黒表紙教科書（第３期版）への移行期間における分数除法の定義と計算規則の説明に関する実践的研究の動向 *

—— 算術教授の新しいカテゴリーとしての「事実問題」と新しい定義の方法としての《等分除》の発見 ——

岡　野　　勉**

目　次

0. はじめに

0. 1. 課題と目的

本論文の課題は，黒表紙教科書（第２期版）から黒表紙教科書（第３期版）への移行期間（1918（大正７）年４月～1922（大正11）年３月）に取り組まれた，分数除法の定義と計算規則の説明に関する実践的研究の動向を解明することである。

黒表紙教科書とは，小学校令施行規則（1900（明治33）年）に従って編集され，1905（明治38）年から使用が開始された最初の国定算術教科書『尋常小学算術書』『高等小学算術書』の通称である（本論文においては，この通称を用いる）。同教科書は1934（昭和９）年に至るまで，総計３回の改訂を経て，約30年間に渡って使用された(1)。

国定教科書，および，国定教科書制度による教育内容統制の基調として存在していた国家の意思について，次の見方が示されている(2)。

> 国定教科書というものは，教育の現場では絶対的な権威を持っていたということです。明治の教育の方針からいいますと，なにを教えるかという

*　2023年10月23日　受理

** 教育科学講座　教育内容・方法研究室

教育の中味は，もっぱら政府が決める，文部省が決める，あるいはお上が決めてくださるものである。現場の教育に携わっている先生は，それを批判すべきではない，なにを教えるかは批判すべきではないと，ただ現場の先生にとって工夫の余地のあるのは，いかに教えるかということだけで，それをあなた方は研究しなさいという態度であったわけです。

しかしながら，国定教科書制度による教育内容統制が実施されていた時期においても，教育実践の現場において取り組まれた研究においては，教育内容との関連を欠落させた教育方法（「いかに教えるかということだけ」）にその対象が制限されていたわけではない。教育内容（「なにを教えるかという教育の中味」）の研究にも取り組み，国定教科書における重要な教育内容の欠落を批判すると同時に，その克服に向けた具体的な提案を教育内容・方法の形で示していた。本研究は，「現場の教育に携わっている先生」によって取り組まれた，「なにを教えるかという教育の中味」に関する研究の存在に注目し，特定の教科における特定の教育内容に対象を限定して，当該の教育内容に関する説明の論理と特徴を具体的な形で解明することを課題とする。同時に，国定教科書制度が実施されていた時期に取り組まれた算術教育の実践的研究について，上記の見方の成立可能性を示すことを目的とする。

0．2．先行研究

上記の課題設定に従い，筆者は，歴史的にも，現在においても[3]，その成立を示す説明の困難性が指摘されている教育内容として分数除法の計算規則に注目し，(1) 演算の定義，(2) 計算規則の成立を示す説明，(3) (2) における《逆数》の定義の位置付け，上記3点に視点を設定する方法により，黒表紙教科書，および，黒表紙教科書の使用時期に取り組まれた実践的研究において示された説明の論理と特徴の解明を進めてきた。ここでは，筆者の先行研究，および，関連する先行研究の成果と課題を，視点の設定，時期区分の設定，2点について整理する。

0．2．1．視点の設定に関する問題

筆者の先行研究においては，黒表紙教科書（第2期版）による分数除法の定義と計算規則に関する説明について，次の3点が指摘されている[4]。

(1)　演算の定義に該当すると見られる記述は存在しない。「分数ニテ割ルニハ，其ノ分母分子ヲ取換ヘタル分数ヲ掛クベシ」$\left(\frac{b}{a}\div\frac{d}{c}=\frac{b}{a}\times\frac{c}{d}\right)$として計算規則が記述されるに止まる。

(2)　成立根拠・理由に関する説明を欠落させた形で，計算規則が「方法」として示され，合わせて，「例」として，当該の規則の，例題に対する適用の形態が示される$\left(\frac{5}{7}\div\frac{2}{3}=\frac{5}{7}\times\frac{3}{2}=\frac{5\times3}{7\times2}=\frac{15}{14}\right)$。計算規則が示される時点において，それと合わせた形で，計算規則の成立根拠・理由が示されるわけではない。計算規則の成立（「其ノ正シキコト」）は，「方法ヲ授ケタル後，（中略）験算ニ依リテ其ノ正シキコトヲ会得セシムベシ」として，事後的な形で，《乗法との逆の関係》を用いる方法によって示される$\left(\frac{15}{14}\times\frac{2}{3}=\frac{5}{7}\right)$。

(3)　《逆数》$\left(\frac{b}{a}\text{の逆数}\underset{\text{def.}}{\leftrightarrow}\frac{b}{a}\times X=1\text{を満たす数}X\right)$の定義は存在しない。従って，計算規則の成立を示す説明の過程には位置付けられていない。

ここで，上記の特徴 (2) については，中谷太郎の先行研究において，「これでは『ひっくりかえしてかけよ』と教えるほか手がなかったであろう」と指摘されている[5]。この点については，上垣渉の先行研究においても次の形で指摘されている。「教師はこれ［黒表紙教科書（第1期版）の記述］にもとづいて計算方法を天下り的に“規約”として教えるか，または何らかの工夫をしなければならなかった」。「［黒表紙教科書（第2期版）においても，］分数の扱い方は，文章表現の違いはあるが，基本的に第一期と同じである」[6]。ただし，教師による「工夫」については，その必要性の存在が指摘されるに止まり，実際に，どのような工夫が行われたのか，その内実が解明されているわけではない。この点に関する研究の空白は現在においても存在しているのである。

次に，筆者の先行研究においては，検討の視点が上記3点に限定されており，《現実の事実・現象に対する演算の定義の適用可能性》に関する問題が対象から除外されている。これは，いわゆる「応用問題」の説明に関する問題である。先行研究においては，この点について，「割ることの意味」に関する説明は「応用問題にゆずられた形である」[7]，「どんなところに分数の割算を使ったらよいかも理解できなかったであろう」[8] と指摘されている。後に見る通り，黒表紙教科書（第3期版）への移行期間に取り組まれた実践的研究においては，この問題に関

する研究の成果として，算術教授の新しいカテゴリー「事実問題」が発見され，当該の問題を，演算に関する説明の出発点として位置付ける動向が進行した（第２章）。この点を含め，黒表紙教科書（第３期版）への移行期間に取り組まれた実践的研究の動向が備えていた意味を適切に理解するためには，黒表紙教科書（第２期版）における「応用問題」の説明を対象とする検討が必要不可欠な課題となる[9]。

次に，黒表紙教科書（第２期版）の使用時期に取り組まれた実践的研究の動向については，次の３点が指摘されている[10]。

(1)　分数除法の定義として，《乗法の逆演算》としての定義，《包含除》としての定義，２通りの方法による定義が存在する。

(2)　分数除法の計算規則の成立を示す説明の過程が，演算の定義を用いる方法によって構成されている。

(3) 《逆数》の定義が存在する。ただし，当該の定義は，計算規則の成立を示す説明の過程に位置付けられていない。

上記の特徴 (1) (2) は，黒表紙教科書（第２期版）における重要な教育内容の欠落に対して，その克服に向けた志向性を示した事実として位置付けることが可能であり，この点において注目に値する重要な事実である。同時に，黒表紙教科書（第１期版）の使用時期に取り組まれた実践的研究の動向[11]の延長線上に位置付けることが可能である。

他方において，黒表紙教科書（第２期版）の使用時期に取り組まれた実践的研究においては次の課題が残されていた[12]。

(1) 《乗法の逆演算》としての定義については，代数的な方法が備えていた抽象的性格，それに起因する，子どもによる理解の困難性にどのように対応するか。

《包含除》としての定義については，《等分除》，《包含除》，２通りの方法による整数除法の定義との間に《十全な統一性》を備えた形で分数除法を定義する方法をいかにして発見するか。

(2) 《除法の乗法への変形》$\left(\frac{b}{a}\div\frac{d}{c}=\frac{b}{a}\times\frac{c}{d}\right)$について，その必然性を示す説明の論理を，どのような形で構成するか。

(3)　(2) に関連して，計算規則の成立を示す説明の過程に，《逆数》の定義をどのような形で位置付けるか。

黒表紙教科書（第３期版）の使用時期に取り組まれた実践的研究においては，上記の課題の解決に向けた取り組みがどのような形で進められたのか。その成果として，分数除法の定義と計算規則の成立を示す説明が，どのような論理と特徴を備えた形で構成あるいは再構成されたのか —— この問いの解明が新たな研究課題となっている。

0．2．2．時期区分の設定に関する問題

次に，筆者の先行研究においては，黒表紙教科書（第２期版）の使用時期を，1910（明治43）年４月から1918（大正７）年３月までの時期に設定している。この時期においては，尋常小学校におけるすべての学年（第１学年～第６学年）において，黒表紙教科書（第２期版）が使用されていた。上記の時期設定は，この点に対する注目の結果である。しかしながら，上記の方法による時期設定には次の２点において問題が含まれている。

第一に，黒表紙教科書（第２期版）から黒表紙教科書（第３期版）への移行期間が黒表紙教科書（第２期版）の使用時期に含まれていない。従って，仮に，同じ方法によって黒表紙教科書（第３期版）の使用時期を設定した場合，上記の移行期間は，この時期にも含まれない結果となる。

しかしながら，特定の教育内容（本研究においては分数）を対象とする研究においては，たとえ学年進行による教科書の移行期間であったとしても，当該の教育内容が教授されていた時期が存在する限り，当該の時期を含んだ形で対象を設定する必要性が存在する。逆に，当該の教育内容が教授されていた時期を対象から除外することは研究の空白を発生させることを意味する。

第二に，特に，黒表紙教科書（第３期版）への移行期間には，上記の課題に関して注目に値する重要な研究成果 —— 算術教授の新しいカテゴリーとしての「事実問題」，および，分数除法の新しい定義の方法としての《等分除》の発見が存在する。しかしながら，先行研究において採用した時期設定の方法によれば，上記の事実が研究の対象から除外される。

ここで，「事実問題」とは，「算術教授上の一革命」，「一大発見」[13]と表現され，黒表紙教科書（第２期版）の使用時期，および，黒表紙教科書（第３期版）への移行期間に出現した，算術教授の実践的研究における新しい動向を表現する用語である（なお，同じあるいは類似の動向を表現する用語として，「事物問題」，「実質算」等が用いられる場合もある。本論文においては，主として「事実問題」を

用いる)。

須田勝彦の先行研究によれば，新しい動向とは，算術教授における「『発生的』方法の重視」であり，これは,「その［「黒表紙批判」を「共通的な立脚点」とする「算術新教育運動の」］当初において，この運動を特徴づける主張」であった。「『発生』の見地から数およびその計算の指導を見るとき，佐藤［武（成城小学校)］のいう『事実問題』さらには量に焦点が向けられるのは必然である」。「発生的」方法による実践的研究は,「数と量の関連づけにおいて根本的にそれ［黒表紙教科書］を批判しうる算術教育」の形成へと展開する。この展開において，黒表紙教科書に対する批判の主要な論点の一つとしての「形式算先行」(まず，数とその計算があり，次に，その「応用」として量の計算があるとする考え）の問題に関しては,「量への着目として解決の道が拓かれた」[(14)]。

上記の展開において，本論文において対象とする黒表紙教科書（第３期版）への移行期間は，その出発点として位置付けられる。本論文は，算術新教育運動における実践的研究の展開において発見された,「形式算先行」の問題に関する「解決の道」の初期的あるいは萌芽的な形態に注目し，その内実を，分数除法の定義と計算規則の成立を示す説明に即した形で解明することを課題とする。

0．3．対象

先行研究に含まれている問題（第２節）への対応として，本論文においては，研究の対象とする時期を，黒表紙教科書（第２期版）から黒表紙教科書（第３期版）への移行期間，すなわち，1918（大正７）年４月から1922（大正11）年３月までに設定する。

黒表紙教科書（第３期版）は，1918（大正７）年度から，第１学年，第２学年において，その使用が開始され，その後，学年進行の形で，順次，使用が開始された。学年進行が完了し，すべての学年において黒表紙教科書（第３期版）が使用される状況に至るのは，1922（大正11）年度においてである（下記の表を参照)。1918（大正７）年度から1921（大正10）年度までの時期（４年間）においては，黒表紙教科書（第２期版）が，黒表紙教科書（第３期版）と合わせて使用されていた（表において，網掛けを付した部分がこの時期に該当する)。本論文が対象とする分数教授（第６学年）について見ても，上記の時期には，黒表紙教科書（第２期版）が使用されていたのである（表において，太線による囲みを付した部分がこの時期に該当する)。

上記の事実によれば，黒表紙教科書（第３期版）への移行期間については，黒表紙教科書（第２期版）の使用時期の一部として，この時期に含めた形で位置付けることが本来的な在り方となる。しかしながら，筆者の先行研究に含まれていた問題点（第２節）に対応する必要性から，本論文に限り，両者の間に区別を設定する。すなわち，1910（明治43）年度から1917（大正６）年度までの時期を黒表紙教科書（第２期版）の使用時期，1918（大正７）年度から1921（大正10）年度までの時期を黒表紙教科書（第３期版）への移行期間とする。

次に，本論文においては，黒表紙教科書（第３期版）への移行期間に発表された，分数除法の定義と計算規則の成立を示す説明に関する実践的研究の動向を示す史料として，次の６点を主要な対象とする（発表順。なお，当該の史料等に記されている場合には，著者の所属を（ ）内に記した）[(15) (16) (17) (18) (19)]。

① 相澤剛（広島高等師範学校附属小学校）「尋常科に於ける分数教授に就いて」『学校教育』第60号，広島高等師範学校教育研究会，寶文館，1918（大正７）年８月[(20)]。

② 長崎県師範学校附属小学校研究会編『教授案資料教授細目　自４月至７月　算術・綴方・地理・体操』瓊浦同窓会，1919（大正８）年８月。

③ 「第12回全国小学校訓導協議会報告」『教育研究』第196号，臨時増刊，第12号，東京高等師範学校附属小学校内初等教育研究会，大日本図書，1919（大正８）年９月[(21)]。

表．黒表紙教科書（第2期版）から黒表紙教科書（第3期版）への移行形態

年度	学年	第１学年	第２学年	第３学年	第４学年	第５学年	第６学年
1918	大正07	第３期版	第３期版	第２期版	第２期版	第２期版	第２期版
1919	大正08	第３期版	第３期版	第３期版	第２期版	第２期版	第２期版
1920	大正09	第３期版	第３期版	第３期版	第３期版	第２期版	第２期版
1921	大正10	第３期版	第３期版	第３期版	第３期版	第３期版	第２期版
1922	大正11	第３期版	第３期版	第３期版	第３期版	第３期版	第３期版

④　沼尻豊之輔（茨城県筑波郡三島尋常高等小学校）「分数教授」『教育研究』第196号，臨時増刊，第12号，1919（大正８）年９月。

⑤　仲本三二（奈良女子高等師範学校）「応用問題の基礎的取扱に就て」『初等教育研究雑誌　小学校』第29巻，第６号，教育学術研究会，同文館，1920（大正９）年６月。

⑥　仲本三二「分数教授につきて」『初等教育研究雑誌　小学校』第30巻，第６号，教育学術研究会，同文館，1920（大正９）年12月。

上記の史料について注目に値する特徴を次に示す。

相澤剛（①）については次の３点が注目される。黒表紙教科書（第２期版）に示されていた代数的な方法に依拠した分数除法の説明に対して，第一に，「児童の頭は斯様な抽象的な方法を徹底的に会得する程発達してゐるであらうか」として，子どもによる理解の困難性が指摘されている。第二に，当該の説明に含まれていた問題点が，「除法を適用すべき，数的事実問題を解決せしめようとするに当つて現はれてくる」として批判の対象とされ，《現実の事実・現象に対する演算の定義の適用可能性》が問われている。第三に，「成るべく整数の乗除算のそれ［「意義目的」］と同一に考へさせる様に教授」することを重視する立場から，整数除法の定義との間における《十全な統一性》を備えた形で分数除法を定義する必要性が指摘され，分数除法の新しい定義の方法としての《等分除》が発見されている。

仲本三二（⑤）においては，上記，第三の特徴とは対照的に，「分数小数の除法は等分といふ意味がなくなる」として，《等分除》（量÷数＝量）としての分数除法の定義の不可能性が前提とされている。この立場から，「除法は乗法の逆算であることから，除法の問題を考へさす様に導くのがよい」として，《乗法の逆演算》としての除法の定義に依拠し，《乗法への変形》を媒介とする間接的な方法が示されている。

仲本三二（⑥）においては，《包含除》（量÷量＝数）の場合に該当する問題を出発点として位置付ける方法によって，計算規則の成立を示す説明の過程が構成されている。

東京高等師範学校附属小学校内初等教育研究会（③）は，第12回（算術科，第２回）全国小学校訓導協議会における報告，討議，講演等の内容を掲載した『教育研究』臨時増刊号である[22]。本論文においては，特に，算術科研究部「小学算術教材整理案」，および，「整理案の説明」，「質問討議」を対象とする。

「小学算術教材整理案」の目的，作成の経緯，手続き等については，安東寿郎（東京高等師範学校附属小学校）による次の説明がある[23][24]。

> 此の前の算術協議会の時，協議致しました算術教材整理案に就いて，此の度も亦之を考へて一層適切なものにしたいと思ひました。其の理由は算術教授に於いては，教材を最も適切なものにすると云ふことが，一つの重要な仕事であると云ふことから，前回，協議致しました其の結果が数年を経過しました今日では，充分でない所があるやうにも思はれますので，今回もそれ等に就いて，多くの諸君が実際に授業して見て，経験された其の考を以て，之を訂正して此の小学校算術教材の，最も適当なるものを作り上げると云ふことは，非常に重要なことであると思ひます。

「小学算術教材整理案」は，上記の立場から，「成べくは現在の算術教科書の教材を活かして，それを発達せしむる」ことを課題とし，「［算術科］研究部員の研究した意見を，多少前回の協議の結果に加へ」る方法によって作成され，提案された，黒表紙教科書（第２期版）における教育内容構成に対する改訂案である。この「整理案」については，「現在の算術教科書に向つて希望する諸点」として，「事物問題」の設定が，特に分数乗法・除法に関して示されている点が注目される[25][26]。

沼尻豊之輔（④）は，第12回（算術科，第２回）全国小学校訓導協議会において行われた，「会員各自ノ自由ニ選ブ問題」に関する「会員報告」である。この報告においては，分数教授に関して，「計算法の意義，運算の理由を理解せしめ」る必要性が強調されており，この点において，黒表紙教科書（第２期版）の使用時期に取り組まれた実践的研究の動向が継承されている。注目される点は，上記に関する「理解」において，「出来得る限り実質算を通じて」として，「実質算」が重視されている点である。

長崎県師範学校附属小学校研究会（②）においては，分数除法に関する「教授の要領」，「教授の順序」が，「事物問題」あるいは「事実問題」を出発点とする方法によって記述されている。計算規則の成立を示す説明においては，演算の性質，具体的には《乗法との逆の関係》を用いる方法が採用されている[27]。

「数的事実問題」（①），「事実問題」（②），「事物問題」（②③），「実質算」（④）――上記の用語は，すべて，黒表紙教科書（第３期版）への移行期間に出現した，算術教授の新しいカテゴリーを表現する

用語であり，黒表紙教科書（第2期版）における「応用問題」の説明に含まれていた困難性の克服に対する志向性を共通する形で備えていた。その内実を具体的な形で解明することが本論文の課題である[28]。

0．4．方法

本論文においては，分数除法の定義と計算規則の成立を示す説明の論理と特徴に関する検討の視点として，次の2点を設定する。

(1)　分数除法の定義が存在するか。存在する場合，当該の定義はどのような方法に従っているか。現実の事実・現象に対する適用可能性，および，整数除法に関する2通りの方法による定義（《包含除》,《等分除》）との関連（《統一性》）については，どのように考えられているか。

(2)　計算規則の成立を示す説明の過程は，演算の定義と関連付けた形で構成されているか。また，当該の過程は，どのような論理に従って構成されており，どのような特徴を備えているか。

(1) は演算の定義を，(2) は計算規則の成立を示す説明を，それぞれ，対象とする視点である。

上記による視点の設定について，ここでは，次の3点を指摘しておく。

第一に，黒表紙教科書（第3期版）への移行期間において，注目に値する事実は，主として，演算の定義について存在する。この点により，本論文においては，視点 (1) を主要な検討の視点とする。なお，先に指摘した通り，黒表紙教科書（第3期版）への移行期間に取り組まれた実践的研究の動向を適切に理解するためには，黒表紙教科書（第2期版）における「応用問題」の説明を対象とする検討が必要不可欠な課題となる（第2節）。この課題に対応する形で，視点 (1) には，上記の通り，より具体的な視点として，《現実の事実・現象に対する演算の定義の適用可能性》を問う視点を新たに設定する。

第二に，計算規則の成立を示す説明（視点 (2)）は，演算の定義（視点 (1)）との間に重要な関連を備えている。この点により，本論文においては，演算の定義と関連付けた形で，計算規則の成立を示す説明の論理と特徴を解明する。

第三に，分数除法の計算規則の成立を示す説明において,《逆数》の定義は重要な教育内容である[29]。説明の過程における《逆数》の定義の位置付けに対する注目により，説明の論理と特徴を解明する可能性が拓かれる。しかしながら，本論文の執筆にあたって筆者が収集・検討することができた史料に関する限り，本論文が対象とする時期においては，この点に関して注目に値する重要な事実が存在しない。黒表紙教科書（第3期版）への移行期間においては，演算の量的側面が主要な研究対象とされ，代数的な側面は注目されなかったのかも知れない。この点により，本論文においては,《逆数》の定義の位置付けを問う視点は設定しない。

黒表紙教科書（第3期版）への移行期間に取り組まれた実践的研究においては，黒表紙教科書（第2期版）の使用時期に取り組まれた実践的研究において残されていた課題（第2節，第1項）の解決に向けた取り組みがどのような形で進められ，その結果，分数除法の定義，および，計算規則の成立を示す説明が，どのような論理と特徴を備えた形で構成あるいは再構成されたのか ―― 本論文においては，上記の視点 (1) (2) に従った検討により，この問いに対する応答を試みる。

0．5．構成

本論文においては，まず，黒表紙教科書（第3期版）への移行期間における分数除法の教授に関する実践的研究が直面していた課題を，「応用問題」の説明・理解に関する問題状況に注目して，解明，整理する（第1章）。次に，黒表紙教科書（第3期版）への移行期間に取り組まれた実践的研究の動向を対象として，演算の定義（第2章），計算規則の成立を示す説明（第3章）について検討を加える。おわりに，上記による検討の結果を受けて，黒表紙教科書（第3期版）への移行期間に取り組まれた実践的研究の成果を総括すると同時に，黒表紙教科書（第3期版）の使用時期へと残された課題を整理する（第4章）。

本論文において，史料の引用においては，部分的に現代の漢字・平仮名に改めると同時に，必要に応じて句読点を補った。原文の傍点，アンダーライン等は省略した。明らかな誤字には修正を加えた。引用文における［　］は筆者による注記である。本文における《　》は，教育内容および教育内容の説明に関する基本的立場，説明の論理と特徴等を表現する重要な用語，その他，特に強調を必要とする重要な用語であることを示す。

1. 分数除法の教授に関する実践的研究の課題 ──「応用問題」の説明・理解に関する問題状況に注目して──

黒表紙教科書（第３期版）への移行期間において，「応用問題」の説明・理解については，仲本三二（奈良女子高等師範学校）によって，「教師も児童も他の如何なる学科にも劣らざる熱心と努力とを続けて居る」にも関わらず，「其成績は教師の工夫と努力に比例して向上せない状況」が指摘されている[30]。上記の状況を発生させる原因については，黒表紙教科書（第２期版）の使用時期において，木村仁止（広島高等師範学校附属小学校），京都府女子師範学校附属小学校による指摘が存在する。順に引用する。

国定教科書は計算に対して「先づ方法を知らしめ，而して後其の理由を知らしむべし」といふ主義を取つて居る。其の結果，器械的計算は出来ても其の理由が明かでないから，実際に活用することが出来ないではあるまいか。特に小数分数の乗除には算法の意義さへ明かでない。これでどうして応用問題が解けよう。

故に，各算法を授くるには，第一に算法の意義を明かにし，第二に運算の方法を理解的に説明し，第三に計算の技術的練習を積み，且其の間に於て常に算法の意義，運算方法の理由をも注意して十分に理解せしめようと努める［研究の動向が存在する］[31]。

分数小数の計算は殆ど機械的に行はれ，真に其数量意義算法等を理解せるもの少し。故に応用問題を解く際に数関係を鮮明に考察すること能はず。その成績甚だ不良なり。これ亦児童の筋覚に訴へたる実験の欠如に原因せるもの少からず。されば，分数小数に於ても亦次の目的上より実験の必要あり。

イ，小数分数の意義並に数値を明らかにすること

ロ，計算の理由を了解せしむること[32][33]

「応用問題」の説明・理解の状況について，特に分数・小数の乗法，除法に焦点を当てた形で，「器械的計算は出来」るが，「実際に活用することが出来ない」，「成績甚だ不良なり」と指摘され，その原因として，黒表紙教科書（第２期版）における説明，それに従った算術教授の問題点について，第一に，「特に小数分数の乗除には算法の意義さへ明かでない」，「真に其［演算の］数量意義（中略）を理解せるもの少し」として，演算の定義の欠落が，第二に，「器械的計算は出来ても其の理由が明かでない」，「算法等を理解せるもの少し」として，計算規則の成立を示す説明の欠落が指摘されている。

先に見た通り，上記２点は黒表紙教科書（第２期版）における分数除法の説明が備えていた特徴であった（序章，第２節）。「これでどうして応用問題が解けよう」とする言葉には，黒表紙教科書（第２期版）における重要な教育内容の欠落に対する強い批判が表現されている。同時に，問題点の克服に向けた要請も示されている。第一に，「数量意義」に関する理解，「実際に活用する」可能性を備えた演算の定義，すなわち，《現実の事実・現象に対する適用可能性を備えた演算の定義》，第二に，「運算の方法を理解的に説明」すること，「計算の理由を了解せしむること」，すなわち，計算規則の成立を示す説明である。

黒表紙教科書（第３期版）への移行期間においては，黒表紙教科書（第２期版）による分数除法の説明に関する次の指摘（相澤剛（①））が注目される[34]。

之も私はどうも是れ丈けの説明 ─ 教授では，児童が果して満足するだらうか，どうだらうかを疑ふのである。児童の頭は斯様な抽象的な方法を徹底的に会得する程発達してゐるであらうか。

成程除法は乗法の逆であることは整数について既に学んだ所であるから，aを$\frac{3}{5}$で割るとは，$\frac{3}{5}$を（或は$\frac{3}{5}$に）乗ずればaとなるべき数を求めることだと云ふ除法の意義に異議を唱へはしまい。又，$\frac{3}{5}$の分母子を転倒した分数$\frac{5}{3}$をaに乗じて求めた数は験算して見ると，元のaに還元するから，その手続にも異議は叫ぶまい。

しかし，何だか不思議であると云ふやうな心理状態でゐるではあるまいか。何とも言つて見ることは出来ないが，何かしら魔術にでもかかつたやうな，又は磨硝子の向ふの物を見てゐるやうな，腑に落ちないと云ふ心持ちでゐるではあるまいか。果然その結果は，除法を適用すべき，数的事実問題を解決せしめようとするに当つて現はれてくるのである。

［「除法は乗法の逆であると云ふ意義に於て教授する」方法］は（中略）最も数学的に完全な方法である。けれども，あまりに抽象的である。形式論理学的である。児童は已むを得ず承諾せねばならぬと云ふやうな，位置に立たせられる。如何にも吾々の教授，又は教授する事柄は論理的でなく

てはならぬ。けれども，それと同時に心理的でなくてはならぬ。

相澤剛（①）においては，黒表紙教科書（第２期版）において,《乗法の逆演算》としての定義の「通俗化」された形態が採用されていると理解され[35]，代数的方法に含まれる抽象的性格を根拠・理由として，第６学年の子どもを対象とする教育内容としての適切性が問われている。上記の理解には不正確な内容が含まれているけれども[36]，黒表紙教科書（第２期版）において，計算規則の成立を示す説明が,《乗法との逆の関係》に依拠した代数的な方法によって行われていることは事実である。この点に加え,「除法を適用すべき，数的事実問題」の説明に対する有効性を備えた定義の必要性が指摘されている点は注目に値する。先に見た，黒表紙教科書（第２期版）の使用時期に行われた，木村仁止，京都府女子師範学校附属小学校の指摘を継承する形で,《現実の事実・現象に対する適用可能性を備えた演算の定義》の必要性が指摘されている。

「事実問題」は，黒表紙教科書（第３期版）への移行期間に発見された算術教授の新しいカテゴリーであり，上記，第一の課題に対して有効な解決を与えるアイデアとして注目に値する。第２章においては，この点について見る。第二の課題として示されていた，計算規則の成立を示す説明に関する実践的研究の動向については，第３章において検討を加える。

2．分数除法の定義に関する実践的研究の動向

2．1．現実の事実・現象に対する適用可能性を備えた定義の方法の解明
── 算術教授の新しいカテゴリーとしての「事実問題」の発見 ──

東京高等師範学校附属小学校内初等教育研究会（③）においては，分数乗法・除法について,「現在の算術教科書に向つて希望する諸点」の一つとして,「事物問題」を最初に位置付けた形で「問題の順序」を構成することが要請されている。分数除法に関する記述を次に示す[37] [38]。

問題の順序を次の如くすること。(1) 事物問題，(2) 整数を分数にて割るもの，(3) 分数を分数にて割るもの。

第２回（算術科，第１回）全国小学校訓導協議会（1913（大正２）年10月）においては，和田實（東京女子師範学校），他９名によって構成される調査委員会により,「各学年主要教材に関する報告書」が作成，提出されている[39]。ただし，この報告書においては,「事物問題」，あるいは，それと類似の意味内容を備えた用語は存在しない。この点によれば，上記の要請は，第12回（算術科，第２回）全国小学校訓導協議会（1919（大正８）年５月）に提出された「小学算術教材整理案」において初めて示された要請である。

東京高等師範学校附属小学校においては,「器械的計算は出来」るが,「実際に活用することが出来ない」問題状況（第１章）への対応として,「加減乗除の計算法を授け，之れが術にさへ熟達すれば，事物問題の方は之れが応用として一人手に解説することが出来るものであるといふ様な考を持ち易い」,「しかし，それは大変な間違である」との見方により[40]，1915（大正４）年頃から,「事物問題」が注目され，それを出発点として位置付けた形で演算に関する説明の過程を構成する必要性が認識されていた[41]。

「事物問題」とは,《現実の事実・現象における量と数の関連》を問う問題であり，この意味において,「応用問題」と同じ内容を備えている。ただし，黒表紙教科書（第２期版）において,「応用問題」は「計算問題」の後に位置付けられている。これに対して,「事物問題」は「計算問題」の前に位置付けられる。「事物問題」に対しては，上記に加え,《演算の必要性が発生する具体的な場面》を設定することが要請されるからである。演算に関する説明の過程の構成には,「事物問題を取つて出発点とするの工夫」が必要である[42]。「算術に於いては，茲に事物問題がある。先づ加減乗除の算法の其の何れを適用すべきか，（中略）を明瞭に判断し，而して次に此判断に基づいて運算の術を施して，必要なる結果を握らねばならぬ」[43]。

東京高等師範学校附属小学校内初等教育研究会においては，黒表紙教科書（第２期版）において構成されていた,「計算問題」から「応用問題」へと進む順序に対して，まず,「事物問題」によって《演算の必要性》に関する認識を形成し，次に,「計算問題」へと進む順序の必要性，有効性が認識されていた。その基礎には,「小学校の算術は（中略）所謂事物問題（応用問題といふのは語弊がある）を本体として実施すべきものである」とする見方に加え[44]，次の認識が存在していた。「加法なり乗法なり乃至は減法除法の運算法を適用すればよいといふ其の見込即ち判断を立てる所の眼識は，必ずや他の系統に於いて，特別の教授によつて作らるべき性質のものである」[45]。

次の引用においては，上記の順序による説明の必要性，有効性が算術科研究部の共通認識として存在していたことが明記されている[46]。

> 我が算術研究部では，計算問題の教授や練習の場合にも大体事物問題から出発して，その計算法を学ぶ必要を感ぜしめ，然る後に計算法の教授や同類問題の練習を行ひ，更に又事物問題を取扱はうといふのである。つまり１時間の課業に於てその入口にも出口にも事物問題を取扱ひたいといふ訳である。

沼尻豊之輔（④）においても，「規則算として算法を教へ，器械的に計算形式のみを授け」る分数教授が批判され，算術教授の「主」，「生命」として「実質算」が位置付けられている。「形式算」には，「実質算」の「形骸」，「従」，「方便」として，「実質算」に対する従属的な位置が付与されている[47]。

次に，仲本三二の算術教授論においては，「事物問題」（③），「実質算」（④）と類似の意味内容を備えた用語として，「実際問題」あるいは「事実問題」が，重要な概念として用いられている。「実際問題」あるいは「事実問題」とは，「児童の実生活上に於て遭遇する」，「数量に関する問題」であり，「計算の必要と其の意味を教授」することを目的として，「四則教授の出発点」に位置付けられる[48]。

次の引用においては，まず，「事実問題」を出発点とする説明によって，演算の意味と必要性を理解し，次に，計算問題（「形式算」）へと進む形による順序の必要性，有効性が指摘されている[49]。

> 夫故に吾々が算術教授をなすときには，先づ事実問題から這入つて，之を解く上に於て其の形式算学習の必要をさとらしめ，それから形式算に移るべきものであると思ふ。かくするときは事実問題と形式算との結合が十分に出来て居るのであるから，少なくとも形式算は出来るが，事実問題は薩張り出来ないといふものは，なくなつて来ると思ふ。のみならず形式算が無味乾燥なものとならないで，こゝに大なる意味を持つ事になるから，児童はよろこんで之が練習をなす様になり，一層面白く其の教授を進める事が出来るのである。

「応用問題」の説明においては，《現実の事実・現象に対する演算の定義の適用可能性》を示す必要性が存在する。しかしながら，黒表紙教科書（第２期版）においては，演算（分数除法）の定義それ自体が欠落していた。この点への対応として，黒表紙教科書（第２期版）に依拠した算術教授に対しては，「応用問題」の説明に先立つ形で，第一に，《演算の必要性が発生する具体的な場面》を設定すること，第二に，その必要性に応える形で，《現実の事実・現象に対する適用可能性を備えた演算の定義》が要請されたのである。「事実問題」は，上記の要請に応える形で発見された算術教授の新しいカテゴリーである[50]。

「事実問題」の発見を受けて，どのような方法に従って演算を定義するか，当該の定義と関連において，計算規則の成立を示す説明の論理をどのような形で構成あるいは再構成するか —— 黒表紙教科書（第３期版）への移行期間においては，この点に関する検討が重要な課題となった。次に，その具体的な展開を，分数除法の定義に即した形で探る。

2. 2. 整数除法の定義との間に《十全な統一性》を備えた方法による分数除法の定義の可能性 —— 新しい定義の方法としての《等分除》の発見と，その限界 ——

相澤剛（①）においては，《包含除》，《等分除》，《乗法の逆演算》，３通りの方法による分数除法の定義が示されている（番号は引用者による）[51]。

(1)　整数の除法に於ける包含除と同様な意義に於て教授する。

(2)　整数の除法に於ける等分除の意義を少し変更して，之を分数除法にも及ぼして教授する。

(3)　除法は乗法の逆であると云ふ意義に於て教授する。

上記３通りの方法による定義について，次の見方が示されている[52]。

> 先づ，児童が，今迄，常に，割算を適用する場合に思起し，又思起させられて，体得してゐるべき割算の二つの意義の中へ，分数除法の意義をも，織込んでやりたいと。そしてそれを統一する意義として，最後にＣ［上記 (3)］のやうな意義を了解させたいと。

上記の引用には，次の２点において注目に値する内容が含まれている。

第一に，引用の前半部分には，(1)《包含除》としての定義だけでなく，(2)《等分除》としての定義を含めた，整数除法に関する２通りの方法による定義との間に《十全な統一性》を備えた分数除法の定義に対する志向性が示されている。同じ志向性は，「乗除算の意義目的は，成るべく整数の乗除算のそれと同一に考へさせる様に教授し」とする記述にも示されている[53]。

第二に，(3)《乗法の逆演算》としての定義

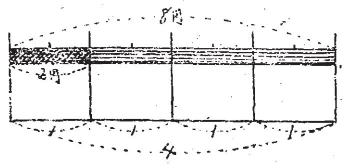
が，(1)《包含除》，(2)《等分除》，２通りの方法による定義を，「統一する」定義として位置付けられている。先に見た通り，(3)《乗法の逆演算》としての定義については，代数的な方法に含まれる抽象的性格を根拠・理由として，第６学年の子どもを対象とする教育内容としての適切性が問われていた(第１章)。これに対して，ここには，定義の相互関連に対する注目が示されていると同時に，(3)《乗法の逆演算》としての定義に対して新たな位置が付与されている。この観点は，黒表紙教科書（第１期版，第２期版）の使用時期には設定されておらず，黒表紙教科書（第３期版）への移行期間に設定された独自な観点として注目に値する。

黒表紙教科書（第２期版）の使用時期に取り組まれた実践的研究において，(1)《包含除》に限定された分数除法の定義は，(2)《等分除》としての定義の不可能性への消極的な対応の結果であった。この点に起因して，《等分除》，《包含除》，２通りの方法による整数除法の定義との間に《十全な統一性》を欠落させる結果を発生させていた。《包含除》に限定された定義は，黒表紙教科書（第１期版）の使用時期においては，「一方に偏した説明法」として批判の対象となっていた[(54)]。整数除法に関する２通りの方法による定義との間に《十全な統一性》を備えた形で分数除法を定義する方法を発見することは，黒表紙教科書（第１期版，第２期版）の使用時期から，実践的研究の課題として存在し続けていたのである。

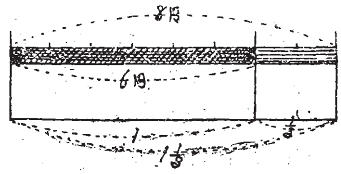
この課題に対して，相澤剛（①）には，上記の意味における《十全な統一性》に対する志向性が示されていると同時に，その実現において重要な課題となる，(2)《等分除》として分数除法を定義する方法が具体的な内容を備えた形で提案されている。次に，その内容について検討を加える。

相澤剛（①）においては，(2)「整数の除法に於ける等分除の意義を少し変更して，之を分数除法にも及ぼして教授すること」が，次の形で具体化されている[(55)]。

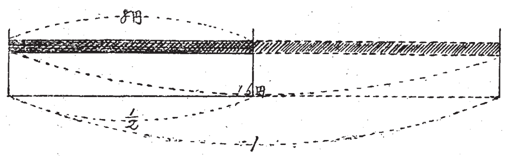
例へば，８円÷４＝２円　８円÷２＝４円　８円÷１＝８円等は，皆除数の方の１に相当する金高を求めることである。図解すれば次の如くになる。



であるから，８円÷1$\frac{1}{3}$の如きも，同様に除数の方の１に相当する金高を求めることである。図解すれば，



８円÷$\frac{1}{2}$の如きも，やつぱり除数の方の１に相当する数を求めることである。図解すれば，



と云ふやうに，意義を会得させて置いて（以下略）。

整数除法，分数除法について，《演算における量と数の比》に注目する方法により，「除数の方の１に相当する数を求める」演算としての定義が示されている。

先の引用においては，上記の定義が，まず，整数除法の場合について，例題「８円÷４＝２円」に即した形で示される。

《８円÷４＝X円を求める$\underset{\text{def.}}{\longleftrightarrow}$８円：４＝X円：１となる数Xを求める》

次に，分数除法の場合について，整数除法の場合と同じ方法による定義が，例題「８円÷1$\frac{1}{3}$」，「８円÷$\frac{1}{2}$」に即した形で示される。次に，前者の例を示す。

《８円÷1$\frac{1}{3}$＝X円を求める$\underset{\text{def.}}{\longleftrightarrow}$８円：1$\frac{1}{3}$＝X円：１となる数Xを求める》

分数除法への拡張が可能な形に，《等分除》としての定義に関する新たな方法が示されている。これにより，分数除法についても，《等分除》，《包含除》，

２通りの方法による定義の可能性，整数除法に関する２通りの方法による定義との間に《十全な統一性》を備えた方法によって分数除法を定義する可能性が拓かれた。この事実は，黒表紙教科書（第３期版）への移行期間に示された独自の成果であると同時に，算術教授の進歩を示す事実として注目に値する[56]。

ただし，上記の可能性は文字通り可能性に止まる。第一に，《包含除》の場合についても同じ方法による定義が可能であるが，相澤剛（①）においては，この点については検討されていない。第二に，計算規則についても，上記の定義を出発点とする方法によって，その成立を示す説明の過程を構成することが可能である。しかしながら，後に見る通り，この可能性は実現されていない（第３章，第３節）。

相澤剛（①）においては，《比》を用いる方法によって，分数除法への拡張が可能な形，すなわち，整数除法，分数除法に対して適用可能な形に，《等分除》の場合における量と数の関連が説明されていた。先に述べた通り，この点それ自体は注目に値する重要な成果である。しかしながら，相澤剛（①）においては，この点が示されるに止まり，当該の説明に内在していた可能性が具体的な内容・方法として展開されていたわけではない。この点については，今後の課題として残されていたのである[57]。

次に，相澤剛（①）による提案の意味と位置を理解するために，演算の定義あるいは説明の論理における整数除法との関連（《統一性》）の問題に関して，仲本三二（⑤），および，黒表紙教科書（第２期版）に示されていた考えを見る。

仲本三二（⑤）においては，分数除法の定義について次の見方が示されている[58]。

> 分数小数の除法は等分といふ意味がなくなるのであるから，此の分数小数にて乗除する段階に達したならば，除法は乗法の逆算であることから除法の問題を考へさす様に導くのがよいのである。それで，この階段に達するまでにも，出来るだけ等分累減［《等分除》,《包含除》］の意味より算式を考へないで，先づ問題の意味を乗法の式に表はし，これより算式を導く様に段々と馴らすことが必要になつて来る。

第一に，「分数小数の除法は等分といふ意味がなくなる」と明記されている通り，分数除法については，《等分除》としての定義が不可能であるとする見方が示されている。第二に，この見方から，「除法は乗法の逆算であることから除法の問題を考へさす」として，《乗法の逆演算》としての定義が採用されている。第三に，その準備として，整数除法に関する説明において，《等分除》,《包含除》としての定義から，《乗法の逆演算》としての定義へと移行する過程を構成する必要性が示されている。仲本三二（⑤）において，整数除法の定義との《統一性》については，《乗法の逆演算》としての定義に限定された形で存在すると考えられている。

黒表紙教科書（第２期版），および，その解説書には，分数除法の説明に関して次の記述がある。「整数分数ト数ハ変レド算法ハ同一ナルコトヲ注意シ」[59]。「応用問題の場合に於て，整数と同様に取扱ひ得ると云ふことをも見せて置くことが宜からうと思ふ」[60]。

上記の引用において，「算法ハ同一」,「整数と同様」とは，《乗法との逆の関係》を意味する。黒表紙教科書（第２期版）においては，分数除法に関する説明において，整数除法に関する説明の論理との《統一性》が要請され,《乗法との逆の関係》に依拠した説明が考えられている。

演算の定義，あるいは，演算に関する説明の論理における《統一性》が《乗法との逆の関係》に存在すると考える点において，仲本三二（⑤），黒表紙教科書（第２期版）には共通性が存在していたのである。

3．計算規則の成立を示す説明に関する実践的研究の動向
──「事実問題」を出発点とする説明の試み ──

先に見た通り，分数除法の計算規則の成立を示す説明の過程を構成することは，黒表紙教科書（第３期版）への移行期間においても実践的研究の課題として存在していた（第１章）。東京高等師範学校附属小学校内初等教育研究会によって開催された第12回（算術科，第２回）全国小学校訓導協議会においても，その必要性を指摘する報告，発言が存在する。例えば,「会員報告」においては,「算法の理由，計算の法則等は，出来得る限り実質算を通じて之を理解せしむる様にせねばならぬ」（沼尻豊之輔（④））と指摘されている[61]。「小学算術教材整理案」に関する質問討議においても,「分数で分数を割る場所に，其の方法を証明する説明方法を入れたいと思ひます」とする石田利作（愛知県第二師範学校附属小学校）の発言が見られる[62]。黒表紙教科書（第２期版）における重要な教育内容の欠落の克服に対する志向性が示されており，この意味において注目に

値する重要な事実である。ただし，説明の必要性が一般的な形で指摘されるに止まり，説明の具体的な内容・方法が示されているわけではない。

黒表紙教科書（第３期版）への移行期間において，具体的な内容・方法を備えた形で分数除法の計算規則の成立を示す説明が試みられている事例として，長崎県師範学校附属小学校研究会（②），仲本三二（⑥），相澤剛（①）がある。演算の定義あるいは性質に注目した場合，上記の事例については，順に，《乗法との逆の関係》（演算の性質）を用いる方法，《包含除》としての演算の定義を出発点とする方法，《等分除》としての演算の定義を出発点とする方法による説明の試みとして位置付けることが可能である。本章においては，上記の事例を対象とし，先に設定した視点 (2)（序章，第４節）に従って，計算規則の成立を示す説明の論理と特徴，限界を解明する。

3．1．《乗法との逆の関係》を用いる方法

長崎県師範学校附属小学校研究会（②）において，「分数にて割ることの意義とその方法」は，「特に必要なる教材」の一つとして位置付けられ，当該の教育内容に関する「教授の要領と教授の順序を示せる教順の一例」が，「事物問題提出」，「解式工夫」，「解答工夫」等に分節化された形で記述されている。「事実問題」については，「教材を具体化し，実生活と算術とを結合せん」とする意図が示されている[(63)(64)]。

長崎県師範学校附属小学校研究会（②）においては，次の過程を経て，分数除法の計算規則の成立が示される（番号は引用者による）。

(1)　例題（「事物問題」）として，「或学校ノ全生徒ノ $\frac{3}{5}$ ハ男生徒ニシテ丁度195ナリトイフ。ソノ学校ノ全生徒数ヲ問フ」が示され，その内容が，乗法の式により，次の形で表記される。

「(全生徒数) $\times \frac{3}{5} = 195$人」

(2)　乗法の式（(1)）に対して，《乗法との逆の関係》が適用され，その結果，乗法の式が除法の式に変形される。「195人 $\div \frac{3}{5} =$ (全生徒数)」

(3)　乗法の式（(1)）に対して，《分数乗法の計算規則》$\left(X \times \frac{b}{a} = (X \div a) \times b\right)$ が適用される。その結果，次が示される。

「(全生徒数) $\div 5 \times 3 = 195$人」

(4)　(3) の結果の両辺に対して，(3) における操作（乗数の分母５による等分，乗数の分子３による倍）の，「ソノ逆」操作（３による等分，５による倍）が実行され，その結果，次が示される。「[(全生徒数) =］195［人］$\div 3 \times 5$」

(5)　(4) の結果に対して《分数乗法の計算規則》が適用され，その結果，次が示される。

「[(全生徒数) =］195人 $\times \frac{5}{3}$ ナリ」

(6)　(5) における変形の結果，および，(2) における変形の結果により，結論として次が示される。「[(全生徒数) =］195人 $\div \frac{3}{5} =$ 195人 $\times \frac{5}{3}$」

(7)　「類題につき解式並にその解答の練習（数題)」が行われる。続いて，その結果に対する「帰納」により，「分母子を転倒して掛けよ」とする「機械的法則」，すなわち，《分数除法の計算規則》$\left(X \div \frac{b}{a} = X \times \frac{a}{b}\right)$ の成立が示される。

なお，上記による説明の過程においては，(1) (2) が「事物問題提出」，および，「解式工夫」，(3) から (6) までが「解答工夫」とされている。

上記による説明の過程においては，第一に，「事実問題」の内容を乗法の式「(全生徒数) $\times \frac{3}{5} = 195$人」によって表記することが，その出発点として位置付けられている（(1)）。続いて，《乗法との逆の関係》の適用により，乗法の式が除法の式に変形される「195人 $\div \frac{3}{5} =$ (全生徒数)」（(2)）。第二に，これに続く説明においては，「事物問題」の内容を表記した乗法の式（(1)）を対象として，一連の操作が実行され，結論として，「[(全生徒数) =］195人 $\times \frac{5}{3}$ ナリ」が示される（(3) (4) (5)）。第三に，上記による説明の結論，および，除法の式（(2)）を根拠として，「195人 $\div \frac{3}{5} =$ 195人 $\times \frac{5}{3}$」が示され（(6)），次に，上記の事実を基礎とする一般化によって，《分数除法の計算規則》の成立が示される（(7)）。

上記による説明の過程は，黒表紙教科書（第２期版）における「分数の除法，其の２」（第１章「分数」，第17項目）に記されている計算規則の説明，「応用問題，其の４」（同，第18項目）に示されている問題，および，当該の問題に関する教師用書の解説を再構成する形で構成されている。関連する記述

を次に引用する[65]。

或学校の男生徒の数は全生徒数の丁度 $\frac{3}{5}$ にて，195人なりといふ。全生徒数は何程なるか。

次ノ如ク解カスベシ。（全生徒数）× $\frac{3}{5}$ ガ195

依ツテ全生徒数ハ $195 \div \frac{3}{5} = 325$　答 325人

上記の引用に示される通り，黒表紙教科書（第２期版）による説明においても，問題の内容は，まず，乗法の式によって表記され，次に，それが除法の式に変形される。ただし，長崎県師範学校附属小学校研究会（②）とは異なり，乗法の式は操作の対象としては位置付けられていない。黒表紙教科書（第２期版）においては，除法の式に対して，すでに示された《分数除法の計算規則》を適用（「応用」）する方法によって，問題の結果が導かれる。これは，問題の内容は同じではあるけれども，当該の問題が，黒表紙教科書（第２期版）においては「応用問題」，長崎県師範学校附属小学校研究会（②）においては，「事物問題」として，それぞれ，異なった形で位置付けられている点に起因する。

「応用問題」は，すでに示された計算規則の「応用」を図る問題である。これに対して，「事物問題」は，《演算の必要性が発生する場面》を設定する問題であり，計算規則の成立を示す説明の出発点として位置付けられる。先に見た通り，長崎県師範学校附属小学校研究会（②）においては，「事物問題」を出発点とする説明によって，計算規則の成立が示されている。この点については，先に見た，東京高等師範学校附属小学校内初等教育研究会（①）に示されていた要請（第２章，第１節）の具体的な形態として位置付けることが可能である。同時に，黒表紙教科書（第２期版）による計算規則の説明が，その成立根拠・理由を欠落させていた点との比較によれば，「事物問題」の発見によって実現された算術教授の進歩として注目に値する。

ただし，長崎県師範学校附属小学校研究会（②）については，次の点に対する注意が必要である。すなわち，先に見た説明においては，「分数にて割ることの意義とその方法」がその対象とされている。しかしながら，先に見た通り，説明の出発点においては，例題（「事物問題」）における量と数の関連が，除法の式によってではなく，乗法の式によって表記されている（(1)）。乗法による式表記を出発点とし，次に，《乗法との逆の関係》により，乗法の式が除法の式へと変形されるのである（(2)）（この変形が「解式工夫」に該当する）。除法に関する例題（「事物問題」）に関する説明の出発点において，除法の式を対象とする直接的な方法ではなく，乗法の式を媒介とする間接的な方法が採用されているのである。これは，説明の対象となる「事物問題」における量と数の関連が，《等分除》（量÷数（分数）＝量）として理解されている点に起因する。

先に見た通り，仲本三二（⑤）においては，《等分除》としての分数除法の定義の不可能性が前提とされていた。この点への対応として，《乗法との逆の関係》を用い，《等分除》における量と数の関連を，《乗法》（量×数（分数）＝量）によって表記する，間接的な説明の方法が採用されていた（第２章，第３節）。この方法は，黒表紙教科書（第２期版）に示されていた点に起因して，長崎県師範学校附属小学校研究会（②）を含め，黒表紙教科書（第３期版）への移行期間に取り組まれた実践的研究において，ある程度の広がりを備えた形で共有されていたと予想される[66]。

他方において，次の引用に示される通り，上記の方法による説明に含まれていた間接的性格は批判の対象となっていた[67]。

「１週間に５円60銭の賃銭をとる大工は１日には幾何の賃銭をとるか。」の問題では５円60銭を７等分する意味を以て割算を適用させておいて，「或る大工が３日半働いて賃銭２円80銭を得たとすれば，此の大工１日の賃銭は何程か。」の問題では，なぜ，前の問題を解くときとは全く独立的に，

$$280銭 = 1日の賃銭 \times 3\frac{1}{2}$$

$$\therefore\ 1日の賃銭 = 280銭 \div 3\frac{1}{2}$$

とのみ考へさせねばならぬか。

上記の批判は，説明の方法に含まれていた間接的性格に対する批判であると同時に，《等分除》（量÷数（分数）＝量）としての分数除法の定義の不可能性それ自体を克服する必要性に関する指摘であった。黒表紙教科書（第３期版）への移行期間における「事実問題」の発見（第２章，第１節）を受けて，分数除法の教授に関する実践的研究においても，《等分除》による定義の不可能性を克服し，演算における量と数の関連に関する新しい説明の方法を解明することが課題となっていたのである。先に見た，相澤剛（①）の発見（第２章，第２節）は，この要請に対応する形で取り組まれた研究の成果で

あった。

3．2.《包含除》としての定義を出発点とする方法

仲本三二（⑥）においては，《包含除》（量÷量＝数）としての定義を出発点とする方法によって，《分数除法の計算規則》の成立を示す説明が試みられている[68]。次に，その過程を辿ってみる（番号は引用者による）。

(1)　例題（「実際問題」）として，「茶が５斤と４分の１だけある。これを４分の３斤入の袋に入れると，幾袋出来るか」が示される。合わせて，「５斤と４分の１の中には，４分の１斤づゝが21だけある。４分の３斤の中には，４分の１斤が３つだけあることを注意する」。

(2)　上記の「注意」を受けて，「児童は，この問題を４分の１斤が21だけある中から，これを３つづゝとつて袋に入れると，幾袋出来るかの問題と考へて，７袋と答へるものである。今此の考へ方を式であらはすと，

$$5\frac{1}{4}\text{斤}\div\frac{3}{4}\text{斤}=21\left(\frac{1}{4}\text{斤}\right)\div3\left(\frac{1}{4}\text{斤}\right)=\frac{21}{3}=7\text{」。}$$

(3)　(1)とは異なり，①《分子の除法》において剰余が発生する場合$\left(\text{ex. }7\frac{2}{3}\text{斤}\div\frac{2}{3}\text{斤}\right)$，②除数と被除数の分母が異なる（《通分》を必要とする）場合$\left(\text{ex. }8\frac{1}{2}\text{尺}\div\frac{3}{4}\text{尺}\right)$が示され，(1)と同じ方法（《通分》➞《分子の除法》）によって演算の結果（商）が導かれる。

(4)「上に得たる結果よりして，分数を分数にて除するには如何にせばよいか，其の法則を抽象せしめるのである。この為めに上に得た結果を今一度書き下す必要がある。例へば，

$$5\frac{1}{3}\text{斤}\div\frac{4}{5}\text{斤}=\frac{16}{3}\text{斤}\left[\div\frac{4}{5}\text{斤}\right]=\frac{16\times5}{3\times4}=6\frac{2}{3}$$

と必要なところだけ書き下しおき，さて，$\frac{5}{6}$尺÷$\frac{3}{4}$尺をはやく計算するには如何にせばよいかを児童に工夫せしめるのである」。これに対して，「児童は已に得たる知識を用ひて，必ずや，$\frac{5}{6}\text{尺}\div\frac{3}{4}\text{尺}=\frac{5\times4}{6\times3}=\frac{20}{18}=\frac{10}{9}=1\frac{1}{9}$と計算し得るものである」。

(5)「斯くの如くして，除法の法則，即ち，除数の分母子を転倒して被除数に乗ずるものなることを発見せしめ，最後に多くの練習問題を課すのである」。

上記による説明の過程においては，第一に，説明の出発点として，「実際問題」により，演算（《包含除》による分数除法）の必要性が発生する場面が設定されている（(1)）。第二に，《通分》➞《分子の除法》により，$\frac{b}{a}\div\frac{d}{c}=\frac{b\times c}{a\times c}\div\frac{a\times d}{a\times c}=\frac{b\times c}{a\times d}$として，演算の結果（商）を導く方法が示されている（(2)(3)）[69]。第三に，上記による説明の結果に注目する方法により，重要な事実として，$\frac{b}{a}\div\frac{d}{c}=\frac{b\times c}{a\times d}$が抽出される（(4)）。第四に，結論として，《分数除法の計算規則》$\left(\frac{b}{a}\div\frac{d}{c}=\frac{b}{a}\times\frac{c}{d}\right)$の成立が示される（(5)）。

上記の説明については次の点に対する注意が必要である。すなわち，説明の結論として示される計算規則は「除数の分母子を転倒して被除数に乗ずる」$\left(\frac{b}{a}\div\frac{d}{c}=\frac{b}{a}\times\frac{c}{d}\right)$である（(5)）。しかしながら，この計算規則は，子どもが発見すると想定されている計算規則$\left(\frac{b}{a}\div\frac{d}{c}=\frac{b\times c}{a\times d}\right)$（(4)）とは異なる。前者（(5)）を導くためには，後者（(4)）に対する《分数乗法の計算規則》の適用$\left(\frac{b}{a}\div\frac{d}{c}=\frac{b\times c}{a\times d}=\frac{b}{a}\times\frac{c}{d}\right)$が必要になる。しかしながら，この点，すなわち，《除法の乗法への変形》は説明の対象から除外されている。

黒表紙教科書（第１期版，第２期版）の使用時期に取り組まれた実践的研究においても，《包含除》としての定義を用いる方法は試みられていた。その説明との比較によれば，仲本三二（⑥）については，「実際問題」により，《演算の必要性が発生する場面》が設定されている点が，黒表紙教科書（第３期版）への移行期間に取り組まれた実践的研究に独自の特徴として注目に値する。計算規則の成立が示された後に課される「練習問題」（(5)）に，「応用問題」が含まれるのか否か。この点については不明であるが，仮に含まれる場合においても，上記の特徴により，「応用問題」に関する説明においては，《現実の事実・現象に対する演算の定義の適用可能性》を，その具体的な形態と合わせた形で示す説明が可能になると見られる。

ただし，先に指摘した通り，《除法の乗法への変形》については，それ自体が説明の対象から除外されて

いる。従って，変形の必然性を示す説明の論理も構成されていない。この事実は，黒表紙教科書（第３期版）への移行期間においても，黒表紙教科書（第２期版）の使用時期に取り組まれた実践的研究において残されていた課題（序章，第４節）が，引き続き，課題として存在していたことを示している。

3．3.《等分除》としての定義を出発点とする方法

先に見た通り，相澤剛（①）においては，《等分除》としての分数除法の定義が，《比》に注目する方法によって示されていた。これは，黒表紙教科書（第３期版）への移行期間に実現された算術教授の進歩を示す重要な事実であった（第２章，第２節）。

それでは，相澤剛（①）においては，上記の成果を受けて，計算規則の成立を示す説明の過程がどのような形で構成されているか。ここではこの点について見る[70]。

相澤剛（①）には，分数除法に関して，「その意義目的に応ずべき直接的手段を考へさせ又は教授し，遂に簡便な間接的手段を以て之に代へるやうに導きたい」と記されている。この記述には，《計算規則の成立を示す説明の過程を，演算の定義と関連付けた方法によって構成すること》に対する志向性が示されている。しかしながら，相澤剛（①）において，上記の志向性は具体化されていない。

> 除数の方の１に相当する数を求めることである。（中略）と云ふやうに，意義を会得させて置いて，その計算は（中略），
>
> $$a \div \frac{3}{5} = a \div (3 \div 5) = a \div 3 \times 5 = \frac{a}{3} \times 5$$
>
> $$= a \times \frac{3}{5}$$
>
> 即ち，除数の分母子を転倒した分数をかければ，割つたことになる。と云ふやうに教へる。

上記の引用に示される通り，計算規則の成立は，演算の定義を出発点とする方法によってではなく，演算の定義から乖離した形，すなわち，《商分数の論理》による分数の定義，および，《除法における除数と商との関係》に依拠する方法によって示される。この意味における限界の存在は否定できない。同時に，この点に起因して，上記の説明については，「不完全」との自己評価が示されていた。

> 所がBのやうな意義［「除数の方の１に相当する数を求める」演算としての定義］に於ては，其の意義に相応ずる所の直接的手段は，どうしても完全なのが考へ出せない。已むを得ずして，彼のやうな不完全なものを之に充当したのである。

相澤剛（①）においては，先に見た，除法の定義について，「私が，ああ云ふ意義をも敢て取入れたいと云ふ理由は外にもある。それは，（中略）数的事実問題の解決と，算法の意義と，計算の手続との３つの関係に関することである」と記されている。

演算の定義，計算規則の成立を示す説明，現実の事実・現象に対する演算の定義の適用，上記３点について，その相互関連を対象に含めた形で，子どもに理解可能な説明の論理を構成する課題は，黒表紙教科書（第３期版）の使用時期における実践的研究の課題として残される結果となったのである[71]。

4．おわりに

本論文における検討の結果，黒表紙教科書（第３期版）への移行期間に取り組まれた実践的研究における，分数除法の定義，および，計算規則の成立を示す説明の論理と特徴が解明された。

本章においては，第一に，先に設定した視点に従って，本論文における検討の結果を，その有効性，限界と合わせて整理する。同時に，黒表紙教科書（第１期版，第２期版）の使用時期に取り組まれた実践的研究の動向との関連を示す。第二に，黒表紙教科書（第３期版）の使用時期における実践的研究に対して示された課題を整理する（第１節）。第三に，上記の総括を受けて，今後の研究課題を示す（第２節）。

4．1．総括

黒表紙教科書（第３期版）への移行期間に取り組まれた実践的研究について注目に値する成果は，算術教授の新しいカテゴリーとしての「事実問題」の発見であった。

「事実問題」とは，黒表紙教科書における「応用問題」に関する説明の困難性を克服する方法として発見された概念であり，《演算の必要性が発生する場面を，現実の事実・現象を用いて具体的な形で設定すると同時に，当該の場面における量と数の関連を問うことによって演算の定義を示すこと》を目的とする問題である。

「事実問題」は，少なくとも次の３点において重要な意味を備えていた。第一に，「事実問題」に示された《量と数の関連》を基礎として演算が定義された。第二に，演算の定義を出発点とする方法によって，計算規則の成立を示す説明の過程を構成す

る必要性と有効性が示された。第三に，「応用問題」に関する説明の困難性を克服し，《現実の事実・現象における量と数の関連に対する演算の定義の適用可能性》を，その具体的な形態と合わせた形で示す可能性が拓かれた。

上記の意味を含んだ「事実問題」の発見を受けて，分数除法の教授においては，(1) 演算の定義，および，(2) 計算規則の成立を示す説明の過程は，どのような形で構成（あるいは再構成）されたのか。

黒表紙教科書（第３期版）への移行期間に取り組まれた実践的研究においては，演算の定義，あるいは，計算規則の成立を示す説明において用いられる演算の性質として，①《乗法との逆の関係》，②《包含除》としての定義，③《等分除》としての定義，上記３点が存在していた。

（1）　黒表紙教科書（第３期版）への移行期間において注目に値する事実は，③《等分除》（量÷数（分数）＝量）としての定義の不可能性への対応として，《演算における量と数の比》に対する注目により，新しい定義の方法としての《等分除》（「除数の方の１に相当する数を求める」演算）が発見された点である。これにより，《等分除》，《包含除》，２通りの方法による分数除法の定義の可能性，整数除法に関する２通りの方法による定義との間に《十全な統一性》を備えた形による定義の可能性が示された。

上記の事実には，黒表紙教科書（第１期版，第２期版）の使用時期に取り組まれた実践的研究の動向が備えていた，黒表紙教科書における重要な教育内容の欠落の克服に対する志向性が継承されていると同時に，次の２点において新たな発展の可能性が示されている。第一に，③《等分除》に止まらず，②《包含除》についても，それを《比》に注目する方法によって再定義すること，第二に，②《包含除》，③《等分除》としての定義（再定義）を出発点とする方法によって計算規則の成立を示す説明の過程を再構成することである。上記２点の可能性に関する検討が，黒表紙教科書（第３期版）の使用時期における実践的研究に対して示されたのである。

（2）　計算規則の成立を示す説明については，演算の性質（①《乗法との逆の関係》）を用いる方法，および，演算の定義（②《包含除》）を出発点とする方法が試みられていた。この点においても，黒表紙教科書（第１期版，第２期版）の使用時期に取り組まれた実践的研究の動向が継承されている。

①《乗法との逆の関係》を用いる方法においては，「事実問題」に示された量と数の関連を，まず，乗法の式（《量×数（分数）＝量》）によって示し，次に，《乗法との逆の関係》を用いて，乗法の式を除法の式（《量÷数（分数）＝量》）に変形する間接的な方法が採用されていた。黒表紙教科書（第３期版）への移行期間において，上記の方法は，ある程度の広がりを備えた形で共有されていたと予想される。

この予想との関連によれば，(1) において見た，③《等分除》に関する新しい意味内容の発見は，①《乗法との逆の関係》を用いる方法に含まれていた間接的性格を克服し，直接的な方法によって，分数除法（《等分除》）を定義する可能性を示したのであり，この意味においても注目に値する重要な事実である。

②《包含除》としての定義を出発点とする方法においても，説明の出発点として，「事実問題」（《量÷量＝数》）が位置付けられている。ただし，計算規則の成立を示す説明の過程において，《除法の乗法への変形》$\left(\frac{b}{a} \div \frac{d}{c} = \frac{b}{a} \times \frac{c}{d}\right)$の必然性を示す説明の論理は構成されていない。この事実は，黒表紙教科書（第２期版）の使用時期に存在していた課題が，黒表紙教科書（第３期版）への移行期間においても，引き続き，課題として存在していたことを示している。

4．2．今後の研究課題

黒表紙教科書（第３期版）への移行期間に取り組まれた実践的研究において注目に値する成果は，算術教授の新しいカテゴリーとしての「事実問題」の発見であり，分数除法においては，新しい定義の方法としての《等分除》の発見であった。

黒表紙教科書（第３期版，第３期改訂版）の使用時期においては，上記の発見に含まれていた可能性の実現に向けた取り組みが，どのような形で進められたのか。その結果，分数除法の定義，および，当該の定義と関連付けた形で，計算規則の成立を示す説明の過程が，どのような論理と特徴を備えた形で構成あるいは再構成されたのか —— この問いの解明が今後の研究課題となる。

《註》

(1)　黒表紙教科書の編集と改訂，主要な教育内容とその変化等については，例えば，次を参照。①「所収教科書解題」，海後宗臣編『日本教科書大系』近代編，第13巻，算数（4），講談社，1962年。②

中谷太郎「算数教育のあゆみ（その１～その８）」,『数学教室』第47号～第57号，数学教育協議会，国土社，1958年11月～1959年８月。③中谷太郎著・上垣涉編『日本数学教育史』亀書房・日本評論社，2010年，第５章「黒表紙教科書」。④上垣涉『日本数学教育史研究』上巻，風間書房，2021年，第12章「黒表紙教科書の編纂・概要と特徴」。

(2)　遠山啓『数学の学び方・教え方』岩波書店，1972年，４～５ページ。

(3)　近年における，分数除法の計算規則の成立を示す取り組みとして次を参照。丹尾春彦「逆内包量による分数除法の指導 —— 分数のわり算はなぜわる数をひっくり返してかけるのか」『教授学の探究』第29号，北海道大学大学院教育学研究院教育方法学研究室，2015年。次の指摘は，本論文において見る問題状況が現在においても存在していることを示している。「分数は乗除になじむので，計算自体は簡単なのである。テストの結果も計算に限って言えばほとんど満点に近い」。「しかし，６年生の４月に満点を取っていたはずの分数の計算が，中学校ではボロボロという話はよく聞かれるところである。つまり，計算はできるが，忘れたときに思い出したり，再構成できるものとはなっていないのである」（19ページ）。

(4)　岡野勉「黒表紙教科書における分数除法の計算規則に関する説明の論理 —— 計算規則の成立を示す可能性に注目して」『新潟大学教育学部研究紀要』第12巻，第１号，人文・社会科学編，2019年，33～34ページ。

(5)　中谷太郎「算数教育のあゆみ（その４）」『数学教室』第52号，数学教育協議会，国土社，1959年３月，19ページ。この指摘は，直接的には，黒表紙教科書（第３期改訂版）における分数除法の説明に関する指摘である。ただし，同じ指摘は黒表紙教科書（第２期版）についても成立する。

(6)　上垣涉『開拓者藤澤利喜太郎と改革者遠山啓 —— 日本の数学教育をつくった二大巨人』亀書房，日本評論社，2023年，98ページ。第３章「開拓者としての藤澤利喜太郎」においては，項目「黒表紙における分数」が設定され，黒表紙教科書（第１期版，第２期版，第３期版，第３期改訂版）における分数の定義および乗法，除法に関する説明が検討されている。

(7)　松原元一『日本数学教育史』Ⅱ，算数編（2），1983年，風間書房，374ページ。この指摘は，直接的には，黒表紙教科書（第１期版）における分数除法の説明に関する指摘である。ただし，同じ指摘は黒表紙教科書（第２期版）についても成立する。

(8)　中谷太郎，前掲（5），「算数教育のあゆみ（その４）」，19ページ。

(9)　黒表紙教科書における「応用問題」，および，黒表紙教科書（第１期版，第２期版）の使用時期に取り組まれた「応用問題」の説明に関する実践的研究の動向については，本文において見た研究に加え，次の先行研究が存在する。①中谷太郎「算数教育のあゆみ（その７）」，②大矢真一「（解説）応用問題」『数学教室』第56号，数学教育協議会，国土社，1959年７月。上記に加え，黒表紙教科書（第３期版）への移行期間，および，黒表紙教科書（第３期版）の使用時期における実践的研究の動向については，次において検討を加えた。③岡野勉「算術教育の目的としての『数理思想』の形成過程 —— 教育内容論との関連で」『北海道大学教育学部紀要』第54号，1990年，137～138ページ。④同「算術教育史における『形式陶冶』批判の問題」『北海道大学教育学部紀要』第56号，1991年，131～133ページ。

(10)　岡野勉「黒表紙教科書（第２期版）の使用時期における分数除法の計算規則の成立を示す説明 —— 実践的研究の動向に見る，その論理と特徴」『新潟大学教育学部研究紀要』第15巻，第２号，人文・社会科学編，2023年，186ページ。

(11)　岡野勉「黒表紙教科書（第１期版）の使用時期における分数除法の計算規則の成立を示す説明 —— 実践的研究の動向に見る，その論理と特徴」『新潟大学教育学部研究紀要』第15巻，第１号，人文・社会科学編，2022年。

(12)　岡野勉，前掲（10），「黒表紙教科書（第２期版）の使用時期における分数除法の計算規則の成立を示す説明」，186～187ページ。

(13)　澤柳政太郎「序」，佐藤武『算術新教授法の原理及実際』成城小学校研究叢書，第３篇，同文館，1919（大正８）年，５ページ。

(14)　須田勝彦「算数の教科書のあり方 —— 算術から数学へ」柴田義松編『教科書 —— 子どもにとってよい教科書とは』有斐閣，1983年，142～144ページ。「発生的」方法の重視を特徴とする研究の出発点として，佐藤武（成城小学校），前掲（13），『算術新教授法の原理及実際』が，「『発生』の見地」による量と数の関連付けに関する実践的研究の「ひとつの帰結」として，仲本三二（奈良

女子高等師範学校，同附属小学校）『算術の発生的指導法』（明治図書，1926（大正15）年）が，それぞれ，位置付けられている。仲本三二によって示された分数除法の計算規則の成立を示す説明については，本論文において検討の対象とする（第３章）。

(15)　史料の所蔵機関を次に示す。新潟大学附属図書館（①），国立国会図書館デジタルコレクション（②），国立国会図書館（③④⑤⑥）。

(16)　黒表紙教科書（第１期版，第２期版）の使用時期には，分数除法の計算規則の成立を示す説明において，演算の定義を用いる方法に加え，演算の定義との関連付けを欠落させた方法が示されていた。該当する方法の一つとして，《商分数の論理》に依拠した分数の定義，および，《除法における除数と商との関係》を用いる方法がある。この方法は，黒表紙教科書（第３期版）への移行期間においても，引き続き，計算規則の成立を示す一つの方法として位置付けられている。ただし，本論文においては，演算の定義との関連付けを重視する立場から，演算の定義との関連付けを欠落させた方法による説明については検討の対象から除外する。なお，上記の方法は，先行研究において検討した事例に加え，次においても，「分数を分数にて割る除法」に関する「教授の要点」として示されている。東京高等師範学校附属小学校算術科研究部「小学校に於ける算術科に関する研究」『教育研究』第111号，東京高等師範学校附属小学校内初等教育研究会，大日本図書，1913（大正２）年６月，７ページ。

(17)　黒表紙教科書（第１期版）の使用時期においては，《分母の除法，分子の除法》による計算規則$\left(\frac{b}{a} \div \frac{d}{c} = \frac{b \div d}{a \div c}\right)$を出発点とする説明が示されていた。岡野勉，前掲(11)，「黒表紙教科書（第１期版）の使用時期における分数除法の計算規則の成立を示す説明」，59ページ。本論文が対象とする黒表紙教科書（第３期版）への移行期間においても，例えば，次においては，「分数の特質」として「同値のものが色々の形をとることが出来る」点に注目し，「分数教授の諸種の算法はこの特質によつて出来るものである」（20ページ）とする立場から，上記の方法による説明が示されている。小田小一（京都府師範学校附属小学校）「小学校の分数教授に就て」『初等教育研究雑誌　小学校』第28巻，第７号，教育学術研究会，同文館，1919（大正８）年12月。ただし，本論文においては，演算の定義との関連付けを重視する立場から，この方法による説明についても検討の対象から除外する。

(18)　以下の註および本文において，『教育研究』，『学校教育』，『初等教育研究雑誌　小学校』に掲載された論文，記事等からの引用にあたっては，雑誌名，巻号，発行年月，ページ数を注記するに止め，編集者，発行社の注記を省略する。

(19)　黒表紙教科書（第３期版）への移行期間においても，子どもによる理解の不可能性を前提として，計算規則の成立を示す説明の不要性を強調する立場が存在していた。「［黒表紙教科書（第２期版）による計算規則の説明は,］器械的取扱に依りたるものなり。是実に然るべき取扱にして，此時期に於て，之が方法を理解的に説明せんとするは児童心意発達の程度に適応せざるものなり」（奥川大徹（三重県師範学校附属小学校）「算術科に於ける器械的取扱」『初等教育研究雑誌　小学校』第15巻，第５号，1913（大正２）年６月，13ページ）。上記の立場に対して，本論文においては，分数除法の計算規則の成立を示す説明の必要性，子どもによる理解可能性を前提とし，その具体的な内容，方法の解明を課題とする実践的研究の動向を示す史料を検討の対象とする。

(20)　『学校教育』は,「教育の研究」に対して,「常に世界の進運に遅れざらんことを期し，最も着実にして，徹底せる，創作的研究を鼓吹せんとする」立場,「近時，高等中等の教育者が初等教育をも研究せんとし，初等教育者も亦中等以上の教育法を参考して，自己の教育法を改善せんとする傾向」を重視する立場等を基礎として，1914（大正３）年１月１日，広島高等師範学校教育研究会によって，その発刊が開始された雑誌である。広島高等師範学校教育研究会「発刊の辞」『学校教育』第１号，1914（大正３）年１月。関連して次を参照。①榑松かほる「各誌解題『学校教育』」『教育関係雑誌目次集成』第Ⅱ期，学校教育編，第20巻，教育ジャーナリズム史研究会，日本図書センター，1989年，87～88ページ。②木村惠子「大正期の広島高等師範学校附属小学校に於ける算術科」『広島修大論集』第62巻，第１号，広島修道大学ひろしま未来協創センター，2021年。

(21)　関連して次を参照。①『東京教育大学附属小学校教育百年史 ―― 沿革と業績』東京教育大学附属小学校創立百周年記念事業委員会，1973年，

101〜104ページ。②小熊伸一「各誌解題『教育研究』」『教育関係雑誌目次集成』第Ⅱ期，学校教育編，第20巻，教育ジャーナリズム史研究会，日本図書センター，1989年，86〜87ページ。③木戸若雄『明治の教育ジャーナリズム』大空社，1990年，112〜114ページ。④蔵原清人「雑誌『教育研究』算術教育関係論文目録（戦前期）」『工学院大学共通課程研究論叢』第29号，1991年。⑤大西公恵「1900年代の東京高等師範学校附属小学校における読方教育論 ――『教育研究』および全国小学校訓導協議会での議論を中心に」『和光大学現代人間学部紀要』第７号，2014年。⑥上垣渉，前掲（1），『日本数学教育史研究』，788〜789ページ。

（22）　第12回（算術科，第２回）全国小学校訓導協議会は，東京高等師範学校附属小学校内初等教育研究会の主催によって，「小学校算術科ニ関シ，平素実地ニツキテ経験シ研究セル所ヲ披陳シテ，会員相互ノ知識ヲ交換シ，斯道ノ改良ニ資スル」ことを目的とし，「現ニ小学校ニ奉職シ，親シク当該事項ニ関シテ，実地ニ研究シツツアルモノ」を「会員」として募集し，1919（大正８）年５月10日から14日まで，総計５日間に渡って，開催された。参加者（総計104名）の内訳は，申し込みによる参加者（「会員」）65人（「予定人員を10数名も超過した」），東京女子高等師範学校，広島高等師範学校，奈良女子高等師範学校の附属小学校訓導（「番外」）各１人，計３人，東京高等師範学校附属小学校内初等教育研究会の会員36人であった。開催に先立つ形で，「会員各自ノ自由ニ選ブ問題ノ外，今回ハ左ノ３問題ニ就キテ研究ヲ遂ゲントス」として，「第１問　小学校算術科教材整理ニツキ」が設定されている。東京高等師範学校附属小学校内初等教育研究会「第12回全国訓導算術科協議会」『教育研究』第188号，1919（大正８）年３月，折り込み。「会議の概況」『教育研究』第196号，臨時増刊，第12号，1919（大正８）年９月，１〜２ページ。「第１問　小学校算術科教材整理ニツキ」については，「前の算術科協議会の時に，委員附託の問題として調査した問題中の最も重要な問題であると思ひますので，其の継続事業として今回も其の討究を致したい」，「其の方法としては，主催者に於て前回の調査報告を本にして整理原案を作成し，本誌４月号に掲載致し，協議会員の諸君は豫め該案について充分考究し，修正意見を持つて御集りを願ひたい」とされている。算術科研究部「算術科協議会につき」『教育研究』第188号，1919（大正８）年３月，88〜89ページ。上記に加え，第12回（算術科，第２回）全国小学校訓導協議会の開催に向けた取り組みを示す史料として次がある。①東京高等師範学校附属小学校算術研究部「小学算術教材整理案」『教育研究』第190号，1919（大正８）年４月。②橋本為次「算術教材整理案につきて」『教育研究』第191号，1919（大正８）年５月。

（23）　「第12回全国小学校訓導協議会報告」『教育研究』第196号，臨時増刊，第12号，1919（大正８）年９月，74ページ。

（24）　「此の前の算術協議会」，「前回，協議致しました」（本文），および，「前の算術科協議会」（註（22））は，すべて，1913（大正２）年10月17日から21日まで総計５日間に渡って開催された，第２回（算術科，第１回）全国小学校訓導協議会における調査委員会報告「各学年主要教材に関する報告書」，および，その内容に関する協議を意味する。「第２回全国小学校訓導協議会報告」『教育研究』第118号，臨時増刊，第２号，1913（大正２）年12月，236〜245ページ。

（25）　前掲（23），「第12回全国小学校訓導協議会報告」，74ページ，70ページ。

（26）　桜井恵子の先行研究においては，第24回（算術科，第３回）全国訓導協議会（1925（大正14）年５月）において「事物問題」の重要性が指摘された点が，「『主体性』重視の教育方法」として注目されている。桜井恵子『近代日本算術教育史 ―― 子どもの「生活」と「主体性」をめぐって』学術出版会，2014年，103〜108ページ。しかしながら，「事物問題」の重要性については，すでに，第12回（算術科，第２回）全国小学校訓導協議会（1919（大正８）年５月）において指摘されている。この事実については，それ以前の時期（1915（大正４）年〜1916（大正５）年）に進行していた，東京高等師範学校附属小学校における実践的研究の動向に対する注目が必要である。この点については後に見る（第２章，第１節）。なお，桜井恵子の先行研究については次を参照。岡野勉「書評　桜井恵子著『近代日本算術教育史 ―― 子どもの「生活」と「主体性」をめぐって』」『日本の教育史学』第58集，教育史学会，2015年。

（27）　長崎県師範学校附属小学校研究会（②）については，「必ずしも記載の形式を一定せず，教材の性質に応じ便宜の型を採り，専ら実際教授上に実益多からしめんことに努めたり」（「凡例」）と

して，記述の形式において教育内容の特徴への対応が意図されている点も注目される。

(28)　伊藤真治・森茂の先行研究においては，《異分母分数の加法》$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)$ に関して，黒表紙教科書の使用時期に構想された教授過程が検討されている。「事実問題」については，群馬県師範学校初等教育研究会（1921（大正10）年），島根県女子師範学校（1927（昭和2）年）によって示された教授過程に位置付けられている点が指摘されている。ただし，「事実問題」それ自体については，「当時の教師たちが，生活との結びつきを意識して，文章問題として出題するようになった」，「一般的にありそうな事実に基づいた問題」との理解に止まっている。伊藤真治・森茂「黒表紙教科書期における分数の教育実践 ―― 異分母分数の加法に焦点を当てて」『滋賀大学教育学部紀要』教育科学，第63号，2013年，71ページ。

(29)　岡野勉，前掲（4），「黒表紙教科書における分数除法の計算規則に関する説明の論理」，31ページ。

(30)　仲本三二「応用問題取扱の欠陥と其の救済策」『初等教育研究雑誌　小学校』第29巻，第5号，1920（大正9）年5月，8ページ。

(31)　木村仁止（広島高等師範学校附属小学校）「大正3年に於ける算術教授界の傾向」『学校教育』第13号，1915（大正4）年1月，57～58ページ。

(32)　京都府女子師範学校附属小学校「実験的学習に據る算術教授」『学校教育』第20号，臨時増刊，第1回全国小学校教育研究大会報告，1915（大正4）年7月，153～154ページ。ただし，「実験」の内容・方法は明らかではない。「会員名簿」（1ページ）から，発表者は同校訓導・板原新一郎と見られる。

(33)　第1回全国小学校教育研究大会は，「初等教育研究の実績を公表しその発展に資する」を目的として，広島高等師範学校附属小学校により，1915（大正4）年5月7日から11日まで，総計5日間に渡って開催され，全国から約300人が出席した。算術科については，第3部会において，「現行国定算術教科書の教材並に其排列の適否如何」に関する協議と決議が行われた。分数については，木村仁止による次の報告がある。「尋常6年では分数に関する取扱が不完全であるから，思切つて軽減するか或は今一歩進で完全にするか何れかにする必要があり，大会では後の方の説が容れられた」。分数除法の定義，計算規則の成立を示す説明に関する具体的な協議は行われなかったと見られる。決議案（尋6の部）には，「分数の四則応用問題を増加すること」が見られるが，否決されている。①『広島文理科大学・広島高等師範学校創立40年史』広島文理科大学，1942（昭和17）年，175ページ。②「第1回全国小学校教育研究大会概況」，「第3部会　現行国定算術教科書の教材並に其排列の適否如何」『学校教育』第20号，臨時増刊，第1回全国小学校教育研究大会報告，1915（大正4）年7月，380ページ，225～252ページ。③木村仁止「大正4年に於ける算術教授界の傾向」『学校教育』第26号，1916（大正5）年1月，57～58ページ。

(34)　相澤剛「尋常科に於ける分数教授に就いて」『学校教育』第60号，1918（大正7）年8月，24～27ページ。

(35)　相澤剛，前掲（34），「尋常科に於ける分数教授に就いて」，24ページ。

(36)　黒表紙教科書（第2期版）においては，そもそも，分数除法の定義それ自体が存在しない。従って，《乗法の逆演算》としての定義も存在しない。計算規則の成立は，《乗法との逆の関係》を用いる方法によって事後的な形で示されている。相澤剛（①）において批判の対象とされている《乗法の逆演算》としての定義は，黒表紙教科書（第2期版）に関する師範学校からの意見報告を受けて，黒表紙教科書（第3期版）において採用された定義である。岡野勉，前掲（4），「黒表紙教科書における分数除法の計算規則に関する説明の論理」，33～37ページ。

(37)　前掲（23），「第12回全国小学校訓導協議会報告」，74ページ，70ページ。

(38)　この記述は，黒表紙教科書（第2期版，第6学年）の第1章「分数」における第17項目「分数の除法，其の2」，および，第18項目「応用問題，其の4」の内容に対する「希望」である。『尋常小学算術書』第6学年，教師用，文部省，東京書籍，1910（明治43）年，22～23ページ。仲新・稲垣忠彦・佐藤秀夫編『近代日本教科書教授法資料集成』第8巻，教師用書4，算数篇，東京書籍，1983年，618～619ページ。

(39)　前掲（24），「第2回全国小学校訓導協議会報告」，236～245ページ。

(40)　水戸部寅松（東京高等師範学校附属小学校）「算術に於ける事物問題の取扱」『教育研究』第

140号，1915（大正４）年８月，23ページ。次に，水戸部寅松によって例示されている問題状況を引用しておく。「余の経験した児童に，尋常６年生になつて，整数は勿論小数，分数に至るまで器械的に運算することは殆んど級中第一ともいふべき程達者でありながら，事物問題の解説となると，『５円札を持つて行つて１円25銭の本を２冊買つたら釣銭いくら』といふ程の極めて簡単な問題でも，如何［に］して之れを算出したらよいか，到底独力を以つては之れを解説することが出来ないといふ程，此方面の力のよわい児があつた」（23ページ）。

（41）　桜井恵子の先行研究においては，「現実から出発して子どもに『主体』的に法則を見出させようとする教育方法」（125ページ）に注目して，1910年代における東京高等師範学校附属小学校の訓導による算術教育論の展開が検討されている。しかしながら，検討の対象は，主として，後藤胤保，肥後盛熊による議論に限定されており，水戸部寅松，高橋喜藤治による「事物問題」論は対象から除外されている。桜井恵子，前掲（26），『近代日本算術教育史』，第４章「第一次大戦を経た東京高等師範学校附属小学校における新しい「生活」の登場」。

（42）　水戸部寅松「運算の教授と練習」『教育研究』第142号，1915（大正４）年10月，41ページ。

（43）　水戸部寅松，前掲（40），「算術に於ける事物問題の取扱」，24ページ。

（44）　高橋喜藤治（東京高等師範学校附属小学校）「算術教授に関する諸問題（1）」『教育研究』第156号，1916（大正５）年10月，30ページ。

（45）　水戸部寅松，前掲（40），「算術に於ける事物問題の取扱」，24ページ。

（46）　高橋喜藤治，前掲（44），「算術教授に関する諸問題（1）」，30～31ページ。

（47）　沼尻豊之輔「分数教授」『教育研究』第196号，臨時増刊，第12号，1919（大正８）年９月，164ページ。

（48）　仲本三二，前掲（30），「応用問題取扱の欠陥と其の救済策」，８～９ページ。次においては，「実際問題」と「事実問題」が明確に区別されている。仲本三二『学習中心新主義算術教授精義』中文館書店，1924（大正13）年，第６章「事実問題の学習」，第１節「実際問題と事実問題」。

（49）　仲本三二『実験新主義算術教授』中文館書店，1922（大正11）年３月，32ページ。

（50）　佐藤武（成城小学校）の算術教授論においても，「形式的の算法」から，その「応用」へと進む教授の順序が「誤謬」として明確に否定され，「事実問題」を出発点とする必要性が指摘されている。「これ［「応用問題」］は形式的の算法を本体として演繹的にならうとする意味から名づけられたものである。従来の算術教授は先づ加法・減法・乗法・除法などゝ形式的の算法を器械的に授け，次に之を証明し，更に十分その技術の練熟された後に，之を事実問題に応用せしめやうとして居る。然し此の見解はたしかに誤謬の思想を含んで居ると思ふ」。「予は小学校に於ける算術教授は凡て事実問題を本体とすべきであると思ふ。形式的器械的の算法も之から出発しなければならぬ」（佐藤武「今後の算術教授改進の方向」『初等教育研究雑誌　小学校』第25巻，第１号，1918（大正７）年４月，35ページ，33ページ）。先行研究においては，佐藤武，前掲（13），『算術新教授法の原理及実際』における「『発生的』方法の重視」，「『事実問題』という概念の位置の確定」が注目されている須田勝彦，前掲（14），「算数の教科書のあり方」，142～143ページ。

（51）　相澤剛，前掲（34），「尋常科に於ける分数教授に就いて」，25～26ページ。

（52）　相澤剛，前掲（34），「尋常科に於ける分数教授に就いて」，27ページ。

（53）　相澤剛，前掲（34），「尋常科に於ける分数教授に就いて」，30ページ。

（54）　岡野勉，前掲（11），「黒表紙教科書（第１期版）の使用時期における分数除法の計算規則の成立を示す説明」，58ページ。

（55）　相澤剛，前掲（34），「尋常科に於ける分数教授に就いて」，25～26ページ。

（56）　相澤剛（①）による定義の試みは，日本の数学教育史において，明治検定期に発行された算術教科書，および，同じ時期に取り組まれた実践的研究（1891（明治24）年，1903（明治36）年）の延長線上に位置付けることが可能である。この点については次を参照。①岡野勉「明治検定期算術教科書における分数除法の意味に関する説明の論理 ―― 第Ⅱ期の教科書に見る，整数除法の意味に関する説明の論理との間における《連続性》の構成を主要な対象として」『数学教育史研究』第11号，日本数学教育史学会，2011年，28～31ページ。②同「明治検定期算術教科書における分数除法の計算規則に関する説明 ―― 第Ⅱ期の教科書

における《逆数》の位置付けと《結果主義》克服の課題を主要な対象として」『新潟大学教育学部研究紀要』第６巻，第１号，自然科学編，2013年，30～33ページ。

(57)　次の引用においては，本文において見た除法の定義に対する否定的な自己評価が示されている。「不完全とは云つても，彼の方法によれば，兎に角，児童をして，整数の等分除の場合と，同じやうな心理状態にあらせることが出来ようかと思ふのである」。「Bのやうな除法の意義其のものが，普通には，既に甚だ無理のことである。けれども，私にはああ云ふ意義も取入れねばならぬ内面的必然的要求があるのである。唯々私の筆は，私の考を説明すべくあまりに禿筆であるが為め，徒らに読者諸氏の非難を買ふかもしれない」（相澤剛，前掲 (34)，「尋常科に於ける分数教授に就いて」，27ページ）。「不完全」あるいは「甚だ無理」とする理由は記されていない。この点については，《比》の定義，性質に関する説明の必要性を指摘する必要がある。

(58)　仲本三二「応用問題の基礎的取扱に就て」『初等教育研究雑誌　小学校』第29巻，第６号，1920（大正９）年６月，29ページ。引用文における「除法は乗法の逆算である」については，除法の定義に関する記述（除法は乗法の逆演算として定義される）であるのか，性質に関する記述（除法は乗法との逆の関係にある）であるのか，明確ではない。ここでは，前者であると理解する。

(59)　前掲 (38)，『尋常小学算術書』第６学年，教師用，22ページ。

(60)　川上瀧男（東京女子高等師範学校）『国定算術教科書の活用』教育新潮研究会，1915（大正４）年，184ページ。

(61)　沼尻豊之輔，前掲 (47)，「分数教授」，162～164ページ。

(62)　前掲 (23)，「第12回全国小学校訓導協議会報告」，83ページ。

(63)　長崎県師範学校附属小学校研究会編『教授案資料教授細目　自４月至７月　算術・綴方・地理・体操』瓊浦同窓会，1919（大正８）年，「凡例」，67～68ページ。

(64)　長崎県師範学校附属小学校研究会，前掲 (63)，『教授案資料教授細目』においては，「凡例」においては「事実問題」が，分数除法の定義と計算規則の説明に関する記述（67ページ）においては「事物問題」が，それぞれ，用いられている。本論文においては，同じ意味内容を備えた用語と理解する。

(65)　前掲 (38)，『尋常小学算術書』第６学年，教師用，23ページ。

(66)　例えば，次においても，《等分除》としての分数除法の定義の不可能性への対応として，《乗法との逆の関係》を用いる説明の必要性が指摘されている。「除法が乗法の逆であることから解決されねばならぬ。小数の折りもさうであつたが，此分数の場合も，等分除の時に何うも困難を感じ勝ちで，実際に此除法を運用し得られないものであるから，余程懇切な教授が要求されるのである」（長谷川善太（栃木県師範学校）・横山治男（栃木県女子師範学校附属小学校）『児童の自学態度を眼目とせる算術教授　全』南光社，1921（大正10）年，126ページ）。上記に加え，次においては，分数教授，特に，分数乗法・除法に関する教授の困難性，および，「実際問題」との関連付けによる説明の必要性が指摘されている。「尋常６学年の主要な仕事は此分数教授であるが，之れがまた頗る至難なことで，児童には，徹底しにくい」。「成績が上らぬ」（114ページ）。「［分数教授に関して,］第二に注意すべきは分数を乗ずること，及分数で除することの意味を真に理解せしめることである。此二つの事が仲々児童は分からないらしい」（124ページ）。「教授者は宜しく，此乗法を取扱ふ際には，単に形式算としてゞなく，実際問題と密接なる関係を取つて充分理解に勤めてほしい。さうすると除法の場合も容易に理解せられるのである」（126ページ）。分数教授の困難性は，黒表紙教科書（第３期版）への移行期間においても問題として存在していた。

(67)　相澤剛，前掲 (34)，「尋常科に於ける分数教授に就いて」，27ページ。

(68)　仲本三二「分数教授につきて」『初等教育研究雑誌　小学校』第30巻，第６号，1920（大正９）年12月，61～62ページ。

(69)　次の記述は，前掲 (38)，『尋常小学算術書』第６学年，教師用（筆者所蔵，22ページ）に見られる書き込みである。「等分ノ意味ニ□□分数ヲ割ノ意□成立□含有ノ意味トシテ之ヲ解スル□□，即チ□分母ニシテ，$\frac{5}{7} \div \frac{2}{9} = \frac{5\times9}{7\times9} \div \frac{2\times7}{9\times7} = \frac{15}{14} =$」。不明な点が多いけれども，《等分除》としての定義の不可能性，この点への対応として，《包含除》としての定義の必要性，《通分》➞《分子の除法》

による計算規則，上記 3 点が記されていると読むことが可能である。

(70)　相澤剛，前掲 (34)，「尋常科に於ける分数教授に就いて」，26～27ページ。

(71)　この課題との関連においては，黒表紙教科書（第 3 期版）の使用時期に発表された次の研究が注目される。永島松治郎（広島高等師範学校附属小学校）・山本孫一（同左）・相澤剛（同左）『小学算術書取扱の実際』尋常科第 6 学年，目黒書店，1924（大正13）年。この史料において，相澤剛（①）に含まれていた可能性がどのように展開しているか。この問いに対する応答は今後の課題とする。

《謝辞》

本論文の作成においては，史料の収集・閲覧にあたり，宮城教育大学附属図書館，奈良女子大学学術情報センター，国立国会図書館，お茶の水女子大学附属図書館，日本大学文理学部図書館，愛知教育大学附属図書館，島根大学附属図書館，新潟大学附属図書館にお世話になりました。記して感謝申し上げます。

《付記》

本論文は，2021年～2023年度，日本学術振興会科学研究費助成事業（基盤研究 (C)）「授業記録の網羅探索型集大成で開国後理数工教育の新実相究明 ── 電脳時代的なその再創成」（研究代表者，新潟大学人文社会科学系・小林昭三，研究課題番号21K02947）による研究成果の一部である。