}$ （約分）

ここでも，シルエットの変化により，(たす)という操作が退化している。［れんしゅう20］はこのアルゴリズムを適用する問題であるが，そこには次のアルゴリズムも含められている。

⑦′ 真分数＋真分数(異分母)；（通分)→《たす》→(くりあげ)
⑦′ 〃 (同分母)；《たす》→(くりあげ→整数)
⑦′ 〃 (同分母)；《たす》→(くりあげ)→(約分)

［問題20］では，シルエットが「帯分数＋整数」になる。ここでも，式とあわせてタイルが示されている。計算のアルゴリズムは次の通りである。

＊⑧ 帯分数＋整数；$2\frac{3}{5} + 4 = 6\frac{3}{5}$ （たす）

これは，(通分)，《たす》，(くりあげ)，(約分)という4つの操作が欠落した，最も退化したタイプである。この点では［れんしゅう21］で与えられている次のアルゴリズムと同じである。

⑧′ 整数＋整数；$2 + 7 = 9$ （たす）

1 −(5)−⑤ 計算体系全般について

以上の分析により，この授業書において教えられる分数加法の型分けとそれに対応するアルゴリズムを，教えられる順序に従って列挙すると，次のようになる。ただし，ここでは，主要なアルゴリズム，原則として，番号に′がなく，＊が付されたものに限定する。

＊① 真分数＋真分数（同分母）；《たす》
＊② 〃 （異分母）；（通分）→《たす》
＊③ 帯分数＋帯分数（異分母）；（通分）→（たす）《たす》→（くりあげ）→（約分）
＊③′ 〃 （同分母）；（たす）《たす》→（くりあげ）→（約分）
＊④ 〃 （異分母）；（通分）→（たす）《たす》→（約分）
＊⑤ 〃 （同分母）；（たす）《たす》→（くりあげ→整数）
＊⑥ 帯分数＋真分数（異分母）；（通分）→《たす》→（くりあげ）
＊⑦ 真分数＋真分数（異分母）；（通分）→《たす》→（くりあげ）→（約分）
＊⑧ 帯分数＋整数 ；（たす）

(1) 指導過程の早期(③)において，すべての操作が揃ったアルゴリズムを形成することが目標とされている。

(2) 問題は，「真分数＋真分数」，「帯分数＋帯分数」，「帯分数＋真分数」の３つに型分けされ，概ね，この順序に従って教えられている。

(3) このように，シルエットを基本的な観点として計算体系が構成されており，同分母・異分母の別については，(くりあげ)や(約分)の有無などとともに，副次的な観点とされている。

(4) 与えられている問題の数は，先の順序によると，それぞれ，19問，18問，７問であり，量的な説明の有無についてもあわせて考えると，「真分数＋真分数」および「帯分数＋帯分数」に対して丁寧な教材構成になっている(このほか，「帯分数＋整数」「真分数＋整数」が各３問，「整数＋整数」が１問ある)。

(5) 量的な説明においてはすべてタイルが用いられており，分数はタイルによって表現するという方針で一貫している。

(6) 帯分数による表現を中心として内容が構成されており，仮分数による表現については扱われていない。

１－(6) 分数加法の指導に関する現在の到達点

(1) すでに述べたように，小学校における数学教育の最も中心的な内容として有理数の四則演算を設定する立場からは，分数加法の教育内容・教材構成に対して，この演算に必要なすべての操作が揃ったアルゴリズムの獲得を到達目標として設定することが要請される。教科書・指導プランの分析にあたっては，このような観点から，まず，そこにおいて，このような到達目標が設定されているか，という点が重要な視点として設定された。

分析の結果から，『わかるさんすう』，授業書『新しい数―分数』においては，先の点が目標として設定されている。黒表紙教科書においては教材の記述に関する考え方が異なることから，掲載されている問題数が少ないことは確かである。しかしながら，この点については教師によって補充されることが期待されていたことを考慮すれば，一応，先の目標は設定されていたと考えてよいだろう。これに対して，緑表紙教科書，『分数たす・ひく』については，いずれも真分数に範囲を制限した内容構成となっており，先の目標は設定されていない。

なお，すでに述べたように，黒表紙教科書と緑表紙教科書は，いずれも，伝統的な算数教育の内容・方法の具体例としてとりあげたものであるが，到達目標の設定に関してこのような違いが見られることは興味深い。この点については，「日用計算ニ習熟セシメ」(黒表紙教科書)，「数理思想の開発」(緑表紙教科書)という目的設定の違いに起因するものと予想される。それぞれの教科書について，そこで行われている目的の設定から，ここで見たような分数加法の指導に関する目標の設定を導く論理を解明することは重要な研究課題であると考えられるが，ここではこの点を指摘するに止めざるを得ない。

(2) 次に設定した視点は，アルゴリズムの体系がどのような順序・方法によって構成されているか，という点である。そこでは，到達目標となるアルゴリズムの扱い・位置付けの違いに注目し，最も単純なタイプから出発し，そこに新しい操作を順次付け加えていくことを基本方針とする“積み上げ方式”，これに対して，できるだけ早期に目標に到達し，その他のタイプについてはそこから一部の操作が欠如したものとして位置付ける“水道方式”の２つを区別しておいた。

分析の結果から，ここで対象とした指導プラン・教科書については，いずれも，この２つに分類することが可能である。そして，授業書『新しい数―分数』をのぞく，すべての教科書・指導プランは“積み上げ方式”に分類される。そこには，伝統的な算数教育の内容・方法の具体例としてとりあげた黒表紙教科書，緑表紙教科書だけでなく，「学問としての数学を教える」立場として位置付けた『わかるさんすう』も含まれる。『分数たす・ひく』についても，その内容には不十分な点が多いが，順序としては“積み上げ方式”を採用していると考えてよいだろう。これに対して，“水道方式”の原則にもとづいていると言えるのは，授業書『新しい数―分数』のみである。“積み上げ方式”は，教育内容構成の順序・方法として，黒表紙教科書，緑表紙教科書から歴史的に継承されてきており，現在においても，立場の違いを問わず，広く採用されている。

(3) 次に，計算の「型分け」に関する問題，すなわち，個々の計算がどのような観点から分類されているか，という点について見よう。具体的な観点としては，計算の“対象”に注目したものとして，①シルエット，②同分母・異分母の別を，計算の“結果”に注目したものとして，③約分の有無，④くりあがりの有無をあげ，このうち，どれが主要な観点とされ，どれが副次的な観点とされているか，という点に分析の視点を設定した。

分析の結果から，授業書『新しい数—分数』をのぞく，すべての教科書・指導プランにおいて，同分母・異分母の別が主要な観点として採用されている。

副次的な観点としては，黒表紙教科書，緑表紙教科書，『分数たす・ひく』においては，シルエットが採用されている。ただし，このうち，黒表紙教科書においては，それにもとづいて，「真分数＋真分数」，「帯分数＋真分数」，「帯分数＋帯分数」の３つが区別され，それぞれのタイプの問題が教材として構成されている。これに対して，緑表紙教科書，『分数たす・ひく』においては，「真分数＋真分数」の問題しか与えられていない。遠山啓は，自然数の計算指導体系について，「黒表紙のほうがずっと合理的にできていて，いちおうととのっている」のに対して，緑表紙教科書は「はっきりと退歩を意味していた」と述べている[79]。先に見た分析結果は，このような評価が分数加法の計算体系についてもあてはまることを示している。

また，『わかるさんすう』においても同分母・異分母の別が主要な観点とされているが，副次的な観点について見ると，同分母分数の場合についてはくりあがりの有無，異分母分数の場合についてはシルエットと，それぞれの場合において異なる観点が設定されている点が特徴的である。

ただし，このような違いを内包しつつも，“同分母・異分母の別を主要な観点として計算体系を構成する”という立場は，先に見た“積み上げ方式”とともに，黒表紙教科書，緑表紙教科書から歴史的に継承されてきており，現在においても，立場の違いを問わず，広く採用されている。

これに対して，授業書『新しい数—分数』のみが，シルエットを主要な観点としており，同分母・異分母の別については，約分の有無，くりあがりの有無などとともに，副次的な観点としている。このような立場は，すでに見たように，分数の性質・大小関係に関する内容を独自の教育内容として設定し，演算指導の前にまとめて指導するという基本方針によって，可能となったものである。

(4) 次に，約分・倍分，通分など，分数の性質の指導との関連について見ることにしよう。分数の性質の指導と関連付けられている場合には，そのことによって，分数加法の教育内容・教材構成において発生している問題点を明らかにすることが必要である。

分析の結果から，授業書『新しい数—分数』をのぞく，すべての教科書・指導プランにおいて両者が関連付けられていることがわかる。そこで共通しているのは，先に見たように，計算の「型分け」において同分母・異分母の別を基本的な観点とすることにより，“分数の加法を同分母分数の場合と異分母分数の場合とに分断し，その間に通分を位置付ける”という内容構成の方法である。

次に，約分の位置について見よう。この点については，黒表紙教科書と『わかるさんすう』を見ることが適当だろう。黒表紙教科書において，約分は，同分母分数の加法以前に指導されている(約分→同分母分数の加法→通分→異分母分数の加法)ため，分数加法の指導において，約分の有無は問題になっていない。これに対して，『わかるさんすう』において約分が教えられるのは，同分母分数の加法が指導された後である(同分母分数の加法→倍分・約分，通分→異分母分数の加法)。そのため，同分母分数の加法については，演算結果に約分が必要でないものに，教育内容・教材が制限されている。

このような違いを内包しつつも，分析結果が共通して示しているのは，それに必要な操作がすべて教えられていない状態において分数加法の指導を始めることの問題性であろう。このことは，分数の性質・大小関係に関する内容を独自の教育内容として設定し，演算指導の前にまとめて指導する立場の必要性と優位性を示している。しかしながら，このような立場を選択しているのは，ここで分析対象とした教科書・指導プランの中では，授業書『新しい数—分数』のみである。

(5) 次に，帯分数・仮分数のいずれの表現を中心として教育内容・教材が構成されているか，という点について。すでに指摘したように，分数加法に関するアルゴリズムの獲得を目標とする立場からは，それに必要な操作はすべて教えることが当然の要請となり，そのためには，帯分数による表現を主とする立

場を選択することが必要になる。この場合，それによって獲得されたアルゴリズムは，仮分数による表現が与えられた場合においても通用するが，その逆の場合は通用しないからである。このような場合，帯分数を仮分数に変形することによって一応問題は解決するが，帯分数の分母・分子や整数部分が大きくなると，計算に多大な労力を要するという問題点が次に生じる。

このような事情を反映してか，先に分析した教科書・指導プランにおいて，仮分数による表現を中心としているものは見られない。黒表紙教科書，『わかるさんすう』，授業書『新しい数―分数』など，アルゴリズムの獲得が目標とされている教科書・指導プランにおいては，いずれも，帯分数中心の立場が選択されている。ただし，緑表紙教科書，『分数たす・ひく』においては，真分数しか扱われておらず，帯分数・仮分数は排除されている。

(6) 次に，アルゴリズムの体系を指導する時期設定の問題について。この点については，アルゴリズムの体系をひとまとまりの教育内容と考え，特定の学年において集中的に指導する立場（“集中方式”），および，そこにいくつかの下位区分を設定し，それらを複数学年に分散して指導する立場（“分散方式”）を区別しておいた。

分析の結果から，前者の立場を選択しているのは，黒表紙教科書，授業書『新しい数―分数』であり，後者を選択しているのが，緑表紙教科書，『わかるさんすう』である。緑表紙教科書については，第4学年の上巻と下巻とに分散されており，複数学年に分散されているわけではないが，ここでは一応“分散方式”に分類しておく。このようなとらえ方からすれば，「学問としての数学を教える」立場としてとりあげた『わかるさんすう』においては，緑表紙教科書よりも拡張された形で“分散方式”が採用されていることになる。これに対して，黒表紙教科書では“集中方式”が採用されており，この点で緑表紙教科書とは立場を異にしている。

以上の分析結果から，授業書『新しい数―分数』をのぞくすべての教科書・指導プランが，次の4点において共通の立場を選択していることが明らかになった(ただし，④については黒表紙教科書は立場を異にしている)。

① “積み上げ方式”によるアルゴリズムの形成
② 同分母・異分母の別を基本的な観点とする計算体系の構成
③ 《同分母分数の加法→通分→異分母分数の加法》という内容編成の順序
④ “分散方式”による指導時期の設定

これらの立場は，伝統的な算術教育から歴史的に継承されてきた教育内容・教材構成の順序・方法であり，「学問としての数学を教える」立場に立つものと位置付けた指導プランにおいても根強く採用されている。

これらの立場は，相互に関連し合いながら，分数加法の指導に関して一つの立場を形成している。そこでは，“同分母分数の加法は通分なしでも可能であるが，異分母分数の場合には通分が必要になる”という，単純かつ素朴な事実が出発点になっていると考えられる。そこから，“同分母・異分母の別を基本的な観点として計算体系を構成する”という立場が生まれ，《同分母分数の加法→通分→異分母分数の加法》という順序が必要となったのであろう。その結果，アルゴリズムの形成は“積み上げ方式”によることが必然的となるし，複数学年に渡る“分散”についても自然な要請として理解することができる。

「学問としての数学を教える」立場からは，教育内容・教材が「すべての子どもに理解可能な順序構造」にもとづいて構成されていることが要請される。その際，最も基本的なのは，分数の性質・大小関係および分数の加法・減法は，いずれも独自の教育内容として構成することが必要である，という観点であろう。しかしながら，先に見た立場においては，これらの数学的概念が，細分化・分断され，相互に関連付けられているだけでなく，それが複数学年に分散されている。このような教育内容・教材構成が「すべての子どもに理解可能な順序構造」を備えているとは考えにくい[(80)]。

このように見てくると，「すべての子どもに理解可能な順序構造」にもとづく教育内容・教材の構成については，先に分析した教科書・指導プランの中では，授業書『新しい数―分数』においてのみ，探究されていることがわかる。その基本的観点を，先の4点に対置する形で列挙すると次のようになるだろう。

① “水道方式”によるアルゴリズムの形成
② シルエットを基本的観点とする計算体系の構成

③　分数の性質・大小関係に関する独自の教育内容の構成
④　“集中方式”による指導時期の設定

これらの観点については，この授業書が作成される以前から提起され，実践が蓄積されてきている。その展開を具体的に跡づけることは別の機会に譲らざるを得ないが，例えば，演算指導の前に，分数の性質・大小関係をまとめて教えるという立場からの実践が岡田昭弘(兵庫県・青葉台小学校)によって試みられている[81]。西部まさみ(石川県・富永小学校)は，同じ立場から，異分母分数の加法から演算指導を開始した実践を報告している[82]。この観点は，すでに及川平治(明石女子師範学校附属小学校)によって次のように提出されていた。「同分母の加減は明らかに，分数の観念を持っているものには独力で発見し得ると思う。やや困難なのは異分母の加減である」(傍点は原文)[83]。黒表紙教科書以前に発行された算術教科書においても，「分数化法」という項目を独自に設定し，演算指導の前に，性質・大小関係に関する内容を一通り教えるよう編集されているものが見られる[84]。この授業書も，これらの教科書，実践とともに，算術教育の歴史において一つの系譜を形成しているのであり，先に示した観点を基本としつつ，それをさらに豊富化・具体化していくことが，今後の課題となるだろう[85]。

なお，先に，個別のアルゴリズムの教材・指導過程構成に関する分析の視点として，アルゴリズムに関する量的な説明の有無，そこにおける統一性・一貫性・普遍性に関する問題を設定しておいた。この点については，授業書『新しい数―分数』を含め，「学問としての数学を教える」立場に立つものと位置づけた指導プランにおいては，“分数はタイル(面積)によって表現する”という教材構成の原理が採用されていることを指摘しておくことが必要だろう。

《註》

(1)　森毅『算数教育の基礎理論』明治図書，1965年，52ページ。[　]内は引用者。以下同じ。

(2)　森毅，同上書，52ページ。

(3)　須田勝彦「アルゴリズム」，『現代教育学事典』，労働旬報社，1988年，11ページ。ただし，本稿では，この言葉を，ここで規定されている「体系」という意味に加えて，その構成要素となる一連の操作(ここで言うところの「部分アルゴリズム」)を意味する言葉としても用いている。

(4)　“水道方式”の解説書は数多い。ここでは，『遠山啓著作集　数学教育論シリーズ3　水道方式とはなにか』(太郎次郎社，1980年)，『遠山啓著作集　数学教育論シリーズ4　水道方式をめぐって』(太郎次郎社，1981年)，また，最近のものとして，須田勝彦「水道方式－数学論に基づく新しい数学教育」『授業づくりネットワーク』No. 3，特集：戦後教育を変えた5つの授業，1988年8月，日本書籍，20～24ページ，銀林浩「『水道方式』の生い立ちとその後」，日本数学教育学会編『20世紀数学教育思想の流れ(日本の算数・数学教育1996)』，産業図書，1997年，169～184ページ，など参照。

(5)　銀林浩は，“水道方式”による計算体系を主張する立場から，この点について次のように述べている。「一般的概念を形成するには，まず，典型的な具体例を用意しなければならない。そして，一つあるいはいくつかの具体的な場合から，できるだけ速やかに特徴を抽出することによって一般的概念あるいは一般的構造に到達する必要がある。さらに，そのあとに一般性の効用を十分知らせるだけの種々の応用例を用意しておかなければならない」(銀林浩『わたくしの数学教育批判』，国土社，1976年，43ページ)。これに対して，“積み上げ方式”の依拠する認識形成論については，さしあたり，註(12)の引用を参照。

(6)　鈴木秀一・大田邦郎「『科学と教育との結合』原理の再検討(2)」『現代教育科学』No.310，1982年9月，明治図書，123ページ。

(7)　この点については，岡野勉・大橋直子「算数教科書における分数の性質・大小関係の指導(1)(2)」，『新潟大学教育学部附属教育実践研究指導センター研究紀要』第15号，第16号，1996年，1997年，参照。

(8)　銀林浩によれば，「かつて生活単元学習の時代には，生活に(といってもアメリカの)出てくる帯分数偏重であったが，『現代化』の時代には代数的意義を買われて仮分数主義がもてはやされた」(同『ここが問題，いまの算数教育(小学校中学年編)』，1992年，国土社，142ページ)。なお，「仮分数主義」の例としては，横地清「数と計算」，遠山啓・長妻克亘・横地清・石谷茂『算数・数学教育の現代化』，1960年，明治図書，49～51ページ。

(9) 例えば，次の論文にそれぞれの長所・短所がまとめられている。岡田進「みんなができる水道方式(11)」，『数学教室』No.237，1973年2月，国土社。

(10) 森毅『数の現象学』，朝日新聞社，1989年，76ページ。

(11) "分散方式"に対する批判については，岡野・大橋，前掲(7)，「算数教科書における分数の性質・大小関係の指導(1)」70～71ページ，においてその一部を紹介した。

(12) 銀林浩『わたくしの数学教育批判』，国土社，1976年，42～43ページ，55ページ。

(13) ここでは，『尋常小学算術書』第5学年・教師用，文部省，1927(昭和2)年，を用いた。以下の記述において特に断らない限りは，この教科書からの引用である。また，ページ数の注記については省略する。

(14) 黒表紙教科書については，現在のところ次の研究がある。①徳永吉晴「分数指導の実際」，大矢真一・徳永吉晴・安藤泰三著『(小学校算数科教材研究叢書5)分数と小数』，1957年，啓林館，83～194ページ，所収，②中谷太郎「算数教育のあゆみ(1)～(8)」，『数学教室』No.47～57，国土社，1958～1959年，③中谷太郎「日本数学教育史10～13 黒表紙教科書について(1)～(4)」『数学教室』No.161～164，国土社，1967年，④須永辰美「黒表紙教科書の内容構成の原理」，北海道大学教育学部教育方法学研究室編『教授学の探究』第6号，1988年。⑤片桐重男，中島健三，菊池兵一，高森敏夫，荒木勲「座談会 分数指導の総点検」，『新しい算数研究』No.64，1976年7月，東洋館出版社。

②③では，黒表紙教科書の成立，編纂趣意，改訂に加え，教育内容として，整数，小数と分数，比・比例・歩合算，度量衡と図形，応用問題などのテーマを扱っている。分数指導については，小数との関係，分数の意味，乗法・除法の指導過程，掛谷宗一による批判などが取り上げられている。④は，藤沢利喜太郎やクニルリングによる算術教育の構想との関連で黒表紙教科書の内容を検討したものである。ただし，これらの研究において，分数加法の指導については取り上げられていない。⑤は，黒表紙教科書も含め，戦前から戦後の算数教科書を対象として，そこにおける分数の計算指導について論じたものであるが，取り上げられているのは乗法・除法のみである。なお，①には「黒表紙における分数の加減の取扱い」と題する節があり，教師用書の解説も引用しながら，分数加法・減法の指導に関する一通りの解説が行われている。しかしながら，全体として，教科書における内容編成の順序・方法に従った解説であり，加法指導の内容については，計算問題について，「それぞれの場合を詳しく分けるのが黒表紙の特徴」という指摘に止まっている(同書，124ページ)。

(15) その内容編成については，岡野・大橋，前掲(7)，「算数教科書における分数の性質・大小関係の指導(1)」，42～43ページ，において簡単に要約した。なお，本稿でもそこで用いた番号を用いている。

(16) 徳永吉晴，前掲(14)，「分数指導の実際」，120～121ページ。

(17) 同上書，123ページ，121ページ。

(18) 『尋常小学算術書第3第4第5第6学年教師用児童用修正趣意書』(1928(昭和3)年，文部省)の第18章「教師用書ト児童用書」においては，教師に対して，教師用書の余白に記されている「類似問題」を参考に「補足問題」を作成して子どもに与えるべきこと，スペースの関係から教師用書に余白がとれず問題が記されていない場合についてもこの点は同じであること，が注意として与えられている。教師用書に掲載されている問題の数が少ないことは教師によって補われるべきものと考えられていたのである。

なお，この第18章では，教師用書を生徒に使用させている学校が多い，学年によっては教師用書の方が児童用書よりも印刷部数が多いという「実ニ驚クベキ事実」に関連して，教師用書と児童用書の本来的なあり方，両者の関係について注意を与えている。これは，本来この教科書が教師に対して要求していた創意工夫が行われず，教師用書がそのまま授業で用いられていた当時の事情を物語るものであろう。仮にそのように用いられた場合，子どもに分数加法のアルゴリズムを獲得させることができたかどうかについては，やはり疑わしいと言わなければならない(以上，「修正趣意書」については，『近代日本教科書教授法資料集成』第12巻，編纂趣意書2，東京書籍，1983年，138ページによる)。

(19) この点については，註(18)を参照。

(20) この点については，すでに次のように指摘されている。「また教材の進展においては，従来5年で取り扱われていた『分数』が，3年で扱われることになっている点に大きな変化が見られる。3年で扱う分数は，単純なものであるが，ここでは早く分数観念を児童に習得させ，その後に出てくる教科書上の問題によって繰返し訓練を重ねて行こうとしている」(唐澤富太郎『教科書の歴史』，創文社，1956年，583ページ，なお，引用文は一部を現代仮名

遣いに改めてある)。

ただし，ここでは，このような教科書編集上の意図について述べるに止まり，それによって実際にどのような教育内容・教材構成が行われているかについては述べていない。なお，この著作の主要な関心は，「神話的教材」の教科書への導入，日本人における「神国観念」の形成などの点におかれており，とりあげられている教科書についても，修身，国史，国語，唱歌などが中心である。本稿で課題としている教科書内容の分析については，「教科書自体の内部的な発展［の解明］」と言う表現に含まれるものと考えられるが，著者によれば，それは「今後の課題」とされていた(「序」，5ページ)。

(21) 緑表紙教科書における分数加法の指導については，次の研究がある。徳永吉晴「分数指導の実際」，大矢真一・徳永吉晴・安藤泰三著『(小学校算数科教材研究叢書5)分数と小数』，1957年，啓林館，83～194ページ，所収。そこには，「緑表紙における分数の加減の取扱い」と題する一節があり，教師用書の解説も引用しながら，分数加法・減法の指導に関する一通りの解説が行われている。しかしながら，全体として，教科書における内容編成の順序・方法に従った解説であり，加法指導の内容に関する分析は不十分な形でしか行われていない。

(22) ここでの分析結果については次の論文を参照。岡野勉「『小学算術』における分数の教育内容・教材構成の論理－導入から加法・減法の指導まで」『新潟大学教育学部紀要(自然科学編)』第35巻第2号，1994年。ここでは，この論文で示したアルゴリズム・リストを，一部修正の上，引用している。

(23) この点については，この教科書における「暗算主義」によるものと考えられる。例えば，異分母分数の加減算の指導に対して次のような注意が与えられている。「寄算でも引算でも，出来るだけ暗算を活用すべきで，形式を整へるために，よけいなことを書くやうなことはよろしくない」(『尋常小学算術』第4学年・教師用・下巻，1938(昭和13)年，文部省，187ページ)。

(24) 塩野直道(文部省図書監修官)は，この学年における分数の教育内容・教材構成について，「分数を簡単なものに限ることによつて，計算の困難さによつて，理解を妨げることを防」いだ，「複雑な分数を避けた」と述べている(塩野直道「小学算術尋4下編纂趣旨」『文部時報』第637号，1938(昭和13)年11月。ここでは，『近代日本教科書教授法資料集成』第12巻，編纂趣意書2，東京書籍，1983年，751ページによる)。

(25) なお，東京高等師範学校附属小学校算術研究部による「新教科書の教材研究座談会」では，当時，この点をめぐって議論が行われていたようである。そこでは，分数指導の内容について，「余りに簡単に軽く扱われているきらいはないだろうか」，帯分数の加法・減法についても「ここで養った力が抜けないうちに取り扱ってもらいたい」などの発言も見られるが，「日本人の日常生活に分数はあまり使わない」，黒表紙教科書では「かなり困難を感じた」，「時代の進運」などの理由により，最終的には退けられた形になっている(算術研究部「尋4(下)新算術書教材研究座談会記録(2)」『教育研究』No.493，1939(昭和14)年2月，112～113ページ)。

(26) ここでは，遠山啓監修『わかるさんすう(改訂版)』4，5，むぎ書房，1980年，1988年，を用いた。以下の記述において，この教科書(児童用書)からの引用については，ページ数の表示も含め，注記を省略する。

(27) 遠山啓・銀林浩編『わかるさんすうの教え方4』，むぎ書房，1983年，300ページ。

(28) 遠山啓・銀林浩編『わかるさんすうの教え方5』，むぎ書房，1989年，83ページ。

(29) 遠山啓・銀林浩編，前掲(27)，『わかるさんすうの教え方4』，323ページ。

(30) 同上書，323ページ。

(31) 同上書，323ページ。

(32) 同上書，300ページ。

(33) 同上書，300ページ。

(34) 同上書，301ページ

(35) 同上書，323ページ。

(36) 同上書，300ページ。

(37) 同上書，300ページ。

(38) 同上書，300ページ。

(39) 同上書，302ページ。

(40) 同上書，302ページ。

(41) 同上書，300ページ。

(42) 同上書，302ページ。
(43) 同上書，302ページ。
(44) 同上書，300ページ。
(45) 同上書，301ページ。
(46) 同上書，301ページ。
(47) 同上書，303ページ。
(48) 遠山啓・銀林浩編『わかるさんすうの教え方5』，むぎ書房，1989年，83ページ。
(49) 同上書，95ページ。
(50) 1問だけ，演算結果が既約分数にならないものが含まれている。しかし，第4学年では約分が既習でないため，当然のことながら，その変形については指導されていない。
(51) 大田邦郎「小学校の分数指導における新しい試み(第1分冊・解説編)」，北海道大学教育学部教育方法学研究室編『教授学研究シリーズ』第3号，1978年，10ページ。
(52) 遠山啓・銀林浩編，前掲(28)，『わかるさんすうの教え方5』，96〜97ページ。
(53) 同上書，97ページ。
(54) 同上書，97ページ。
(55) 同上書，97ページ。
(56) 同上書，97ページ。
(57) 同上書，98ページ。
(58) 同上書，98ページ。
(59) 同上書，98ページ。
(60) 新居信正・荒井公毅『国土社の算数えほん《分数》2．分数たす・ひく』，国土社，1989年。以下の記述において特に断らない場合は，この絵本からの引用である。ページ数の注記については省略する。
(61) 岡野・大橋，前掲(7)，「算数教科書における分数の性質・大小関係の指導(1)」，57ページ。なお，本稿ではここで付した節番号を用いている。
(62) 先に見た『わかるさんすう5』においても，異分母分数の加法に関する計算問題については，「通分3つの型を意識して」問題を与えるべきであるとされている。遠山啓・銀林浩編『わかるさんすうの教え方5』，むぎ書房，1989年，111ページ。
(63) もっとも，減法については，これも「力だめし」に含まれてはいるが，「帯分数−帯分数」のタイプについて，(通分)→(くりさげ)→(ひく)→(約分)のアルゴリズムが，例題，練習問題とともに教えられている。
(64) 岡野勉・大橋直子，前掲(7)，「算数教科書における分数の性質・大小関係の指導(1)」，61ページ。
(65) この絵本には，解説と思われる文章が最後に掲載されている。しかしながら，そこで述べられていることは，分数を確定した量の表現，すなわち「量分数」ととらえること，その教材としては「タイル」が有効であることであり，いずれも重要な観点であるが，計算のアルゴリズムをどのように形成していくか，という問題意識は見ることができない。
(66) 大田邦郎「小学校の分数指導における新しい試み−導入から加減算までの授業書とその解説(第1分冊・解説編)」および「同(第2分冊・授業書編)」，北海道大学教育学部教育方法学研究室編『教授学研究シリーズ』第3号，1978年3月。ここでは，第1分冊からの引用にのみ注記を行うことにし，第2分冊からの引用については注記を省略する。
(67) 大田邦郎「小学校の分数指導についてのいくつかの問題」『数学教室』No.277，1976年3月，国土社，94〜100ページ，および前掲(66)「小学校の分数指導における新しい試み(第1分冊・解説編)」，9〜11ページ，参照。
(68) 大田邦郎，前掲(66)，「小学校の分数指導における新しい試み(第1分冊・解説編)」，4ページ。
(69) 同上書，10〜11ページ。
(70) 同上書，11ページ。
(71) 同上書，11ページ。
(72) 同上書，11ページ。
(73) 同上書，11ページ。

(74) 同上書，11ページ。

(75) 同上書，11ページ。

(76) 同上書，11ページ。

(77) 同上書，11ページ。

(78) 同上書，11ページ。

(79) 『遠山啓著作集　数学教育論シリーズ8　数学教育の現代化』，太郎次郎社，1980年，77ページ。初出は，遠山啓「現代化とは何か！」『教育科学・算数教育』No.50，1963年3月，明治図書。

(80) “分散方式”に対する批判については，岡野勉・大橋直子「算数教科書における分数の性質・大小関係の指導(1)」『新潟大学教育学部附属教育実践研究指導センター研究紀要』第15号，1996年，70～71ページ，参照。

(81) 岡田昭弘「れんさい・私のやった楽しい授業⑬まとめてメンドー見よう—分数の指導」，『数学教室』No.266，1975年5月，国土社，81～86ページ。

(82) 西部まさみ「手で学ぶ分数(5年)—加法を中心に」，『数学教室』No.290，1977年3月，国土社，55～63ページ。

(83) 及川平治『分団式各科動的教育法』，弘学館書店，1915(大正4)年，520ページ。

(84) 黒表紙以前の算術教科書については未解明の部分が多い。ここではさしあたり次の教科書をあげておく。小山健三『小学筆算書』，1882(明治15)年，『日本教科書体系』近代編　第11巻　算数(2)，講談社，1962年，所収。

(85) 須田勝彦は，有理数の指導について，「基本的な問題はすべて，若干の試みがなされている程度」であり，“水道方式”適用の可能性についても，「これからの実践的研究を待たねば明らかにならない」と述べている。授業書『新しい数－分数』も，このような現状において行われている試みの一つである。須田勝彦，前掲(4)「水道方式－数学論に基づく新しい数学教育」，24ページ。