

博士論文の要旨及び審査結果の要旨

氏名 白銀 瑞樹  
 学位 博士 (理学)  
 学位記番号 新大院博 (理) 第 458 号  
 学位授与の日付 令和3年3月23日  
 学位授与の要件 学位規則第4条第1項該当  
 博士論文名 有限温度 SU(3)格子ゲージ理論における一次相転移の熱力学

論文審査委員 主査 准教授・江尻 信司  
 副査 教授・小池 裕司  
 副査 教授・浅賀 岳彦  
 副査 教授・大原 謙一  
 副査 准教授・中野 博章

博士論文の要旨

申請者の白銀瑞樹は、宇宙誕生直後に起こったとされる、高温での強い相互作用の相転移を、強い相互作用の基礎理論である量子色力学(QCD)からの第一原理計算により理解することを試みている。特に、本博士論文では、解析方法の開発に力点を置き、動的クォークが含まれない SU(3)格子ゲージ理論(Quenched QCD)の大規模数値シミュレーションを行うことにより、相転移点近傍での熱力学量の計算方法について議論した。Quenched QCDの有限温度相転移は、一次相転移であることが知られている。そのため、Quenched QCDの相転移の研究は、クォーク質量を無限大としたときの QCD の解析という意味だけでなく、まだまだあまりよく研究されていない、一次相転移点近傍の熱力学の数値解析法の開発という目的でも有益である。

一次相転移点で共存する高温相と低温相の間のエネルギーの差と圧力の差に注目する。前者は潜熱と呼ばれ、一次相転移を特徴づける最も重要な量である。後者、二相間の圧力差はゼロになるべき量である。一次相転移点では二相が共存しているが、もし、高温相と低温相の圧力が違えば、圧力が大きい方の領域が広がっていき、二相は共存できない。圧力差がゼロであることは、格子 QCD の数値計算により熱力学量が正しく計算できているかどうかを確認する良い指標となる。

この研究では、エネルギー密度と圧力を二つの方法で計算した。一つは微分法という従来からの方法で、熱力学の処方箋にしたがって、分配関数を温度や体積で微分することで熱力学量を求める方法である。格子間隔を微小に変えることで格子全体の長さを変化させ、体積や温度の微分を実現する。有限温度格子 QCD では空間方向の格子全体の長さの3乗が体積を表していて、時間方向の格子全体の長さが温度の逆数を表している。そのため、熱力学量の計算で偏微分を実行するために、空間方向と時間方向の格子の大きさを独立に変化させて計算する。もう一つの方法は、Small flow-time expansion 法 (SFtX) と呼ばれる最近注目されている新しい方法である。Gradient flow という方法で、格子を有限の大きさまで粗視化する。そして、粗視化の長さを固定して連続極限をとる。Gradient flow で粗視化することにより場の理論に含まれる発散を取り除くことができる。その粗視化により、量子揺らぎが抑えられるので、粗視化した場で計算した演算子の誤差は減少し連続極限も取りやすくなる。SFtX 法では、その粗視化した場で計算を実行し、連続極限を取ったのち、元の場による物理量に逆算する。flow 時間( $t$ )が小さいときはその逆算が可能である。粗視化された場の計算で、すでに連続理論とみなすことができれば、時空間を格子化した格子場の理論特有の困難がなくなり、いろいろな研究の可能性が開ける。それに加え、SFtX 法

は微分法に比べ、計算コストが少ない。しかし、微分法においては格子上の熱力学量の定義通りに計算しているため信頼できるのに対して、SFtX法の計算過程では、例えば、一部に摂動論によるマッチング係数を使っており、不安要素を含んでいる。二つの方法による結果の比較を行い計算の信頼性を確認することが重要である。

SU(3)格子ゲージ理論の一次相転移点で、いろいろな空間体積と格子間隔の格子で数値シミュレーションを実行し、高温相と低温相の間のエネルギー差（潜熱）と圧力差を計算した。博士論文では、まず、格子QCDの基本的な説明を行い、一次相転移点における微分法による熱力学量の計算方法及びその結果、SFtX法の説明とその計算結果を示した。相転移温度で二相間の圧力差がゼロと一致することを確認した。潜熱については二つの方法による結果を比較するとともに、SFtX法による計算では、連続極限のとり方、small flow-time ( $t$ )で展開した誤差を除くための  $t=0$  極限のとり方、その極限操作の順序、繰り込みスケール、マッチング係数の高次補正の効果など、考えられる限りの整合性について議論し、結果に矛盾がなく潜熱が計算できることを確認した。

### 審査結果の要旨

申請者は、大規模数値シミュレーションによる量子色力学(QCD)の第一原理計算で、QCD相転移近傍での熱力学量の計算方法に関する研究を行った。特に、Small flow-time expansion法(SFtX)と呼ばれる最近注目されている新しい方法に着目し、その方法で実際に正しい計算ができるかどうかということ調べた。

申請者は、動的クォークがないSU(3)格子ゲージ理論の一次相転移点で数値シミュレーションを実行し、共存する高温相・低温相間のエネルギー差（潜熱）と圧力差を詳細に計算した。SFtX法の計算の手続きを具体化するとともに、考えられる限りの計算結果の整合性を確認し、SFtX法で正しい計算ができることを示した。さらに、従来からの潜熱の計算方法である微分法でも潜熱を計算し、結果が一致することを確認した。このSFtX法の中で使われているgradient flowという計算手法は、場の量子論の新しい正則化の処方（繰り込み処方）と目されていて、QCD研究のコミュニティにおいて、今後大きな進展をもたらすかもしれないといわれている方法である。それをうまく応用したSFtX法の具体化・実用化を行った本博士論文の研究は、高く評価するに値する。

また、格子ゲージ理論における、一次相転移点近傍での熱力学の研究は、計算が難しく、まだあまり進んでいない。SFtX法の計算コストは従来の方法に比べて少なく、従来の方法では到達できなかった、より細かい格子、より大きな体積での計算が可能になった。このように、数値シミュレーションによる格子QCDの計算精度を高めることができた点も、高く評価される。本博士論文では、計算精度を高めたことにとどまらず、一次相転移点付近でのエネルギー密度のヒステリシス曲線といった、さらに難しい計算まで、SFtX法により可能にした。さらに、SFtX法は複雑な系への応用も、従来の方法に比べて容易で、今後は他の重要な一次相転移のある系への適用も期待される。

このように、本研究にはQCDの研究を進展させるいくつもの結果が含まれている。よって、本論文は博士（理学）の博士論文として十分であると認定した。