

最近のトピックス

透視変換を応用した X 線写真三次元計測法

新潟大学歯学部歯科放射線学教室
菅 家 正 寛

従来、三次元的な X 線写真計測法としては、直角二方向撮影法かステレオ撮影法によって撮影された一組のフィルム上の二次元座標から三次元座標を再構成するのが一般的であった。しかしながら、これらの計算には、フィルムと撮影装置の位置関係の正確な値が必要で、再構成精度は専用装置でないと良くなかった。しかし、近年のマイクロコンピュータの普及により、比較的手軽に、複雑な計算ができるようになったため、以下に述べる座標変換を応用すると、特殊な装置を用いなくても、精度の高い三次元座標の再構成を行なうことができる。

一般に三次元の透視変換は、 4×4 のマトリックスであらわし得る。すなわち

$$[xyz1]T' = [XYZH] \dots\dots\dots(1)$$

ここに

$$T' = \begin{pmatrix} T'_{11} & T'_{12} & T'_{13} & T'_{14} \\ T'_{21} & T'_{22} & T'_{23} & T'_{24} \\ T'_{31} & T'_{32} & T'_{33} & T'_{34} \\ T'_{41} & T'_{42} & T'_{43} & T'_{44} \end{pmatrix}$$

ここで、二次元平面、たとえば $z=0$ 平面への投影を考えると T' は次のような形になる

$$T = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & T_{24} \\ T_{31} & T_{32} & T_{34} \\ T_{41} & T_{42} & T_{44} \end{pmatrix}$$

したがって、変換関係式は

$$[xyz1] \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} & 0 & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & 0 & T_{24} \\ T_{31} & T_{32} & 0 & T_{34} \\ T_{41} & T_{42} & 0 & T_{44} \end{pmatrix} = [XY0H] \dots(3)$$

$$= H[x^*y^*01] \dots(4)$$

ここで x^*, y^* は、 $z=0$ 平面に透視投影された座標である。式 (4) を展開すれば

$$T_{11}x + T_{21}y + T_{31}z + T_{41} = Hx^* \dots\dots\dots(5-a)$$

$$T_{12}x + T_{22}y + T_{32}z + T_{42} = Hy^* \dots\dots\dots(5-b)$$

$$T_{14}x + T_{24}y + T_{34}z + T_{44} = H \dots\dots\dots(5-c)$$

上式より H を消去すれば

$$(T_{11} - T_{14}x^*)x + (T_{21} - T_{24}x^*)y + (T_{31} - T_{34}x^*)z + (T_{41} - T_{44}x^*) = 0 \dots\dots\dots(6-a)$$

$$(T_{12} - T_{14}y^*)x + (T_{22} - T_{24}y^*)y + (T_{32} - T_{34}y^*)z + (T_{42} - T_{44}y^*) = 0 \dots\dots\dots(6-b)$$

上の一對の方程式は、三つの場合に分けて考察することができる。つまり、 T, x, y, z が既知の場合、 T, x^*, y^* が既知の場合、 x, y, z, x^*, y^* が既知の場合である。これらは、いずれも、若干の条件を与えれば、解くことができる。従って、これらの解法を利用すれば、空間座標の撮影後のフィルム上の座標を求めることも、逆に、フィルム上の座標から三次元座標を再構成することも、簡単にできるのである。

この方法の利点は、撮影時における焦点-フィルム間距離や主線の方向、被写体やフィルム、焦点等の位置に関係する情報を全く必要としないことで、従って、どんな撮影法でも、三次元計測が可能である。

この方法を応用して、イリジウム針による、舌癌の放射線治療における線源の空間座標の計算と、線量分布の計算を行ない、それを、三方向から見た図を図 1 に、ステレオ写真と組み合わせた図を図 2 に示してある。このように、正確に、しかも、簡単に X 線写真から、三次元的計測ができるため、矯正、外科領域でも利用していたきたい方法である。

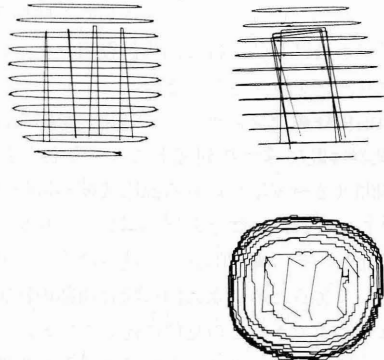


図 1 本法によって、再構成されたイリジウム針の三次元座標から、その 60 rad/h の等線量域を、立体的に示して、直角三方向より観測したもの。

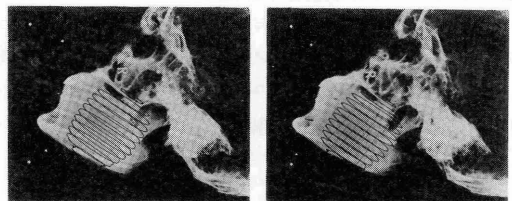


図 2 ステレオペアーで撮影したフィルム上に 60 rad/h の等線量分布曲線を重ね合わせたもの。