

博士論文の要旨及び審査結果の要旨		
氏名	GALINDO Shirley Mae Alfarero	
学位	博士 (理学)	
学位記番号	新大院博 (理) 第 479 号	
学位授与の日付	令和 4 年 9 月 20 日	
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当	
博士論文名	Maximum norm error estimation for the finite element solution to partial differential equations (偏微分方程式の有限要素解の最大値ノルム誤差評価)	
論文審査委員	主査	准教授・劉 雪峰
	副査	教授・田中 環
	副査	教授・山田 修司
	副査	教授・渡邊 恵一
	副査	准教授・蛭川 潤一
	副査	准教授・應和 宏樹
<p>博士論文の要旨</p> <p>本論文は、Lagrange 補間関数の最大値ノルム誤差評価に対して、誤差評価に現れる誤差定数の評価法と、誤差定数の境界値問題の局所誤差評価への応用の研究を行なっている。</p> <p>Lagrange 補間法は関数を近似するためによく使用される数値計算法であり、補間関数の誤差評価は数値解析の分野における重要なテーマである。特に有限要素法 (FEM) で得られた近似解の誤差解析では、Lagrange 補間関数の誤差評価が重要な役割を果たしている。本論文では、三角形要素 K における線形 Lagrange 補間関数 $\Pi^L u$ について、対象関数 u の H^2-セミノルムを利用する誤差の最大値ノルムの評価式について検討を行っている。</p> $\ u - \Pi^L u\ _{\infty, K} \leq C^L(K) u _{2, K}, \quad \forall u \in H^2(K)$ <p>ここで、$C^L(K)$ を補間関数の誤差定数と呼ぶ。本論文の構成と結果を以下にまとめる。</p> <p>第 1 章は Lagrange 補間関数の定義と既存の誤差評価の結果を紹介している。</p> <p>第 2 章は一般的な形状を持つ三角形要素 K に対して、次の誤差定数の評価式を得た。</p> $C^L(K) \leq 0.41596 \frac{v_+(\alpha, \theta)}{2\sqrt{\alpha\theta}} u _{2, K}$ <p>ここで、α, θ は三角形 K の幾何パラメータであり、$v_+(\alpha, \theta)$ は具体的な式を持つ関数式である。この誤差評価式は任意の形状を持つ三角形要素に対して適用できるが、誤差定数の理論値に対して評価値が粗くなることがある。</p> <p>第 3 章は具体的な三角形要素 K に対して、Fujino-Morley 有限要素法を利用して誤差定数 $C^L(K)$ の厳密計算法を提案した。例えば、単位直角二等辺三角形に対して、提案手法により次の高精度な評価が得られた。</p> $0.40432 \leq C^L(K) \leq 0.41596$ <p>誤差定数 $C^L(K)$ の計算では、最大値ノルムのある制約条件を持つ二次最適化問題が考えられ、その最適化問題の厳密計算法を提案した。特に、制約条件に含まれる最大値ノルムの処理は極めて難しいが、この論文では Bernstein 多項式の凸包性を巧妙に利用することで、最大値ノルムの効率的な計算法を提案した。また、最適化問題の目的関数の下界を提供するために、Liu (2015) により提案した微分作用素の固有値評価の手法を拡張し、Fujino-Morley 有限要素法の直交性を利用することで、目的関数の最適値の厳密下界の評価に成功</p>		

した。

第4章は補間関数の最大値ノルム誤差評価をベースにして、ポアソン境界値問題の有限要素解の局所最大値ノルム誤差評価法を検討している。実際の誤差評価では、部分領域における厳密解の Lagrange 補間関数の誤差評価と藤田氏の各点誤差評価法が利用されている。

第5章は論文の結果をまとめて、今後の研究課題を説明している。

審査結果の要旨

本論文は、Lagrange 補間関数の最大値ノルムの誤差評価を検討して、誤差評価式に現れる誤差定数の評価式と厳密計算法を提案した。従来の研究では、補間関数の最大値ノルム誤差評価法を行うために「対象関数の2回微分の最大値ノルムを持つ」という関数の正則性が要求される。本論文の検討では、対象関数の正則性への要求を緩和した H^2 -セミノルムを使用したため、得られた結果は従来の結果と比べてより広い範囲の誤差解析に適用できる。

これらの発表内容から本論文が新規性に富んでいることが確認できた。このような取り組みは、数理科学的に独創性、新規性、有効性が認められ、今後のこの分野の発展に貢献が期待できる。また、申請論文の内容の一部はすでに学術論文として、数値分野のトップ国際学術誌 **Journal of Inequalities and Applications** に掲載されている（査読付）。このことから、本学位申請論文が当該分野において評価される研究であることを確認できた。

よって、上記の内容に基づき本論文が博士（理学）の博士論文として十分であると認定した。