

対密度汎関数理論を用いた中性子星内殻における  
原子核と超流動中性子の相互作用の研究

新潟大学大学院 自然科学研究科  
博士後期課程 数理物質科学専攻

起橋 俊之

# 目次

|      |                           |    |
|------|---------------------------|----|
| 1    | 原子核と中性子星                  | 2  |
| 1.1  | 中性子星内殻 . . . . .          | 2  |
| 1.2  | 超流動 . . . . .             | 4  |
| 1.3  | 原子核と超流動中性子の相互作用 . . . . . | 5  |
| 1.4  | 本研究の目的 . . . . .          | 7  |
| 1.5  | 章立て . . . . .             | 7  |
| 2    | 対密度汎関数理論                  | 8  |
| 2.1  | Skyrme 相互作用 . . . . .     | 10 |
| 3    | 密度依存型のペアリング相互作用           | 12 |
| 4    | 数値計算における条件                | 20 |
| 4.1  | 有限サイズ効果 . . . . .         | 21 |
| 5    | 近接効果                      | 25 |
| 5.1  | 近接効果の長さ . . . . .         | 25 |
| 5.2  | 実際の内殻 . . . . .           | 28 |
| 5.3  | 他の内殻配位を用いた計算 . . . . .    | 31 |
| 6    | 結論                        | 34 |
| 6.1  | 結論 . . . . .              | 34 |
| 付録 A | 中性子一様物質における BCS 理論        | 36 |

# 1 原子核と中性子星

## 1.1 中性子星内殻

中性子星内殻は原子核クラスターと超流動中性子からなる非一様な物質から構成される [1]。中性子星内殻の非一様な構造は、高密度核物質の物理を知ることができ、原子核を研究している物理学者にとって最先端の研究対象となっている。中性子星は半径が十数 km に対して、太陽の数十倍の質量をもつことからコンパクトスターと呼ばれる天体に分類される [2]。中性子星の平均質量密度は、 $\bar{\rho} \sim 2\rho_0 - 3\rho_0$  ととても高密度であり [2]、内殻の密度は  $\rho \sim 2 \times 10^{-4}$  から  $0.1 \text{ fm}^{-3}$  となる [3]。(ここで  $\rho_0$  は原子核の飽和密度) 内殻は、中性子過剰な原子核 (中性子過剰核と呼ばれる) と自由な中性子と電子から成る。中性子過剰核と中性子は超流動状態にある。原子核は陽子と中性子から構成され、これらはスピン 1/2 のフェルミオンに分類される [4]。内殻の構造を決定づける力は、遠距離力であるクーロン力であり、原子核は格子の各頂点に固定されている [2]。原子核は、安定核と呼ばれる中性子数  $N$  が陽子数  $Z$  と同程度である状態が安定であり、地球上では最も多い。内殻では、中性子が陽子に比べて非常に多いため、中性子は原子核の外側にこぼれだし一様中性子物質を形成する (あるいは中性子の海とも呼ばれる)。一様中性子物質の密度は、中性子星表面からの深度によって増加する。内殻の中でも外殻に近い密度の低い領域 (図 1 の B の右側の状態に対応する) では、原子核は球形であり、この領域から密度が高くなる (深度が深くなる) と原子核は変形をし始めると考えられており、やがて面白い形を持った原子核パスタが誕生する [5]。原子核パスタは、図 1 の B に書かれているように、スパゲッティ、ラザニア、(マカロニ)、スイスチーズと呼ばれる構造を持つと考えられている。スイスチーズよりさらに密度が高くなると一様物質になると考えられている。中性子星では、グリッチと呼ばれる突発的な回転速度の増加が観測されることが知られており、中性子渦による原子核のピン止めとピン外れがグリッチを引き起こす最も有力な原因として考えられている [2]。中性子渦は図 1 の A に描かれており、これを計算することは最先端の研究テーマの一つとなっている [3, 6, 7]。内殻の原子核クラスターの陽子数  $Z$  は、低密度の領域において、液滴模型の計算からは、 $Z \sim 40$  を好むと考えられている [8] (液滴模型は原子核を歴史的に初めて説明した模型である [4])。原原子核構造の立場から考えると、 $Z=40$  は、魔法数 (2, 8, 20, 28, 50, 82, 126) ではないが、 $1p_{1/2}$  が閉じる部分閉殻であり、原子核は、安定に存在していると考えられる。なおその次の軌道は、 $2g_{9/2}$  であり、10個の陽子が入る軌道である。

中性子星内殻に対して微視的な計算である Hartree-Fock(HF) 計算を最初に行った

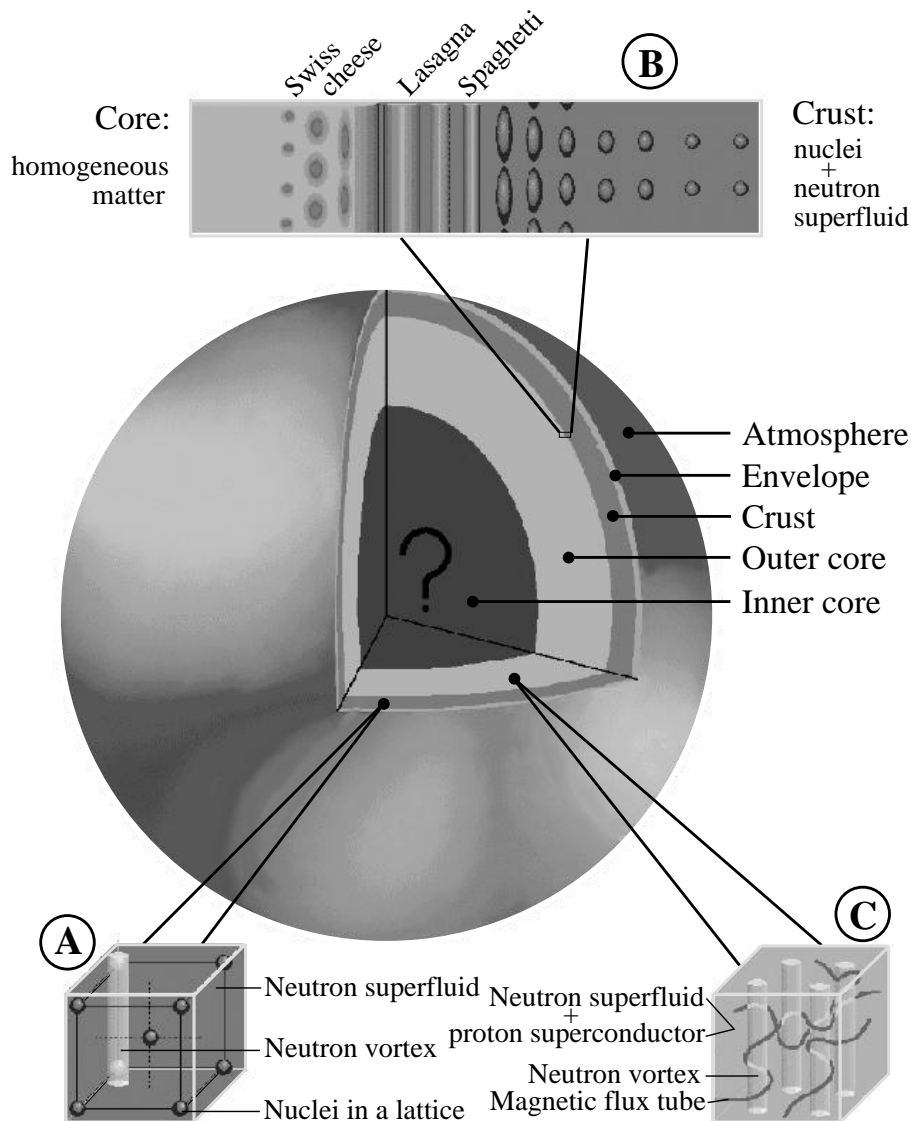


図 1: 中性子星の内部構造。論文 [5] より引用。

のは、Negele と Vautherin である [10]。彼らは、内殻に存在するであろう原子核クラスターの条件を求めた。図 2 には、Negele と Vautherin が求めた内殻の中性子密度及び陽子密度が描かれており、中性子密度は、陽子密度のように局在化しておらず原子核の外側まで広がっていることがわかる。異なる 5 つの密度が描かれているが、図の上部は外殻に近い密度が低い領域であり、下部はパスタ構造（あるいは核）に近い高密度の領域である。密度が増加するとともに原子核の間の距離が減少することがわかる。また最適な陽子数も変化すると考えられており、低密度では、 $Z=40$  (Zr) の原子核クラスターを形成すると考えられている。

原子核にとって超流動性は重要な性質の一つである [4]。原子核クラスターの計算においても超流動性を含む必要があり、Hartree-Fock-Bogoliubov(HFB) 理論による計

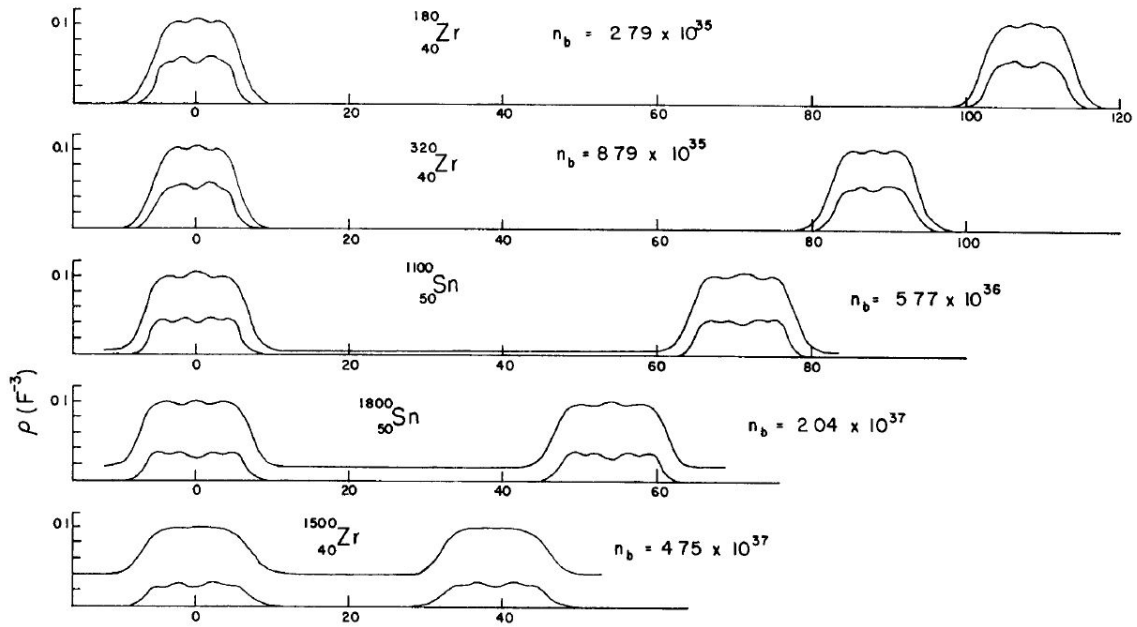


図 2: 中性子星の内部構造。論文 [10] より引用。

算が行われるようになった [11]。超流動性は、内殻の比熱にも影響を及ぼすと考えられており、中性子星の冷却を考えるうえでも重要となっている。

## 1.2 超流動

中性子内殻を考える上で超流動性は性質を決める重要な役割を果たす。超流動と超伝導は同じ現象であり、電荷がある場合に超伝導と呼ばれ、電荷がない場合には超流動と呼ばれる。超伝導現象は、エネルギーを下げるために生じる Cooper 対による多体相関で 1957 年に J. Bardeen、L. N. Cooper、J. R. Schrieffer によって理論的に初めて説明された [12]。U(1) ゲージ対称性（原子核の場合は粒子数）を破ることにより超伝導現象が説明できることが Bardeen-Cooper-Schrieffer(BCS) によって示され、BCS 理論と呼ばれる。BCS 理論は、原子核理論や物性理論において超流動あるいは超伝導現象を表現する手法として用いられ、成功を収めている。

BCS 理論は Cooper 対を平均場のレベルで取り扱った理論であり、平均場のレベルを超えた超流動性の記述も行われている。超流動中性子の低密度極限においては、BCS 理論の発表 (1957 年) からまもなく 1961 年に、L. P. Gor'kov と T. M. Melik-Barkhusdarov によって Gor'kov and Melik-Barkhusdarov(GMB) 理論が発表された [13]。GMB 理論では、媒質効果や遮蔽効果といった誘導場による高次の効果が含まれている。このような効果により Cooper 対の生成が抑制され、超流動性の強さであるペアギャップが、BCS 理論の半分程度になると考えられている。

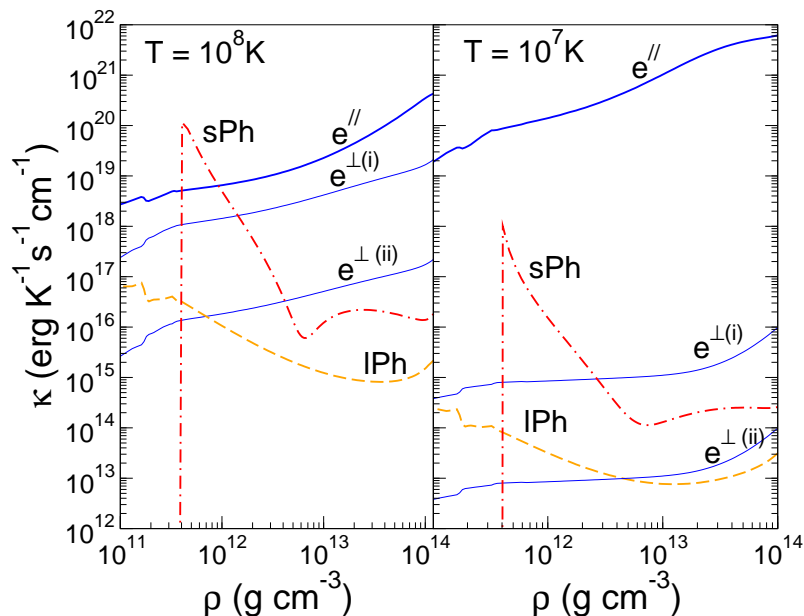


図 3: 中性子星の内部構造。論文 [16] より引用。

低密度極限に限らずに超流動中性子を説明しようという試みとして、第一原理計算 (モンテカルロ) 計算が挙げられる [14,15]。モンテカルロ計算は、核子が多くなると計算量が著しく多くなるため、近年、超流動中性子の低密度において、計算が行われるようになってきた。なおモンテカルロ計算におけるペアギャップ  $\Delta$  は、BCS 理論の半分程度であり、GMB 理論に近くなる [14]。

### 1.3 原子核と超流動中性子の相互作用

中性子星の冷却は、中性子星内部の状態と密接に関係するため多くの人が取り組んでいる課題である。中性子星の冷却を考えるうえで中性子星内殻の比熱や熱伝導率の計算は熱輸送という観点から重要である。

内殻の比熱の計算において超流動性や非一様性は重要な働きをする。近年、一様性を仮定しない内殻での比熱の計算が行われるようになり [16–20]、原子核クラスターの存在が内殻の比熱に大きな違いをもたらすと主張されてきた [11,21–24]。さらに、磁化された中性子星の場合に超流動中性子の比熱が高く熱輸送を担う物質になりうる可能性があることが示された [16]。図 3 がその図であり、縦軸は熱伝導率、横軸が密度である。また  $T$  は温度である。図 3 には、内殻に存在する格子振動 (lattice Phonon: lPh)、超流動音波 (superfluid Phonon: sPh)、及び中性子星の磁場に対して平行な電子  $e//$  と垂直な電子  $e^\perp$  の比熱がそれぞれ示されている。超流動音波の熱伝導率が大きく、内殻の熱輸送を考えるうえで大きな寄与をすることが予想される。これを受け

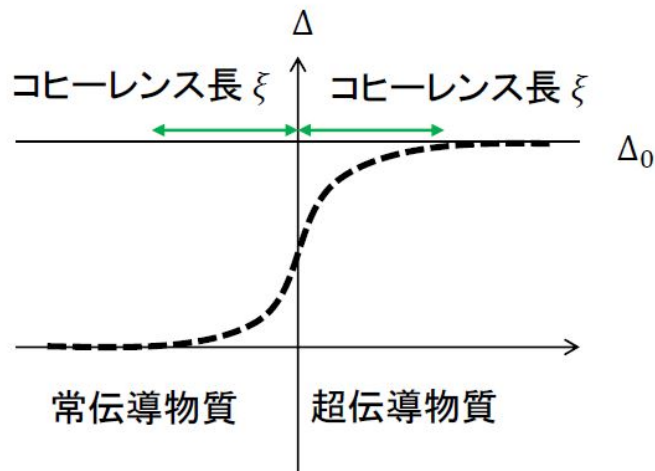


図 4: 近接効果の概念図 [28]。

て新潟グループの研究で、原子核クラスターの振動モード（双極子振動と四重極子振動）と Anderson-Bogoliubov モードと呼ばれる超流動中性子の集団励起の相互作用が調べられました [25,26]。原子核クラスターと超流動中性子の集団運動における両者の動的結合が弱いことを発見しました。

内殻の比熱を局所密度近似（Local Density Approximation: LDA）で求めた値が HFB によって求めた値よりも大きくなる結果が得られた [9]。この違いは、超流動中性子が原子核と対相関を組むことによって、境界でのペア場が滑らかになることの影響であると考えられている。これは、近接効果と呼ばれる。近接効果は、P. G. de Gennes によって説明された異なる超伝導物質の境界近傍でのクーパー対の性質である [27,28]。超伝導あるいは超流動物質と通常物質（または異なるペアリングの性質を持つ物質）が接している場合に、境界付近のクーパー対が変化する現象である。常伝導物質と超伝導物質の場合には、超伝導物質のクーパー対が常伝導物質にコヒーレンス長程度侵入する現象として説明される（図 4） [28]。

## 1.4 本研究の目的

中性子星内殻の比熱を非一様性や超流動性を含んで計算することが重要であると考えられている。超流動中性子が原子核の対相関に影響を及ぼすことによって内殻の比熱が変わるという結果が示された [9]。一方で、超流動中性子に対する原子核の存在の影響は調べられていない。近年、磁化された中性子星において超流動中性子の熱伝導率が大きくなる可能性が示されたため [16]、超流動中性子の超流動性について調べることが重要である。

そのため本研究は、中性子内殻における原子核と超流動中性子の相互作用に注目して、超流動中性子が原子核の影響によってどの程度変化するのかを調べた。原子核の存在の影響が大きい場合には、超流動中性子は一様中性子物質と異なる超流動状態にあると考えられ、超流動中性子の熱伝導率の計算結果が異なることが予想される。この研究によって、超流動中性子が原子核の存在を受けてどの程度超流動性が変化するのかを明らかにすることができる。

本研究では、超流動中性子に注目して定量的な分析を行うために、内殻に対して球形 Wigner-Seitz cell 近似の考えをもとに、対密度汎関数理論の枠組みで分析を行う。超流動中性子の超流動性について分析するために、本研究では、3種類の密度依存型のデルタ相互作用 (Density-Dependent-Delta-Interaction: DDDI) を用いる。議論においては、有限サイズ効果を取り除くために、大きな箱を設定して計算を行った。内殻において実際に存在する原子核として考えられる条件として HF 計算によって求められた Wigner-Seitz cell [10] を用いて分析を行なった。

## 1.5 章立て

第2章では、本研究で用いる理論の説明として、対密度汎関数理論と Skyrme 相互作用について説明する。3つの DDDI による超流動中性子における超流動性の違いを第3章で説明する。第4章では、数値計算に用いた細かな条件及び有限サイズ効果の影響について述べる。第5章では、数値計算による分析の結果を説明する。第6章は、結論と今後の展望である。



## 2 対密度汎関数理論

原子核における対密度汎関数理論は、核子多体系が作り出す自己無撞着な平均場で原子核を記述する理論である。密度を汎関数とすることによって第一原理計算に比べて少ない計算コストで答えを求めることができる。原子核において対相関は、重要な性質の一つであることが知られており、本研究においては、欠かすことのできないものである。原子核理論分野における対密度汎関数理論は、HFB 理論と呼ばれている。HFB 理論は物性理論分野では、Bogoliubov de-Genneus(BdG) 理論と呼ばれる理論に対応する [29]。

HFB 理論は、対相関を表現するために、Bogoliubov 準粒子を導入する [30]。Bogoliubov 準粒子は、2 成分の波動関数として導入される。記法は文献 [31] に従う。

$$\phi_i(x) = \begin{pmatrix} \phi_i^{(1)}(x) \\ \phi_i^{(2)}(x) \end{pmatrix} \quad (1)$$

場の演算子  $\psi_i(x), \psi_i^+(x)$  と準粒子の生成消滅演算子  $\beta_i, \beta_i^+$  を関係づける一般化 Bogoliubov 変換は

$$\begin{pmatrix} \psi_i(x) \\ \psi_i^+(x) \end{pmatrix} = \sum_i \begin{pmatrix} \phi_i^{(1)}(x) \\ \phi_i^{(2)}(x) \end{pmatrix} \beta_i + \begin{pmatrix} -\phi_i^{(2)*}(\tilde{x}) \\ \phi_i^{(1)*}(\tilde{x}) \end{pmatrix} \beta_i^+ = \sum_i \phi_i(x) \beta_i + \bar{\phi}_i(x) \beta_i^+ \quad (2)$$

と表すことが出来る。ここで  $\beta_i$  は

$$\beta_i |\Psi\rangle = 0 \quad (3)$$

となる準粒子に対する消滅演算子である。

この 2 成分の波動関数  $\phi_i(x)$  は正規直交性

$$\begin{aligned} \int dx \phi_i^+(x) \phi_j(x) &= \delta_{ij} \\ \int dx \bar{\phi}_i^+(x) \bar{\phi}_j(x) &= \delta_{ij} \\ \int dx \bar{\phi}_i^+(x) \phi_j(x) &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

と完全性関係

$$\sum_i \phi_i(x) \phi_i^+(x') + \sum_i \bar{\phi}_i(x) \bar{\phi}_i^+(x') = \delta(x - x') \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

を持つ。

次に3つの密度を定義する。

$$\begin{aligned}\rho(x, x') &= \langle \Psi | \psi^+(x') \psi(x) | \Psi \rangle = \langle \psi^+(x') \psi(x) \rangle \\ \kappa(x, x') &= \langle \Psi | \psi(x') \psi(x) | \Psi \rangle = \langle \psi(x') \psi(x) \rangle \\ \tilde{\rho}(x, x') &= \langle \Psi | \psi(\tilde{x}') \psi(x) | \Psi \rangle = \langle \psi(\tilde{x}') \psi(x) \rangle = \kappa(x, \tilde{x}')\end{aligned}\quad (6)$$

これは密度行列  $\rho(x, x')$ 、ペアリングテンサー  $\kappa(x, x')$ 、ペア密度行列  $\tilde{\rho}(x, x')$  と呼ばれる。密度行列が通常我々が密度と呼ぶものに対応する。密度行列は準粒子波動関数の積として

$$\begin{aligned}\rho(x, x') &= \sum_i \psi_i^{(2)*}(\tilde{x}) \psi_i^{(2)}(\tilde{x}') \\ \tilde{\rho}(x, x') &= - \sum_i \psi_i^{(2)*}(\tilde{x}) \psi_i^{(1)}(\tilde{x}')\end{aligned}\quad (7)$$

求められる。さらに一般化密度行列  $R$  を導入する。

$$R(x, x') = \begin{pmatrix} \langle \psi^+(x') \psi(x) \rangle & \langle \psi(\tilde{x}') \psi(x) \rangle \\ \langle \psi^+(x') \psi^+(\tilde{x}) \rangle & \langle \psi^+(x') \psi(x) \rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho(x, x') & \tilde{\rho}(x, x') \\ \tilde{\rho}^*(x', \tilde{x}) & \rho'(x, x') \end{pmatrix}\quad (8)$$

これは2成分の波動関数を用いて

$$R(x, x') = \sum_i \bar{\phi}_i^-(x) \bar{\phi}_i^+(x')\quad (9)$$

とも書ける。ここで  $\rho'(x, x') = \delta(x, x') - \rho^*(\tilde{x}, \tilde{x}')$  である。

全エネルギーに対する密度の変分を求めることにより HFB 方程式は導ける。全エネルギー  $E$  に関する変分は、

$$\delta E[\rho, \tilde{\rho}, \tilde{\rho}^*] = \int dx dx' \left( \frac{\delta E}{\delta \rho} \delta \rho + \frac{\delta E}{\delta \tilde{\rho}} \delta \tilde{\rho} + \frac{\delta E}{\delta \tilde{\rho}^*} \delta \tilde{\rho}^* \right)\quad (10)$$

と与えられる。第1項は Hartree-Fock ポテンシャルと呼ばれる自己無撞着場  $h(x, x')$  である。第2,3項はペアポテンシャル

$$\Delta(x, x') = 2 \frac{\delta E}{\delta \tilde{\rho}^*(x, x')}\quad (11)$$

である。規格化条件のもとで粒子数  $\langle \Phi | \hat{N} | \Phi \rangle = N$  を満たすように拘束条件付き変分

$$\delta E - \lambda \delta N + \frac{1}{2} \sum_i E_i \delta N_i = 0\quad (12)$$

を取ると座標表示 HFB 方程式を得る。

$$\int dx' \begin{bmatrix} -\frac{\nabla^2}{2m} + \Gamma_{corr} - \lambda \delta_{xx'} & \Delta(x, x') \\ \Delta^*(\tilde{x}, \tilde{x}') & \frac{\nabla^2}{2m} - \Gamma_{corr} + \lambda \delta_{xx'} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_i^{(1)}(x') \\ \phi_i^{(2)}(x') \end{bmatrix} = E_i \begin{bmatrix} \phi_i^{(1)}(x) \\ \phi_i^{(2)}(x) \end{bmatrix}\quad (13)$$

ここで出てくる  $\lambda$  は化学ポテンシャル (フェルミエネルギーとも呼ばれる) であり、 $E_i$  は準粒子エネルギーであり、正と負の対となるエネルギー固有値を持つ。Skyrme 相互作用では正のエネルギー固有値に対して、密度の発散を防ぐためにエネルギーカットを設定して計算を行う。電子の影響は小さいため無視する。

ここで動経波動関数  $\psi_i(r)$  は以下のように設定する。

$$\phi_i(\vec{r}, \sigma, \tau) = \frac{\psi_i(r)}{r} \mathcal{Y}_{ljm}(\hat{r}, \sigma) \chi(\tau) \quad (14)$$

$$\mathcal{Y}_{ljm}(\hat{r}, \sigma) = \sum_{mlm_s} \langle l \frac{1}{2} m_l m_s | jm \rangle Y_{lm_l}(\hat{r}) \chi_{m_s}(\sigma)$$

$l$  は、角運動量であり、 $j$  は、全角運動量、 $m$  は、全角運動量の  $z$  成分であり、 $Y_{lm_l}$  は、球面調和関数、 $\chi_{m_s}$  は、スピン波動関数である。

Skyrme 相互作用のもとで球対称の HFB 方程式は動経波動関数  $\psi_i(r)$  について

$$\begin{bmatrix} -\frac{d}{dr} \frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d}{dr} + U_i - \lambda & \Delta(r) \\ \Delta(r) & \frac{d}{dr} \frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d}{dr} - U_i + \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_i^{(1)}(r) \\ \psi_i^{(2)}(r) \end{bmatrix} = E_i \begin{bmatrix} \psi_i^{(1)}(r) \\ \psi_i^{(2)}(r) \end{bmatrix} \quad (15)$$

と書ける。ここで  $m^*$  は、有効質量である。 $U_i$  はポテンシャルである。これは、座標表示  $(r, \sigma)$  における HFB 方程式であり、行列はエルミートである。またこの行列の次元はメッシュ数  $N$  に比例し  $2N$  となる。

## 2.1 Skyrme 相互作用

Skyrme 相互作用は T. H. R. Skyrme によって作られた。2 体力及び 3 体力からなると考えられる核力をデルタ関数で表現することが特徴である。

相互作用から導出される平均場は簡便であり、Hartree-Fock 理論で用いられるようになった。

$$\begin{aligned} \hat{v}(1, 2) = & t_0(1 + x_0 P_\sigma) \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \\ & + \frac{1}{2} t_1(1 + x_1 P_\sigma) (\vec{k}'^2 \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) + \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \vec{k}^2) \\ & + t_2(1 + x_2 P_\sigma) \vec{k}' \cdot \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \vec{k} \\ & + \frac{1}{6} t_3(1 + x_3 P_\sigma) \rho^\gamma \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \\ & + iW_0(\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2) \cdot \vec{k}' \times \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \vec{k} \end{aligned} \quad (16)$$

ここで  $\vec{k} = \frac{1}{2i}(\nabla_1 - \nabla_2)$ ,  $\vec{k}' = -\frac{1}{2i}(\nabla_1 - \nabla_2)$ ,  $P_\sigma = \frac{1}{2}(1 - \sigma_1 \cdot \sigma_2)$  であり、 $P_\sigma$  はスピン交換演算子であり、 $\vec{k}$  は右側から働く、 $\vec{k}'$  は左側から働く相対運動量演算子である。今用いられている Skyrme 相互作用は現象論的に与えられる 10 個のパラメーター

$t_0, t_1, t_2, t_3, x_0, x_1, x_2, x_3, W_0, \gamma$  でポテンシャルを表現している。Skyrme 相互作用のパラメーターは多数のセットが与えられている [32]。本研究で主に用いる SLy4 は、中性子物質の状態方程式を再現するように決めたパラメーターである [33]。SkM\* は、原子核の一粒子エネルギーを再現するように決めたパラメーターである [34]。

### 3 密度依存型のペアリング相互作用

ペアリング相互作用として、密度依存型のデルタ相互作用 (DDDI) を用いる。中性子の場合には、

$$v_{\text{pair},n}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = V_n[\rho_n(\vec{r}), \rho_p(\vec{r})] \left( \frac{1 - P_\sigma}{2} \right) \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2), \quad \vec{r} = \vec{r}_1 (= \vec{r}_2), \quad (17)$$

となる。ここで  $V_n[\rho_n(\vec{r}), \rho_p(\vec{r})]$  は、密度依存相互作用強度であり、 $(1 - P_\sigma)/2$  は、スピニングレットの場合における射影演算子である。この場合に、ペアポテンシャル (式 15) は、

$$\Delta_n(r) = V_n[\rho_n(r), \rho_p(r)] \tilde{\rho}_n(r) \quad (18)$$

となる。 $V_n[\rho_n(\vec{r}), \rho_p(\vec{r})]$  について、三つのモデルで考えることにする。一つ目は、文献 [35, 36] で与えられたパラメーターで、

$$V_n[\rho_n(\vec{r})] = V_0 \left\{ 1 - 0.845 \left( \frac{\rho_n(r)}{\rho_0} \right)^{0.59} \right\} \quad (19)$$

中性子物質における裸の核力を使った BCS 近似のペアギャップを再現するように与えられたパラメーターである。ここで  $\rho_0 = 0.08 \text{ fm}^{-3}$  であり、一粒子エネルギーのカットオフは  $e_{\text{cut}} = 60 \text{ MeV}$  に決められている。定数  $V_0$  は、自由空間での  $^1S_0$  の散乱長  $a = -18.5 \text{ fm}$  を再現するように  $V_0 = -458.4 \text{ MeV fm}^3$  と決められた値である [35, 36]。このパラメーターは、裸の核力での BCS ギャップを再現するので、“DDDI-b” と呼ぶことにする。なおこのパラメーターは、論文 [35] において、DDDI-G3RS と呼んでいるものである。

異なるペアリングでの分析を行うために、中性子物質と原子核物質の両者のペアギャップを再現する新しい DDDI を使用する。密度汎関数理論の枠組みに従い [29, 37, 38]、BCS 近似を超える多体相関を含むペアギャップを再現するパラメーターを作成する。中性子物質においてペアギャップに BCS 近似を超えた媒質効果があることが知られている。その媒質効果は、多くの密度領域でペアギャップを減少させることが知られている [39–42]。低密度極限を考慮することができる密度では、遮蔽効果を考慮した摂動的なアプローチを取る理論が考えられており、それは Gor'kov と Melik-Barkhudarov によって作られたことから、Gor'kov and Melik-Barkhudarov (GMB) 理論と呼ばれる [13]。GMB 理論では、ペアギャップは、BCS 計算によるものよりも弱く、

$$\Delta_{\text{GMB}} \approx \frac{1}{(4e)^{\frac{1}{3}}} \Delta_{\text{BCS}} \approx \frac{1}{2.2} \Delta_{\text{BCS}} \quad (20)$$

表 1: 本研究で使用するペアリングのパラメーター。式 (21) と対応する。なおカットオフエネルギーは、 $e_{\text{cut}} = 60 \text{ MeV}$  である。

|         | $V_0 (\text{MeVfm}^3)$ | $\rho_0 (\text{fm}^{-3})$ | $\eta_1$ | $\alpha_1$ | $\eta_2$ | $\alpha_2$ | $\eta'_1$ | $\alpha'_1$ |
|---------|------------------------|---------------------------|----------|------------|----------|------------|-----------|-------------|
| DDDI-a1 | -458.4                 | 0.08                      | 0.59     | 1/3        | 0.06     | 2/3        | 0         | 1/3         |
| DDDI-a2 | -458.4                 | 0.08                      | 0.59     | 1/3        | 0.255    | 2/3        | -0.195    | 1/3         |
| DDDI-b  | -458.4                 | 0.08                      | 0.845    | 0.59       | -        | -          | -         | -           |

と考えられている。近年のパソコンの性能に伴い、モンテカルロに基づく第一原理計算を用いて、中性子物質の計算を行うことが低密度領域  $\rho_n \simeq 10^{-5} - 10^{-2} \text{ fm}^{-3}$  で可能となった。ペアギャップは BCS ギャップより弱く、BCS ギャップの 2/3-1/2 倍程度になると考えられている [14, 15, 41, 43]。

有限核の飽和密度に近い領域でのペアギャップを考える。裸の核力を使用した BCS 近似による計算は、実験値との対応が十分ではなく、BCS 近似を超える媒質効果については議論されているところである [46–48]。一方で、原子核のペアギャップの実験値は分かっているので、これを使っていく。

これらのペアギャップを再現するために、密度依存相互作用強度を以下で与える。

$$V_n[\rho_n(\vec{r}), \rho_p(\vec{r})] = V_0 \left\{ 1 - \eta_1 \left( \frac{\rho_n(r)}{\rho_0} \right)^{\alpha_1} - \eta_2 \left( \frac{\rho_n(r)}{\rho_0} \right)^{\alpha_2} - \eta'_1 \left( \frac{\rho_p(r)}{\rho_0} \right)^{\alpha'_1} \right\}. \quad (21)$$

第一項は、低密度極限での中性子物質の GMB ギャップを再現するように与える。BCS 近似においてペアギャップとデルタ相互作用の関係は、ギャップ方程式で当てられる。2 体の相互作用を  $v(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) = V_0 \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$  とすると、弱結合の BCS におけるギャップ方程式は、

$$\frac{1}{V_0} = -\frac{1}{2} \sum_{\vec{k}} \frac{1}{\sqrt{(e_k - \lambda)^2 + \Delta^2}} \quad (22)$$

と書ける。ここで、一粒子エネルギー  $e_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ 、フェルミエネルギー  $\lambda = e_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m}$  である。相互作用の発散を避けるために、カットオフ運動量  $k_c$  を導入する。

$$\sum_{\vec{k}} \equiv \frac{1}{(2\pi)^3} \int_0^{k_{\text{cut}}} 4\pi k^2 dk \quad (23)$$

同時に、一粒子エネルギーの最大値は、 $e_{\text{cut}} = \hbar^2 k_{\text{cut}}^2 / 2m$  となる。相互作用  $V_0$  は、0 エネルギーでの T 行列  $T_0 = \frac{4\pi\hbar^2 a}{m}$  と  $^1S_0$  チャンネルの中性子散乱長  $a$  を再現するように与える。これらの条件は、T 行列に対するリップマン–シュレディンガー方程

式によって、

$$\frac{1}{V_0} = \frac{1}{T_0} + \frac{1}{2} \sum_{\vec{k}} \frac{1}{e_k} \quad (24)$$

と書ける。この方程式によって  $V_0$  が決まる [49, 50]。

$$V_0 = -\frac{2\pi^2\hbar^2}{m} \frac{1}{k_{\text{cut}} - \frac{\pi}{2a}} \quad (25)$$

ギャップ方程式 (22) と T 行列に対する方程式 (24) より、

$$\frac{1}{T_0} = -\frac{1}{2} \sum_{\vec{k}} \left( \frac{1}{\sqrt{(e_k - e_F)^2 + \Delta^2}} - \frac{1}{e_k} \right) \quad (26)$$

となる。ギャップ方程式 (26) は、 $k_F|a| \ll 1$  及び  $k_F \ll k_c$  を満たす低密度極限  $k_F \rightarrow 0$  において解析的に解けることが知られており [51, 52]、その右辺は、 $\simeq N_0 \log\left(\frac{e^2\Delta}{8e_F}\right)$  と見積もれる。ここで  $N_0 = \frac{mk_F}{2\pi^2\hbar^2}$  はフェルミエネルギーでの一粒子準位密度である。この極限において、ペアギャップは

$$\Delta_{\text{BCS}} = \frac{8e_F}{e^2} \exp\left(\frac{1}{T_0 N_0}\right) = \frac{8e_F}{e^2} \exp\left(\frac{\pi}{2k_F a}\right) \quad (27)$$

と与えられる [40, 45, 51, 52]。ここで、T 行列  $T_0$  は、繰り込み因子であり、デルタ型の相互作用の規格化を行う。低密度極限での媒質効果は、誘起相互作用

$$U_{\text{ind}} = N_0 T_0^2 \frac{1 + 2 \log 2}{3} \quad (28)$$

において [44, 45]、 $T_0 \rightarrow T_0 + U_{\text{ind}}$  と置き換えすることにより表現できる。因子  $(1 + 2 \log 2)/3$  は、リンドハート関数の平均から生じる項である。同様に、ギャップ方程式 (26) の左辺に対しても置き換えを行うことにより、

$$\frac{1}{T_0} \rightarrow \frac{1}{T_0 + U_{\text{ind}}} \simeq \frac{1}{T_0} - \frac{1 + 2 \log 2}{3} N_0 \quad (29)$$

となり、GMB ギャップ  $\Delta_{\text{GMB}}$  は低密度極限で、

$$\Delta_{\text{GMB}} = \frac{8e_F}{e^2} \exp\left(\frac{1}{T_0 N_0} - \frac{1 + 2 \log 2}{3}\right) = \frac{1}{(4e)^{1/3}} \Delta_{\text{BCS}} \quad (30)$$

と表現でき、BCS ギャップよりも  $1/2.2$  倍だけ小さな値となる。誘起相互作用 (29) とギャップ方程式 (26) より、デルタ型の相互作用の枠組みにおいて、GMB ギャップを再現する相互作用  $V_{\text{GMB}}$  は、

$$\frac{1}{V_{\text{GMB}}} = \frac{1}{T_0} - \frac{1 + 2 \log 2}{3} N_0 + \frac{1}{2} \sum_{\vec{k}} \frac{1}{e_k} \quad (31)$$

と求まる。ここで  $V_{\text{GMB}}$  は、フェルミ運動量  $k_F$  に依存する量である。式 (31) を  $k_F$  について、展開することにより、密度  $\rho = k_F^3/3\pi^3$  の項として

$$V_{\text{GMB}} = V_0 \left\{ 1 - \eta \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^{1/3} + O \left( \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^{2/3} \right) \right\} \quad (32)$$

とあらわすことができる。ここで

$$\eta = \frac{1 + 2 \log 2}{3} \frac{k_{F0}}{k_{\text{cut}} - \frac{\pi}{2a}}, \quad k_{F0} = (3\pi^2 \rho_0)^{1/3} \quad (33)$$

である。ここに  $k_c$  を代入することにより、式 (21) の第一項は、 $\alpha_1 = 1/3$  と  $\eta_1 = 0.59$  となり、低密度極限で GMB ギャップを表現する密度依存相互作用となる。

第二項及び第三項は、有限の密度での中性子ペアギャップ及び原子核の平均中性子ギャップを再現するように与えよる。第二項に関するパラメーター  $\alpha_2$  は  $\alpha_2 = 2/3$  として、第二項が  $\rho_n^{2/3} \propto k_{F,n}^2$  に比例するように与える。そして、係数  $\eta_2$  は、Gezerlis と Carlson による量子モンテカルロ計算と Abe と Seki による determinantal lattice モンテカルロ計算によって得られた密度領域  $10^{-5} \text{ fm}^{-3} \lesssim \rho_n \lesssim 10^{-2} \text{ fm}^{-3}$  での中性子ギャップを再現するように与える。

第三項は、陽子による媒質効果の一部を表現するために陽子に依存する項として与える。単純のために、陽子のフェルミ運動量  $k_{F,p}$  (すなわち  $\rho_p^{1/3}$ ) に比例する項として考える。(対称核物質における媒質効果の摂動的な見積もりでは、斥力の誘起相互作用が働き、 $N_{0,p} \propto k_{F,p}$  に比例する [44].) パラメーター  $\eta'_1$  とまだ決まっていない  $\eta_2$  を使って原子核のペアギャップを再現する。原子核のギャップとして、HFB によって得られる  $^{120}\text{Sn}$  の平均中性子ペアギャップ

$$\Delta_{n,uv} = \frac{\int \Delta_n(r) \tilde{\rho}(r) d\vec{r}}{\int \tilde{\rho}(r) d\vec{r}} \quad (34)$$

を使用する。対応する実験値は、3 点間での偶奇質量差によって得られた中性子ギャップ  $\Delta_{n,\text{exp}}$  を採用する [53]。

これらの条件を満たすためには、一様中性子物質と有限核の中性子ペアギャップを同じ DDDI で計算する必要がある。そこで、Skyrme 型の SLy4 を用いて一様中性子物質のペアギャップは、uniform-BCS によって求め、有限核の中性子ペアギャップは、座標表示の HFB によって求める。

中間の密度  $10^{-2} \text{ fm}^{-3} \lesssim \rho_n \lesssim 10^{-1} \text{ fm}^{-3}$  でのペアギャップを計算した第一原理計算の結果はなく、低密度でのペアギャップも計算によって差があるので、係数  $\eta_2$  と  $\eta'_1$  は一意的に決まらない。本研究では、二つのパラメーターを使用する。“DDDI-a1” と呼ぶ一つ目のパラメーターは、 $\eta_2 = 0.06$  とし、 $^{120}\text{Sn}$  の平均中性子ギャップを  $\eta'_1 = 0$  の下で再現する。このパラメーターでは、中性子物質のギャップは、Abe と Seki の結



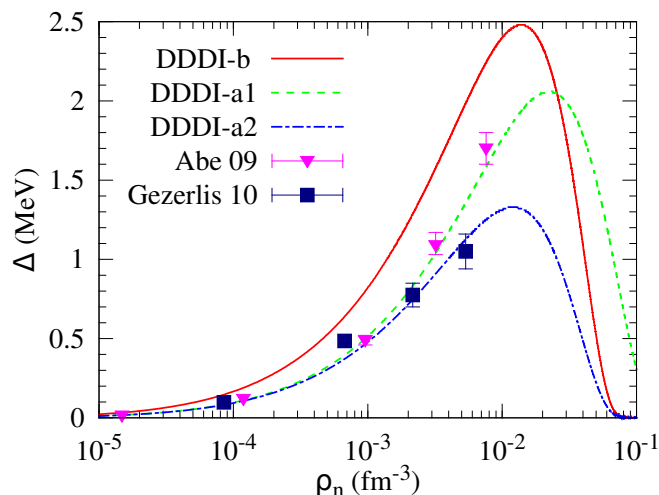


図 5: 中性子一様物質におけるペアギャップ  $\Delta$  の密度依存性。計算は uniform-BCS で行った。三つの DDDI を使用し、実線は、DDDI-b、破線は、DDDI-a1、一点破線が DDDI-a2 である。比較のために第一原理計算（モンテカルロ）によって得られた値 Gezerlis-Carlson [14] 及び Abe-Seki [15] もプロットした。

果に近くなり [15]、図 7 に示されるように、中間領域の密度で  $\Delta \sim 1 - 2$  MeV となる。“DDDI-a2” と呼ぶパラメーターでは、中間領域で DDDI-a1 よりも弱いギャップを再現するために、 $\rho_n = \rho_0$  での中性子物質のペアギャップが BCS ギャップでは 0 となるので  $\eta_2 = 0.255$  と決める。そのうえで  $\eta'_1$  は、 $^{120}\text{Sn}$  での平均中性子ギャップを再現するように  $\eta'_1 = -0.195$  を与える。このパラメーターでは、中性子物質のギャップは、Gezerlis と Carlson の結果に近くなる [14]。これら 3 つのパラメーターについて表 1 にまとめてある。これらのパラメーターは HF ポテンシャルの有効質量に依存するため Skyrme 型の相互作用である SLy4 の下で使用する必要がある。SLy4 と異なる有効質量の場合には、パラメーターを再設定すれば似通ったペアギャップの値を再現できる。

図 5 は、uniform-BCS によって得られる中性子物質での中性子ペアギャップである。新しくしたパラメーター DDDI-a1 及び DDDI-a2 は、第一原理計算のギャップをよく再現していることが確認できる。DDDI-a2 は Gezerlis と Carlson [14] の結果を  $\rho_n = 10^{-5} - 10^{-2} \text{ fm}^{-3}$  で良く再現しており、中間領域での密度で  $\Delta < 1.3$  MeV であり、 $\rho_n \sim 0.08 \text{ fm}^{-3}$  ( $k_F = 1.4 \text{ fm}^{-1}$ ) では、 $\Delta = 0$  となる。DDDI-a1 は、低密度では、DDDI-a2 と同程度の強さを示し、 $\rho_n \gtrsim 10^{-3} \text{ fm}^{-3}$  の領域で DDDI-a2 よりも強いギャップ ( $\Delta \sim 1 - 2$  MeV) を持ち、Abe と Seki [15] の結果をよく再現する。DDDI-b は、低密度と中間の密度で、DDDI-a1 及び DDDI-a2 よりも強い一方で、飽和密度では  $\Delta = 0$  となる。我々は、DDDI-a1 と DDDI-a2 は DDDI-b よりも現実的

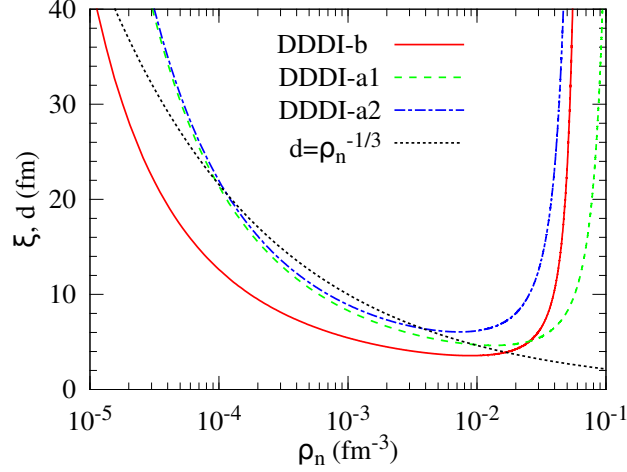


図 6: 中性子一様物質におけるコヒーレンス長  $\xi$ 。三つのペアリングについて計算している。点線は平均中性子間距離  $d = \rho_n^{-1/3}$  を示している。

な相互作用であると考えている。また DDDI-a1 と DDDI-a2 の差は、実際の相互作用が不明解であることに起因している。DDDI-b は、裸の核力からなる全てのモデルの堅牢な共通点である BCS ギャップを再現することから分析に用いていく [39]。

図 6 は uniform-BCS による超流動中性子物質におけるコヒーレンス長  $\xi$  である。コヒーレンス長は密度に強く依存し、 $\rho_n = 10^{-3} - 2 \times 10^{-2} \text{ fm}^{-3}$  で  $\xi \lesssim 10 \text{ fm}$  となる。コヒーレンス長は密度が減少するにつれて増加していく。また  $\sim 3 \times 10^{-2} \text{ fm}^{-3}$  より大きな密度では、コヒーレンス長は急激に増加する。コヒーレンス長の最小値は、DDDI-b では  $\lambda_n \approx 5 \text{ MeV}$  で  $\xi \sim 3.6 \text{ fm}$ 、DDDI-a1 では  $\lambda_n \approx 6 \text{ MeV}$  で  $\xi \sim 4.6 \text{ fm}$ 、DDDI-a2 では  $\lambda_n \approx 5 \text{ MeV}$  で  $\xi \sim 6.1 \text{ fm}$  となる。図 6 の破線は、平均中性子間距離  $d = \rho_n^{-1/3}$  を示す。DDDI-b では、 $\rho_n = 10^{-5} - 10^{-2} \text{ fm}^{-3}$  の広い密度領域でコヒーレンス長  $\xi$  が  $d$  より短いことがわかる。また DDDI-a1 と DDDI-a2 では、 $\rho_n = 10^{-4} - 10^{-2} \text{ fm}^{-3}$  の密度領域でコヒーレンス長  $\xi$  が  $d$  より短い。コヒーレンス長  $\xi$  が  $d$  より短いことは、その密度領域において強結合の対相関が支配的であることを示しており、BCS-BEC クロスオーバーの特徴を反映している [40]。

図 7 は、HFB 計算による Sn の同位体における平均中性子ギャップ  $\Delta_{n,uv}$  を示している。 $^{120}\text{Sn}$  の平均中性子ギャップは、DDDI-b、DDDI-a1、DDDI-a2 を使用した場合にそれぞれ  $\Delta_{n,uv} = 0.48, 1.28, 1.28 \text{ MeV}$  となる。DDDI-b の平均中性子ギャップは、DDDI-a1, DDDI-a2 の半分程度であり、これは中性子数  $N$  について隣接する三つの原子核のエネルギーから得られる実験値 [54]

$$\Delta = E(N+1) - \frac{1}{2}\{E(N) - E(N+2)\} \quad (35)$$

の半分程度であることがわかる。

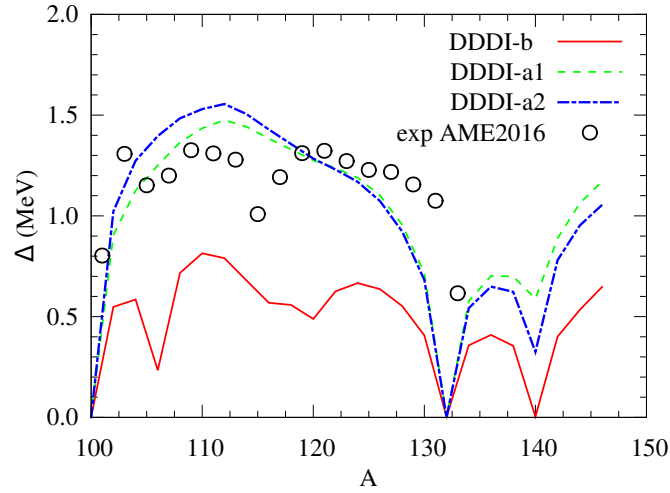


図 7: Skyrme-HFB によって得られた Sn の同位体における平均中性子ペアギャップ。DDDI-b (実線)、DDDI-a1 (破線)、DDDI-a2 (一点破線) のそれぞれで計算している。Skyrme のパラメーターとして SLy4 を使用している。図の丸印は、偶奇質量公式 [53] と AME2016 [54] によるペアギャップの実験値である。

図 8 は、 $\lambda_n = 4$  MeV、 $Z=28$  を設定し、それぞれ収束した密度における対相互作用  $V_n[\rho_n(\vec{r}), \rho_p(\vec{r})]$  の図である。DDDI-b と DDDI-a1 は、中性子物質の領域において  $-370$  MeV fm $^{-3}$  と  $-340$  MeV fm $^{-3}$  であり、1 割程度相互作用の強さが異なっていることがわかる。一方で、図 5 のペアギャップ  $\Delta$  においては、ペアギャップがおおよそ半分程度値が異なるため、 $V_n[\rho_n(\vec{r}), \rho_p(\vec{r})]$  の違いが対相関に大きく反映されていることがわかる。DDDI-b は、中性子物質の領域での値と原子核内部での  $V_n(r)$  の差が大きく、近接効果が明確に見えることが期待できる。DDDI-a1、DDDI-a2 は、原子核内部でも  $V_n(r) \sim 130$  MeV fm $^{-3}$  と値を持つので、近接効果は、DDDI-b よりは見えにくくなることが予想される。なお、原子核表面のゆらぎの幅は、密度の指数のパラメーター  $\eta_1, \eta_2, \eta'_1$  が  $1/3$  から  $2/3$  の間であり、1 に取った場合と比べて大きな差はないことがわかる。

図 9 は、中性子一様物質のペアギャップ  $\Delta$  であり、破線は粒子-空孔の相互作用として Skyrme のパラメーターである SkM\* を用いて計算した時の値である。SLy4 と DDDI-a1 の場合のペアギャップは緑色の実線であり、パラメーターを SkM\* と DDDI-a1 とするとペアギャップが  $\rho_n \approx 3 \times 10^{-2}$  fm $^{-3}$  で  $\Delta = 3$  MeV となる破線に対応する。これは、緑色の実線の  $\sim 1.5$  倍であり、飽和密度領域のペアギャップは原子核のペアギャップに反映されやすいことから、原子核  $^{120}\text{Sn}$  のペアギャップが  $\Delta = 1.91$  MeV と元々の  $\Delta = 1.27$  MeV に比べて大きくなる。そのため DDDI-a1 の決め方に従い飽和密度領域のペアギャップを弱める必要がある。そこで  $\eta_2$  を 0.06

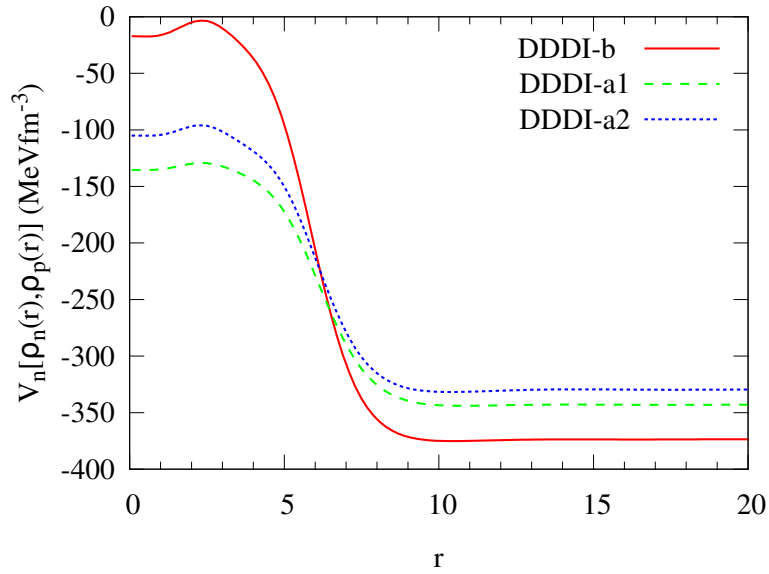


図 8: 図 13 に対応する DDDI-b 及び同じ条件 ( $\lambda_n$ ,  $Z$ ) での DDDI-a1、DDDI-a2 の密度における  $V_n[\rho_n(\vec{r}), \rho_p(\vec{r})]$  の振る舞い。

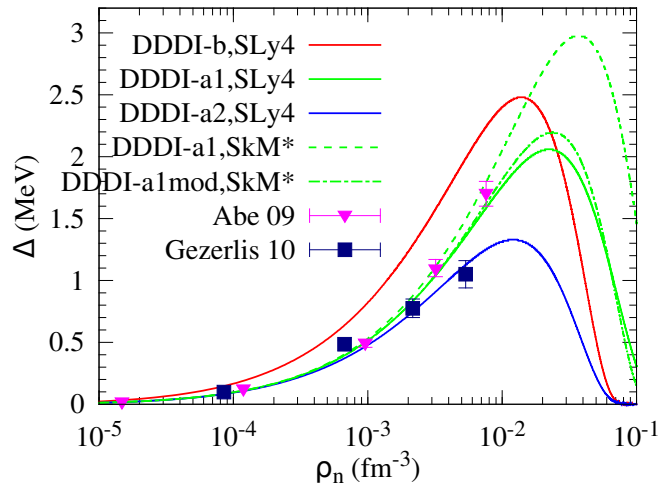


図 9: SkM\* を用いた場合のペアギャップ。他の線は図 5 と同じ。

から 0.15 にする。これによって相互作用を高密度側で小さくすることができ、SLy4+DDDI-a1 と同じペアギャップの密度依存性を表現できる。

SLy4+DDDI-a1 に比べて SkM\*+DDDI-a1 のペアギャップが大きく変化する原因は、HF ポテンシャルに含まれる有効質量  $m^*$  である。飽和密度において、SLy4 は、 $m^*/m \sim 0.7$  となるが、SkM\* は、 $m^*/m \sim 1$  であり、有効質量は、ペアポテンシャルを含むポテンシャル全体に作用するので、ペアギャップに大きな差が生まれている。

## 4 数値計算における条件

本研究で用いた（数値計算を用いて実空間で球対称の HFB 方程式を解く場合の）実際的な条件について説明する。座標空間を離散化するため動径座標を  $r_i = i \times h - h/2 = h/2, 3h/2, \dots, R_{\text{box}} - h/2$  ( $i = 1, \dots, N$ ) と設定する（ $-h/2$  は、この後説明する波動関数の原点周りでのパリティを回復するために、加える項である。）。この座標の取り方を採用することにより、ハミルトニアン  $h$  行列はエルミート行列となり、物理的に妥当な固有値方程式が得られる。（非エルミートの場合には解に複素数が出てくる。）微分項を表現するための数値差分については、9点の数値差分公式

$$\frac{d}{dr}\phi(r_i) = \frac{1}{840h} \{3\phi(r_{i-4}) - 32\phi(r_{i-3}) + 168\phi(r_{i-2}) - 672\phi(r_{i-1}) + 672\phi(r_{i+1}) - 168\phi(r_{i+2}) + 32\phi(r_{i+3}) - 3\phi(r_{i+4})\} \quad (36)$$

$$\frac{d^2}{dr^2}\phi(r_i) = \frac{1}{5040h^2} \{-9\phi(r_{i-4}) + 128\phi(r_{i-3}) - 1008\phi(r_{i-2}) + 8064\phi(r_{i-1}) - 14350\phi(r_i) + 8064\phi(r_{i+1}) - 1008\phi(r_{i+2}) + 128\phi(r_{i+3}) - 9\phi(r_{i+4})\} \quad (37)$$

を用いる [55]。

箱の境界での境界条件として、ディリクレノイマン境界条件を用いる [10]。（偶パリティの波動関数は箱の境界で 0、奇パリティの波動関数はその一階微分が箱の境界で 0 する条件である。）

HFB 方程式 15 は、 $(\phi_1^{qlj}(r_1), \dots, \phi_1^{qlj}(r_N), \phi_2^{qlj}(r_1), \dots, \phi_2^{qlj}(r_N))^T$  の  $2N$  次元の固有値方程式なので、固有値方程式を解くためのサブルーチンとして LAPACK の DSYEVX を用いる。このサブルーチンは、対称固有値問題に対して、選択的に固有値、固有ベクトルを求められる。

遠方で有限の密度を表現するために、部分波の角運動量は束縛した原子核に比べ大きく取る必要がある。HFB 方程式において、遠方で重要となる項は遠心力ポテンシャルであり、左辺の他の項を無視すれば、角運動量のカットオフ

$$l_{\text{max}} \gtrsim \sqrt{\frac{E_{\text{max}}}{\frac{\hbar}{2m}}} R_{\text{box}} \quad (38)$$

が得られる。実際に用いた条件としては、 $R_{\text{box}} = 100$  fm の条件では  $l_{\text{max}} = 200\hbar$  であり、 $R_{\text{box}} = 200$  fm では  $l_{\text{max}} = 400\hbar$  とした。

中性子フェルミエネルギー  $\lambda_n$  は、外部中性子密度を表現するように手で与えた。（これは、内殻の深度の変化に対応する）また陽子フェルミエネルギー  $\lambda_p$  は、原子核クラスターの陽子数  $Z$  を満たすように決める。

## 4.1 有限サイズ効果

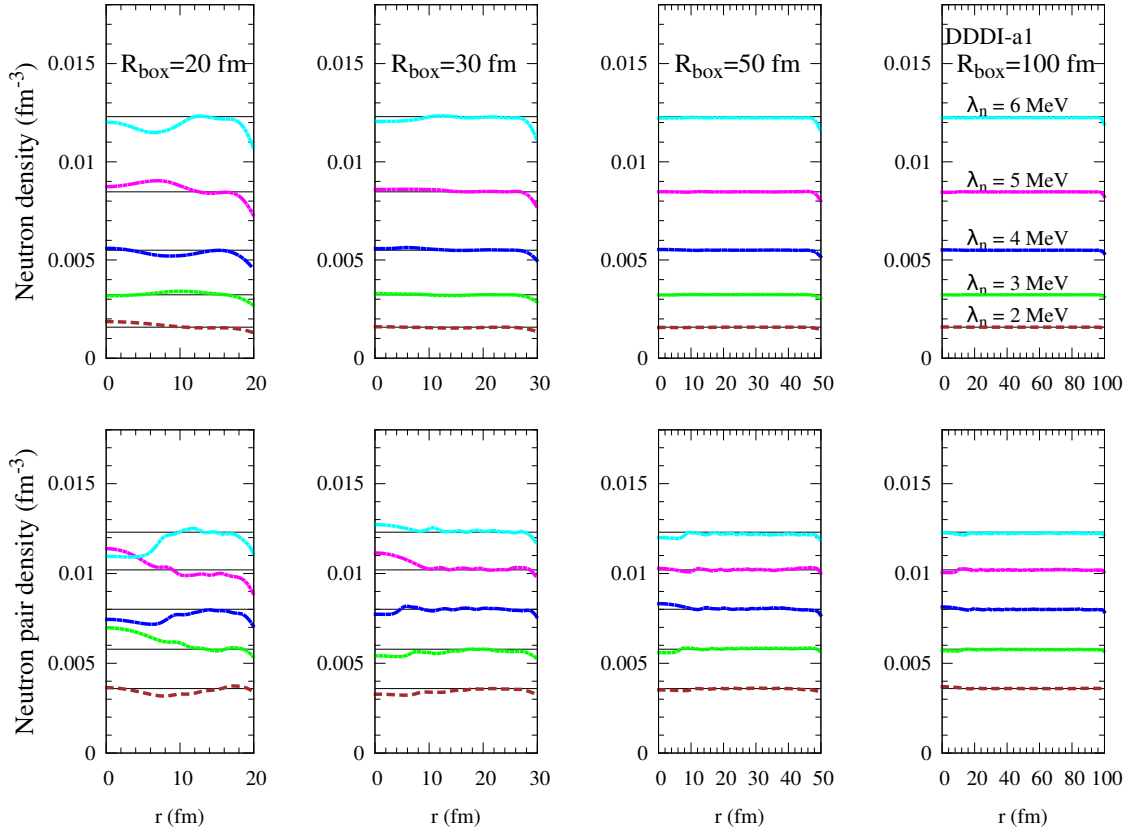


図 10:  $R_{\text{box}} = 20, 30, 50, 100$  fm の場合における中性子密度（上段）及び中性子ペア密度（下段）。

本研究では、座標表示の HFB 方程式を解くため、有限の箱の半径  $R_{\text{box}}$  による影響を受ける。このような影響は有限サイズ効果と呼ばれる。特に箱の半径  $R_{\text{box}}$  が小さい場合には、有限サイズ効果が大きくなるので、分析を行う際には注意が必要である。

同じ中性子密度のまま  $R_{\text{box}}$  を変化させた場合に有限サイズ効果がどの程度現れるのかを見ていく。図 10 に  $R_{\text{box}}$  を 20, 30, 50, 100 fm に設定した場合の中性子密度及び中性子ペア密度をプロットした。 $R_{\text{box}} = 20$  fm の場合には、中性子密度及び中性子ペア密度の両方がうねっており有限サイズ効果が顕著に表れていることがわかる。 $R_{\text{box}} = 30$  fm の場合には、中性子密度に多少のうねりが見られ、 $R_{\text{box}} = 50$  fm とすると中性子密度は uniform-BCS の値と一致していることがわかる。一方で、中性子ペア密度はどの場合でも中性子密度よりもうねりが大きく  $R_{\text{box}} = 50$  fm でもうねりが残っていることがわかる。 $R_{\text{box}} = 100$  fm とすると中性子ペア密度でも、うねりが十分小さくなり、有限サイズ効果は消えていることがわかる。（ただし、 $R_{\text{box}} = 100$

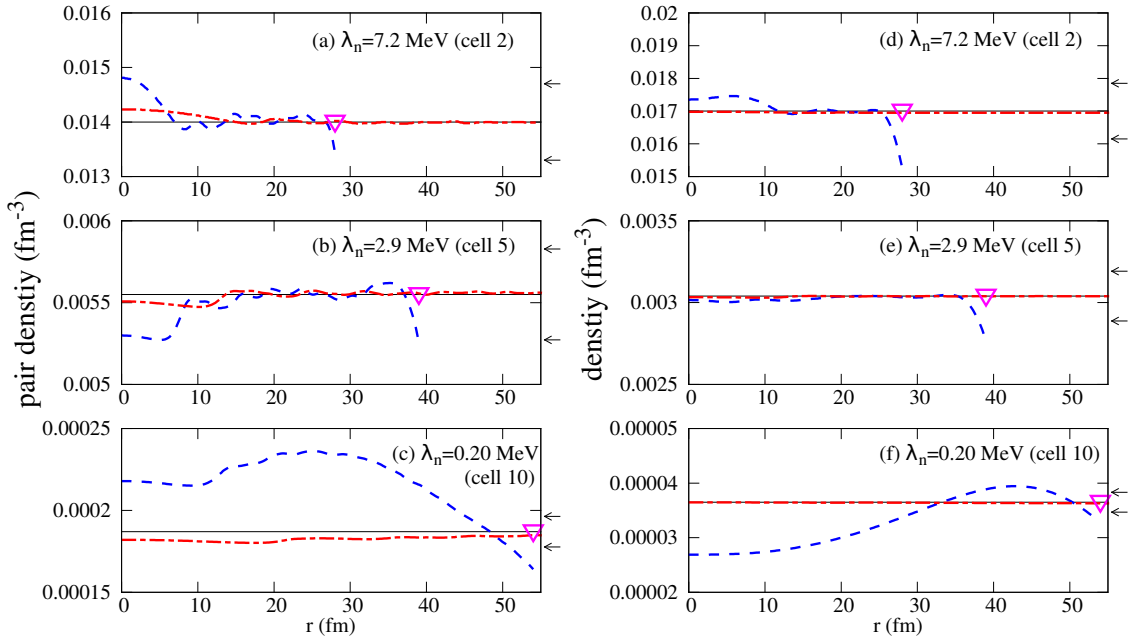


図 11: Wigner-Seitz 近似を用いた場合と大きな箱を設定した場合の中性子物質の中性子ペア密度。それぞれ中性子フェルミエネルギー (a)  $\lambda_n = 7.2$  MeV、(b) 2.9 MeV、(c) 0.20 MeV と設定した計算であり、表 2 の cell 2, 5, 10 に対応する。ペアリングとして DDDI-a1 を使用した。青色の破線は、箱の大きさを  $R_{\text{box}} = R_{\text{cell}} = 28$  fm, 39 fm, 54 fm(図の三角に対応する) とした場合の結果であり、赤色の破線は、大きな箱に設定した場合の計算結果。((a)、(b) については  $R_{\text{box}} = 100$  fm、(c) については、 $R_{\text{box}} = 200$  fm とした。一様な線は、uniform-BCS によって得られた同じ条件における中性子ペア密度である。右側の矢印は、uniform-BCS の密度からそれぞれ 5% ずれた値を示している。(d-f) は、同様に描いた、中性子密度である。

fm としても有限サイズ効果が現れる密度（低密度）があり、後で説明する。）

Wigner-Seitz 近似を用いて、箱の半径を Wigner-Seitz 半径  $R_{\text{cell}}$  に設定した場合、結果には有限サイズ効果が現れる。我々は、Wigner-Seitz 近似を用いた場合に有限サイズ効果がどの程度現れるのかを調べた。そこで、純中性子物質の計算を HFB によるものと uniform-BCS によるもので比較を行った。Uniform-BCS による計算は、HFB において、 $R_{\text{box}}$  を  $\infty$  にすることに対応する。なお、汎関数は同じものでなければならない。

HFB による純中性子物質の計算は、陽子数  $Z$  を 0 にすることにより行う。図 11 は、中性子フェルミエネルギーを代表的な値である  $\lambda_n = 7.2, 2.9, 0.2$  MeV と変化させた場合の計算結果である。これは、Negele と Vautherin が求めた内殻の Wigner-Seitz cell の中性子密度 (具体的には表 2 の cell 2, 5, 10) に対応する。この時の中性子密度

は、 $\rho_n = 1.8 \times 10^{-2}, 3.0 \times 10^{-3}, 3.0 \times 10^{-4} \text{ fm}^{-3}$  である。またペアリングとして DDDI-a1 を使用している。図 11 の破線は、箱の半径  $R_{\text{box}}$  をそれぞれの cell に対応する Wigner-Seitz 半径  $R_{\text{cell}} = 28, 39, 54 \text{ fm}$  に設定した場合の計算結果である。この場合には、密度とペア密度の両方において uniform-BCS の結果からずれていることがわかる。またペア密度の方が密度より uniform-BCS からのずれは大きく、有限サイズ効果を見逃すことができないことがわかる。図の水平線で表される uniform-BCS からのずれは、cell 10 では 20% より大きく、cell 2 と cell 5 では 5% 程度になっていることがわかる。有限の箱に伴う境界条件により準粒子のエネルギースペクトルは離散化され、エネルギー間隔がペアギャップに対して十分に大きくない場合にペアリングはその影響を受ける。Uniform-BCS からの差は、原点に近い領域の方が原点から遠い領域よりも大きいことがわかる。準粒子エネルギーの離散化が  $r$  が小さい領域でより強く働いているからと推測でき、 $r$  が小さい領域では大きな角運動量  $l$  を持つ波動関数が効かないことによるものと推測できる。

このように箱の半径として Wigner-Seitz 半径  $R_{\text{cell}}$  を用いた方法では、近接効果を議論するためには十分ではないということがわかる。分析を行うためには、有限サイズ効果を抑制させる必要がある。そのためにまず考えられる方法は、バンド理論を用いて Bloch 波により中性子星内殻の格子構造を記述させる方法である。実際に用いられた例は論文 [11] が挙げられるがその数は少なく、またさらに大きな準粒子空間を必要とすることから本研究で用いることは不可能である。その代わりとして、十分大きな箱の中に中性子物質と原子核クラスターが存在すると考える。有限サイズ効果を可能な限り小さくするため箱の大きさはなるべく大きくとる。

箱の大きさを変化させた結果、 $\rho_n \gtrsim 1 \times 10^{-4} \text{ fm}^{-3}$  の密度領域では、 $R_{\text{box}} \gtrsim 100 \text{ fm}$  とすると HFB のペア密度は uniform-BCS のペア密度の 1% 程度と十分近づくことがわかった。(図 6(a)(b) の一点鎖線) また  $\rho_n \lesssim 1 \times 10^{-5} \text{ fm}^{-3}$  の低密度では、ペアギャップが  $\Delta \lesssim 0.01 \text{ MeV}$  ととても小さいことから、 $R_{\text{box}} = 200 \text{ fm}$  とする必要がある。(図 6(c) の一点破線) 以降の近接効果の分析は、この大きな箱を用いて行っていく。

$R_{\text{box}} = 100 \text{ fm}$  と設定し、 $Z=0$  とした HFB 方程式 (DDDI-a1) を計算して得られたペアギャップ  $\Delta_n$  が図 12 の点である。HFB は一様性を仮定せずに行なった計算である。HFB は、同じパラメーターを用いた図 12 の uniform-BCS の実線に重なっており、箱を大きく取ることによって中性子物質のペアギャップを HFB でも計算できることがわかる。

5.1 章で述べるフィッティングの手法について説明する。中性子密度を原子核の標準的な密度の概形を表現する関数である Woods-Saxon 型の関数でフィッティングする。 $f_0, R_s, a$  をフィッティングパラメーターとして用いるが、線形ではない項 ( $R_s,$



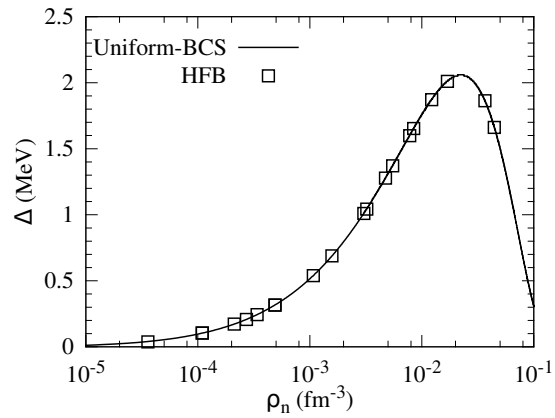


図 12: 中性子物質における HFB と uniform-BCS におけるペアギャップ  $\Delta$  の比較。

$a)$  が含まれているため、非線形最小二乗法を用いる。既存のシステムを利用したほうが確実であることから、gnuplot に実装されている Levenberg-Marquardt (LM) 法を用いる [56]。この解法は実用的で標準的な解法として知られており、十分早い収束が期待できる。

## 5 近接効果

中性子星内殻の対相関を調べていく。中性子物質で満たされた大きな箱の中心に原子核クラスターが存在するとして考えていく。中性子物質が原子核クラスターの近傍でどの程度原子核クラスターの影響を受けるのかを調べていく。

### 5.1 近接効果の長さ

近接効果の全般的な特徴をつかむため、中性子物質の密度が連続的に変化し、陽子数は固定されている場合を考える。次の章では、内殻のいくつかの層に対応するより現実的な密度と陽子数で計算を行っていく。この章では、陽子数  $Z = 28$  の場合を考え、中性子密度を連続的に変化させるため中性子フェルミエネルギー  $\lambda_n$  を 0.2 MeV から 6 MeV に変化させる。これは、密度でいうと  $\rho_n = 4 \times 10^{-5} \text{ fm}^{-3}$  から  $1 \times 10^{-2} \text{ fm}^{-3}$  である。

図 13 に典型的な結果として、 $\lambda_n = 4 \text{ MeV}$  ( $\rho_n = 6.1 \times 10^{-3} \text{ fm}^{-3}$ ) の DDDI-b で計算結果を示す。図 13(a) に、中性子密度  $\rho_n(r)$  と陽子密度  $\rho_p(r)$ 、図 13(b) に中性子ペア密度  $\tilde{\rho}_n(r)$  が  $r$  の関数としてプロットしてある。原子核クラスターは中央に局在化しており、中性子密度は  $r \approx 8 \text{ fm}$  で中性子物質の密度に収束し、陽子密度は、 $r \approx 6 \text{ fm}$  で 0 となることがわかる。原子核クラスターの表面を定量的に定めるために、中性子密度を Wood-Saxon 型の関数

$$f_{\text{ws}}(r) = \rho_{n,\text{M}} + \frac{f_0}{1 + \exp\left(\frac{r-R_s}{a}\right)} \quad (39)$$

でフィットする。ここで、 $R_s$  は密度が原点の半分となる原子核表面、 $a$  は表面ゆらぎ (diffuseness) である。定数  $\rho_{n,\text{M}}$  は、uniform-BCS によって得られる中性子物質の密度である。この関数 (39) の中で  $f_0$ ,  $R_s$ ,  $a$  を変化させてフィッティングを行う。原子核クラスターと中性子物質を区別するために原子核端を定義する。原子核端を  $R_{\text{edge}} = R_s + 4a$  とすると、この点での密度は、中性子物質から  $\sim e^{-4} \sim 10^{-2}$  程度ずれた値となり、原子核クラスターの影響は十分なくなっていると言える。

図 14,13 に、原子核端 ( $r = R_{\text{edge}}$ ) を丸で示した。図 14 を見ると原子核端:  $R_{\text{edge}}$  は、中性子密度  $\rho_n(r)$  が  $\rho_{n,\text{M}}$  に収束する点と一致している ( $4a$  の選択は、少し人為的であるが、仮に  $5a$  としてもこの後の議論は変化しない。 )。

図 13 で注目すべきところは、中性子ペア密度  $\tilde{\rho}_n(r)$  の振る舞いが中性子密度  $\rho_n(r)$  と異なるということである。中性子ペア密度  $\tilde{\rho}_n(r)$  は、uniform-BCS のペア密度に  $r \approx 12 \text{ fm}$  で収束していることがわかる。この点は、原子核端から 4 fm 程度離れてお

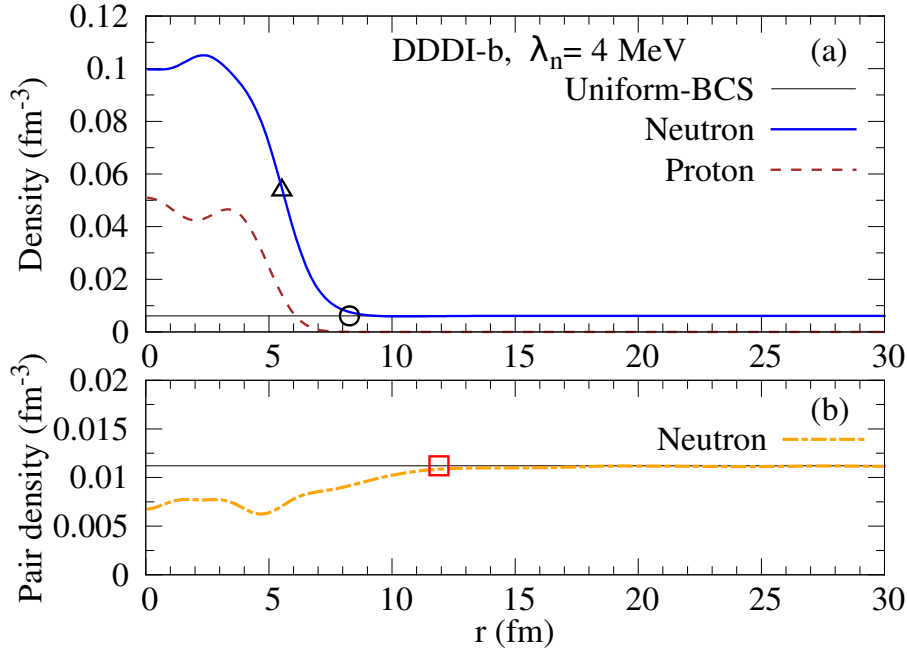


図 13: 陽子数  $Z = 28$ 、中性子フェルミエネルギー  $\lambda_n = 4$  MeV の原子核クラスターについて  $R_{\text{box}} = 100$  fm の箱で HFB を計算した場合の計算結果。ペアリングは DDDI-a1 を使用している。(a) は、陽子密度  $\rho_p(r)$  (破線) 及び中性子密度  $\rho_n(r)$  (実線) であり、(b) は、中性子ペア密度  $\tilde{\rho}_n(r)$  である。一様な線は、同じ  $\lambda_n$  で uniform-BCS を解いた場合の値。三角は、密度が半分となる原子核表面  $R_s$  を示し、丸印は、原子核端  $R_{\text{edge}}$  を示し、四角は、 $R_{\text{edge}} + \xi$  を示す。

り、原子核クラスターの影響が  $R_{\text{edge}}$  を超えた領域まで影響を及ぼしていることがわかる。この緩やかな収束は、近接効果による影響である。この例では、原子核クラスターの中性子ペア密度は原子核クラスターの外部より十分小さいことがわかる。これは、DDDI-b のペアリングの密度依存性を反映した結果である。DDDI-b は、原子核内部 ( $\rho_n \sim \rho_0$ ) では、 $\Delta \lesssim 0.1$  MeV、原子核外部 ( $\rho_{n,M} \sim 6.1 \times 10^{-3}$  fm) では、大きく  $\Delta \sim 2.1$  MeV となる。

近接効果は、境界近傍に現れその長さは中性子物質のコヒーレンス長  $\xi$  によって特徴づけられると言及されてきました [27]。中性子物質と原子核クラスターの境界として原子核表面  $R_s$  よりも原子核端  $R_{\text{edge}}$  の方が適当であると考えます。この場合に近接効果は、 $r \approx R_{\text{edge}} + \xi$  まで現れると予想されます。図 13 に示した例では、中性子ペア密度は uniform-BCS のペア密度に  $r = R_{\text{edge}} + \xi = 8.27 \text{ fm} + 3.63 \text{ fm} = 11.9$  fm に収束しており、予想と一致していることが確認でき、その点を四角で示した。図 15 は、中性子フェルミエネルギーを連続的に変化させた場合の中性子ペア密度が三つのペアリング DDDI-b、DDDI-a1、DDDI-a2 についてそれぞれプロットしてある。

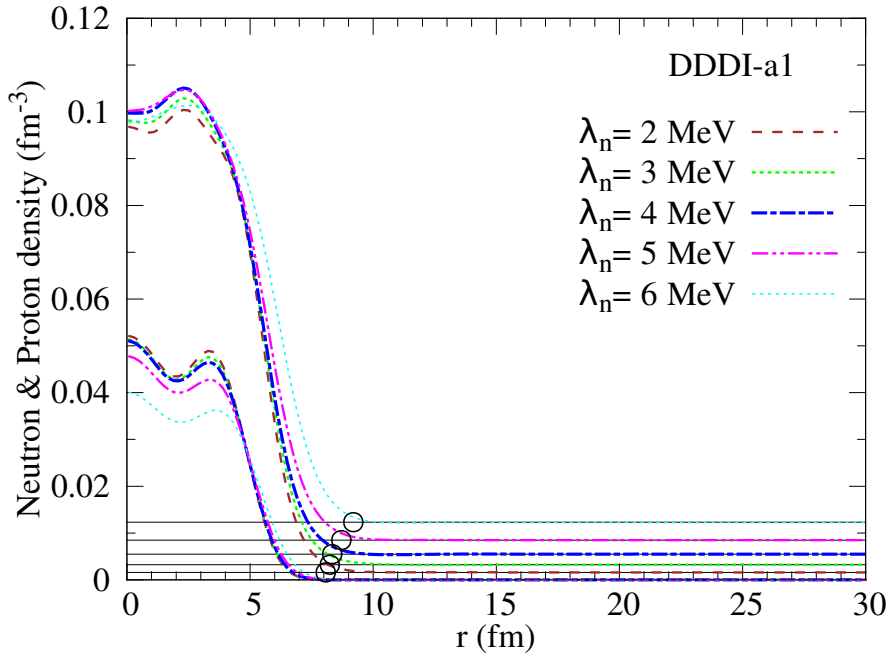


図 14: DDDI-a1 を使用した場合の  $\lambda_n = 2 - 6$  MeV の場合における中性子密度及び陽子密度。

図 15 の (a)(b)(c) は中性子フェルミエネルギーを  $\lambda_n = 2 - 6$  MeV(対応する密度は  $\rho_n \sim 10^{-3} - 10^{-2} \text{ fm}^{-3}$ ) に設定した場合の計算結果で、図 15 の (d)(e)(f) は中性子フェルミエネルギーを  $\lambda_n = 0.2 - 1$  MeV(対応する密度は  $\rho_n \sim 10^{-4} - 10^{-3} \text{ fm}^{-3}$ ) に設定した場合の計算結果です。

近接効果は、すべてのグラフで確認することができ、 $r = R_{\text{edge}}$  での中性子ペア密度は、一様中性子物質から十分離れている。近接効果の距離は、中性子フェルミエネルギーすなわち中性子密度に大きく依存していることがわかる。特に、 $\lambda_n \lesssim 1.0$  MeV の低密度 ( $\rho_{n,M} \lesssim 5 \times 10^{-4} \text{ fm}^{-3}$ ) では、密度依存性が顕著である。三つの DDDI のモデルによってペアリングの特性は異なるが、 $r = R_{\text{edge}} + \xi$  は近接効果の長さを十分に説明しており、原子核端  $R_{\text{edge}}$  から見たコヒーレンス長  $\xi$  によって十分に説明できることがわかる。

コヒーレンス長  $\xi$  を示した図 6 では、3 つの DDDI のモデルにおいて、中間の密度  $\rho_n = 7 \times 10^{-4} - 2 \times 10^{-2} \text{ fm}^{-3}$  において  $\xi \lesssim 10 \text{ fm}$  である、 $\lambda_n = 2 - 6$  MeV の領域において近接効果が短くなることがわかる。このことは、希薄な超流動中性子の特徴である BCS-BEC クロスオーバーがこの密度領域で起こっていることと関連している。

$\lambda_n = 0.2 - 1.0$  MeV では、近接効果は長く、コヒーレンス長  $\xi$  が低密度 ( $\rho_n \lesssim 10^{-3} \text{ fm}^{-3}$ ) で密度の減少に伴って急激に増加している振る舞いを反映していることがわか

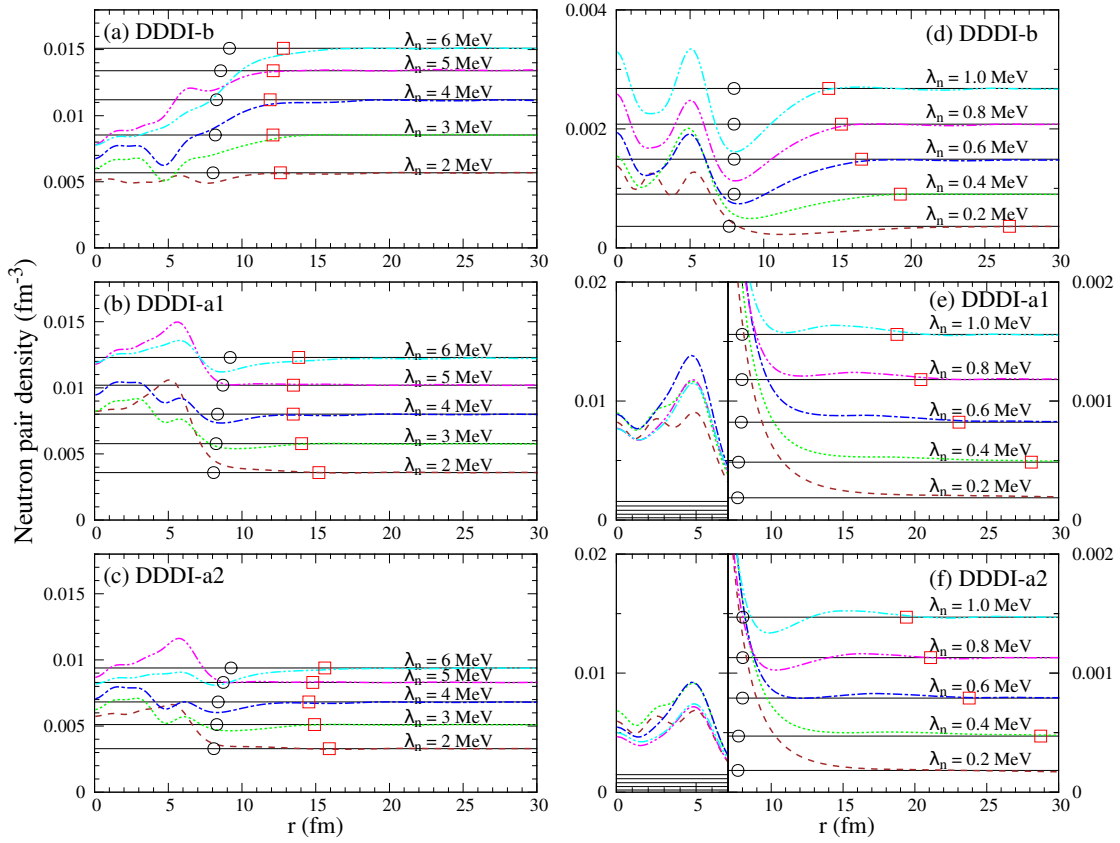


図 15: 中性子フェルミエネルギー  $\lambda_n = 0.2 - 1.0$  MeV 及び 2-6 MeV の場合の中性子ペア密度  $\bar{\rho}_n(r)$ 。ペアリングは、三種類: DDDI-b (a, d)、DDDI-a1 (b, e)、DDDI-a2 (c, f) 使用している。一様なペア密度は、uniform-BCS による結果である。図の印は、図 13 に対応する。

る。具体的には、 $\rho_n \sim 10^{-5} - 10^{-4} \text{ fm}^{-3}$  の領域で、コヒーレンス長  $\xi$  は DDDI-b の時  $\xi = 5 - 20 \text{ fm}$ 、DDDI-a1 の時  $\xi = 10 - 36 \text{ fm}$ 、DDDI-a2 の時  $\xi = 11 - 37 \text{ fm}$  と大きく変化することがわかる。さらに中性子密度が減少すると近接効果は、50 fm を超えることが予想される。

## 5.2 実際の内殻

次に実際の内殻の層を考え近接効果を議論していく。実際の内殻として Negele と Vautherin による Wigner-Seitz cell を用いる [10]。各層に対応するように中性子フェルミエネルギー  $\lambda_n$  は論文 [10] の外部中性子密度を再現するように与え、陽子数  $Z$  は論文 [10] の値を直接用いて、大きな箱で HFB を解いていく。単純のために、 $\lambda_n$  は三つの DDDI のモデルで共通の値にする。表 2 は、この条件に対応する uniform-BCS による中性子一様物質の計算結果であり、平均バリオン密度  $\rho_b$  は HFB の中性子密度

表 2: 中性子星内殻を表現するように決めた陽子数  $Z$  と中性子フェルミエネルギー  $\lambda_n$  の値 [10]。中性子一様物質における密度  $\rho_{n,M}$ 、ペアギャップ  $\Delta$ 、コヒーレンス長  $\xi$ 。値は、三つの DDDI に対応する。原子核端  $R_{\text{edge}}$  は、HFB の結果から得られた量を書いている。Wigner-Seitz 半径  $R_{\text{cell}}$  は論文 [10] による。平均バリオン密度  $\rho_b$  は、 $\rho_b = \int_0^{R_{\text{cell}}} (\rho_n(r) + \rho_p(r)) r^2 dr / (R_{\text{cell}}^3/3)$  として計算した (DDDI-a1 の密度を使用した。)

| Cell | $Z$ | $\lambda_n$<br>(MeV) | $\rho_{n,M}^{a1}$<br>(fm $^{-3}$ ) | $\Delta^b$<br>(MeV) | $\Delta^{a1}$<br>(MeV) | $\Delta^{a2}$<br>(MeV) | $\xi^b$<br>(fm) | $\xi^{a1}$<br>(fm) | $\xi^{a2}$<br>(fm) | $R_{\text{edge}}^{a1}$<br>(fm) | $R_{\text{cell}}$<br>(fm) | $\rho_b^{a1}$<br>(fm $^{-3}$ ) |
|------|-----|----------------------|------------------------------------|---------------------|------------------------|------------------------|-----------------|--------------------|--------------------|--------------------------------|---------------------------|--------------------------------|
| 1    | Zr  | 11.00                | $4.44 \times 10^{-2}$              | 0.83                | 1.66                   | 0.36                   | 14.09           | 7.17               | 31.80              | 12.90                          | 20                        | $5.02 \times 10^{-2}$          |
| 2    | Sn  | 7.20                 | $1.80 \times 10^{-2}$              | 2.40                | 2.03                   | 1.26                   | 4.06            | 4.71               | 7.33               | 11.01                          | 28                        | $2.04 \times 10^{-2}$          |
| 3    | Sn  | 4.80                 | $7.81 \times 10^{-3}$              | 2.31                | 1.60                   | 1.25                   | 3.56            | 4.84               | 6.06               | 10.12                          | 33                        | $9.19 \times 10^{-3}$          |
| 4    | Sn  | 3.70                 | $4.75 \times 10^{-3}$              | 1.98                | 1.28                   | 1.06                   | 3.69            | 5.30               | 6.24               | 9.72                           | 36                        | $5.69 \times 10^{-3}$          |
| 5    | Sn  | 2.90                 | $3.04 \times 10^{-3}$              | 1.64                | 1.01                   | 0.88                   | 3.96            | 5.90               | 6.71               | 9.40                           | 39                        | $3.75 \times 10^{-3}$          |
| 6    | Zr  | 1.70                 | $1.19 \times 10^{-3}$              | 1.01                | 0.58                   | 0.53                   | 4.91            | 7.82               | 8.48               | 9.00                           | 42                        | $1.63 \times 10^{-3}$          |
| 7    | Zr  | 1.00                 | $4.90 \times 10^{-4}$              | 0.59                | 0.32                   | 0.30                   | 6.42            | 10.77              | 11.38              | 8.78                           | 44                        | $8.59 \times 10^{-4}$          |
| 8    | Zr  | 0.70                 | $2.73 \times 10^{-4}$              | 0.40                | 0.21                   | 0.20                   | 7.88            | 13.62              | 14.23              | 8.79                           | 46                        | $5.96 \times 10^{-4}$          |
| 9    | Zr  | 0.37                 | $9.74 \times 10^{-5}$              | 0.18                | 0.09                   | 0.09                   | 11.90           | 21.63              | 22.30              | 8.62                           | 49                        | $3.62 \times 10^{-4}$          |
| 10   | Zr  | 0.20                 | $3.65 \times 10^{-5}$              | 0.08                | 0.04                   | 0.04                   | 19.01           | 36.09              | 36.87              | 8.46                           | 54                        | $2.30 \times 10^{-4}$          |

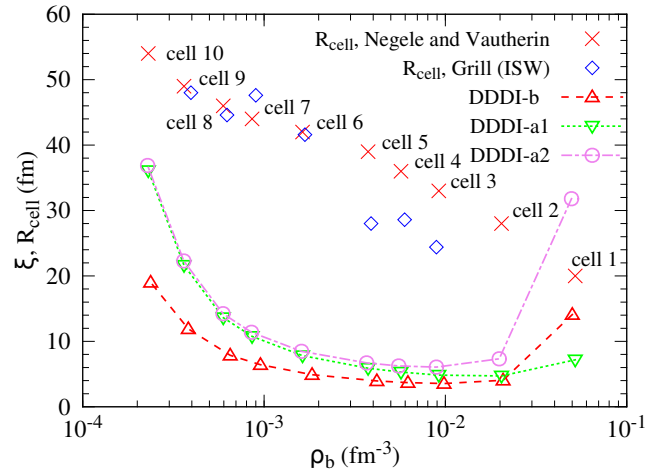


図 16: 表 2 に示されている cell 1-10 に対応する一様中性子物質のコヒーレンス長  $\xi$ 。3つのペアリング DDDI-b、DDDI-a1、DDDI-a2 を使っている。横軸は cell のバリオン密度  $\rho_b$  です。Negele-Vautherin による Wigner-Seitz 半径  $R_{\text{cell}}$  [10] と Grill ら (ISW) の  $R_{\text{cell}}$  [57] もプロットしてある。

と陽子密度と  $R_{\text{cell}}$  から計算した。また箱の大きさは、ほとんどの cell で  $R_{\text{box}} = 100$  fm を選択し、DDDI-b の cell 1、DDDI-a1 の cell 10、DDDI-a2 の cell 10 の cell のみ  $R_{\text{box}} = 200$  fm とした。

図 16 は、Negele と Vautherin による  $R_{\text{cell}}$  [10] と Grill (ISW) による  $R_{\text{cell}}$  [57] を比較した図である。Wigner-Seitz 半径は、コヒーレンス長  $\xi$  に対して両者の間で大きく変化していないことがわかり、この議論にはほとんど影響しないことがわかる。

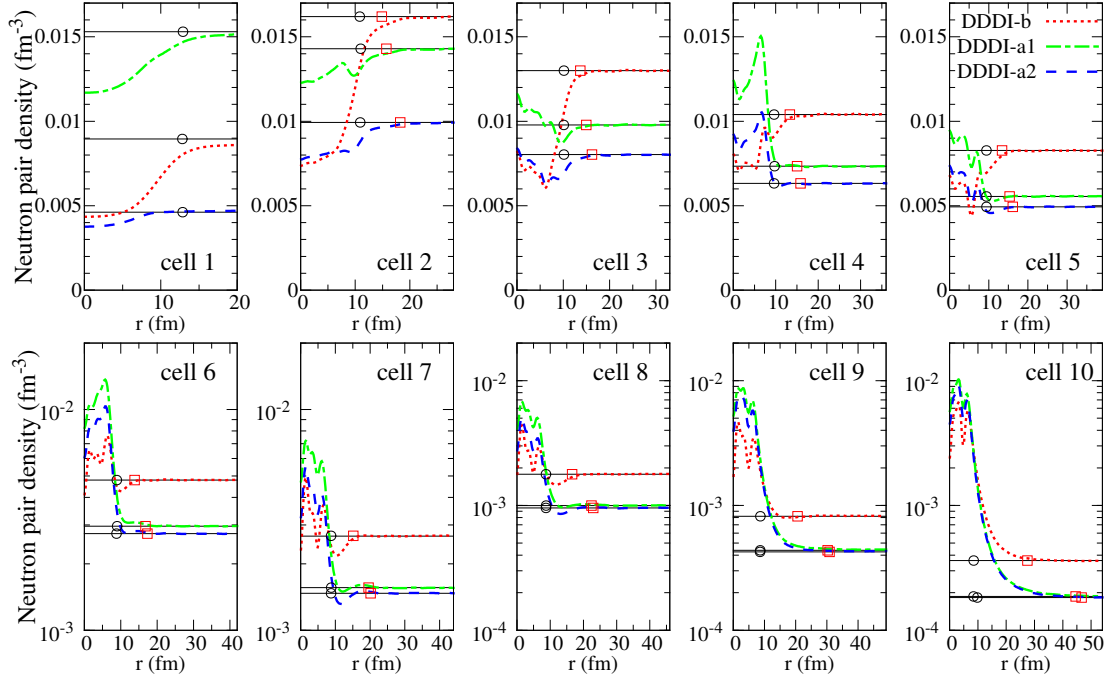


図 17: 中性子星内殻における cell での中性子ペア密度の計算結果。各 cell は、表 2 に対応する。三つのペアリング DDDI-b (点線)、DDDI-a1 (破線)、DDDI-a2 (一点破線) で計算している。一様な線は、uniform-BCS の計算結果であり、図の印は図 13 と同様のもの。

図 17 は、各 cell で計算した中性子ペア密度であり、x 軸 (半径  $r$ ) はそれぞれの Wigner-Seitz 半径  $R_{\text{cell}}$  まで取っている。cell 3-8 では、中性子ペア密度が uniform-BCS に収束する四角で示した点は、Wigner-Seitz の半分よりも内側に存在することがわかり、原子核クラスターの近くでのみ近接効果が働いていることがわかる。これらの層では、3 つの DDDI で共通して原子核クラスターと中性子一様物質がきれいに分かる。これは DDDI-b の cells 2-6、DDDI-a1 の cells 2-5、DDDI-a2 の cell 3 においてコヒーレンス長が Wigner-Seitz 半径に対して十分に短く、最小値  $\xi \approx 4 - 6$  fm を取ることによるものである。

cell 9 と cell 10 では、外部中性子密度は  $\rho_{n,M} \lesssim 1 \times 10^{-4} \text{ fm}^{-3}$  ととても希薄であり、近接効果は、Wigner-Seitz cell の大部分にわたって影響を及ぼしている。特に、DDDI-a1 と DDDI-a2 では、Wigner-Seitz 半径の半分を超えていることがわかる。これは、低密度でコヒーレンス長が長いことを反映している。具体的には、DDDI-a1 と DDDI-a2 では  $\xi \gtrsim 20 - 40$  fm であり、DDDI-b では  $\xi \gtrsim 12 - 20$  fm である。現実的なパラメーターである DDDI-a1 と DDDI-a2 の希薄な中性子物質でのペアギャップは BCS ギャップを示す DDDI-b の半分であり、コヒーレンス長  $\xi$  がより長くなっている。cell 1 のやや高密度の例においても近接効果が長くなることが確認できる。cell 1

の外部中性子密度は  $\rho_{n,M} \sim 0.04 \text{ fm}^{-3} \sim \rho_0/2$  であり、中性子飽和密度の半分となる条件である。cell 1 の中性子ペア密度は Wigner-Seitz cell の全域で uniform-BCS の密度と異なる。cell 1 の場合のコヒーレンス長は DDDI のモデルによって  $\xi = 7 - 30 \text{ fm}$  と異なるが、これは高密度におけるペアギャップが定まっていないことを反映している。cell 1 は高いバリオン密度  $\rho_b$  を持ち、厚い中性子スキンを持つため、原子核端が  $\sim 13 \text{ fm}$  と大きく、Wigner-Seitz 半径は  $R_{\text{cell}} = 20 \text{ fm}$  となる。そのため近接効果はペアギャップの不確実性に関係なく Wigner-Seitz 半径を超えて影響を及ぼす。cell 1 は内殻の中でも深い領域に対応し、 pasta 層と呼ばれる領域に対応する密度である。この結果は、高いバリオン密度を持つ pasta 層で近接効果が強くなることを示している。

内殻の深い層と浅い層に対応する cell 1 と cell 10 では、中性子ペア密度は一様中性子物質からほとんどすべての領域で異なっている。これは、原子核クラスターと中性子物質から成る 2 成分系という簡単な描像がペアリングに関してこの層では成り立たない可能性を示している。さらに言えば、格子定数 (Wigner-Seitz 半径) を超える場合には、隣接する原子核クラスターからの影響もあるため近接効果は、本研究の予想よりも原子核クラスターの影響は大きいかもしれない。その解明には、Bloch 波を用いて拡張された HFB を解いていく必要がある。

### 5.3 他の内殻配位を用いた計算

ここまで Negele-Vauthrin が決めた  $R_{\text{cell}}$  を用いて議論を行ってきた。しかしながら、Negele-Vauthrin は HF 計算ではあるが SLy4 を用いたわけではない。物理的な正当性からすれば SLy4 によって決められた Wigner-Seitz cell で計算する方が最もらしい結果が得られる。そのため SLy4 によって決められた Wigner-Seitz cell の場合に近接効果の結果がどの程度変化するかを見る。一例として、Grill らによる HF と HFB-ISW による  $R_{\text{cell}}$  と  $Z$  及び  $\lambda_n$  を用いる [57]。

図 18 は、Negele-Vauthrin と Grill らによる  $R_{\text{cell}}$  をそれぞれの cell についてプロットした図である。十字は、Negele-Vauthrin による HF 計算から得られた  $R_{\text{cell}}$  であり [10]、クロスは Grill らによる HF 計算、三角は Grill らによる HFB 計算によって得られた  $R_{\text{cell}}$  である [57]。Cell 1 と 2 に対応する Grill の値は、有限の箱のために解が求まっていない。

図 19 は、Negele-Vauthrin と Grill らによる  $Z$  をそれぞれの cell についてプロットした図である。図 20 は図 18,19 に対応する条件で計算した中性子ペア密度である。Negele-Vauthrin と Grill らで陽子数  $Z$  が異なることで原子核内部の中性子ペア密度が大きく変化することがわかる。中性子物質のペア密度がどの  $\lambda_n$  でもおおよそ一



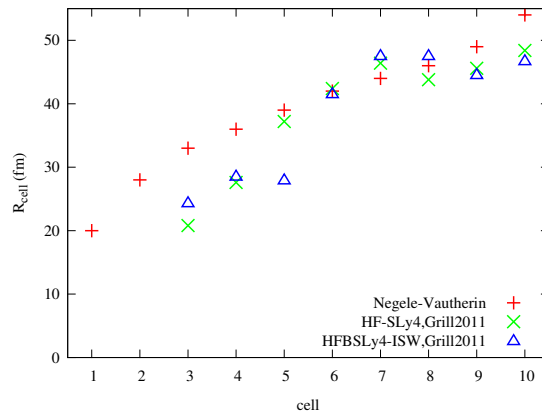


図 18: HF 計算における  $R_{\text{cell}}$  の値。十字は、Negele-Vautherin による HF 計算から得られた  $R_{\text{cell}}$  であり [10]、クロスは、Grill らによる HF 計算、三角は Grill らによる HFB 計算によって得られた  $R_{\text{cell}}$  である [57]。Cell 1 と 2 に対応する Grill の値は、有限の箱のために求まっていない。

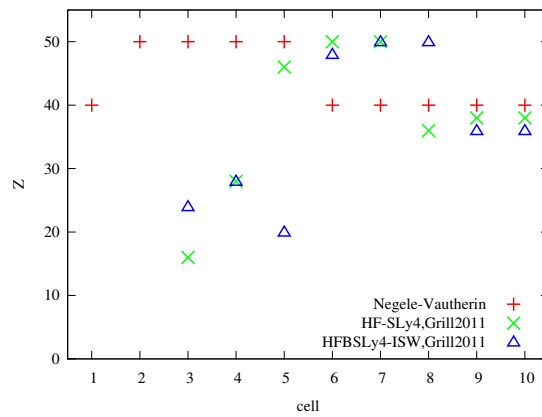


図 19: 図 18 に対応し、各 cell に対応する原子核クラスターの陽子数  $Z$  の値 [10, 57]。

定であるのに対して、原子核のペア密度は  $\lambda_n$ ,  $Z$  によって大きく変化することから、ペア密度に原子核の殻構造が強く反映されていることがわかる。違いが顕著な cell 4 の DDDI-a1 の場合は、Negele-Vautherin ( $Z=50$ ) が原子核の表面付近で  $\tilde{\rho}_n \approx 0.015 \text{ fm}^{-3}$  と大きくなるのに対して、Grill らの場合 ( $Z=28$ ) では、表面で内部の半分程度 ( $\tilde{\rho}_n \approx 0.08 \text{ fm}^{-3}$ ) となっている。これは、 $Z=50$  の場合に共鳴を起こす一粒子軌道が含まれているからと考えられる [26]。

Grill らの cell と Negele-Vautherin の cell では  $Z$  が異なるが、Grill らの cell でも  $R_{\text{cell}} + \xi$  は中性子ペア密度が一様に収束する点を再現しており、原子核クラスターの  $Z$  が変化しても近接効果をうまく説明できることがわかる。Wigner-Seitz 半径  $R_{\text{cell}}$  は、両者で cell 6 を除た cell 3-10 でとても大雑把に  $\sim 8 \text{ fm}$  程度異なる。近接効果の到達

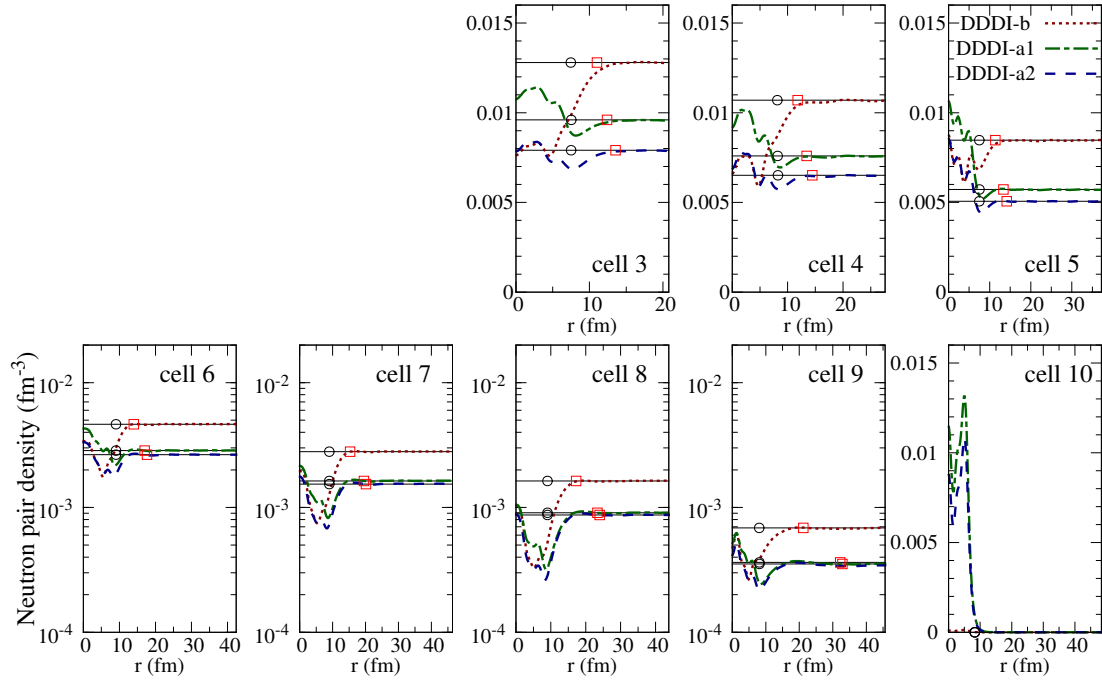


図 20: HFB-ISW の cell に対応する cell を設定した場合の三つの DDDI に対応する中性子ペア密度 (DDDI は、Grill らと異なる。)

距離は、cell 3 の場合に  $R_{\text{cell}}$  の半分を超えている。他の cell では、Negele-Vautherin の場合と同程度の地点まで原子核の影響が及んでいることがわかる。Grill らの cell を用いた場合でも Negele-Vautherin の場合と結論は変化しないことがわかる。なお Grill らの cell 10 は、束縛した原子核 ( $\lambda_n$  が負) であり、原子核の外側は密度が 0 なので、四角の点はプロットしていない。

## 6 結論

### 6.1 結論

中性子星内殻における対相関の近接効果を対密度汎関数理論の枠組みによって調べるため、Skyrme 汎関数を用いて座標表示 HFB 理論を解いた。原子核クラスターとして陽子数  $Z$ 、外部中性子密度を再現する中性子フェルミエネルギー  $\lambda_n$  を与え、球形を仮定した状況を考えた。近接効果の研究においては、従来の研究で用いられている箱の半径を Wigner-Seitz 半径 ( $R_{\text{cell}} \sim 20 - 50 \text{ fm}$ ) に設定する手法では有限サイズ効果が確認できたため、箱の半径を十分大きく取る ( $R_{\text{box}} \geq 100 \text{ fm}$ ) 方法を採用した。これは、十分大きな箱に満たされている一様中性子物質の中心に原子核クラスターが存在している描像を考えたということができる。ペアリングによる影響を調べるため、低密度の超流動中性子 (低密度中性子超流体) でモンテカルロ計算によるギャップを再現し、有限核のペアギャップの実験値を再現する新しい DDDI のパラメーター (DDDI-a1 及び DDDI-a2) を導入した。

中性子ペア密度  $\tilde{\rho}_n(r)$  に注目して、中性子ペア密度が原子核クラスターの影響を受けてどの程度変化するのかを定量的に分析した。定量的な分析によって、近接効果の距離は原子核端からのコヒーレンス長  $\xi$  によって特徴づけられることがわかった。コヒーレンス長  $\xi$  は、中性子物質の密度によって大きく変化し、 $1 \times 10^{-3} \text{ fm}^{-3} \lesssim \rho_n \lesssim 2 \times 10^{-2} \text{ fm}^{-3}$  の領域では  $\xi \sim 5 - 8 \text{ fm}$  と短く、 $\rho_n \lesssim 1 \times 10^{-3} \text{ fm}^{-3}$  と  $\rho_n \gtrsim 3 \times 10^{-2} \text{ fm}^{-3}$  では大きく増加する。

実際の内殻の状況において近接効果を調べると、内殻の層によって異なるということがわかった。バリオン密度で  $5 \times 10^{-4} \text{ fm}^{-3} \lesssim \rho_b \lesssim 2 \times 10^{-2} \text{ fm}^{-3}$  に対応する中間の領域では、近接効果は Wigner-Seitz 半径に比べて短く、原子核クラスターの近傍で働くことがわかった。この場合には、大部分の中性子物質が一様中性子物質とみなせるということがわかった。

バリオン密度が  $\rho_b \lesssim 2 \times 10^{-4} \text{ fm}^{-3}$  となる内殻の浅い層では、近接効果は Wigner-Seitz cell の全域に影響を及ぼすと考えられる。またバリオン密度が  $\rho_b \gtrsim 5 \times 10^{-2} \text{ fm}^{-3}$  となる深い層では、Wigner-Seitz 半径が短く  $R_{\text{cell}} \lesssim 20 \text{ fm}$  と考えられており、近接効果は Wigner-Seitz 半径を超えて影響を及ぼすと考えられる。このような層では、原子核クラスターと中性子物質はペアリングに関して境界が不明確になり、超流動性に関しては原子核クラスターと中性子物質から成る 2 成分系という単純な描像ではなくなるだろう。

本研究によって、超流動中性子の超流動性に原子核がどの程度影響を及ぼすのかが

定量的に明らかとなった。これによって、超流動中性子は、原子核の近傍で一様物質と異なり、中性子星内殻の比熱の計算においては非一様性を考慮することが重要であるといえることができる。

今後の研究として、超流動中性子と原子核の動的な結合について、超流動音波の原子核による散乱という観点から調べることが挙げられる。超流動音波の原子核による散乱を分析することは、超流動中性子と原子核の相互作用の新たな知見を期待することができ、本研究の発展として興味深い。超流動中性子は、中性子の集団励起によって超流動音波を持ち、超流動音波は原子核と相互作用し、原子核によって散乱される。超流動音波の波動を得るために線形応答理論により多重極  $L=0$  および  $1$  の低エネルギー集団励起を記述し [25, 26]、 $s$  波および  $p$  波の超流動音波に対応する固有振動モードに着目して原子核による超流動音波の散乱を調べていく。

## 謝辞

この研究を進める中で指導教員である松尾正之先生には5年間にわたり大変お世話になりました。またその幅広い知識は研究を進めるうえで大きな役割を果たしました。原子核理論研究室の小池裕司先生、関澤一之先生には、有益な議論を行うことができ感謝申し上げます。大坪隆先生、大原謙一先生には、博士論文をまとめるうえで貴重な意見を頂きました。5年間の研究の中で吉田賢市先生、稲倉恒法さん、小林良彦さんからの興味深い話は有意義なものであり、とても参考となりました。

## 付録 A 中性子一様物質における BCS 理論

中性子一様物質の分析を行うために、運動量表示の BCS 近似を用いる。BCS 近似は、中性子一様物質の場合には、HFB 理論と同等の理論である。基礎となるギャップ方程式は、運動量表示の下で、

$$\Delta(\lambda_n) = -\frac{V_n[\rho_n]}{4\pi^2} \int_0^{k'_c} dk k^2 \frac{\Delta(\lambda_n)}{E(k)} \quad (40)$$

$$E(k) = \sqrt{(e(k) - \lambda_n)^2 + \Delta(k)^2}, \quad e(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_n^*(\rho_n)} + U_n(\rho_n) \quad (41)$$

と書ける。ここで、 $k$  は一粒子運動量であり、 $U_n(\rho_n)$  は HF ポテンシャルであり、 $m_n^*(\rho_n)$  は有効質量である。粒子数の破れを回復するために、粒子数についての方程式も同時に満たす必要があり、それは、

$$\rho_n = \frac{1}{(2\pi^2)} \int_0^{k'_c} dk k^2 \left\{ 1 + \frac{e(k) - \lambda_n}{E(k)} \right\} \quad (42)$$

で与えられる。これによって、化学ポテンシャル  $\lambda$  と中性子密度  $\rho$  を関係づけられる。運動量の最大値  $k'_c$  は、座標空間での重粒子エネルギーのカットオフに対応するように  $e(k'_c) - \lambda_n = E_{\text{cut}}$  で与えられる。この理論による計算を uniform-BCS と呼ぶことにする。クーパー対の大きさを特徴づけるコヒーレンス長  $\xi$  は以下で与えられる。

$$\langle r^2 \rangle = \int d\vec{r} r^2 |\Psi_{\text{pair}}(r)|^2 = \frac{\int_0^\infty dk k^2 \left(\frac{\partial}{\partial k} u_k v_k\right)^2}{\int_0^\infty dk k^2 (u_k v_k)^2} \quad (43)$$

## 参考文献

- [1] N. Chamel and P. Haensel, *Living Rev. Relativity*, **11**, 10 (2008).
- [2] P. Haensel, A. Y. Potekhin, and D. G. Yakovlev *Neutron stars I*, (Springer, 2006).
- [3] A. Avogadro, F. Barranco, R. A. Broglia, and E. Vigezzi, *Nucl. Phys. A* **811**, 378 (2008).
- [4] P. Ring and P. Schuck, *The Nuclear Many-Body Problem*, (Springer-Verlag, Berlin, 1989).
- [5] D. Page and S. Reddy, *Annu. Rev. Part. Sci.* **56**, 327 (2006).
- [6] G. Wlazłowski, K. Sekizawa, P. Magierski, A. Bulgac, and M. M. Forbes, *Phys. Rev. Lett.* **117**, 232701 (2016).
- [7] S. Jin, A. Bulgac, K. Roche, and G. Wlazłowski, *Phys. Rev. C* **95**, 044302 (2017).
- [8] F. Douchin and P. Haensel, *Astron. Astrophys.*, **380**, 151 (2001).
- [9] F. Barranco, R. A. Broglia, H. Esbensen, and E. Vigezzi, *Phys. Rev. C* **58**, 1257 (1998).
- [10] J. W. Negele and D. Vautherin, *Nucl. Phys. A* **207**, 298 (1973).
- [11] N. Chamel, S. Goriely, J. M. Pearson, and M. Onsi, *Phys. Rev. C* **81**, 045804 (2010).
- [12] J. Bardeen, L. N. Cooper, and J. R. Schrieffer, *Phys. Rev.* **106**, 162.
- [13] L. P. Gor'kov and T. K. Melik-Barkhudarov, *Sov. Phys. JETP* **13**, 1018 (1961).
- [14] A. Gezerlis and J. Carlson, *Phys. Rev. C* **81**, 025803 (2010).
- [15] T. Abe and R. Seki, *Phys. Rev. C* **79**, 054002 (2009).
- [16] D. N. Aguilera, V. Cirigliano, J. A. Pons, S. Reddy, and R. Sharma, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 091101 (2009).
- [17] C. J. Pethick, N. Chamel, and S. Reddy, *Prog. Theor. Phys. Suppl.* **186**, 9 (2010).
- [18] V. Cirigliano, S. Reddy, and R. Sharma, *Phys. Rev. C* **84**, 045809 (2011).
- [19] D. Page and S. Reddy, in *Neutron Star Crust*, ed. by C. Bertulani and J. Piekarewicz (Nova Science, 2012), p.281.
- [20] N. Chamel, D. Page, and S. Reddy, *Phys. Rev. C* **87**, 035803 (2013).
- [21] P. M. Pizzochero, F. Barranco, E. Vigezzi, and R. A. Broglia, *Astrophys. J.*

- 569**, 381 (2002).
- [22] N. Sandulescu, N. V. Giai, and R. J. Liotta, Phys. Rev. C **69**, 045802 (2004).
  - [23] C. Monrozeau, J. Margueron, and N. Sandulescu, Phys. Rev. C **75**, 065807 (2007).
  - [24] A. Pastore, Phys. Rev. C **91**, 015809 (2015).
  - [25] T. Inakura and M. Matsuo, Phys. Rev. C **96**, 025806 (2017).
  - [26] T. Inakura and M. Matsuo, Phys. Rev. C **99**, 045801 (2019).
  - [27] P. G. de Gennes, Rev. Mod. Phys. **36**, 225 (1964).
  - [28] P. G. de Gennes, *Superconductivity of Metals and Alloys*, (Advanced Book Program, Perseus Books, New York, N.Y., 1999).
  - [29] T. Nakatsukasa, K. Matsuyanagi, M. Matsuo, and K. Yabana, Rev. Mod. Phys. **88**, 045004 (2016).
  - [30] J. Dobaczewski, H. Flocard, and J. Treiner, Nucl. Phys. A **422**, 103 (1984).
  - [31] M. Matsuo, Nucl. Phys. A **696**, 371 (2001).
  - [32] M. Bender, P.-H. Heenen, and P.-G. Reinhard, Rev. Mod. Phys. **75**, 121 (2003).
  - [33] E. Chabanat, P. Bonche, P. Heenen, J. Meyer, and R. Schaeffer, Nucl. Phys. A **635**, 231 (1998).
  - [34] J. Bartel, R. Quentin, M. Brack, C. Guet, and H. - B. Hakansson, Nucl. Phys. A **386**, 79 (1982) .
  - [35] M. Matsuo, Phys. Rev. C **73**, 044309 (2006).
  - [36] M. Matsuo, Y. Serizawa, and K. Mizuyama, Nucl. Phys. A **788**, 307c (2007).
  - [37] L. N. Oliveria, E. K. U. Gross, and W. Kohn, Phys. Rev. Lett. **60**, 2430.
  - [38] O.-J. Wacker, R. Kümmel, and E. K. U. Gross, Phys. Rev. Lett. **73**, 2915.
  - [39] D. J. Dean and M. Hjorth-Jensen, Rev. Mod. Phys. **75**, 607 (2003).
  - [40] G. C. Strinati, P. Pieri, G. Röpke, P. Schuck, M. Urban, Phys. Rep. **738**, 1 (2018).
  - [41] S. Gandolfi, A. Gezerlis, J. Carlson, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **65**, 303 (2015).
  - [42] U. Lombardo and H.-J. Schulze, in *Physics of Neutron Star Interiors*, edited by D. Blaschke, N. K. Glendenning, and A. Sedrakian, Vol. 578 of Lecture Notes in Physics (Springer, New York, 2001), p.30.
  - [43] S. Gandolfi, A. Yu. Illarionov, S. Fantoni, F. Pederiva, K. E. Schmidt, Phys. Rev. Lett. **101**, 132501 (2008).
  - [44] H. Heiselberg, C. J. Pethick, H. Smith, and L. Viverit, Phys. Rev. Lett. **85**, 2418 (2000).

- [45] C. J. Pethick and H. Smith, *Bose-Einstein Condensation in Dilute Gases*, (Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2002).
- [46] F. Barranco, R. A. Broglia, G. Coló, G. Gori, E. Vigezzi, and P. F. Bortignon, *Eur. Phys. J. A* **21**, 57 (2004).
- [47] K. Hebeler, T. Duguet, T. Lesinski, and A. Schwenk, *Phys. Rev. C* **80** 044321 (2009).
- [48] S. S. Pankratov, M. V. Zverev, M. Baldo, U. Lombardo, and E. E. Saperstein, *Phys. Rev. C* **84**, 014321 (2011).
- [49] G. F. Bertsch and H. Esbensen, *Ann. Phys. (N.Y.)* **209**, 327 (1991).
- [50] E. Garrido, P. Sarriguren, E. Moya de Guerra, and P. Schuck, *Phys. Rev. C* **60**, 064312 (1999).
- [51] T. Papenbrock and G. F. Bertsch, *Phys. Rev. C* **59**, 2052 (1999).
- [52] M. Marini, F. Pistolesi, and G. C. Strinati, *Eur. Phys. J. B* **1**, 151 (1998).
- [53] W. Satula, J. Dobaczewski, and W. Nazarewicz, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 3599 (1998).
- [54] The 2016 Atomic Mass Evaluation, <http://amdc.in2p3.fr/web/masseval.html>
- [55] N. Tajima, *Phys. Rev. C* **69**, 034305 (2004).
- [56] <http://www.gnuplot.info/>
- [57] F. Grill, J. Margueron, and N. Sandulescu, *Phys. Rev. C* **84**, 065801 (2011).