黒表紙教科書（第１期版）の使用時期における分数除法の計算規則の成立を示す説明*

――実践的研究の動向に見る、その論理と特徴――

岡　野　　勉**

目　次

0. はじめに …… 45
0. 1. 目的と課題 …… 45
0. 2. 先行研究 …… 46
0. 3. 対象 …… 47
0. 4. 方法 …… 49
0. 5. 構成 …… 49
1. 分数教授の実践的研究が直面していた諸課題 …… 49
1. 1. 分数教授の目的としての「思考の精確」化 …… 49
1. 2. 分数乗法・除法教授の困難性と現状批判 …… 50
1. 3.「根本よりの理解」に向けた提案とその限界 …… 50
1. 4. 分数教授に対する楽観的な見方 …… 51
1. 5. 文部省担当者の見方 …… 51
2. 黒表紙教科書（第1期版）の使用時期における分数除法の計算規則の成立を示す説明 …… 52
2. 1.《験算》による事後的な説明 …… 52
2. 2. 演算の定義を用いた説明 …… 52
2. 3. 演算の定義との関連付けを欠落させた説明 …… 59
3. おわりに …… 61
3. 1. 総括 …… 61
3. 2. 今後の課題 …… 62

0. はじめに

0. 1. 目的と課題

本論文の課題は，黒表紙教科書（第1期版）の使用時期における分数除法の計算規則の成立を示す説明の論理と特徴を解明することである(1)。

黒表紙教科書（第1期版）において，分数除法の計算規則は次の形で説明されていた(2)。

［分数を分数にて割ること］

或数を分数にて割るには，その分母分子を取り換へて得る分数をその数に掛けてよし。

例.　$\frac{5}{7}\div\frac{2}{3}=\frac{5}{7}\times\frac{3}{2}$

験算.　$\left(\frac{5}{7}\times\frac{3}{2}\right)\times\frac{2}{3}=\frac{5}{7}$

験算ニヨリテ，此方法ノ正シキコトヲ一通リ知ラシムベシ。

上記の説明については次の3点が特徴的である(3)。第一に，分数除法の計算規則が，言葉によって一般的な形で示されるに止まり，演算の定義が欠落している。第二に，計算規則については，例題に対する適用の具体的な形態が示されるに止まり（「例」)，その成立根拠・理由が示されていない。第三に，計算

*　2022年6月27日　受理

**　教育科学講座　教育内容・方法研究室

規則の成立が事後的な形で示されている。すなわち，《除法と乗法との逆の関係》，および《逆数》の定義を用いる方法（「験算」）によって，先に示された計算規則（「方法」）の，例題に対する適用の結果が「正シキコト」が示されている。同時に，この点を根拠・理由として，例題に対して適用された計算規則の成立（「正シキコト」）が示されている。

上記，第二の特徴に示される通り，黒表紙教科書（第1期版）による分数除法の計算規則に関する説明においては，計算規則が示され，例題に対して適用される時点において，その成立根拠・理由が示されているわけではなく，この意味において，《天下り的な性格》を備えていた。ただし，上記，第三の特徴に示される通り，計算規則の成立は事後的な形で示されている。この説明には，黒表紙教科書（第1期版）において，その形成が意図されていた「理論的認識」の一端が示されている[(4)]。

黒表紙教科書（第1期版）によってその具体的な教育内容が示されていた算術科の教授について，「小学校令施行規則」（1900（明治33）年）には次の記述がある[(5)]。

> 算術ヲ授クルニハ，理会ヲ精確ニシ運算ニ習熟シテ応用自在ナラシメンコトヲ務メ，又運算ノ方法及理由ヲ正確ニ説明セシメ，且暗算ニ習熟セシメンコトヲ要ス。

この記述には，算術教授全般に対する要請として，「運算」の「理由」に関する「正確」な「説明」が示されている。

黒表紙教科書（第1期版）による分数除法の計算規則に関する説明において，この要請に対する応答は，どのような形で行われていたのだろうか。

この問いに対して，上記，第二の特徴に注目するならば，上記の要請に対する応答が欠落していたとする見方が成立する。これに対して，第三の特徴に注目するならば，応答が存在していたと見ることが可能である。ただし，この応答についても，その事後的な性格に注目するならば，それが十全な応答であったと見ることは困難である。

それでは，黒表紙教科書（第1期版）の使用時期に取り組まれた実践的研究において，分数除法の計算規則の成立を，その根拠・理由と合わせた形で示す説明の試み――「小学校令施行規則」（1900（明治33）年）に示されていた，「運算」の「理由」に関する「正確」な「説明」の要請に対する十全な応答を意図した試み――は存在しなかったのであろうか。

黒表紙教科書（第1期版）は，1903（明治36）年における国定教科書制度の成立[(6)]を受けた形で，編集作業が進められ，1905（明治38）年4月から使用が開始された。その後，1907（明治40）年における小学校令の改正によって成立し，1908（明治41）年から施行が開始された義務教育年限の延長（4年から6年への延長）[(7)]に対応する形で改訂作業が進められ，1910（明治43）年4月における黒表紙教科書（第2期版）の発行および全学年一斉による使用開始に至る前まで，総計6年間，全国の小学校（尋常小学校，高等小学校）において使用された[(8)]。

上記の時期において，分数除法の計算規則の成立を，その根拠・理由と合わせた形で示す説明の試みが存在するとすれば，それは，どのような論理と特徴を備えていたのだろうか。また，当該の試みについては，先に見た，黒表紙教科書（第1期版）による説明が備えていた特徴との関連において，どのような評価が可能だろうか。

本論文は，黒表紙教科書（第1期版）の使用時期に取り組まれた実践的研究の動向に注目することにより[(9)]，上記の問いを解明することを課題とする。同時に，その成果により，国定教科書，および，その使用時期に取り組まれた教育実践について，従来とは異なる，新しい見方を示す可能性を拓くことを目的とする[(10)]。

0. 2. 先行研究

数学教育の歴史的研究において，緑表紙教科書（『尋常小学算術』，第4期国定算術教科書，1935（昭和10）年～1940（昭和15）年）は，算術新教育運動における実践的研究，特に「生活算術」と呼ばれる動向との間に密接な関連を備えた存在として位置付けられている[(11)]。これに対して，黒表紙教科書については，当該の教科書を，その使用時期に取り組まれた実践的研究の動向，成果との関連を備えた存在として位置付けた研究は少ない。この状況については，その原因として，黒表紙教科書に使用時期に取り組まれた実践的研究それ自体に関する研究が乏しい点を指摘する必要がある[(12)]。

黒表紙教科書（第1期版）の教育実践現場に対する要請について，須田勝彦の先行研究には次の指摘がある[(13)]。

> 黒表紙教科書，とくに第一期の尋常小学校分については教師用書しか作成されていない。多くの教師によって，教師用書の配列に従った注入的指導がなされていたであろうことは想像できる。しかし反面，どのように教えるかという問題が厳し

く教師に課せられていたのであり，そのような状況において様々な創意工夫が教師たちによって生みだされた。

上記の指摘に関連して，黒表紙教科書（第１期版）の教師用書（「凡例」）には，授業における教師の役割に対する要請が記されている[14]。

本書ニ於テハ，記載ノ事項ヲ一目瞭然タラシメンガタメニ種々ノ点ニ注意シタリ。（中略）此ノ如キ記述ヲ為シタルハ，却リテ本書ヲシテ一見無味乾燥ナラシムルノ観アレドモ，是レ唯教師ニ教材ヲ示スニ止リ，直ニ生徒ニ示スベキモノニアラザルヲ以テナリ。故ニ，実際ノ授業ニ方リテハ，宜シク之ヲ適当ナル言語ニ翻訳スベキモノナルコトヲ忘ルベカラズ。

黒表紙教科書（第１期版）を用いた授業を担当する教師に対しては，教科書の記述内容をそのままの形で教授するのではなく，「適当ナル言語ニ翻訳」して教授することが要請されていたのである。

上記の要請は，全学年において児童用書が発行されていなかった尋常小学校の算術教授に対する要請である。須田勝彦の先行研究においては，この要請に応える形で取り組まれた研究において，「もっとも水準の高い一例」として，鈴木筆太郎（私立別子尋常高等小学校（愛媛県））の実践的研究[15]が注目されている[16]。

尋常小学校の場合とは異なり，高等小学校の場合には，教師用書と合わせて児童用書が発行されている。そして，教師用書（「凡例」）においては，授業との関連について，例えば，教師用書の内容に関する「取捨勘酌」の必要性に関する記述，あるいは，「1週間ニ教授スベキ材料」の量に対する「斟酌」，それによる「生徒ノ能力」への「適応」の必要性に関する記述が存在するに止まる[17]。

それでは，高等小学校の算術教授においては，教科書の記述内容がそのままの形で教授されるに止まり，創意工夫の試み，教科書の内容を「適当ナル言語ニ翻訳」する取り組みは存在しなかったのだろうか。

先に見た，尋常小学校の教師用書（「凡例」）における記述に関連して，大田邦郎の先行研究においては，「教師の『翻訳』能力」によっては，「計算規則も，天下りでなく説明することも可能であったはずだ」とする見方が示されている[18]。この可能性の実現に向けた取り組みは，高等小学校の算術教授においても存在していたのではないか。だとすれば，それは，どのような論理と特徴を備えていたのか。

本論文においては，黒表紙教科書（第１期版）の使用時期に取り組まれた実践的研究の動向に注目し，分数除法の計算規則の成立を示す説明に対象を限定して，この問いに対する回答を試みる。

中谷太郎の先行研究において指摘されている通り，「［黒表紙教科書の］基調は黒表紙30年を一貫して変らないもので，その表紙の色や体裁も手伝って，そこから黒一色の印象を強く発散してきた」点は否定できない[19]。しかしながら，黒表紙教科書が，その使用時期に取り組まれた実践的研究との関連を欠落させた形で存在していたわけではない。例えば，本論文において対象とする黒表紙教科書（第１期版）の編集においては，「教授上ノ学説，高等師範学校及ヒ各府県師範学校ノ意見等」が「参酌」された[20][21]。その後，総計3回に渡る改訂においても，改訂時点までに取り組まれ，蓄積されてきた実践的研究の動向，成果が参照されてきた[22]。改訂の根拠・理由を具体的に理解するためにも，黒表紙教科書の使用時期に取り組まれた実践的研究に関する研究が必要である。同時に，この研究においては，特定の教育内容に注目する方法が有効であると考えられる[23][24]。

0. 3. 対象

本論文においては，時期については黒表紙教科書（第１期版）の使用時期に，教育内容については分数除法の計算規則に，それぞれ対象を限定した形で，実践的研究の動向に対するアプローチを試みる。黒表紙教科書における分数除法に関する説明は，先行研究において，「詰め込み主義」[25]として批判の対象とされてきたと同時に，黒表紙教科書の基本的性格を具体的かつ典型的な形で示しているとされてきた。

黒表紙教科書（第１期版）の使用時期は，1905（明治38）年4月から1910（明治43）年3月までの時期である。本論文においては，上記の時期に取り組まれた実践的研究の動向を示す史料として，次の10点を対象とする（発行順）[26]。

① 教育学術研究会編『毎時配当 国定算術教授細目　高等科』寶文館，同文館，1905（明治38）年。

② 教育学術研究会編『毎時配当　国定算術教授細案』高等科第２学年，寶文館，同文館，1905（明治38）年。

③ 中邨五六（東京女子高等師範学校）・阿知波小三郎（東京高等師範学校）『国定算術教授法及教案　附細目』高等科第２学年，上巻，文学社，1905（明治38）年。

④ 千葉県師範学校附属小学校編『小学校各科教

授細目編纂趣意書　附実施上の注意』多田屋書店，1906（明治39）年。

⑤　京都府師範学校附属小学校編『国定算術教授指針　完』文港堂，1907（明治40）年。

⑥　国定算術教授研究会編『国定算術基本教材』廣文堂書店，1908（明治41）年。

⑦　堀越源次郎（東京女子高等師範学校）『算術科教授法』6学年小学校各科教授全書，同文館，1908（明治41）年。

⑧　水戸部寅松（東京高等師範学校）「分数乗法及び除法教授」『教育研究』第50号，東京高等師範学校附属小学校内初等教育研究会，大日本図書，1908（明治41）年5月。

⑨　廣田虎之助（聚楽尋常小学校）『聚楽式算術教授法』下巻，寶文館，1909（明治42）年。

⑩　遠山成道（広島市播磨屋町尋常小学校・広島市立外国語学校）編『国定準據　算術教授日案』尋常小学校第6学年，第2巻，第3巻，広島市播磨屋町尋常小学校内教授法研究会，1909（明治42）年。

上記の史料には，修業年限を4年とする当時の義務教育制度を前提とした研究（①～⑤）に加え，修業年限が6年に延長された新しい義務教育制度（1910（明治41）年，施行開始）への対応を意図した研究（⑥～⑩）が存在する。

後者について見ると，国定算術教授研究会（⑥）において，分数は「尋常科第6学年」の教育内容として位置付けられている。堀越源次郎（⑦）は，「新制度6学年尋常小学校の教授に最も適切なる講習誌たらん事を期し」，「冀（こいねがわ）くは以て新小学令実施の急に応ずるを得ん」ことを目的とする，「6学年小学校各科教授全書」（全12冊）の1冊として発行されている[27]。水戸部寅松（⑧）においては，「尋常第6学年」の教育内容として位置付けられた分数乗法・除法について「唱へられて居る」，「種々なる教授法」が整理・検討されている[28]。遠山成道（⑩）には，書名に示される通り，「尋常小学校第6学年」における算術科の教授法が記されている。廣田虎之助（⑨）においては，「本学年度の4月に尋常科の5学年に［分数の］教授をして見ました」，「尋常科の4学年でも出来るだらうと思つて，本年の9月に一寸教授を試みて見ました」とする記述が見られる[29]。分数教授の実践的研究が，国定教科書によって定められた学年に対象を限定することなく，早期の学年段階において取り組まれていたことは注目に値する[30]。

ただし，本研究においては，対象の設定において，義務教育の年限延長との関係に注目した区別は設定しない。上記の史料については，すべて，黒表紙教科書（第1期版）の使用時期に発表された点，分数除法の計算規則の成立を示す説明が存在する点に注目する。

次に，上記の史料と国定教科書（第1期版）との関連について，例えば，教育学術研究会（①）には次の記述が見られる[31]。

> 本細目に於て，教材の順序・排列等は国定算術書の定むるところに據り，敢てこれを加除・増減するが如きことをなさず。
>
> 要するに，本細目は，教授上必須欠くべからざる事項を成るべく十分に蒐集・網羅し，極めて簡潔・明晰に記載し，閲覧上並に実施上，最も利便ならんことをつとめたり。

この記述に示されている通り，教育学術研究会（①）においては，黒表紙教科書（第1期版）における教育内容構成の形態・順序を前提とした形で，それに関する教授の計画，方法，注意事項等が具体的に記されている。この点，すなわち，黒表紙教科書に対する準拠的性格は，京都府師範学校附属小学校（⑤），国定算術教授研究会（⑥）にも見られる。

国定教科書（第1期版）との関連について，教育学術研究会（①），京都府師範学校附属小学校（⑤）には次の記述が見られる。

> 同書中にあるところの教材を，その排列の順序に依り，これを実験に鑑み（以下略）[32]。
>
> 本科教授法ノ改良ト該教科書ノ研究ニ着手シ，1学年間，之ヲ実地ニ試ミ（以下略）[33]。

上記の記述によれば，上記の史料には，黒表紙教科書（第1期版）の内容に関する説明の方法について，「実験」あるいは「実地」による取り組みを経た内容が記されていると判断される。ただし，黒表紙教科書（第1期版）の発行時期との関連から，上記の取り組みについては，それに必要な時間が十分な形で存在していたと考えることは困難である。「1学年間」との記述に示される通り，短期間の取り組みに止まらざるを得なかったことは容易に予想される。

この点との比較によれば，廣田虎之助（⑨）における次の記述は注目に値する[34]。

> 5ヶ年の研究，4ヶ年の実験に依りまして，所謂聚楽式算術教授法なる者を世の中に発表することゝ成つたのであります。

廣田虎之助（⑨）が，比較的，長期間に渡って取り組まれた「実験」的研究の成果であることが記さ

れている。

0. 4. 方法

本論文は，上記の史料（総計10点）において試みられている，分数除法の計算規則の成立を示す説明について，その論理と特徴を解明することを課題とする。この課題の解明においては，第一に，演算の定義および当該の定義と計算規則の成立を示す説明との関連付け，第二に，計算規則の成立を示す説明については，説明の過程における《逆数》の定義の位置付け，上記2点について，その有無，有の場合には，その具体的な形態を問うことが必要になる。

上記の見方により，本論文においては，主として次の3点に検討の視点を設定する。

(1)　分数除法の定義が存在するか。存在する場合，その定義はどのような方法に従っているか。整数除法の定義との関連については，どのように考えられているか。

(2)　計算規則の成立を示す説明は，どのような論理に従って構成されているか。その論理は，演算の定義と関連付けた形で構成されているか。

(3)　計算規則の成立を示す説明において，《逆数》の定義 $\left(\dfrac{b}{a}\text{ の逆数} \underset{\text{def.}}{\Longleftrightarrow} \dfrac{b}{a}\times X=1\text{を満たす数}X\right)$ が，その構成要素として位置付けられているか。

検討の結果については，先に見た，黒表紙教科書（第1期版）における分数除法の計算規則に関する説明が備えていた3点に渡る特徴（第1節）との関連に主要な視点を設定し，その独自性と限界を示す。

0. 5. 構成

本論文においては，黒表紙教科書（第1期版）の使用時期に示された分数除法の計算規則の成立を示す説明について，第一に，《験算》による事後的な説明に止まっていた事例（第1節），第二に，演算の定義を用いた説明（第2節），第三に，演算の定義との関連付けを欠落させた説明（第3節），上記3点による分類を設定し，この順序に従って検討を進める（第2章）。ただし，その前に，黒表紙教科書（第1期版）の使用時期における分数教授の実践的研究が直面していた諸課題を，それに関する文部省担当者の見方を含めた形で整理する。合わせて，上記の諸課題との関連において，本論文の課題，対象を位置付ける（第1章）。終わりに，検討の結果を総括すると同時に，今後の研究課題を示す（終章）。

本論文において，史料の引用においては，部分的に現代の漢字・平仮名に改めると同時に，必要に応じて句読点を補った。原文の縦書きは横書きに改めた。原文の傍点は省略した。明らかな誤記には修正を加えた。引用文における［　］は筆者による注記である。本文における《　》は，教育内容および教育内容に関する説明の論理と特徴を表現する重要な用語，その他，特に強調を必要とする重要な用語であることを示す

1. 分数教授の実践的研究が直面していた諸課題

1. 1. 分数教授の目的としての「思考の精確」化

「小学校令施行規則」（1900（明治33）年）においては，算術科の要旨が次の形で示されている[35]。

> 算術ハ日常ノ計算ニ習熟セシメ，生活上必須ナル知識ヲ与へ，兼テ思考ヲ精確ナラシムルヲ以テ要旨トス。

この要旨との関連において，分数は，「日常ノ計算」でもなく，また，「生活上必須ナル知識」でもなく，「思考ヲ精確ナラシムル」を実現する教育内容として位置付けられていた。次の引用を見よう。

> 我国に於ては日常の計算に分数の必要はありませぬ。（中略）然らば，生活上必須なる智識を与ふる上に必要であるかと申しますると，これも殆んど関係はないと申してよろしい。（中略）分数教授の目的は那辺にあるかと申しますれば，所謂思考を精確ならしむると云ふことを主たる目的とすべき者であります（廣田虎之助（⑨））[36]。

> 分数は実用少なく取扱に困難なれども，推理の練習には適す（中邨五六・阿知波小三郎（③））[37]。

分数除法（「分数を分数にて割る法」）の教授についても次の見方が示されている。

> 本時の教授の如きは，頗る理論に偏し，小学校の算術としては，稍當を失する嫌，無きにしも非す。然れども，所謂，形式的陶冶をなし，思考を精確ならしむるには，此等の算法は頗る適切なるものなれば，時に此の種の教授をなさんことを欲す（教育学術研究会（②））[38]。

それでは，「思考ヲ精確ナラシムル」教育内容として位置付けられた分数の教授においては[39]，どのような「理論」を教授し，そのために，どのような「思考」を組織することが意図されていたのだろうか。本論文においては，分数除法の計算規則を対象として，この問いを解明することが課題となる。

1．2．分数乗法・除法教授の困難性と現状批判

上記の引用において，「取扱に困難」（中郿五六・阿知波小三郎（③））と指摘されていた通り，当時においては，分数教授の困難性が指摘されていた。分数乗法･除法の教授についても，この点は同じであった。次の引用においては，現状批判と合わせて，この点が指摘されている。

> 分数乗除法の教授は，頗ぶる困難なる問題とされてあるので，従うて種々なる教授法が唱へられて居る（中略）。
>
> 此教授に向つては，従来最も多く器械的方法が用ひられた様で，其結果，立派に分数乗除法の教授を受けたといふ児童にして，簡単なる此種の応用問題，実地問題に遭遇すると，唖然たるもの多く，又如何にか斯うにか運算をやつて除けたものも，一度其の思想を探ぐつて見れば，斯くの如き問題は斯くして算出するものであるとの，全たく器械的応用たるに外ならぬ様で（中略）ある（水戸部寅松（⑧））[40]。

上記の引用において，「器械的方法」とは，「除法の意義や運算の理由に就いては，全たく何等の理解を与へず，単に法［除数］の分母子を転倒して乗ずればよいといふ方法規則のみを器械的に授ける」方法であり（水戸部寅松（⑧））[41]，先に見た，黒表紙教科書（第1期版）による説明（序章，第1節）を，そのままの形で教授する方法である。この方法による教授の結果,「応用問題，実地問題」について考える場合にも，子どもの思考が，根拠・理由に関する明確な理解を欠落させた「器械的応用」になっていると批判されている。

次の引用においては，現状に対する批判として，「丸呑暗記」が示されている。合わせて，それに対置する形で，「理解を与ふる」必要性，「十分」な，あるいは,「根本より」の「理解」に対する志向性が示されている。

> 算術科の如く，大部分理解に訴ふべき性質の学科は，其教授法も従うて理解を与ふるを第一要義とし（中略），丸呑暗記の無効無勢であることは言ふまでもなく，斯かる方法は，進歩せる算術教授法の決して取るべからざるものと信ずるのである（水戸部寅松（⑧））[42]。
>
> 分数を分数で割ることを，十分に理解せしむるは，頗る難事に属す。故にただ算法を教へ，之れを験算によりて，確めしむれば，一と通りは可なるも，出来得べくは，根本より理解せしめたきものなり（教育学術研究会（②））[43]。

それでは，「器械的方法」「丸呑暗記」に対置された,「根本より理解せしめ」る方法として，具体的に，どのような論理と特徴を備えた説明が考えられていたのか。この点に関する解明が本論文の課題となる。

1．3．「根本よりの理解」に向けた提案とその限界

前節において見た必要性，志向性により，「されば（中略）稍審かに教授の方法を例解せん」（教育学術研究会（②））[44]，「適当に有効に之れを理解させる方法をとらう」（水戸部寅松（⑧））[45]として，分数除法に関する説明が具体的な形で提案されている。先に見た現状批判（水戸部寅松（⑧））によれば，この説明に対しては,「理解」の対象として，第一に，演算の定義（「除法の意義」），第二に，計算規則とその成立根拠・理由（「運算の理由」），上記2点が要請される。本論文においては，前者との関連を対象に含めた形で，後者を示す説明を主要な対象とする。

ただし，次の引用に示される通り，当時においては，上記の提案に従った説明によっても，なお,「児童が了解に苦」しむ結果となる場合が想定されていた点は無視できない。

> 教授者は之れ［「分数を分数で割ることを，十分に理解せしむる」ための「教授の方法」］を試み，若し如何にしても児童が了解に苦まば，暫く措きて，たゞ算法のみ熟知せしむるも可なり（教育学術研究会（②））[46]。
>
> 若し仮に茲に頗ぶる有価なる材料があるとしても，それが若し児童の理解以上のことであるとするならば，それ等は小学校の教材に之れを持ち込むのが，却つて無理なのであつて，それ等は之れを小学の材料中より除去して仕舞ふが適当であることは言ふまでもない（水戸部寅松（⑧））[47]。

上記の提案はあくまでも試案に止まり，成功的な説明の事例として提案されていたわけではなかった。合わせて，示された説明による授業の結果についても，子どもの理解を得ることができない可能性が想定されており，この場合には小学校の教育内容から除外する必要性が指摘されている。分数乗法・除法については，小学校の教育内容としての適切性それ自体が問われていたのである。分数乗法・除法の説明がいかに困難な課題として認識されていたかが理解される。

上記において見た説明の困難性に起因して，分数除法の計算規則の成立を示す説明に関して，本論文において対象とする史料（序章，第3節）には，次に示す3つの立場が存在していた。第一に，説明の

必要性を承認し，その可能性を追求する立場（教育学術研究会（②)，水戸部寅松（⑧)，廣田虎之助（⑨)），第二に，説明の必要性それ自体に対する否定的な立場（京都府師範学校附属小学校（⑤)，国定算術教授研究会（⑥)），第三に，否定的な立場を基本とすると同時に，消極的な形において説明の必要性を承認する立場（堀越源次郎（⑦))。

ただし，本研究においては，説明の必要性あるいは可能性に関する立場の相違に注目した対象の区別は設定しない。提案されている説明に注目し，その論理と特徴を解明することを課題とする。

1. 4. 分数教授に対する楽観的な見方

前節において見た見方とは対照的に，廣田虎之助（⑨）においては，分数教授に関する楽観的な見方が示されている。次の引用を見よう。

> 分数と云ふ者が児童に分るか分らないか，又世間で云つて居る程困難なる者であるかないかを実験する為に，本学年度の4月に尋常科の5学年に教授をして見ました。處が案外にも其結果が佳良でありました。其処で初めて分数と云ふ者は導きやう一ツで左程六ヶ敷ものでないと云ふことを知つたと共に，尋常科の4学年でも出来るだらうと思つて，本年の9月に一寸教授を試みて見ました處が，こはそも如何に更に意外なる結果を奏しまして，今日では分数の加減乗除が殆んど分かつた，分からない児童としては90人中，女子に4，5名，男子に2，3名ある位のものです。（中略）大体から申しますると，尋常4学年でも分数の理屈が分らない道理はない，尋常第5学年ならば立派に分つて居ると云つてよからうと思ひます（廣田虎之助（⑨))[48]。

上記の引用は，「分数教授法」（第2編，第4章，第2節）における記述であることから，分数教授全般に関する見方を示した記述であると見られる。同じ見方は，「分数乗法」（同上，第5項）における次の引用にも示されている。

> ［分数］乗除法と成りますると，一寸困つて参ります。併し，これも導きやう一つで，簡より繁に，易より難にと，順々に秩序正しく教授して行つたならば，世間で申して居らるゝ程に困難なる者ではありませぬ（廣田虎之助（⑨))[49]。

これまでに見てきた，分数教授の困難性に関する見方とは対照的に，「世間で申して居らるゝ程に困難なる者ではありませぬ」，「尋常4学年でも分数の理屈が分らない道理はない」，「尋常第5学年ならば立派に分つて居る」，「導きやう一ツ」であるとする見方が示されている。この見方は，黒表紙教科書（第1期版）においては高等小学校・第2学年の教育内容とされていた分数を，尋常小学校・第4学年，第5学年の子どもに教授した「実験」の結果を基礎として成立している。この見方は，分数について，どのような「理屈」を，どのような方法によって教授した結果，成立したのだろうか。

ただし，分数除法の教授については，必ずしも楽観的な見方が示されているわけではない。

> 分数を分数で割る者［「分数除法（其三)」］は，分数除法其一，其二の理屈が分つて居つたならば，左程六ヶ敷ものではありませぬが，併し，複雑なる者に到つては随分了會に苦るしむ者であります（廣田虎之助（⑨))[50]。

上記の引用において，「分数除法其一，其二」とは，それぞれ，「分数を整数で除る者」，「整数を分数にて割るもの」である[51]。これに対して，「分数除法（其三)」，すなわち，「分数を分数で割る者」，その「複雑なる者」については，「随分了會に苦るしむ」点が指摘されている。

本論文においては，《整数÷分数》または《分数÷分数》について，計算規則の成立を示す説明の論理と特徴を解明することを課題とする。合わせて，「随分了會に苦るしむ」とする指摘については，その原因の所在を解明する。

1. 5. 文部省担当者の見方

これまでに見てきた，分数教授の実践的研究が直面していた諸課題について，文部省においては，どのように考えられていたのだろうか。この点について，国定算術教科書の編集を担当していた川上瀧男（文部省図書課属）[52]の発言を見よう。

第一に，分数教授の目的に関しては，「頭脳を練るに甚肝要なり。是分数を加へたる所以なり」[53]として，分数教授の実践的研究において採用されていた見方（「思考ヲ精確ナラシムル」）と同じ見方が示されている。第二に，分数の計算規則全般に対しては，「注入主義」による「機械的」な教授が期待されている[54]。第三に，分数除法（および乗法）の計算規則の成立を示す説明についても，その理解可能性については否定的な見方が示されている。

> 分数の計算，加減は六ヶ敷所なしと雖，乗除に至りては困難なり。理由を餘り説明するは分らぬ上に，却りて分からぬ如くなるもの故，計算に熟せしめ，然る後，其理由を少しく説明する位に止

むべし[55]。

黒表紙教科書（第1期版）の使用時期においては，分数教授の困難性を克服し，特に，分数除法の計算規則の成立について，子どもに理解可能な説明の論理を解明することが実践的研究の課題となっていた。

この課題に応答する形で取り組まれた研究の動向と成果を次に見よう。

2.　黒表紙教科書（第1期版）の使用時期における分数除法の計算規則の成立を示す説明

2．1．《験算》による事後的な説明

黒表紙教科書（第1期版）の使用時期に取り組まれた実践的研究においては，分数除法の計算規則の成立について，どのような説明が考えられていたのか。この点について，ここでは，まず，黒表紙教科書（第1期版）と同じく，《験算》による事後的な説明に止まっていた事例として，京都府師範学校附属小学校（⑤），国定算術教授研究会（⑥）を見る。

第一に，分数除法の計算規則について，「除数の分母分子をとりかへて得る分数を被除数に掛くればよし。この法則の理由を説明するに及ばず。只規則として記憶せしむ」（⑤）[56]，「一つの法則として注入的に授くべし」（⑥）[57]とする記述が見られる。演算の定義は存在しない。上記の事実には，黒表紙教科書（第1期版）による説明が備えていた特徴（第一，第二の特徴）が，そのままの形で示されている。

第二に，「例題を験算して其結果の正しきことを知らしむべし」（⑤）[58]，「例　$\frac{5}{7}\div\frac{2}{3}=\frac{5}{7}\times\frac{3}{2}$　験算　$\left(\frac{5}{7}\times\frac{3}{2}\right)\times\frac{2}{3}=\frac{5}{7}$」（⑥）[59]として，《験算》を用いた事後的な説明の必要性が指摘されている。この点においても，黒表紙教科書（第1期版）による説明が備えていた特徴（第三の特徴）がそのままの形で示されている。

上記の事実に示される通り，京都府師範学校附属小学校（⑤），国定算術教授研究会（⑥）による説明には，先に見た，黒表紙教科書（第1期版）による説明の特徴（序章，第1節）がそのままの形で示されている。すなわち，《験算》による事後的な説明に止まり，計算規則を示す時点において，それと合わせた形で，その成立根拠・理由を示す説明の必要性に対する否定的な立場が示されている。演算の定義も存在しない。ここに示されているのは，先に見た実践的研究の動向（第1章，第2節）において批判の対象とされていた「器械的方法」（水戸部寅松（⑧））と全く同じ方法である。

2．2．演算の定義を用いた説明

次に，分数除法の計算規則の成立が，演算の定義を用いる方法によって示されている事例が存在する。本節においては，この事例に注目する。ここで，演算の定義とは，第一に，《乗法との逆の関係》に依拠した定義，第二に，《包含除》による定義を意味する。

本節においては，前者を用いた説明の事例として，中郁五六・阿知波小三郎（③），遠山成道（⑩）（第1項）を，後者を用いた説明の事例として，廣田虎之助（⑨），教育学術研究会（②），水戸部寅松（⑧）（第2項）を位置付け，先に設定した検討の視点（序章，第4節）に従って，当該の説明が備えていた論理と特徴を解明する。なお，定義の方法については明らかではないけれども，《代数的な方法による説明に対する志向性》が存在する事例として，千葉県師範学校附属小学校（④）による説明を位置付け，前者に関連付けた形で検討の対象とする（第1項）。

2．2．1．《乗法との逆の関係》に依拠した演算の定義を用いる説明

⑴　《乗法の逆演算》としての定義を出発点とする説明──《除法の乗法への変形》に関する説明の欠落──

中郁五六・阿知波小三郎（③）による説明には次の点において注目に値する特徴が見られる[60]。

第一に，《乗法の逆演算》としての定義（「分数にて割ることの意義」）が存在する。第二に，計算規則の成立（「運算方法の理由」）を示す説明の過程が，演算の定義を出発点とする形で構成されている。第三に，説明の過程は，《整数÷単位分数》の場合に関する説明，《整数÷真分数》の場合に関する説明，2つに分節化され，前者から後者へと進む順序に従って構成されている。

上記3点に渡る特徴については，黒表紙教科書（第1期版）には見ることができない独自の特徴として位置付けることが可能である。同時に，黒表紙教科書（第1期版）による説明が備えていた特徴としての《天下り的な性格》の克服に対する志向性が示されている。黒表紙教科書（第1期版）の発行と同時期（1905（明治38）年）に，すでに，上記の特徴を備えた説明が示されていた点は注目に値する。

ここでは，《整数÷真分数》の場合に関する説明に注目し，次に，その過程を辿ってみる[61][62]。

(1)　分数除法が《乗法の逆演算》として定義される。「除法とは一数が如何なる数と他の一数との積に等しきかを求むる方法なり」。

ここで,「一数」をY,「如何なる数」をX,「他の一数」を $\frac{b}{a}$ とすれば，上記の定義は次の形に表記される（X，Y，a，bは正の整数)。

《 $Y \div \frac{b}{a} = X$ を求める $\underset{\text{def}}{\leftrightarrow}$ $X \times \frac{b}{a} = Y$ となる数Xを求める》

(2)　例題「3分の2の価50円なる地所の総価格は何程　$50円 \div \frac{2}{3}$」が示される。「総価格」をX円とすれば，例題の文は，まず，$X円 \times \frac{2}{3} = 50円$，次に，演算の定義（(1)）により，$50円 \div \frac{2}{3} = X円$ と式表記される。

(3)　$X円 \times \frac{2}{3} = 50円$ に関して次の説明が行われる。

或価の3分の2は3分の1の2倍故，3分の2の価を2除すれば3分の1の価になること明かなり。故に，其を3倍して全体の価を出す。

この説明内容は次の形に式表示される。

$$X円 \times \frac{2}{3} = 50円 \rightarrow \left(X円 \times \frac{1}{3}\right) \times 2 = 50円 \rightarrow$$

$$X円 \times \frac{1}{3} = 50円 \div 2 \rightarrow X円 = \left(50円 \div 2\right) \times 3$$

(4)　(3)による説明の結論，および，(2)により，$50円 \div \frac{2}{3} = \left(50円 \div 2\right) \times 3 = 75円$ が導かれる。

(5)　除数が異なる場合についても同じ関係が成立することが複数の例題によって示された後，「以上によりて見れば恰も次の如き結果を得」として次が示される[(63)]。

$$50 \div \frac{2}{3} = 50 \times \frac{3}{2}$$

(6)　(5)による説明の結論を基礎とする一般化により，「或数を分数にて割るにはその分母子を取り換へて得る分数を其の数に掛くべし」として，《分数除法の計算規則》$\left(X \div \frac{b}{a} = X \times \frac{a}{b}\right)$ が導かれる。

(7)「尚検算によりて此の法の正しきことを知らしむべし」として，《分数除法の計算規則》((6))の成立が,《乗法の逆演算》としての定義（(1)）に依拠する方法によって示される。

$$50円 \div \frac{2}{3} = 50円 \times \frac{3}{2} = 75円\text{、}75円 \times \frac{2}{3} = 50円\text{。}$$

説明の過程については,《乗法の逆演算》としての定義が出発点とされている点（(1)(2)）に加え，第一に,《定義に示された条件を満たす数Xを求めること》を目的として，条件を示す式に対して一連の代数的な操作（分子による等分，分母による倍）が加えられている点（(3)），第二に，計算規則の成立に関して,《験算》による事後的な説明が与えられている点（(7)），上記2点において,《代数的な方法》が重視されていることは明らかである。ただし，第三に，説明の過程に《逆数》の定義が位置付けられているわけではない[(64)]。

代数的な方法の重視に加え，量的な場面，すなわち,《量×数（倍）＝量》の逆としての《量÷数（倍）＝量》が設定されている点（(2)）も特徴的である。これは次の見方による。

分数にて割ることの意義を説明するには，不名数にては無味乾燥にして，児童は其の理を了解するに困難するのみならず，十分の理解は到底不可能の事なり。故に，名数除法を混じ，（中略）之を授く。

上記の見方により，例題においては，被除数に対象を限定した形においてではあるけれども,「名数」，すなわち,《量を表現する，単位の付いた数》(先に見た例題においては「50円」）が用いられている。

ただし，中邨五六・阿知波小三郎（③）の説明については,説明の過程(4)と(5)との間に《論理の飛躍》が存在する。この点に関連して,「恰も次の如き結果を得」とする記述（説明の過程(5)。傍点は引用者）に対する注意が必要である。

まず，先に見た説明の過程(6)においては,《分数除法の計算規則》が次の形で導かれている。

$$X \div \frac{b}{a} = X \times \frac{a}{b}$$

これは，次に示す,(5)による説明の結論を基礎とする一般化の結果として示されている。

$$50 \div \frac{2}{3} = 50 \times \frac{3}{2}$$

ただし,(5)の結論を導くためには,(4)の結論に対する《分数乗法の計算規則》の適用[(65)]，それによる《除法の乗法への変形》が必要である。その内容は次の形に式表記される。

$$50 \div \frac{2}{3} = \left(50 \div 2\right) \times 3 = 50 \times \frac{3}{2}$$

しかしながら，中邨五六・阿知波小三郎（③）の説明においては，この変形およびその必然性を示す説明が欠落している。従って,(5)において，説明の結論として導くことが可能な計算規則は次に止まる。

$$X \div \frac{b}{a} = (X \div b) \times a$$

中邨五六・阿知波小三郎（③）の説明においては，例題に即した説明の結論（説明の過程(4)）に対する《分数乗法の計算規則》の適用，それによる《除法の乗法への変形》を欠落させた形で，《分数除法の計算規則》が導かれているのである（説明の過程(5)(6)）。この意味における《論理の飛躍》の存在は否定できない。「恰も次の如き結果を得」とする記述は，この点を端的な形で表現している。

中邨五六・阿知波小三郎（③）について見た，《乗法の逆演算》としての定義を出発点とする説明は，水戸部寅松（⑧）において，「除法は乗法の逆であつて，即ち乗法に於いて取つた経路を反対に践めばよろしいと説明する方法」として紹介され，合わせて，肯定的な評価が示されている。「乗法と結合せしめ，且つ，其除法自身の意義と運算法とを結合させる所に価値がある」。「除法は整［数］，小［数］，分数を通じて，皆乗法の逆であるとして算法の統一を図るに便利であ」る[66]。

水戸部寅松（⑧）において注目されている通り，《乗法の逆演算》としての定義は，それを出発点とし，それに対して一連の代数的な操作を加える方法によって，計算規則の成立を示す説明の過程を構成することが可能となる。同時に，その採用により，分数除法だけでなく，整数，小数を含んだ除法全般に関する統一的な方法による定義が可能になる。ただし，代数的な方法による説明については，上記2点の可能性に加え，当該の方法それ自体が備えていた抽象的性格に起因して，子どもによる理解可能性に関する問題が存在する。ただし，この問題に関する当時の認識，取り組みの状況等については不明である。ここでは，実践的研究の蓄積とそれによる検証が課題となっていたとする予想を示すに止める。

⑵　代数的な方法による説明に対する志向性

次に，千葉県師範学校附属小学校（④）による説明を見よう。

説明の過程を次に示す[67]。

(1)　例題「$\frac{3}{4} \div \frac{2}{5}$＝商」が「商×$\frac{2}{5} = \frac{3}{4}$」へと変形される。

(2)　変形された式の両辺に対して，代数的な操作，すなわち，除数の分子2による除法，除数の分母5による乗法が実行され，演算の結果が導かれる。「商$= \frac{3}{4 \times 2} \times 5 = \frac{3 \times 5}{4 \times 2} = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$」

(1)に関連して，「分数ニテ割ルコトノ意味ハ，図解等ニヨリテ，充分ニ了得セシムベシ」と記されている[68]。しかしながら，言葉による注記に止まり，「意味」，「図解」の具体的な内容，形態については記されていない。従って，先に見た，中邨五六・阿知波小三郎（③）による説明とは異なり，分数除法が《乗法の逆演算》として定義されているとは限らない。この変形については，《乗法と除法の逆の関係》を根拠とする変形に過ぎない可能性も存在する。

(2)においても，演算の結果が導かれるに止まる。《分数除法の計算規則》の成立を示すに至るまで説明の過程が構成されているわけではない。この点に加え，演算の結果を導く過程においても，《逆数》の定義は用いられていない[69]。

千葉県師範学校附属小学校（④）に示されている説明の過程は，上記の点において，重要な内容に関する説明を欠落させており，計算規則の成立を示す説明としては未完成な形態を示している。しかしながら，《代数的な方法による説明に対する志向性》の存在それ自体は注目に値する。

⑶　《逆数による倍》に依拠した定義による説明

次に，遠山成道（⑩）による説明を見る[70]。

遠山成道（⑩）によれば，分数除法には，「累減を意味するもの」（《包含除》）に加え，「等分を意味するもの」（《等分除》）が存在する。この見方によれば，《分数による等分》が概念として成立する。

それでは，遠山成道（⑩）の説明において，《分数による等分》には，どのような意味内容が付与されているのか。また，この点に関連して，計算規則の成立は，どのような説明によって示されているのか。この点について次に見よう。

遠山成道（⑩）による分数除法の定義は次の問答によって示されている。

（前の式$\left[6 \times \frac{2}{3}\right]$に重ねて6：$\frac{2}{3}$と提示し）これは何をせよといふ式か。

6を3分の2等分するといくらになるかといふ式であります。

6を3分の2等分するとは，6をどんなにすることか。

6を3分の2等分するとは，6を2つに等しく分けた其の1つ分を3倍することであります。

上記の問答においては，分数除法が次の形で定義

されている。

《$6\div\dfrac{2}{3}$ を求める $\underset{\text{def.}}{\leftrightarrow}$ 6 の $\dfrac{2}{3}$ 等分$=(6\div2)\times3$ を求める》

次に，上記の定義と，それに先立つ形で行われた分数乗法の定義との関係が，次の問答によって示される。

前の6を $\dfrac{2}{3}$ 倍することとはどんなに違ひますか。

6を3分の2倍するとは，6を3つに等しく分けたその1つ分を2倍することでありますが，6を $\dfrac{2}{3}$ 等分するとは，6を2つに等しく分けたその1つ分を3倍することですから，違ふのであります。

上記の問答において確認されている分数乗法の定義を次に示す。

《$6\times\dfrac{2}{3}$ を求める $\underset{\text{def.}}{\leftrightarrow}$ 6 の $\dfrac{2}{3}$ 倍$=(6\div3)\times2$ を求める》

上記の事実に示される通り，遠山成道（⑩）において，分数除法は，分数乗法の定義における $\dfrac{2}{3}$ 倍を構成する2つの操作（÷3×2）の逆操作（×3÷2），すなわち，$\dfrac{3}{2}$ 倍によって定義されている。上記の説明においては，$\dfrac{2}{3}$ 倍の逆操作《$\dfrac{3}{2}$ 倍》が《$\dfrac{2}{3}$ 等分》と表記されており，この用語によって分数除法が定義されている。《分数による等分》とは,《(その分数の)逆数による倍》を意味する用語なのである。なお，計算規則はこの定義から明らかである。

⑷ 小括

本項における検討の結果については，先に設定した検討の視点（序章，第4節）により，次の整理が可能である。なお，ここでは，主として，中邨五六・阿知波小三郎（③）の説明に関する検討の結果を整理しておく。

第一に，演算の定義については，《乗法の逆演算》としての定義が存在している。この方法による定義については，それを出発点とする説明によって計算規則を導くことが可能となる。これに加え，整数，小数を含んだ除法全般に関する統一的な方法による定義が可能になる。この点は当時においても注目されていた（視点(1)）。

第二に，計算規則の成立を示す説明においては，代数的な方法，すなわち，《乗法の逆演算》としての定義を出発点とし，それに対して代数的な操作を加える方法が採用されている。ただし，例題に関する説明の結論として示された計算規則に対する《除法の乗法への変形》，および，その必然性が示されておらず，この意味において《論理の飛躍》が存在する点（視点(2)），この点に関連して，第三に，《逆数》の定義が用いられていない点は否定できない（視点(3)）。

上記の点における限界を含みながらも，本項において見た説明は，演算の定義が存在する点，計算規則の成立を示す説明が，演算の定義を出発点とする方法によって試みられている点，上記2点において注目に値する特徴を備えている。同時に，黒表紙教科書（第1期版）に含まれていた重要な教育内容の欠落，それに起因する《天下り的な性格》の克服に対する志向性が具体的な形で示されている。この意味における独自性は注目に値する。

なお，黒表紙教科書（第1期版）においては，分数除法の計算規則に関する説明において，《逆数》の定義が用いられていた（序章，第1節）。これに対して，黒表紙教科書（第2期版）においては，それが用いられない形に変容する。「理論的認識」の後退を示すこの事実について，黒表紙教科書とその使用時期に取り組まれた実践的研究との関連に注目する本論文の立場（序章，第2節）からは，本項において見た通り，黒表紙教科書（第1期版）の使用時期に示された代数的な方法による説明の過程に《逆数》の定義が位置付けられていない点に，その原因の一端が存在していたとする予想も可能である。

2. 2. 2. 《包含除》による演算の定義に依拠した説明

⑴ 面積を用いる方法

廣田虎之助（⑨）による説明については次の2点が特徴的である。第一に，《包含除》による演算の定義が存在する。第二に，計算規則の成立が，演算の定義を用いる方法によって示されている。

上記2点も，黒表紙教科書（第1期版）には見ることができない, この意味において, 廣田虎之助（⑨）による説明に独自の特徴である。黒表紙教科書（第1期版）の使用時期に，それとは異なる独自の特徴を備えた説明が示されていた事実は注目に値する。

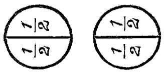
次に，説明の過程を辿ってみよう[71]。

(1) 《包含除》による説明の必要性が示される。

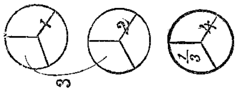
分数を整数にて割る場合は等分除で説明すべきものでありまするが，整数を分数で割る場合には等分除で説明することは出来ない。必ずや包含除に依らねばならぬ。而して，包含除に依つて説明する場合には容易に理解させることが出来ます。

(2) 《包含除》による演算の定義が，例題に即した形，かつ，円の面積を用いる方法によって，

説明され，演算の結果が導かれる。なお，例題は,《整数÷単位分数》の場合から《整数÷真分数》の場合へと進む順序に従って示される。一例を次に示す。

$2\div\frac{1}{2}=4$　＝ 

＝　整数2個の中には2分の1が4つ包含されて居る。

$3\div\frac{2}{3}=4\frac{1}{2}$　＝ 

＝　3分の2が4ツと端が3分の1あります。（中略）この場合の3分の1は，3分の2に対して云つたならば2分の1である（以下略）。

(3)　同じ例題について，対応する円の面積図を示しながら，式によって演算の結果を導く方法が説明される。ここでは，次の説明について見る。

仮に3分の1を1個と見做すときは，整数3個の中に1個と見做したる3分の1が9個ある。其9個の中に2個が幾何あるかと云ふ如くに考へたならば，$3\times3=9$, $9\div2=4\frac{1}{2}$ と計算して差支のないと云ふことは，前の図［円の面積図］を直観して目の子的に計算させても分る道理であります。

上記の説明においては，まず,「整数3個の中に1個と見做したる3分の1が9個ある」こと $\left(3\div\frac{1}{3}=9\right)$ が示される（《整数÷単位分数》）。

次に，上記の事実を基礎として，例題 $3\div\frac{2}{3}$ について考える（《整数÷真分数》）。「3分の1を1個と見做すとき」,「其9個の中に2個が幾何あるか」を求める計算，すなわち，$9\div2$ によって演算の結果が導かれる。なお，この点については,「半紙」（面積）を用いた説明も考えられている。

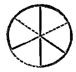
これは，半紙3枚の中から1枚の3分の2が幾度取れるかと云ふ如くに，実物に就き実際に計算させたならば，何の苦もなく了解させることが出来ます。

(4)　(3)の説明により，まず，$3\div\frac{2}{3}=(3\times3)\div2$，次に，この事実を基礎とする一般化により,「整数を分数で割るときには整数に分母を掛けて分子で割ります」して,《分数除法の計算規則》$\left(X\div\frac{b}{a}=(X\times a)\div b\right)$ が導かれる。

廣田虎之助（⑨）による説明については，上記2点に加え，第三に，計算規則の成立を示す説明の過程が,《整数÷単位分数》から《整数÷真分数》へと進む順序に従って構成されている点（(3)），第四に，面積（円，長方形）を用いる方法が重視されている点（(2)(3)）が特徴的である。

なお，中郡五六・阿知波小三郎（③）による説明とは異なり，廣田虎之助（⑨）による説明（(4)）においては,《分数乗法の計算規則》の適用，それによる《除法の乗法への変形》$\left(3\div\frac{2}{3}=(3\times3)\div2=3\times\frac{3}{2}\right)$ は加えられていない。ただし,《逆数》の定義は説明の過程に位置付けられていない。この点は，中郡五六・阿知波小三郎（③）による説明と共通する特徴である。

次に,《分数÷分数》については,《整数÷分数》とは異なった計算規則が示されている[72]。その一例を次に示す。

$\frac{5}{6}\div\frac{1}{3}=2\frac{1}{2}$　$\frac{5}{6}\div\frac{2}{6}=2\frac{1}{2}$　＝ 

＝　6分の5の中には，6分の2が2つと6分の1である。而して，この6分の1は，6分の2の2分の1である。故に，6分の5の中には6分の2が2つと2分の1包含されて居る。

例題に関する説明が,《包含除》による演算の定義に依拠し，円の面積を用いる方法によって示されている。この点においては，先に見た,《整数÷分数》の場合に関する説明と同じ方法が採用されている。なお，上記に引用における面積図は，当時において,《分数÷分数》の意味内容を表現した唯一の事例であると予想される。

計算規則については，上記の引用に続く形で,「其処で，分数を分数で割る場合には，分母は分母で割り，分子は分子で割る者であると云ふ規則を記憶させ」ると説明されている。この説明において示されている計算規則 $\left(\frac{b}{a}\div\frac{d}{c}=\frac{b\div d}{a\div c}\right)$ は，先に,《整数÷分数》の場合に関する説明によって導かれた計算規則 $\left(X\div\frac{b}{a}=(X\times a)\div b\right)$ とは異なる。しかしながら，両者の関連に関する説明は存在しない。

廣田虎之助（⑨）においては,《分数÷分数》について,(1) 上記の計算規則（「第一の規則」）に加え,(2)《通分》に続いて,「第一の規則」を用いる方法（「第二の規則」),(3)「第一の規則」に続いて,《分数×整数》,《分数÷整数》の計算規則を用いる方法，(4) そ

の「簡便」法としての「襷掛け」，⑸「除数の分母子を転倒して，然る後に分子は分子に分母は分母に掛ける」等，多くの計算規則が示されている。しかしながら，その必然性あるいは計算規則の相互関連に関する説明は必ずしも明確ではない。先に見た，《分数÷分数》について，「複雑なる者に到つては随分了解に苦るしむ」とする指摘（第1章，第4節）については，この点に起因すると考えることが可能である。

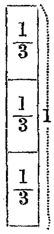
⑵ 《除法における除数と商との関係》の適用と，《除法の乗法への変形》に関する説明の欠落

教育学術研究会（②）による説明は，次の3点において，先に見た廣田虎之助（⑨）による説明と共通する特徴を備えている(73)。第一に，《包含除》による演算の定義が存在する。第二に，計算規則の成立が，演算の定義を用いる方法によって示されている。第三に，計算規則の成立を示す説明の過程が，《整数÷単位分数》から《整数÷真分数》へと進む順序に従って構成されている。

教育学術研究会（②）による説明において特徴的な点は，上記，第三の特徴に関連して，《整数÷単位分数》の場合$\left(\mathrm{ex.}5\div\frac{1}{3}\right)$に関する説明の過程に，《1÷単位分数》$\left(\mathrm{ex.}1\div\frac{1}{3}\right)$の場合に関する説明が含まれている点にある。この説明に続く形で，《整数÷真分数》$\left(\mathrm{ex.}5\div\frac{2}{3}\right)$の場合に関する説明が位置付けられている。

《1÷単位分数》の場合に関する説明においては，次に示す通り，面積図（長方形）が用いられる。ただし，先に見た廣田虎之助（⑨）による説明とは異なり，教育学術研究会（②）において，面積図を用いた説明の対象は《1÷単位分数》の場合に限られる。《整数÷単位分数》の場合については，その内部に位置付けられた《1÷単位分数》の場合に関する説明の結果$\left(1\div\frac{1}{3}=3\right)$を，《整数÷真分数》の場合については，その前に位置付けられた《整数÷単位分数》の場合に関する説明の結果$\left(5\div\frac{1}{3}=5\times3=15\right)$を，それぞれ，用いる方法が採用される。

説明の方法に該当する記述を，《1÷単位分数》，《整数÷単位分数》，《整数÷真分数》の順序に従って，次にまとめて引用する。

> 1個の中には，3分の1が3つあることは，左［右に引用］の図によりて明なり。
>
> 
>
>
> 5個は，之れ［1個］が5つ集りたるものなれば，3・5・15の九々によりて，5個の中には3分の1が15あることは明白なるべし。
>
> 3分の2は，3分の1の2倍なるが故に，
>
> $$5\div\frac{2}{3}=5\div\frac{1}{3}\div2=5\times3\div2$$
>
> 或は，5個の中には，3分の1を15含む。然るに，3分の1の2倍なる3分の2は，5個の中には，15の2つ割り1つだけ含む（以下略）。

ここでは，特に，《整数÷真分数》の場合に関する説明について見よう。

先に指摘した通り，《整数÷真分数》の場合に関する説明においては，その前に位置付けられた《整数÷単位分数》の場合に関する説明の結果が用いられている。この点に加え，上記の説明においては，《整数÷単位分数》$\left(5\div\frac{1}{3}\right)$，《整数÷真分数》$\left(5\div\frac{2}{3}\right)$における《除数の関係》が注目され，「3分の2は，3分の1の2倍」である点を根拠として，商については「5×3÷2」あるいは「15の2つ割り1つ」となると説明されている。

この説明においては，《除法における除数と商との関係》――具体的には，《除数が2倍になれば，商は2分の1になる》――が用いられている。ただし，この関係の，分数除法における成立は未だ示されていない。教育学術研究会（②）においては，《除法における除数と商との関係》が，その成立を示す説明を欠落させた形で用いられているのである。

次に，教育学術研究会（②）については，計算規則の成立を示す説明の過程における《論理の飛躍》の存在を指摘する必要がある。

教育学術研究会（②）においては，先に示した3つの場合に関する説明の結論として，《分数除法の計算規則》が次の形で示される。

> 右に類する問題2，3を提出し，何時も整数を分数にて割る場合には，分母を整数に掛けたるものを，分子にて割るべきこと，即ち，
>
> $$5\div\frac{2}{3}=5\times\frac{3}{2}=\frac{5\times3}{2}=7.5$$
>
> となることを，帰納的に了解せしむべし。

上記の引用には，《分数除法の計算規則》として，本来的には区別が必要な2つの計算規則，すなわち，$X\div\frac{b}{a}=(X\times a)\div b$、$X\div\frac{b}{a}=X\times\frac{a}{b}$ が示されている。前

者は言葉により，後者は式により，それぞれ，示されている。そして，接続詞「即ち」に示される通り，両者は同じ計算規則として示されている。

しかしながら，2つの計算規則の内，例題に即した説明の結果 $\left(5\div\frac{2}{3}=(5\times3)\div2\right)$ から帰納的に導くことが可能な計算規則は前者に限られる。後者を導くためには，前者に対する《分数乗法の計算規則》の適用(74)，それによる，《除法の乗法への変形》が必要になるのである $\left(X\div\frac{b}{a}=(X\times a)\div b=X\times\frac{a}{b}\right)$。しかしながら，教育学術研究会（②）の説明においては，この変形，および，その必然性に関する説明を欠落させている。この意味において，《論理の飛躍》が存在する点は否定できない。

《包含除》による定義を用いる方法は，水戸部寅松（⑧）において，「累減の意義に於いてのみ理解させやうといふ説」として紹介されている(75)。「例へば10を $\frac{2}{3}$ にて割るといふことは，10の中に $\frac{2}{3}$ が幾つあるかを求むることである」とする定義を出発点として，$10\div\frac{2}{3}$ の結果を導く説明の論理が要約されている。その要約によれば，《1÷単位分数》の場合 $\left(1\div\frac{1}{3}=3\right)$，《整数÷単位分数》の場合 $\left(10\div\frac{1}{3}=10\times3\right)$ に関する説明，および，《除法における除数と商との関係》を用いた説明によって，被除数に対して，「［除数の分母］3を乗ずる」操作，「更に，［除数の分子］2で割る」操作の必要性が示され，次に，上記2つの操作について，「恰かも除数の分母子を転倒した分数を掛けることとなる」と説明されている（傍点は引用者）。

上記による説明の内容については，次の式表記が可能である。

$$10\div\frac{2}{3}=(10\times3)\div2=10\times\frac{3}{2}$$

この説明においても，《除法の乗法への変形》の必然性に関する説明が欠落している。この点において，水戸部寅松（⑧）による要約においても，先に見た，教育学術研究会（②）による説明に含まれていた《論理の飛躍》が同じ形で存在しているのである。「恰かも（中略）掛けることとなる」とする記述については，上記の意味における《論理の飛躍》の端的な表現として理解することが可能である。この点に加え，《除法における除数と商との関係》が用いられている点も，教育学術研究会（②）による説明と共通する特徴である。

⑶ 《整数除法の定義との統一性》に関する問題

水戸部寅松（⑧）においては，《包含除》による演算の定義について，《整数除法の定義との統一性》に注目する立場から，「一方に偏した説明法」として批判の対象になっている。「等分の意に於いては到底理解させ難いから」，「累減除の一方のみより説明してやるといふことが，吾人に取りては満足の出来ない方法である」。「此種の説明によつて養成された児童は，他の一方の等分除の説明に何んとすることであらうか，気遣はしいことである」(76)。

《分数による等分》は意味を成さない。従って，整数除法とは異なり，分数除法については《等分除》による定義は不可能である。本節において見た，廣田虎之助（⑨），教育学術研究会（②）による説明において，《包含除》による定義が採用されている点は，この点に起因する。しかしながら，この点に起因して，《等分除》，《包含除》，2通りの方法による定義が行われていた整数除法(77)との間に統一性を欠落させる結果となっている点は否定できない。

なお，先に見た通り，遠山成道（⑩）においては，分数除法についても《等分除》による定義が存在していた。この点については先に検討を加えた通りである（第2節，第1項）。

⑷ 小括

本項における検討の結果については，先に設定した検討の視点（序章，第4節）により，次の整理が可能である。

演算の定義については，《包含除》による方法が採用されている。ただし，《等分除》による定義の採用が不可能である点において，《整数除法の定義との統一性》に関する問題が含まれており，当時においても，批判の対象となっていた（視点(1)）。

計算規則の成立は，演算の定義を用いる方法によって示されている。ただし，説明の過程については，《除法における除数と商との関係》が，その成立を示す説明を欠落させた形で用いられている点に加え，導かれた計算規則に対する《除法の乗法への変形》とその必然性が説明されておらず，この意味において《論理の飛躍》が存在していた点（視点(2)），この点に関連して，説明の過程に《逆数》の定義が位置付けられていない点（視点(3)）は否定できない。

上記の点における限界を含みながらも，本項において見た説明には，第一に，演算の定義が存在する点，第二に，演算の定義を用いる方法によって計算規則の成立を示す説明の過程が構成されている点，

上記2点において，黒表紙教科書（第1期版）に含まれていた重要な教育内容の欠落，それに起因する《天下り的な性格》の克服に対する志向性とその具体的な形態が示されている。この意味における独自性は注目に値する。

2. 3. 演算の定義との関連付けを欠落させた説明

本節においては，演算の定義との関連付けを欠落させた説明として，第一に，《分母の除法，分子の除法》による計算規則を出発点とする説明（堀越源次郎（⑦）），第二に，《商分数の論理》に依拠した分数の定義，および，《除法における除数と商との関係》を用いる説明（水戸部寅松（⑧）），上記2点を対象とし，先に設定した視点（序章，第4節）に従って検討を加える。

2. 3. 1. 《分母の除法，分子の除法》による計算規則を出発点とする説明

堀越源次郎（⑦）による説明の基本的立場は次の引用に示されている[78]。

> 或数を分数にて割る運算の方法，即，「法の分母子を転倒して実に乗ずべきこと」を授けるには，器械的にかくすべきであると云ふ風に授けてよからう。

計算規則の成立を示す説明の必要性を否定する立場であり，先に見た，京都府師範学校附属小学校（⑤），国定算術教授研究会（⑥）（第2章，第1節）と同じ立場を共有している。

ただし，堀越源次郎（⑦）において注目される点は，「若し又強いてその理由を授けるならば」とする前提を設定した形においてではあるけれども，《分数除法の計算規則》の成立を示す説明が示されている点である。消極的な性格は否定できないけれども，《分数除法の計算規則》の成立について，「その理由を授け」ることが意図されている。ここでは，この点に注目し，その具体的な形態について検討を加える。

該当する記述を次に引用する[79]。

> 若し又強いてその理由を授けるならば，
>
> $$\frac{15}{30}\div\frac{5}{15}=\frac{15\div 5}{30\div 15}=\frac{3}{2}=1\frac{1}{2}$$
>
> の如く，分子を分子で割り，分母を分母で割つて，商の分母子を得べきであるが，若し整除し得ざる場合には，分子を除するは分母に乗ずるに等しく，分母を除するは分子に乗ずるに等しと云ふことを種々の例を用ひて証明し，了解せしめ，
>
> $$\frac{1}{3}\div\frac{3}{5}=\frac{1\times 5}{3\times 3}=\frac{1}{3}\times\frac{5}{3}=\frac{5}{9}$$
>
> の如く，法の分母子を上下して実に乗ずれば，要する所の商を得ることを知らしめる様にしたいと思ふ。

説明の過程を次に辿ってみる。

(1) 《分数除法の計算規則》$\left(\frac{b}{a}\div\frac{d}{c}=\frac{b\div d}{a\div c}\right)$が，例題に対する適用の形態と合わせて示される。なお，ここで示される例題は，《分母の除法，分子の除法において剰余が発生しない場合》に限定される。

(2) 《乗法・除法によって表現される分数の性質》$\left(\frac{b\div c}{a}=\frac{b}{a\times c},\frac{b}{a\div c}=\frac{b\times c}{a}\right)$が説明される。

(3) (1)とは異なり，《分母の除法，分子の除法において剰余が発生する場合》$\left(\frac{1}{3}\div\frac{3}{5}\right)$が例題として示される。この場合に対して，まず，《分数除法の計算規則》((1))，次に，《乗法・除法によって表現される分数の性質》((2)) が適用される。その結果，次が導かれる。

$$\frac{1}{3}\div\frac{3}{5}=\frac{1\div 3}{3\div 5}=\frac{1\times 5}{3\times 3}$$

(4) (3)の結論に対して，《分数乗法の計算規則》が適用され，《除法の乗法への変形》が加えられる。

$$\frac{1}{3}\div\frac{3}{5}=\frac{1\times 5}{3\times 3}=\frac{1}{3}\times\frac{5}{3}$$

(5) (4)の結論を基礎とする一般化により，《分数除法の計算規則》$\left(\frac{b}{a}\div\frac{d}{c}=\frac{b}{a}\times\frac{c}{d}\right)$が導かれる。

上記による説明の過程には，第一に，《分数除法の計算規則》が，その根拠・理由を欠落させた形で示される点（説明の過程(1)），第二に，(3)の結論に対して，その必然性に関する説明を欠落させた形で，《除法の乗法への変形》が加えられる点（説明の過程(4)），少なくとも上記2点において，説明・理解における困難性が含まれている。

先に見た通り，堀越源次郎（⑦）による説明には，「若し又強いてその理由を授けるならば」とする前提が設定されていた。その必要性については，上記2点に関する説明・理解の困難性に起因すると考えることが可能である。

2. 3. 2.《商分数の論理》に依拠した分数の定義，および，《除法における除数と商との関係》を用いる説明

この方法は，水戸部寅松（⑧）において，「整数と分数との数の価値の差異の識別から教へ込まうといふ説」として紹介されている[80]。ここでは，その内容に対する検討を加える。

該当する記述を次に引用する。

> 例へば18を$\frac{2}{3}$で割るのには，2と$\frac{2}{3}$を比ぶれば其価値に於いて3倍大小の関係がある。故に，先つ18を整数2にて割れば，其答は所要の答に比して3倍小である。故に更に之れを3倍して所要の答とすべきである。即ち，法の分母子を転倒した分数を乗すると同様になるものであると説明するものである。

説明の過程を次に辿ってみる。

(1)　例題$18\div\frac{2}{3}$について，除数$\frac{2}{3}$と2との大小関係について考える。《商分数の論理》に依拠した分数の定義により，$\frac{2}{3}=2\div3$，従って，$\frac{2}{3}\times3=2$。

(2)　次に，演算$18\div2$について考える。この演算は$\frac{2}{3}$を3倍した数を除数とする除法であるから，《除法における除数と商との関係》により，その商は，$18\div\frac{2}{3}$の商の3分の1となる。

(3)　従って，$18\div\frac{2}{3}$の商を得るためには，$18\div2$の商を3倍することが必要になる。それは次の形で式表記される。

$$18\div\frac{2}{3}=(18\div2)\times3$$

(4)　(3)の結論を基礎とする一般化により，《分数除法の計算規則》$\left(X\div\frac{b}{a}=X\times\frac{a}{b}\right)$が導かれる。

上記の説明については，「便利な基礎の上に立つものであるから，取つてよろしい方法」とする肯定的な評価が示されている[81]。しかしながら，上記の説明については，少なくとも次の3点を指摘する必要がある。

第一に，説明の出発点として，まず，除数$\frac{2}{3}$と2との関係（説明の過程(1)），次に，例題とは異なり，2を除数とする演算（$18\div2$）について考えることが要請される（説明の過程(2)）。この点については，「整数と分数との数の価値の差異の識別を基として授くる」[82]とする，説明の基本的立場の具体化として理解することが可能である。

しかしながら，上記2点について考える必然性は，少なくとも説明の出発点にあたるこの時点においては明らかではない。この点については，事後的な形，すなわち，結論が導かれた時点（説明の過程(5)）において明らかになる。

第二に，《除法における除数と商との関係》――上記の説明においては，除数が「3倍大」の場合，演算の結果（商）は「3倍小」となる――には，説明の根拠・理由（「便利な基礎」）として重要な位置が付与されている（説明の過程(2), (3)）。

しかしながら，分数除法において，上記の関係の成立が示されているわけではない。仮に，整数除法における成立が示されていたとしても，それが，直ちに，分数除法における成立を意味するわけではない。分数除法における成立については，それを示す説明が必要なのである。《除法における除数と商との関係》については，その成立を示す説明を欠落させた形で用いられている点は否定できない。

第三に，説明の過程(3)の結論，すなわち，「$\frac{2}{3}$で割る」には,「［分子］2にて割」り,「更に之れを［分母］3倍して所要の答とすべきである」を基礎とする一般化によって直接的に導くことが可能な計算規則は，$X\div\frac{b}{a}=(X\div b)\times a$ に限られる。しかしながら，計算規則としては，「法の分母子を転倒した分数を乗する」，すなわち，$X\div\frac{b}{a}=X\times\frac{a}{b}$ が導かれている（説明の過程(4)）。

しかしながら，ここで，後者の規則を導くためには，次に記す通り，前者の規則に対する《分数乗法の計算規則》の適用，それによる,《除法の乗法への変形》が必要になる。

$$X\div\frac{b}{a}=(X\times b)\div a=X\times\frac{a}{b}$$

しかしながら，この点については,「法の分母子を転倒した分数を乗すると同様になる」（傍点は引用者）と説明されるに止まり（説明の過程(4)），変形の必然性に関する説明を欠落させている。この意味における《論理の飛躍》の存在は否定できない。

同じ意味における《論理の飛躍》は，先に見た堀越源次郎（⑦）による説明（第3節,第2項）に加え,《乗法の逆演算》としての定義を出発点とする中郵五六・阿知波小三郎（③）による説明（第2節，第1項),《包含除》による定義に依拠した教育学術研究会（②）（第2節，第2項）による説明に共通する形で存在している。この事実は,《除法の乗法への変形,

および，その必然性に関する説明の欠落》について，それが，黒表紙教科書（第1期版）の使用時期に示された説明に共通すると同時に，演算の定義との関連付けの有無を問わない，分数除法の計算規則の成立を示す説明に関する一般的あるいは普遍的な性格を備えた問題であったことを予想させる。

上記3点に渡る困難性の存在は，黒表紙教科書（第1期版）の編纂趣意書における次の指摘を想起させる[83]。

> 蓋シ小数及ヒ分数ニ於テハ，其数ノ成立ニ於テ既ニ乗除ノ意義ヲ含メルヲ以テ，之ヲ以テ乗除スル如キハ複雑ナル思考ヲ要スルカ為メニ，児童ハ大ニ困難ヲ感スルヲ常トス。

一般に，計算規則について考える場合に，「数ノ成立」，すなわち，計算の対象となる数の定義に依拠する方法には何らかの有効性が存在すると考えられる。しかしながら，本項において見た事例に関する限り，除数に対する，《商分数の論理》に依拠した分数の定義の適用をその出発点とする説明が，子どもに対して「複雑ナル思考」を要求し，「大ニ困難ヲ感スル」原因となっていると予想される。同時に，「分数ヲ単ニ一ツノ数ナリト考ヘシメテ，其数ノ成立ヲ顧ミシメス」[84]に説明する方法の優越性を予想させる。なお，この方法は，黒表紙教科書（第1期版）において用いられていた方法であった（序章，第1節）。

3. おわりに

3. 1. 総括

本論文（第2章）における検討の結果，黒表紙教科書（第1期版）の使用時期における分数除法の計算規則の成立を示す説明について，その論理と特徴が解明された。本章においては，その結果を，先に設定した検討の視点（序章，第4節）に従った形で総括する。ただし，ここでは，演算の定義を用いた説明（第2章，第2節）を主要な対象とする。

(1)　分数除法の定義として，《乗法との逆演算》としての定義，《包含除》による定義が存在する（視点(1)）。

(2)　分数除法の計算規則の成立を示す説明の過程が，演算の定義を用いる方法によって構成されている（視点(2)）。

(3)《逆数》の定義は，計算規則の成立を示す説明の過程に位置付けられていない（視点(3)）。

上記の特徴(1)(2)については，黒表紙教科書（第1期版）による説明（序章，第1節）には見ることができない，黒表紙教科書（第1期版）の使用時期に取り組まれた実践的研究に独自の特徴として位置付けることが可能である。同時に，黒表紙教科書（第1期版）による説明が備えていた特徴としての《天下り的な性格》の克服に向けた具体的な提案として注目に値する。

次に，上記3点に渡る特徴について，その成果と限界，課題を，検討の視点に従った形で整理する。

(1)《乗法の逆演算》による定義は，それを出発点とし，それに対して一連の代数的な操作を加える方法によって，計算規則の成立を示す説明の過程を構成することが可能になる。同時に，その採用により，分数だけでなく，整数，小数を含んだ除法全般に関する統一的な方法による定義が可能になる。上記2点において有効性を備えた定義である。

ただし，代数的な方法による定義と説明には，当該の方法それ自体が備えていた抽象的性格に起因して，子どもによる理解可能性の問題が存在する。この点については，実践的研究の蓄積とそれによる検証が課題となっていたと予想される。

次に，分数除法についても，《包含除》による定義は可能である。この点に注目して，《包含除》による定義を採用すると同時に，計算規則の成立を示す説明の過程を，当該の定義を用いる方法によって構成する事例が存在した。これに対して，《等分除》による定義は分数除法については不可能である。この点に起因して，整数除法に関する2通りの方法による定義（《包含除》，《等分除》）との統一性に関する問題が指摘されていた。逆な見方によれば，整数除法に関する2通りの方法による定義との間に十全な統一性を備えた形で分数除法を定義する方法を発見することが課題となっていたのである。

(2)　計算規則の成立を示す説明の過程については，第一に，《除法の乗法への変形》とその必然性に関する説明の欠落（《論理の飛躍》）が，演算の定義との関連付けの有無を問わない，当該の時期に示された説明に共通する，一般的あるいは普遍的な性格を備えた問題として存在していた。

この点に加え，第二に，説明の過程を，《整数÷単位分数》（《1÷単位分数》を含む）の場合，《整数÷真分数》の場合，2つに分節化し，前者から後者へと進む形によって説明の順序を構成する事例の存在，第三に，その成立を示す説明を欠落させた形で，《除法における除数と商の関係》が用いられていた事

例の存在等を指摘することが可能である。

(3)　計算規則の成立を示す説明の過程に《逆数》の定義が位置付けられていない。この点についても，先に指摘した，《除法の乗法への変形》とその必然性に関する説明の欠落と同じく，一般的あるいは普遍的な問題として存在していたと予想される。

計算規則の成立を示す説明の過程の構成に関しては，《逆数》の定義を，その重要な構成要素として位置付けると同時に，《論理の飛躍》を克服し，《除法の乗法への変形》を，その必然性と合わせた形で示す説明の方法を発見することが課題となっていた。

3. 2. 今後の課題

国定教科書制度によって教育内容が国家による統制の対象とされていた時期においても，教師たちは，教育方法に関する問題に研究の対象を限定していたわけではない。教育内容の研究にも取り組み，国定教科書における重要な教育内容の欠落を批判すると同時に，その克服に向けた提案を，具体的な教育内容・方法の形で示していた。

本論文は，その一端を，黒表紙教科書（第1期版）の使用時期における分数除法の計算規則の成立を示す説明に対象を限定して示した。ただし，本論文において見た実践的研究の成果については，そのすべてがこの時期に産出されたわけではなく，この時期に先立つ明治検定期における研究成果との間に，何らかの意味における関連性を備えた形で存在していたと見ることが可能である。この見方によれば，黒表紙教科書（第1期版）の使用時期に取り組まれた実践的研究は，明治検定期に産出され，蓄積されていた実践的研究の成果から，何を継承し，発展させたのか，あるいは，させなかったのか。この点に問題を設定し，両者の関連を具体的に解明することが今後の研究課題となる。

次に，黒表紙教科書（第2期版，第3期版，第3期改訂版）の使用時期においては，実践的研究がどのような形で展開したのか。その展開において，本論文が明らかにした実践的研究の成果は，どのような形で継承・発展されたのか。あるいは，どのような形で課題の克服が図られたのか。これらの問いの解明も今後の研究課題となる。

《註》

(1)　黒表紙教科書とは，「小学校令施行規則」（1900（明治33）年）に従って編集され，1905（明治38）年からその使用が開始された最初の国定算術教科書『尋常小学算術書』『高等小学算術書』の通称である。同教科書は1934（昭和9）年に至るまで，総計3回の改訂を経て，約30年間に渡って使用された。黒表紙教科書の編集と改訂，主要な教育内容とその変化等については次を参照。①中谷太郎「算数教育のあゆみ」その1～その8,『数学教室』第47号～第57号，数学教育協議会，国土社，1958年11月～1959年8月。②中谷太郎著・上垣渉編『日本数学教育史』亀書房・日本評論社，2010年，第5章「黒表紙教科書」。③上垣渉『日本数学教育史研究』上巻，風間書房，2021年，第12章「黒表紙教科書の編纂・概要と特徴」。

(2)　『高等小学算術書』第2学年，教師用，文部省，修文館，1905（明治38）年，24ページ，東京書籍附設教科書図書館「東書文庫」所蔵。

(3)　本論文において，黒表紙教科書（第1期版，第2期版，第3期版）における分数除法の計算規則に関する説明の論理と特徴については次に依拠する。岡野勉「黒表紙教科書における分数除法の計算規則に関する説明の論理――計算規則の成立を示す可能性に注目して」『新潟大学教育学部研究紀要』第12巻，第1号，人文・社会科学編，2019年。

(4)　須田勝彦「算数の教科書のあり方――算術から数学へ」柴田義松編『教科書――子どもにとってよい教科書とは』有斐閣，1983年，164ページ。須田勝彦「算数教科書論」『教授学の探究』第1号，北海道大学教育学部教育方法学研究室，1983年，14ページ。

(5)　「小学校令施行規則」（1900（明治33）年），第1章「教科及編制」，第1節「教則」，第4条。米田俊彦編著『近代日本教育関係法令体系』港の人，2009年，228ページ。

(6)　「小学校令施行規則中改正」，第5節「教科用図書」，第53条，1903（明治36）年4月29日，文部省令22，1904（明治37）年4月1日，施行。米田俊彦，前掲(5)，251ページ。

(7)　「尋常小学校ノ修業年限ハ6箇年トス」（第18条）。「本令ハ明治41年4月1日ヨリ之ヲ施行ス」（附則）（「小学校令中改正」1907（明治40）年3月21日，勅令52）。米田俊彦，前掲(5)，201ページ。

(8)　明治20～30年代は，高等小学校の入学者数，

卒業生数が急速に増加した時期であった。「尋常小学校の卒業者のうち高等小学校に入学したものの比率」は，「明治29年の53.6%から明治40年の63.5%へと伸びている」（永田英治・板倉聖宣「明治期学校教育の定着過程に関する数量的研究（Ⅱ）――小，中学校の卒業生の増大と科学教育」『国立教育研究所研究集録』第4号, 1982年, 75ページ）。上記の動向により，高等小学校においても，教育内容の説明に関する研究の必要性が強くなったと予想される。

(9) 本論文において，実践的研究とは，授業における教師の説明に対する具体的な提案が，教育内容，教材，指導過程構成の形で行われている，あるいは，それを目的として取り組まれた研究を意味する。なお，提案を受ける形で実施された授業に対する子どもの反応，理解可能性を示す事実が報告されている場合には，合わせて，その内容を参照する。

(10) この点に関連して，例えば次を参照。「わたしたちは国定教科書に対して『画一』という感じを持つ。しかし，過去を調べることによって，それはまったくの画一を目ざしたものでなかったことを知る。そして，大幅に自由の許された今日，求めて画一であろうとすることのどれほど愚かしいことであるかを知る。（中略）わたしたちが自由に考えるためには，常識というものを疑ってみる必要がある」（大矢真一「何のために数学教育史を研究するのか」『数学教室』第57号，数学教育協議会，国土社，1959年8月，11ページ）。

(11) 例えば，次を参照。①片桐重男「大正・昭和初期算術新教育運動――主観主義教育思潮の影響」『数学教育学論究Ⅰ』日本数学教育会誌臨時増刊，1961年。②高木佐加枝『「小学算術」の研究――（緑表紙教科書）編纂の背景と改正点及び日本算数教育のあゆみと将来への論究』東洋館出版社，1980年。③松宮哲夫『伝説の算数教科書<緑表紙>――塩野直道の考えたこと』岩波科学ライブラリー135，岩波書店，2007年。

(12) 中谷太郎「算数教育のあゆみ」（前掲(1)，①）と合わせて連載された大矢真一の「解説」（全8回）においては，黒表紙教科書の使用時期に取り組まれた実践的研究の動向が紹介されている。ただし，分数教授の実践的研究については特に解説されていない。分数教授に関する検討の試みとしては次がある。伊藤真治・森茂「黒表紙教科書期における分数の教育実践――異分母分数の加法に焦点を当てて」『滋賀大学教育学部紀要』教育科学，第63号，2013年。

(13) 須田勝彦，前掲(4)，141ページ，5ページ。

(14) 『尋常小学算術書』第1学年，教師用，文部省，熊谷久栄堂，「凡例」，1904（明治37）年。

(15) 鈴木筆太郎『算術教授法に関する新研究』寶文館，1911（明治44）年。

(16) 須田勝彦，前掲(4)，141～142ページ，5ページ。関連して次を参照。小野健司「仮説実験的な教育研究の先駆者　鈴木筆太郎と算術教育の実験的研究」（全3回）『楽しい授業』第296号, 第297号, 第298号，仮説社，2005年6月，7月，8月。

(17) 前者に該当する記述を次に引用しておく。「本書ニ記載セル事項中ニハ，教師ノ参考ニ供スルニ止メ，必ズシモ生徒ニ授クルニ及バザルモノアリ。又之ヲ生徒ニ授クトモ其大要ニ止ムベキモノアリ。教師ハ宜シク取捨勘酌シ，本ヲ先ニシテ末ヲ後ニスベキナリ」（文部省，前掲(2)，「凡例」）。

(18) 大田邦郎「国定教科書――黒表紙・緑表紙・水色表紙」数学教育協議会・銀林浩編『どう変わるか　新算数教科書――改訂教科書とその活用法』数学教室, 別冊1, 国土社, 1991年, 159ページ。

(19) 中谷太郎「算数教育のあゆみ」その2,『数学教室』第49号，数学教育協議会，国土社，1958年12月，8ページ。

(20) 「尋常高等小学算術書編纂趣意書」『国定教科書編纂趣意書続編』文部省，修文館，1905（明治38）年，1ページ。中村紀久二編『復刻版国定教科書編纂趣意書』第1巻，国書刊行会，2008年，153ページ。

(21) この点について，中谷太郎の先行研究においては次の見方が示されている。「国定教科書を教育現場（といっても体制側の御用機関である師範系の学校）の意見参酌の形式によって合理化しようとしている」（中谷太郎著・上垣渉編，前掲(1)，②，81ページ）。この指摘は，「教育現場の意見参酌」が国定教科書を合理化する手法として利用されていることに対する批判である。同時に，実践的研究の動向を対象とする研究に対しては，研究の対象を「師範系の学校」に限定するのではなく，公私立の諸学校を含めた形で設定する必要性を示している。本論文における対象の設定については，序章，第3節を参照。

(22) 黒表紙教科書（第1期版）の改訂作業においては，「専門家ノ批評」，「各府県ニ於ケル実地経験ノ結果」の聴取により，黒表紙教科書（第1期版）

の使用時期に取り組まれた実践的研究の動向，成果が参照された（「修正国定教科書編纂趣意書　第3編　尋常小学算術書」文部省,1910（明治43）年,1ページ。中村紀久二編『復刻版国定教科書編纂趣意書』第2巻,国書刊行会,2008年,101ページ）。

(23)　中谷太郎，大矢真一の先行研究においては，黒表紙教科書（第1期版，第2期版）の使用時期に取り組まれた，「応用問題」に関する実践的研究の動向が検討されている。中谷太郎「算数教育のあゆみ」その7,応用問題,および,大矢真一「（解説）応用問題」『数学教室』第56号，数学教育協議会，1959年7月，国土社。

(24)　この課題に対する筆者の取り組みとして次を参照。①岡野勉「師範学校からの意見報告と国定算術教科書の改訂――初等数学としての分数論に対する志向性とその帰結」『数学教育史研究』第15号，日本数学教育史学会，2015年。②同「国定教科書（第2期版）の使用時期における分数の定義の導入に関する実践的研究の動向――初等数学としての分数論の形成に注目して」『教授学の探究』第30号，北海道大学大学院教育学研究院教育方法学研究室，2016年。③同「国定教科書（第2期版）の使用時期における分数論の存在形態――定義の導入に関する実践的研究を基礎付けていた学校数学としての分数論に注目して」『新潟大学教育学部研究紀要』第10巻，第2号，人文・社会科学編，2018年。黒表紙教科書（第2期版）の使用時期における実践的研究の動向（②③），および，それを基礎として文部省に報告されたと考えられる，黒表紙教科書（第2期版）の内容に関する師範学校の意見（①）に注目し，分数の定義の導入過程を対象とするアプローチを試みた。

(25)　この用語は次において用いられている。遠山啓「数学教育の変遷と生活単元学習批判」『遠山啓著作集』数学教育論シリーズ，第13巻，数学教育の改革運動，太郎次郎社，1981年，15ページ。この批判を含め，黒表紙教科書における分数除法の計算規則に関する説明に関する先行研究は，岡野勉，前掲(3)に整理されている。なお，先行研究においては，本文において指摘した第一，第二の特徴が強調される傾向が強く，第三の特徴は注目されていない。この点は近年の研究においても同じである（上垣渉，前掲(1)，③，518～519ページ）。なお，分数乗法に関する説明も，「『規約主義』への逃避」，「機械的おしつけ」として批判の対象となっている（中谷太郎「黒表紙小学算術書について」小倉金之助先生古稀記念出版編集委員会編『科学史と科学教育』大日本図書，1956年，231ページ）。

(26)　史料の所蔵機関は，国立教育政策研究所教育図書館（①⑤），国立国会図書館デジタルコレクション（②③④⑥⑦⑨⑩），新潟大学附属図書館（⑧）である。

(27)　教育学術研究会「序」，堀越源次郎『算術科教授法』6学年小学校各科教授全書，同文館，1908（明治41）年。

(28)　水戸部寅松「分数乗法及び除法教授」『教育研究』第50号，東京高等師範学校附属小学校内初等教育研究会，大日本図書，1908（明治41）年5月，1ページ。水戸部寅松（⑧）においては，分数除法の計算規則に関する説明について，次に示す3通りの方法が紹介され，検討が加えられている。(1)《乗法の逆演算》としての定義を出発点とする方法。(2)《包含除》としての定義を用いる方法。(3)《商分数の論理》に依拠した分数の定義および《除法における除数と商との関係》を用いる方法。ただし，(3)については，該当する史料を確認することができなかった。この点により，本論文においては，水戸部寅松（⑧）において紹介されている内容を検討の対象とする（第2章，第3節）。

(29)　廣田虎之助『聚楽式算術教授法』下巻，寶文館，1909（明治42）年，523～524ページ。

(30)　廣田虎之助による算術教育研究については次を参照。小野健司「広田虎之助と実験的算術教育研究――教師の常識と教育研究の自由」『仮説実験授業研究』第Ⅲ期，第11集，仮説実験授業研究会，仮説社，2013年。

(31)　教育学術研究会編『毎時配当　国定算術教授細目』高等科，寶文館，同文館，1905（明治38）年，「緒言」，3ページ，4ページ。

(32)　教育学術研究会，前掲(31)，3ページ。

(33)　京都府師範学校附属小学校編『国定算術教授指針　完』文港堂，1907（明治40）年，清水儀六（京都府師範学校附属小学校）による序文。

(34)　廣田虎之助，前掲(29)，5ページ。

(35)「小学校令施行規則」(1900（明治33）年)，第1章「教科及編制」，第1節「教則」，第4条。米田俊彦，前掲(5)，228ページ。

(36)　廣田虎之助，前掲(29)，529～530ページ。

(37)　中郁五六・阿知波小三郎『国定算術教授法及教案　附細目』高等科第2学年，上巻，文学社，1905（明治38）年，1ページ。

(38) 教育学術研究会編『毎時配当　国定算術教授細案』高等科第2学年，寶文館，同文館，1905（明治38）年，96ページ。

(39) 当時の教授法書においても，「分数が思考を陶冶練磨するの価値は甚だ大なり」として，同じ見方が示されている。ただし，この見方（「形式的見解」）と合わせて，「この習熟に由りて計算上の便利を得ること少からず」とする見方（「実用的見解」）から考える必要性が指摘されている（小泉又一（東京高等師範学校）・乙竹岩造（東京高等師範学校）編『小学校各教科教授法』大日本図書，1907（明治40）年，96ページ)。

(40) 水戸部寅松，前掲(28)，1ページ。

(41) 水戸部寅松，前掲(28)，3ページ。

(42) 水戸部寅松，前掲(28)，1ページ。

(43) 教育学術研究会，前掲(38)，92ページ。

(44) 教育学術研究会，前掲(38)，92ページ。

(45) 水戸部寅松，前掲(28)，1ページ。

(46) 教育学術研究会，前掲(38)，92～93ページ。

(47) 水戸部寅松，前掲(28)，1ページ。

(48) 廣田虎之助，前掲(29)，523～524ページ。

(49) 廣田虎之助，前掲(29)，614ページ。

(50) 廣田虎之助，前掲(29)，650ページ。

(51) 廣田虎之助，前掲(29)，640ページ，646ページ。

(52) 「教科書編纂関係者氏名」『沢柳研究資料』第12巻，梶山雅史『近代日本教科書史研究――明治期検定制度の成立と崩壊』ミネルヴァ書房，1988年，317ページ。

(53) 川上瀧男「国定算術書取扱上の注意」『神奈川県教育会雑誌』第17号，神奈川県師範学校附属小学校内神奈川県教育会雑誌編輯所，1906（明治39）年9月，6ページ。

(54) 川上瀧男「国定算術教科書使用につき川上文部編輯の講話概要」『富山県教育会雑誌』第20号，富山県教育会，1907（明治40）年1月，18ページ。

(55) 川上瀧男「国定教科書算術教授法講義大要」『宮城県教育会雑誌』第118号，宮城県教育会事務所，1906（明治39）年6月，53ページ。

(56) 京都府師範学校附属小学校，前掲(33)，18ページ。

(57) 国定算術教授研究会編『国定算術基本教材』廣文堂書店，1908（明治41）年，77ページ。

(58) 京都府師範学校附属小学校，前掲(33)，18ページ。

(59) 国定算術教授研究会，前掲(57)，77ページ。

(60) 中郁五六・阿知波小三郎，前掲(37)，117～123ページ。

(61) 《整数÷単位分数》の場合については，例題「或地所の3分の1を買ふたる代価は25円なりといふ。全体の価何程」に即した説明により，計算規則「其の運算は分母を被除数に掛けたるものに等し」$\left(X \div \frac{1}{a} = X \times a\right)$ が導かれている。ただし，説明の過程に関する検討は省略する。

(62) 《整数÷分数》の場合については，第一に，「算式の変化により導くもの」，すなわち，除数となる分数に対する，《分割分数の論理》に依拠した分数の定義の適用 $\left(50 \div \frac{2}{3} = 50 \div \left(\frac{1}{3} \times 2\right)\right)$ を第一の変形とする一連の式変形によって計算規則を導く方法，第二に，上記，第一の方法とは「別方面より」の説明，2通りの説明が示されている。ここでは後者について見る。

(63) 原文とは数値が異なるが，以下においては，説明の過程(2)において示された例題の数値を用いる。

(64) 説明の過程(3)において，$X円 \times \frac{2}{3} = 50円$ の両辺に $\frac{2}{3}$ の《逆数》$\frac{3}{2}$ を乗ずること，続いて，《逆数》の定義 $\left(\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1\right)$ を適用することにより，上記の式は，$X円 = 50円 \times \frac{3}{2}$ に変形される。これにより，$50円 \div \frac{2}{3} = (50円 \div 2) \times 3$ の媒介を経た間接的な方法ではなく，直接的な方法によって，$50円 \div \frac{2}{3} = 50円 \times \frac{3}{2}$ を導く説明が可能となる。

(65) 《分数乗法の計算規則》は次の形で導かれている。「分数に分数を掛くるとは，其の分数を分母にて割り，これに分子を掛くることなり」（中郁五六・阿知波小三郎，前掲(37)，99ページ)。

(66) 水戸部寅松，前掲(28)，4ページ。

(67) 千葉県師範学校附属小学校編『小学校各科教授細目編纂趣意書　附実施上の注意』多田屋書店，1906（明治39）年，187ページ。

(68) 千葉県師範学校附属小学校編『小学校各科教授細目』多田屋書店，1906（明治39）年，98ページ。「本書ハ，明治39学年度本校教授細目編纂ノ方針並ニ之ガ実施上ノ注意事項ヲ明ニシ，細目運用者ノ便ニ供センガタメ，編纂シタルモリナリ」（千葉県師範学校附属小学校，前掲(67)，「凡例」，1ページ)。

(69)　この場合についても，説明の過程(2)において，商$\times\frac{2}{5}=\frac{3}{4}$の両辺に対して，$\frac{2}{5}$の《逆数》$\frac{5}{2}$を乗ずること，《逆数》の定義$\left(\frac{2}{5}\times\frac{5}{2}=1\right)$を適用することにより，商$=\frac{3}{4}\times\frac{5}{2}$を導くことが可能となる。

(70)　遠山成道編『国定準據　算術教授日案』尋常小学校第6学年，第2巻，広島市播磨屋町尋常小学校内教授法研究会，1909（明治42）年，98～101ページ。

(71)　廣田虎之助，前掲(29)，646～649ページ。

(72)　廣田虎之助，前掲(29)，650～655ページ。

(73)　教育学術研究会，前掲(38)，92～94ページ。

(74)　《分数乗法の計算規則》は次の形で導かれている。「或る分数に分数を掛けるには，被乗数を乗数の分母にて割り，之れに乗数の分子を掛くべし」（教育学術研究会，前掲(38)，76ページ）。

(75)　水戸部寅松，前掲(28)，3ページ。

(76)　水戸部寅松，前掲(28)，3ページ。

(77)　整数除法については，「次の如き二つの場合あることを教へよ」として，「(1) 甲は乙の幾倍なるかを求むること」，「(2) 甲を乙だけに等分したる一部分を求むること」が示されている（教育学術研究会編『毎時配当　国定算術教授細案』高等科第1学年，寶文館，同文館，1905（明治38）年，48～49ページ）。(1)が《包含除》に，(2)が《等分除》に，それぞれ，該当する。

(78)　堀越源次郎『算術科教授法』6学年小学校各科教授全書，同文館，1908（明治41）年，311ページ。

(79)　堀越源次郎，前掲(78)，311ページ。

(80)　水戸部寅松，前掲(28)，3ページ。

(81)　水戸部寅松，前掲(28)，2ページ。

(82)　水戸部寅松，前掲(28)，4ページ。

(83)　文部省，中村紀久二，前掲(20)，5ページ，157ページ。

(84)　文部省，中村紀久二，前掲(20)，5ページ，157ページ。

《付記》

本論文は，2016～2019年度，日本学術振興会科学研究費助成事業（学術研究助成基金助成金）（基盤研究(C)）「国定算術教科書の改訂過程に関する研究――教育実践研究との関連を基本的観点として」（研究代表者，岡野勉，課題番号16K04457），および，2021年～2023年度，日本学術振興会科学研究費助成事業（基盤研究(C)）「授業記録の網羅探索型集大成で開国後理数工教育の新実相究明――電脳時代的なその再創成」（研究代表者，小林昭三，研究課題番号21K02947）による研究成果の一部である。