

数学モデルを用いた胃集団検診の評価

(第二報) 地域におけるマルコフ連鎖モデルの応用

新潟大学医学部衛生学教室 (主任: 山本正治教授)

外山千也

A Mathematical Model for the Evaluation of the
Effectiveness of Mass Examination for Gastric Cancer
II. An Application of Markovian Chain Model
to the Regional Mass Examination Program

Senya TOYAMA

*Department of Hygiene and Preventive Medicine,
Niigata University School of Medicine
(Director: Prof. Masaharu YAMAMOTO)*

In the previous report, a mathematical model for the evaluation of the effectiveness of mass examination for gastric cancer was introduced. This paper scrutinizes the feasibility of the model by applying the actual data. The transition probabilities from the healthy state to the onset of gastric cancer were obtained from the 11 years' mass screening data in a district of Niigata Prefecture (total population, 232,273; population in ages of 50-59, 10,753).

As the result of testing, it was found that the model well explains the actual conditions concerning the effect of mass screening on the outcome. In addition, the simulation of this model was undertaken in order to predict the future health condition in the district of Niigata Prefecture.

Key words: mass examination of gastric cancer, Markovian chain model

胃集団検診, マルコフ連鎖モデル

第一報¹⁾では地域における胃集検を中心とした胃がん対策を評価するために柳川, 重松ら²⁾⁻⁴⁾のモデルを改変し, 新しく胃がんの自然史を説明できる数学モデル(マルコフ連鎖モデル)を設定した(図1)。使用する推移確率のうち, 胃がんとして発見されるまでの確率については, 地域での11年間の胃集検データを用いた。

本報では, まず, その他の推移確率も同定し初期分布を決定してモデルの妥当性を検討する。次に, 胃集検が無かったと仮定した場合と実際行われている胃集検結果とを比較することによって, 胃集検の効果を観察する。さらに, 現状の胃集検を継続した場合の結果を予想するとともに, 受診率を変えるなどのシミュレーションを行

Reprint requests to: Senya Toyama
Department of Hygiene and Preventive
Medicine Niigata University School of
Medicine Niigata City, 951 JAPAN

別冊請求先: 〒951 新潟市旭町通1番町
新潟大学医学部衛生学教室 外山千也

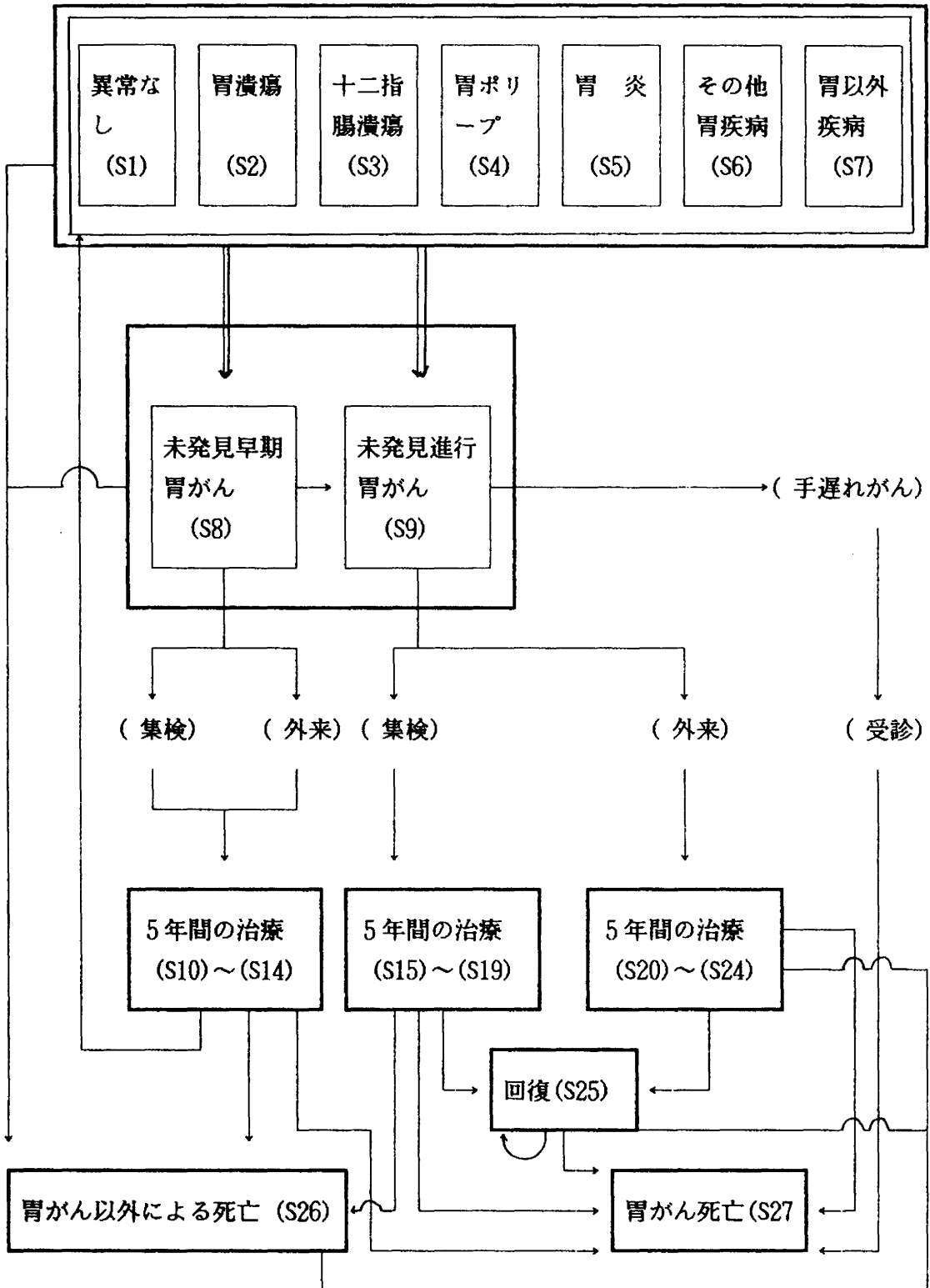


図1 胃がん対策のマルコフ連鎖モデル図

い、今後の胃集検の効果について評価を行ったので報告する。

研究方法

1. 研究対象地区について

研究対象地区は、第一報と同じ新潟県新発田保健所管内(二市北蒲原郡胃集検協議会検診実施地域)である。研究対象は、胃がんの死亡率が高くかつ働きざかりで社会的影響も大きい50~59歳の男とし、昭和50年の国勢調査時点の10,753人をコホート集団とした。

2. 推移確率の同定について

使用する推移確率については、地域におけるモデルの応用を検討するために、第一報で算出した値のほか、発見胃がんの治療成績等できるだけ対象地域からの観察にもとづいて同定した。しかし、一部の観察し得なかったものについては既存の報告によった。

3. マルコフ連鎖モデルの応用

第一報では推移確率が観察時点によらない定常(斉時的)な場合を示したが、実際のモデルの応用では胃がんの自然史上、胃がん以前の状態から胃がんへの推移確率のうち特に異常なしの状態から胃潰瘍や胃ポリープといったハイリスクグループへの推移確率や、早期及び進行胃がんへの推移確率については、10年間で60~69歳の観察値(第一報参照)になるように毎年指数関数的に増加させた。また、ハイリスクグループから他の状態への推移確率で構造を導入したものについても同様に増加させた。さらに、受診率も観察値(第一報参照)を基に毎年変動させた。このように、本報におけるモデルの応用では非斉時的マルコフ連鎖をあてはめている。この場合時点 n における推移確率行列を P_n とすると、 m 次(ここでは、 m 年後)の推移確率行列 $P_n^{(m)}$ は

$$P_n^{(m)} = P_n P_{n+1} \cdots P_{n+m-1}$$

となる。

4. 初期分布の決定

S1~S9 については最初の胃集検である昭和50年度の結果を参考にした。ただし、S8及びS9については研究成績のところで示した偽陰性率から逆算した。又、S10~S24については佐々木ら⁵⁾が集計した昭和47, 48, 50年の対象地域における手術件数を基に確定値である昭和55年の国勢調査時点での55~64歳の男の人口や累積胃がん死亡数を目標にシミュレーションを繰り返して決定した。さらに、S25については基となるデータを入手できなかったため S10~S24 のシミュレーションの際に、S

10~S24 の初期分布の計に対し、何倍の初期分布をもっていたのかを変数として併せて計算し、0.3倍を与えた。

5. モデルの妥当性の検討

モデルは、図1の推移図を基に研究対象集団に対し決定された初期分布と推移確率行列を与えて作動させた。妥当性の検討は、昭和50年から1年毎のシミュレーション結果に基づく累積胃がん死亡数と実測値の動向をグラフ上で対比することによって行った。

6. 胃集検の評価の実施

昭和50年から59年までの胃集検の評価は、モデル上で全く集検がなかった場合と実際の受診率を与えた場合の未(既)発見胃がんの有病率や胃がん死亡率等(以下、諸指標という。)の変化を求めることで行った。

7. 検診結果の予想並びに検診対策を変えた場合のシミュレーションの実施

まず、同じ研究対象集団(この場合60~69歳からスタートする)を昭和60年からの5年間について、昭和60年の検診の受診率15.7%を与えた場合の結果を予想した。次に、集検受診率を現状より大きくし5年間とも30%を与えた場合、及び胃がんの集検発見時の偽陰性率を現状よりも小さくし早期胃がん及び進行胃がんとも0.1とした場合についてシミュレーションを実施し、累積胃がん死亡数について検討した。

なお、これらの操作についても「3. マルコフ連鎖モデルの応用」で述べた考え方同様非斉時的に取り扱っている。

研究成績

1. 推移確率の同定

昭和50年から51年にかけての推移確率を表1のように同定した。ただし、それ以降の9年間は具体的な値を示さなかったが「算出方法及び与えた条件(構造)」に従い非斉時的に変動させた。また、図1の推移図の中で「胃がん以外による死亡」への推移確率についてはどの流れも一定とし、対象集団の死亡小票の集計から、昭和50年から51年にかけては0.00690を与え、昭和59年から60年にかけて0.01823になるように毎年1.10203倍ずつ増加させている。また、昭和60年以降の結果予想の場合も同様に、変動させている。また、当地域の早期(進行)胃がんの胃集検における偽陰性率については、樋口⁷⁾のデータによった。さらに、手遅れがんの年間胃がん死亡率については、昭和50~58年度の9年間の胃集検で発見された154例の進行胃がんのうち追跡し得た151例の中で単開腹の29症例の年間死亡率0.73%を与えてある。

表1 推 移 確 率

前年	翌年	推移確率	算出方法及び与えた条件(構造)等	前年	翌年	推移確率	算出方法及び与えた条件(構造)等			
S 1	S 1	0.92032	第一報で得られた地域での11年間の観察値。行和は1。 年間の増加率は0.98002 " 1.02416 " 1.03328 " 1.01164 " 0.99308 " 1.08649 " 1.04058 " 1.05223	S 6	S 7	0.04366	r1,8と同じと仮定 同上			
	S 2	0.01967			S 8	0.00258				
	S 3	0.00416			S 9	0.00115				
	S 4	0.00675			S 7	S 1		0.76413	第一報で得られた地域での11年間の観察値。行和は1。 同上	
	S 5	0.02971				S 2		0.03024		
	S 6	0.00489				S 3		0.01008		
	S 7	0.00387				S 4		0.01008		
	S 8	0.00258				S 5		0.06048		
	S 2	S 9			0.00115	第一報で得られた地域での11年間の観察値。行和は1。 年間の増加率は考慮せず。 r1,8の5倍と仮定、大島ら ⁶⁾ 。年間の増加率はr1,9と同じと仮定。 同上		S 6	0.01008	r1,8と同じと仮定 同上
S 1		0.54597	S 7	0.01048						
S 2		0.36784	S 8	0.00258						
S 3		0.02271	S 9	0.00115						
S 4		0.00454	S 8	S 8	0.73822		早期胃がん偽陰性率(21/(75+21))。昭和51-56年の観察			
S 5		0.02498		S 9	0.13842					
S 6		0.00454		S 10	0.11646					
S 3		S 7	0.00387	第一報で得られた地域での11年間の観察値。行和は1。 年間の増加率は考慮せず。 r1,8と同じと仮定 同上	S 9		S 9	0.44209	進行胃がん偽陰性率(35/(85+35))。昭和51-56年の観察 普通入りの15倍の濃度で外来受診者に入ってくる。	
		S 8	0.0129		S 15		0.08202			
	S 9	0.00575	S 20		0.39690					
	S 4	S 1	0.63936		第一報で得られた地域での11年間の観察値。行和は1。 年間の増加率は考慮せず。 r1,8の3倍と仮定、大島ら ⁶⁾ 。年間の増加率はr1,9と同じと仮定。 同上	S 27	0.07209	昭和50-58年度の9年間で胃集検で発見された早期胃がん130例全例の他病死を除く経過年数毎の胃がん死亡率(累積胃がん生存率)から計算。		
		S 2	0.06419			S 10	S 11			0.99310
		S 3	0.26318			S 27	0			
		S 4	0.00641			S 11	S 12			0.01370
		S 5	0.01284			S 27	0.03424			
		S 6	0.00642			S 12	S 13			0.97940
S 7		0.00387	S 27	0.01370						
S 8		0.00258	S 13	S 14		0.94581				
S 5		S 9	0.00115	第一報で得られた地域での11年間の観察値。行和は1。 年間の増加率は考慮せず。 r1,8の3倍と仮定、大島ら ⁶⁾ 。年間の増加率はr1,9と同じと仮定。 同上		S 27	0.04729		昭和50-58年度の9年間で胃集検で発見された154例の進行胃がんの内追跡し得た151例の中で単開腹を除く122例の経過年数毎の胃がん死亡率(累積胃がん生存率)から計算。	
	S 1	0.69805	S 14		S 1	0.97382				
	S 2	0.02095	S 27		0.01928					
	S 3	0.00416	S 15		S 16	0.84016				
	S 4	0.01673	S 27		0.15294					
	S 5	0.04193	S 16		S 17	0.91167				
	S 6	0.05242	S 27		0.08143					
	S 7	0.00387	S 17		S 18	0.82626				
	S 6	S 8	0.00774		第一報で得られた地域での11年間の観察値。行和は1。 同上 r1,8の3倍と仮定、大島ら ⁶⁾ 。年間の増加率はr1,9と同じと仮定。 同上	S 27	0.16684	重松ら ⁴⁾ の文献の値を引用。胃がん以外の死亡率を考慮し、行和が1になるように補正。胃がん以外の死亡率の年間増加率率の変動に伴い他の推移確率も各年毎に変動させている。		
S 9		0.00345	S 18	S 19		0.94345				
S 5		S 1	0.80004	第一報で得られた地域での11年間の観察値。行和は1。 同上		S 27	0.04965		S 15-S 19の観察を9年後まで延長して計算後、行和が1となるように補正。胃がん以外の死亡率の年間増加率率の変動に伴い他の推移確率も各年毎に変動させている。	
		S 2	0.02679			S 19	S 25			0.96331
		S 3	0.00192			S 27	0.02979			
		S 4	0.01148			S 20	S 21			0.54620
		S 5	0.13207			S 27	0.44690			
		S 6	0.00574			S 21	S 22			0.69517
		S 7	0.00387			S 27	0.29793			
	S 8	0.00774	S 22		S 23	0.82427				
	S 6	S 9	0.00345		第一報で得られた地域での11年間の観察値。行和は1。 同上	S 27	0.16883	S 15-S 19の観察を9年後まで延長して計算後、行和が1となるように補正。胃がん以外の死亡率の年間増加率率の変動に伴い他の推移確率も各年毎に変動させている。		
S 1		0.73162	S 23	S 24		0.87393				
S 2		0.04366	S 27	0.11917						
S 3		0.01091	S 24	S 25		0.89379				
S 4		0.00674	S 27	0.09331						
S 5		0.08730	S 25	S 25		0.97310				
S 6		0.06548	S 27	0.02000						

2. 初期分布の決定

研究方法に示したシミュレーションを繰り返し、初期分布を表2のように決定した。

表2 初期分布 (Pn(0): n = 1 ~ 27)

n	値	n	値	n	値
1	0.89325	10	0.00022	19	0
2	0.03984	11	0.00022	20	0.00159
3	0.01294	12	0.00022	21	0.00157
4	0.00896	13	0.00021	22	0.00155
5	0.00996	14	0.00021	23	0.00153
6	0.01195	15	0	24	0.00152
7	0.00398	16	0	25	0.00353
8	0.00254	17	0	26	0
9	0.00421	18	0	27	0

3. 予測値と実測値との比較

昭和50年から59年の10年間の累積胃がん死亡数について、モデルをシミュレーションした場合と実測値との比較を表3及び図2に示した。実測値は予測値の周囲を変動していた。

4. 胃集検の効果

昭和50年から59年の10年間のシミュレーションでの諸指標の変化を表4に示した。その結果、未発見早期(進行)胃がん有病率は次第に減少し、10年間でそれぞれ21.5%、19.3%減少していた。また、年間胃がん死亡率及び累積胃がん死亡数も同様に減少し、減少率はそれぞれ、13.9%、7.9%であった。一方、既発見早期(進行)胃がん有病率では、早期胃がんで著明に増加し、5年後に244.4%まで増加した。しかし、その後はほぼ横這いを続けている。また、進行胃がんでも4年後までに7.0%の増加をみているが、その後は次第に減少し9年後以降は、マイナスに転じていた。

表3 累積胃がん死亡数の予測値と実測値の比較 (単位: 人)

年次末	50年	51年	52年	53年	54年	55年	56年	57年	58年	59年
予測値	23.4	42.7	60.0	77.3	95.6	115.3	136.4	159.0	182.8	207.7
実測値	17	37	56	72	96	115	142	159	182	207

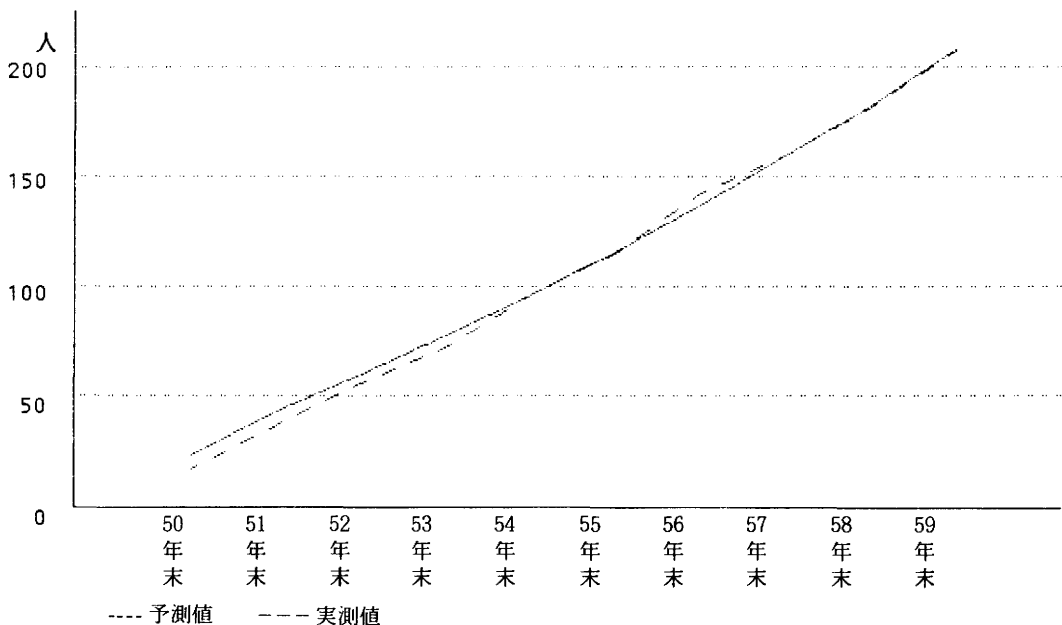


図2 累積胃がん死亡数の予測値と実測値の比較

表4 諸指標の推移

年次		4～5年目	9～10年目
胃がん累積死亡		-3.9	-7.9
他死因累積死亡		0.029	0.075
胃がん年間死亡		-6.4	-13.9
早期	未発見	-12.6	-21.5
	既発見	244.4	242.3
進行	未発見	-10.9	-19.3
	既発見	6.9	-1.9
回復		0	5.3

$$\frac{(\text{実際}) - (\text{検診なし})}{(\text{検診なし})} \times 100\%$$

5. 予想結果と検診対策を変えた場合のシミュレーションとの比較


受診率を5年間、15.7%から30%に増加させた場合と偽陰性率を表2に示した値から、早期胃がん及び進行胃がんとも0.1にした場合ではその効果は殆ど同じく5年間で累積胃がん死亡率ではそれぞれ、1.2%、1.0%の減少に止まった。

考 察

第一報で詳述したように、地域での胃集検を始めとした胃がん対策についてその評価を直接的に行うことは交絡因子が多く現実的には難しい。そこで、筆者は第一報で「推定と検定」の論理を前提とした。即ち、現実の胃がん発生や胃集検を中心とした胃がん対策に対し、胃がんの自然史を考慮したより現実に近い数学モデルを新しく推定した。そして、使用する推移確率のうち観察しにくいものについて対象地域での11年間の胃集検データを利用してその近似値を得た。次に、本報でモデルの妥当性を検討するために、昭和50年に50～59歳の男をコホート集団として設定した。そして、モデル内の変数に対し、第一報で得られた値やその他地域で得られた近似値を代入してモデルを10年間作動させ、累積胃がん死亡数を指標にしてモデルの妥当性を検討した。さらに、妥当性が検討されたモデルを用いて、胃集検を中心とした胃がん対策の評価を行った訳である。以下に、それぞれの分析経過にしたがい若干の考察を加えたい。

1. モデルの妥当性について

一般的にモデル分析の出発点は現象の記述である。図1では現実の胃がん以前の状態から胃がんへの推移及び

胃集検を中心とした胃がん対策を推移図を用いて記述した。これは、状態空間に27個の状態を設定し、S26とS27を吸収状態とした吸収マルコフ連鎖を表現している。特に、胃がんの自然史の中で胃がん以前の状態が胃がん発生に関し、量的にどのように影響を及ぼしているのかを含めて評価する為に  の状態を設けている。ここでS2～S7について胃集検との関連を設定しなかったのは、集検発見後の治療に関する地域全体のデータを把握することは現実的には不可能であると判断されたからである。一方、このように設定することによって、S1～S9に関するいくつかの重要な推移確率を、第一報で示したように胃集検のデータを利用することによって観察できる利点がある。即ち、これらの推移確率として11年間の検診成績から2年連続受診者集団における個々人の前年と翌年のデータをリンケージさせ、各状態の分布がどのように推移したかを観察することによって安定した値を得ている。また、今後、地域での食生活を初めとした環境因子の変動による胃がんの罹患率の変動を考える時このように設定しておくとも便利である。

次に、モデルの作動上特に注意を払った点について述べる。研究方法の項でも述べたように、モデルは推移確率が一定な斉時的マルコフ連鎖とせず、非斉時的としている。これは、本研究のように地域でのコホート集団を追跡する場合、当然モデル内の推移確率の多くは経年的に変化することが想定されたからである。また、表1に示したようにモデル内にいくつかの構造を導入している。まず、推移図上で推移を定義しなかった部分については当然その推移確率は0となっている。即ち、推移確率行列は27×27の正方行列であり、0の極めて多い過疎行列になっている。したがって、推移図の決定そのものが既にモデル内に構造を自然に導入していることになる。また、マルコフ連鎖の定義から行和は常に1となるがそれ以外にも文献によりいくつかの条件を採用した。これは、行和=1以外に何も条件をつけないとそれぞれの行における推移確率の同定精度が低下すると判断された場合には、むしろ積極的に構造を導入すべきとの高橋ら⁸⁾の意見に従ったものである。なお、本モデルでは、推移確率の同定の項でも示したように、必ずしも全ての値は11年間の観測値に基づき得なかったので適合度の検定を利用したマルコフ性の検定はなされていない。したがって、「マルコフ性が成り立つとする」という仮定つきの議論になっている。このように、統計的な検定方法によることは現実的には困難なことが多い。それは、第一報でも述べたように、本研究が直接的に観察・評価しにくい現

実の諸状態を説明するための数学モデルの推定からスタートしているからである。しかし、胃集検を中心とした胃がん対策上の離散的な状態を仮定した場合、直感的に想定し得る m ($m \geq 2$) 回以上の前のステップの影響を考慮する時 (これを、 m 重マルコフ連鎖という)、図 1 のように、より状態空間を細分化することによって問題を単純 ($m = 1$) マルコフ連鎖に帰着させることができる。したがって現実的には、もし、モデル内でのシミュレーションの過程で「マルコフ性」が怪しい時には影響すると思われる個所のステップをより細分化することによって、合理的なものに簡単に近づけることができる。また、モデル全体が現実と適合しているかどうかの検定もマルコフ性の検定同様現実的には難しい。しかし、初度到達時間 (状態 i が初めて状態 j を訪問する時間) の分布の特別な形として S27 の吸収状態への訪問、即ち累積胃がん死亡数の予測値を求め図 2 のように実測値と比較することによってモデル全体の現実への適合性のおよその判断は可能である。ここで、モデル内に含まれる誤差としては、マルコフ性が成り立たないことによる誤差や推移確率及び初期分布を推定したために入る誤差があるが、厳密な誤差解析はモデルの適合度の検定同様現実的には成し得ない。しかしながら、図 2 で見る限り、実測値は予測値を中心にその周囲を微妙に変動していることが分かる。

Bartlett⁹⁾ 及び Anderson と Goodman¹⁰⁾ は、大量の安定したデータから観察された推移確率は真の値を中心に正規分布することを証明している。また、柳川ら⁹⁾ はがん死亡のように少ない度数のものはモデル値の周囲をポアソン分布にしたがって変動しているとしている。以上より、第一報で推定したマルコフ連鎖モデルは、誤差の大きさは把握し得ないものの、本研究のように相対的な地域の胃がん対策の評価を判定するモデルとしては充分耐えられると判断した。このように、本研究では地域での胃集検を中心とした胃がん対策の効果を評価するために設定した数学モデルに対し、その基礎となる推移確率に殆ど対象地域から得られたものを用いて作動させることによって仮説の検定を成し得た訳である。

2. 胃集検の評価と今後のモデルの改変

研究成績で示したように、今回、モデル上でのシミュレーションで、当地区での 10 年間の検診活動が年間胃がん死亡率の 13.9%、累積胃がん死亡率の 7.9% の減少と、他の諸指標について及ぼした影響の大きさが判明した。しかし、図 1 の推移図には胃集検の評価において重要な要素である受診率については各年毎に物理的な量を与える

ことしか表現されておらず、現実の受診率のアップが対策の中でどのように保障され得るのが示されていない。即ち、より現実的な胃集検を中心とした胃がん対策を検討する為には、受診前の健康教育や広報の実施等による「検診の持つ吸引力」や、「検診を受診後、検診内容に満足して来年も又検診を受診しようとする好感度」を含めた検討が必要である。このことによって初めて検診への受診行動の評価や検診内容の改善による受診率のアップを保障できる。そして、アップした受診率によって胃がん死亡率の減少を図るといった現実の一連の流れにより近付くことができるものと思われる。また、今回の結果予想では検診の受診率を 15.7% から 30% に増加させたとしても、5 年間の累積胃がん死亡数で 1.2% の減少に止まっている。しかし、これも、実際に受診率のアップを保証した場合、当然それまでの未受診者からの受診が多くなり胃がんの発見率も向上することから、実際は相乗的に累積胃がん死亡数の減少をもたらすものと思われる。

これらの問題点を解決するために、経済分野で Kuehn¹¹⁾ によって開発された消費者行動の分析モデルや Lilien¹²⁾ が同じく消費者行動の分析で提唱している「学習パターンモデル」を導入する必要がある。このように、今後は本研究で検討し得た「胃集検を中心とした胃がん対策モデル」に、「検診受診対策モデル」を組み入れ、より現実的な「最終モデル」へ発展させる予定である。

結 語

地域での胃集検を中心とした胃がん対策を評価するために、第一報で設定した胃がんの自然史を説明できる数学モデル (マルコフ連鎖モデル) について、モデルの操作上重要な役割を演じる推移確率、即ち、胃がんの自然史上、胃がん以前の状態から胃がんへの推移確率に地域での 11 年間の胃集検データから算出された値を用いて累積胃がん死亡数を指標にモデルの妥当性の検討を行った。その結果、このモデルは胃集検を中心とした胃がん対策の状況をよく説明し得ることが判明した。そして、モデルのシミュレーションを実施して胃集検の効果を観察した。

謝 辞

稿を終るにあたり、始終懇切な御指導と御助言をいただいた山本正治教授ならびに研究の遂行に励ましと御助言をいただいた遠藤和男講師に深甚なる感謝の意を表します。また、本研究の開始にあたり数学のモデルの作動に関して貴重な御助言を頂いた自

治医科大学の柳川洋教授に深甚なる感謝の意を表します。また、胃集検の基礎的な資料を提供いただいた、二市北蒲原郡総合健康開発センター内胃集検協議会の樋口義健理事ならびに斉藤秀三氏に深く感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) 外山千也: 数学モデルを用いた胃集団検診の評価(第一報) 地域におけるマルコフ連鎖モデルの導入, 新潟医誌, 100(8): 475~483, 1986.
- 2) 柳川 洋, 福富和夫, 重松逸造, 他: がん診療機構のシステムモデル—胃がんを例として—, 日本公衛誌, 21: 369~377, 1974.
- 3) 柳川 洋, 福富和夫, 竹内和子, 他: システムモデルによる胃集検の評価の試み—大阪府下N町の資料への応用—, 日本公衛誌, 23: 515~521, 1976.
- 4) 重松逸造, 福富和夫, 柳川 洋, 他: 効率的集団検診システムの開発に関する研究—特に結核, 胃がん, 子宮がん, 循環器疾患の集団検診について—, 厚生指標, 24: 3~27, 1977.
- 5) 佐々木寿英, 赤井貞彦, 樋口義健: 地域における胃癌の現状と問題点—新発田市, 豊栄市, 北蒲原郡—, ガン新病誌, 21(2): 103~108, 1983.
- 6) 大島 明, 他: がん登録資料との record linkage による胃集検評価の試み, 成人病, 14(3): 19~36, 1974.
- 7) 樋口義健: 胃集検7年間の反省, 昭和57年度二市北蒲原郡胃集検合同研究会抄録集, pp. 5~7, 1982.
- 8) 森村英典, 高橋幸雄: マルコフ解析, 日科技連(東京), 1979.
- 9) Bartlett, M.S.: The frequency goodness of fit test for probability chains, Proceedings of Cambridge Philosophical Society, 47: 86~95, 1952.
- 10) Anderson, T.W. and L.A. Goodman: Statistical inference of finite Markov chains, Annals of Mathematical Statistics, 28: 89~109, 1957.
- 11) Kuehn, A.A. and R.L. Day: Probabilistic models of consumer buying behavior, Journal of Marketing, 28: 27~31, 1964.
- 12) Lilien, G.L.: A modified linear learning model of buyer behavior, Management Science, 20: 1027~1036, 1974.

(昭和61年8月7日受付)