中学校数学の文字式による証明の意味理解を促す授業実践
—教材「指による掛け算」を用いて—

Practical Research on Understanding the Meaning of Proof with Literal Expressions in Lower Secondary School

橋本　善貴*・瀬野　大吾**・阿部　好貴***
Yoshiki Hashimoto, Seno Daigo and Yoshitaka Abe

１．本稿の目的

文字を用いるよさの１つとして，文字で表すことによって意味を捨象し，形式的な操作によって解を求めることができる点が挙げられる．しかし，そのよさがあるために，文字式による証明を学習した生徒は，「なぜそうすると命題が真であるといえるのか」という証明の意味を理解できず，証明の記述・方法という形式を記憶する傾向にある（村上，2010）．また，その傾向は，文字式を用いて命題を証明したにもかかわらず，証明した命題をもっと多くの場合でチェックしようとする生徒の姿（宮崎，1997）や，とにかく文字式で表して，計算していくうちに，何となく結論が示されたという流れで証明を生成する生徒の姿（中川・佐々，2017）として散見されうる．つまり，生徒は，文字式の変形を形式的に行い，「仮定と結論のつながり」を意識しながら行っていない傾向にある．そのため，上述の指摘ように，生徒は文字式による証明の意味理解に困難性を有していると推察される．

上記の課題意識に基づき，本稿では，文字式の意味が具体物の操作として理解されうる教材「指による掛け算」に着目し，生徒が「仮定と結論のつながり」を意識して証明を構成することを通して，文字式による証明の意味を理解することをねらった授業を設計・実践する．実践した授業において，どのような証明の構成活動がなされ，文字式による証明の意味理解がなされるのかを明らかにすることが本稿の目的である．そのために，まず，教材「指による掛け算」に注目する理由を説明し，それに基づき授業を設計する（２節）．次に，教材「指による掛け算」を用いた授業の実際を述べる（３節）．最後に，実施された文字式による証明の構成活動と，達成された文字式による証明の意味理解について考察する（４節）．

2021.6.25　受理
* 新潟大学附属新潟中学校
** 新潟市立内野中学校
*** 新潟大学大学院教育実践学研究科

２．教材「指による掛け算」と授業設計

⑴　教材「指による掛け算」への着目

文字式による証明において，「なぜ文字式をそのように変形すると命題が真であるといえるのか」を理解するには，式変形の始点と終点となる２つの文字式の表記から，命題の仮定と結論という意味を理解することは不可欠である．

しかし，中学生にとって，「なぜ文字式をそのように表す／変形するのか」という文字式の表記と意味のつながりの理解は困難である．宮崎（1997）は，中学生にとって，自分の推論を表現する手段として，記号・言語よりも図・具体物の方が使い慣れており，特に，演繹的な推論を図･具体物で表すには，それらの操作が必要であるため，操作を施しやすい具体物が適していると述べている．これは，具体物の操作として文字式の意味を解釈することが，文字式の表記と意味の乖離を架橋しうることを示唆している．

そこで本稿は，生徒が「なぜ文字式をそのように変形すると命題が真であるといえるのか」の理解を促すために，文字式の意味が具体物の操作として理解されうる教材「指による掛け算」に着目する．

⑵　教材「指による掛け算」の概要

「指による掛け算」は，指を折ったり立てたりする操作によって，一方が５以上，他方が６以上の一桁の二整数の積を求める方法である．

> 「指による掛け算」[1)]
> 一方が５以上，他方が６以上の一桁の整数同士の積を，一方が４以下，他方が５以下の整数同士の積を活用して求めることができる方法．

この計算方法は，指で二整数を数える操作から始まる．数の数え方は，指を全部開いた状態から順に１本ずつ指を折りながら数を数える．そうすると,「5」は握りこぶしの状態になり，次に「6」を数えるときには指を1本立てる．それ以降の数は1本ずつ指を立てながら数える．これを左右の手で別々に行う．次に，左右の手を基に二整数の積を計算する．その計算操作は, 左右それぞれの「立てた指の本数の和」を「求める積の十の位」とし,「折った指の本数の積」を「求める積の一の位」とすることでなされる．

例えば，図1の左手は，指を全部開いた状態から５本の指を折り，そこからさらに２本の指を立てるので「７」を表す．同様に，右手は「９」を表す．したがって，両手は「７×９」を表す．そして，立てた指の本数と折った指の本数に着目して，「７×９」は次のように計算できる.「立てた指の本数の和」は「２＋４」であるから, 6が「７×９の十の位」となる.「折った指の本数の積」は「３×１」であるから，３が「７×９の一の位」となる．したがって「７×９＝63」と計算できる．

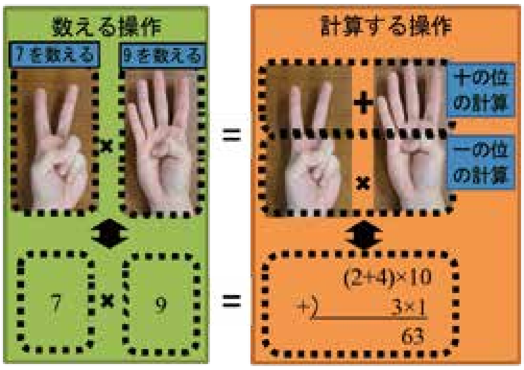

図１　数字式による「指による掛け算」の確かめ

図1のように,「指による掛け算」の結果の正誤は, 具体的な数の計算で確かめられる. しかし, いくつかの具体的な数を計算するだけでは, なぜ「指による掛け算」がいつでも成立しうるのかは説明できない. そこで，文字式という数学的表現が導入される（図2).

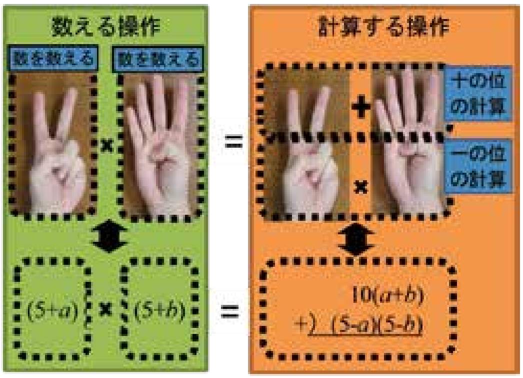

図２　文字式による「指による掛け算」の確かめ
（立てた指の本数をa, bとする）

例えば，立てた指の本数をa，bとした場合，指で数えた二整数は「$5+a$」と「$5+b$」と表され，指の本数に着目した計算操作は「$10(a+b)+(5-a)(5-b)$」と表される（図２）．この両方の文字式が式変形を介してつながることで,「指による掛け算」がいつでも成り立つことが証明される．

このように「指による掛け算」は，文字式の意味を具体物（指）の操作として解釈できる教材である．それゆえ「指による掛け算」は，文字式による証明を構成する際，文字式の表記とそれが表す意味との間の往還を促し，ひいては「なぜ文字式をそのように変形すると命題が真であるといえるのか」の理解を促しうると考える．

⑶　授業設計

なぜ「指による掛け算」がいつでも成立するといえるのかを文字式を用いて考える場合，様々な要素が変数となりうる．例えば,「二整数」を文字に置いた場合,「指による掛け算」がいつでも成り立つことは，図３のように証明される．

> 二整数をa，bとすると，指による掛け算の計算手続きは次のように表される．
>
> $$\begin{aligned} & 10\ \{(a-5)+(b-5)\}+(10-a)(10-b) \\ &= 10\ \{a+b-10\}+100-10a-10b+ab \\ &= 10a+10b-100+100-10a-10b+ab \\ &= ab \end{aligned}$$
>
> aとbは元の二整数を表している．
> したがって，指による掛け算は成り立つ．

図３　二整数をa，bとした場合の証明

また,「立てた指の本数」を文字に置いた場合,図４のように証明されうるが,生徒にとって変形した文字式が何を意味するのかは捉えがたく,「仮定と結論のつながり」を意識しなければ証明を構成しにくい教材といえる.この他にも,「折った指の本数」を文字に置くことが考えられる.

立てた指の本数をa，bとすると，指による掛け算の計算手続きは次のように表される.

立てた指の本数をa，bとすると，指による掛け算の計算手続きは次のように表される. $10(a+b)+(5-a)(5-b)$ $=10a+10b+25-5a-5b+ab$ $=25+5a+5b+ab$ $=5(5+a)+b(5+a)$ $=(5+a)(5+b)$ $5+a$と$5+b$は元の二整数を表している. したがって，指による掛け算は成り立つ.

図４　立てた指をa, bとした場合の証明

このように「指による掛け算」が成り立つことの証明は多様であり,「なぜ文字式をそのように変形すると命題が真であるといえるのか」という問いに基づく数学的活動が期待できる.したがって,「指による掛け算」が成り立つ理由について，文字式の表記と意味を往還しながら,「仮定と結論のつながり」を意識して証明を構成することを通して，文字式による証明の意味を理解することをねらいとする授業を設計する.

文字式の学習指導は立式，式変形，読式の３つの活動から構成される（三輪, 1997;岩崎, 2000;藤井, 2010）.このことから，その３点を視点に，上記をねらいとした「指による掛け算」の授業を設計する.

１点目は，文字式を立式する活動である．まず授業の導入場面で，実際に指を操作しながら「指による掛け算」が成り立つことを確かめる活動を組織する．この活動を通して,生徒が「何を式で表すのか」を思考することを期待する．指という具体物には，仮定と結論の両方が混在する．それゆえ，仮定と結論を明確に区分するために数字式や文字式を立式する必要性が生じる．このように，具体物の操作を数字式や文字式で表すことで，生徒が証明の始点となる文字式の意味を理解することを促す.

２点目は，文字式を変形する活動である．授業の展開場面で，あえて命題の結論を表す文字式を不明確なまま，文字式を変形する活動を組織する．この活動を通して，生徒が「なぜそのように文字式を変形するのか」,「何のために文字式を変形するのか」を思考することを期待する．このように，文字式を変形する中で，文字式の意味に立ち返り，それを文字式で表すことで，生徒が証明の終点となる文字式の意味を理解することを促す.

３点目は，文字式を読式する活動である．授業のまとめ場面で,「文字式による証明の始点と終点の文字式でそれぞれ何を表すのか」,「なぜそういえるのか」を振り返り，文字式の意味を明白にする活動を組織する．この活動により，生徒が文字式の変形を介した命題の仮定と結論のつながり,すなわち「なぜ文字式をそのように変形すると命題が真であるといえるのか」を理解することを促す.

上記３点の数学的活動は，それらが特に強調される場面を想定したものである.実際の生徒の活動は,様々な場面で立式，式変形，読式を往還すると考える.

３．授業の実際

⑴　本時の概要[2)]

本時の概要は，以下の通りである.

【単元】　第３学年「式の展開と因数分解」の利用場面の４時間目[3)]

【ねらい】「指による掛け算」の計算方法がいつでも成り立つことについて証明を構成する活動を通して，命題と文字式の整合を図ることができる.

【実施日】令和元年６月13日１時間

【学級】　国立大学附属中学校３学年１学級39名

なお，この授業の記述・考察は，教室後方からの映像記録（１台）と，抽出生徒３名の様子の映像記録（３台)および授業プロトコル,授業で用いたワークシートの記述に基づいている.

⑵　実際の授業

①〔導入〕帰納的な命題の構成

導入場面で教師から，フランスでは５以上の九九の計算は，指を用いて行われていたことが紹介された．その後に，学級全体で，一桁の整数を指で表す方法を確認した．さらに「７×９」の場合（図１）を例示し，両手を近づけ,「立てた指の本数」をみれば「十の位」がわかり,「折った指の本数」をみれば「一の位」がわかることを共有した．生徒たちは，自然に，他の場合でも「指による掛け算」が成り立つのかどうかを，実際に指を操作しながら確かめていた．この場面の教師と生徒のやりとりは，以下の通りである.

Ss:おお~（拍手）．すごいすごい．
T:不思議だよね.少し隣近所の人と試しますか．
S1:6×8やってみよっか.1+3で40.4×2で8.48．
S2:お~.全部できるよね.でも一桁しかできないよね.二桁は?
S1:うん~（指で確かめる）
S3:9×9やってみる.怖い怖い.どうしようこれ.5×6だとどうなんの?できなくね?できたできた．

生徒たちは，様々な場合で「指による掛け算」を試し，その方法に習熟していた．この活動の中で，数名の生徒同士が，「一方が５以上，他方が６以上の一桁の整数同士の場合であれば，それがいつでも成り立つ」であろうことを話していた．教師がその発言を取り上げ，「いつでも成り立ちそうか」と学級全体に投げかけると，大部分の生徒が，「一方が５以上，他方が６以上の一桁の整数同士の場合であれば成り立ちそうだ」という意見に賛同した．そのため，教師は「指による掛け算の計算方法がいつでも成り立つことの説明をつくりなさい」という学習課題を設定した．

②〔展開１〕様々な方法による証明の構成

教師は，「これまで，いつでも成り立つことをどうやって説明してきたか」を学級全体に問いかけ，生徒たちから，証明方法として完全帰納，面積モデル，文字式の利用というアイデアを引き出した．

生徒たちは，上記いずれかの方法で，「指による掛け算」がいつでも成り立つことの証明の構成に取り組んだ．いずれの方法においても，多くの生徒たちは，いくつかの具体的な場合について，実際に指を操作しながら，数字式を立式していた．

なお，この場面で，完全帰納を用いた生徒は６名，面積モデルを用いた生徒は１名，文字式を用いた生徒は32名であった．

③〔展開２〕文字式による証明の構成

完全帰納を用いた生徒たちの多くは，仮定を示す文字式を立式することの難しさを話していた．教師はその様子を取り上げ，学級全体で具体的な数で「指による掛け算」を立式するように促した．この場面の教師と生徒のやりとりは，次の通りである．

T:状況を確認させてください．自分なりに説明着手できてるよ，という人？
Ss:（半数近く挙手する）
T:見通しがもてなくて困っている人？
Ss:（10名程度挙手する）
T:一旦手を止め共有しましょう．今説明を書いている皆さんも多様な見方につながるかもしれません．いきなり「いつでも」を考えてわからないとき，僕たちはどうしてましたか?
S6:例かなんかで考える．
Ss:（うなずき，拍手する）
T:いきなり挑んでだめだったとき，具体例に戻って考えていました．私がさっき見せた7×9について，もう一度整理してみましょう．

教師は，３つの具体的な場合の数字式を生徒たちと立式し，図５のように板書した．

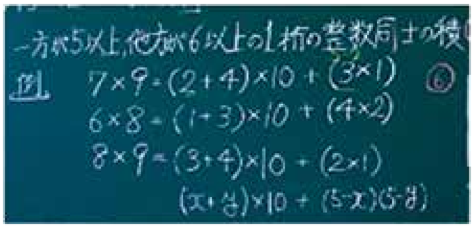

図５　数字式から文字式へ

さらに教師は，数字式を基に，命題の仮定を文字式で立式するように促した．この場面の教師と生徒たちのやりとりは，次の通りである．

T:具体的にいくつか考えていくと，何を文字に置くとよさそうですか?どの辺を文字に置いたらよさそうですか?
S7:10をかけている2と4の所をx, yとおく．
T:なるほどね．なんか行けそうですか?この見通し共有できるなという人?
Ss:（大部分が挙手）
T:でも，折れている指はどうしましょうか? z, wとかにしましょうか?
S2:最初の7×9の場合は，立てている指が2本の時は折っている指が3本になっているので，5-2で3．だから5から（立てている指x, yをそれぞれ）引けばいいと思います．
T:x, yと置いたら（折れている指は）どうなる?
S2:（$5-x$）×（$5-y$）
T:z, wを使わなくてもよさそうですね．この見通し共有できるよという人?
Ss:（大部分が挙手）
T:ちょっとなんか見えてきた．あるいは文字で置く場所はここだけなのでしょうか?ここからは個人で追究するもよし，周りで相談しながらでもいいです．最終的な自分の考えをワークシートにまとめなさい．

その後，ほぼすべての生徒が，文字式による証明の構成に着手した．その中で，生徒たちは自然に周囲の生徒と「立式した文字式をどのように変形するのか」や「変形した文字式は何を意味するのか」等

を議論しながら，文字式による証明の構成活動に取り組んでいた．

一方で，抽出生徒S１は他の生徒とは議論せずに，仮定を示す文字式をどのような式の形に変形すればよいかわからず，活動を停滞させていた．そこで教師は，S１と次のやりとりをしていた．

T：結局最後の式が上手くいかなかった？
S1：（うなずく）
T：最終的にはどんな式の形にもっていきたい？立てた指をa, bと置いているあなたは，最終的に式をどんな形にもっていきたいの？
S1：（ワークシートに書いた$\boxed{5}\times\boxed{4}$をペンで指す）
T：うん．二数の積．例えば7×9だったら，7×9になるよっていうことを言いたいのね？
S1：うん．
T：立てた指がa本だったら，その数（元の二整数）ってどうやって表す？
S1：$5\text{-}a$…ん$a\text{-}5$？
T：立てた指の数がa本だよ（ピースサインの立てた指をもう一方の手で包む）．
S1：$a+5$？
T：うん．$a+5$（ピースサインの折った指をもう一方の手で包む）．もう１個はb本だから？
S1：$b+5$

このようにS１は，教師の指の操作（図６）により，命題の結論とその文字式の表記を確認していた．

図６　指の操作として$a+5$の意味を確認する教師のジェスチャー

最終的に，生徒39名全員が文字式による証明の構成を行っていた．30名の生徒は，立てた指の本数を文字に置いて証明の構成に取り組んでいた[4)]．それ以外の９名の生徒は，元の二整数を文字に置いて証明の構成に取り組んでいた．

④〔まとめ〕文字式による証明の共有

最後に教師は，「立てた指の本数を文字に置いた証明」，「立てた指の本数を文字に置き面積モデルを用いた証明」，「元の二整数を文字に置いた証明」の３つを取り上げ，全体で共有した．

図７　授業の最終板書

４．授業の考察

本節では，授業のねらいである，文字式の表記と意味とを往還しながら，「仮定と結論のつながり」を意識して文字式による証明を構成する活動はなされていたのか，また，その活動を通して文字式による証明の意味理解は図られたのかを考察する．それぞれに対して，授業全体を視点とする大局的な視点と，その中での抽出生徒の活動に着目した局所的な視点の2点から考察する．

⑴　文字式による証明の構成活動

①　全体

本研究では，文字式の表記と意味とを往還しながら，「仮定と結論のつながり」を意識して文字式による証明を構成する活動を，「どのように文字式で表すのか」と「文字式は何を表しているのか」を思考しながら，仮定と結論のつながりを表現する活動と捉えている．このような活動は，本授業では，どのように行われていたのであろうか．

まず〔導入〕から〔展開 1〕にかけて，指による掛け算が二整数の積になることを確かめるために，いくつかの具体的な場合で実際に指を操作しながら，指による掛け算の計算方法を数字式で表す活動がなされていた．生徒たちは，自分の指の操作を数字式で表すことで，表した式の意味を指による掛け算の計算方法として明確にしていった．つまり生徒たちは，具体物の操作を介して，「この式の形は何を表しているのか」といった式の意味を明確にしていったと捉えることができる．

続く〔展開 2〕の前半では，指による掛け算が二整数の積になることを，文字式を使って確かめるために，いくつかの数字式を参照し，「変わる部分」と「変わらない部分」を抽出し，「変わる部分」を文字で表す活動がなされていた．生徒たちは，「変わる部分（立てた指の本数)」を文字で表すことで，文字の意味を明確にしていった. つまり生徒たちは，複数の数字式を介して，「文字は何を表しているのか」といった文字の意味を明確にしていったと捉えることができる．

さらに〔展開 2〕の後半では，式変形の終点となる結論やそれを表す式の形を考える活動がなされていた．生徒たちは，周囲の生徒と「立式した文字式をどのように変形するのか」や「変形した文字式で何を表せばよいのか」を問いながら，式変形していた．つまり生徒たちは，「どのように文字式を変形するのか」や「変形した文字式は何を表しているのか」といった，変形した文字式の表記や意味について考察していたと捉えることができる．一方で,「なぜ文字式をそのように変形するのか」の根拠の示し方には，生徒によって多様な水準があった[4)]．変形した文字式について，その意味を明確にしないで証明をしたり，数を代入して確かめるだけで証明としたりする生徒が半数程度いた．そのような生徒たちは，変形した文字式の意味を，結論として意識できていないと考えられる．このことから，証明を構成するために文字式を変形する活動が，変形した文字式の意味の意識を伴わない場合があり，必ずしも，証明の意味理解に結びつくわけではないと考えられる．

以上をまとめると, 授業全体という視点でみれば, 文字式の意味や表記について思考することで，文字式による証明の構成活動が展開されていた．その一方で，構成された証明の水準は多様であり，変形した文字式の意味を，結論として意識して証明を構成することに課題があったといえる．これに対して，抽出生徒S 1 は，変形した文字式の表記と意味について思考する活動を繰り返すことで，変形した文字式の意味を結論として意識した証明へと練り上げていった．以下では，S 1 の活動について考察する．

②　抽出生徒S 1

前節で述べたようにS 1 は,〔展開 2〕で，仮定を示す文字式をどのような式の形に変形すればよいのかわからず, 活動を停滞させていた．その場面で, S 1 は教師との対話を通して，「変形した文字式で何を表したいのか」を明確にし，実際に指を操作しながら,「結論をどのように文字式で表すのか」を思考していた．それを足掛かりにS 1 は，仮定を示す文字式を，結論を示す文字式へと変形することができた．

授業後のインタビューでS 1 は，このときのことを次のように振り返った．

T：授業者とのやりとりで，自ら結論として目指すべき式の形を見いだしましたね．このとき，どんなことが大切だと思いましたか？ S 1：式の形をどうするかばかり考えてしまっていたんですけど，<u>ゴールの式の形をどういう風にすれば証明できるのか</u>をもう一度考えて，その<u>ゴールの式の形と最初に試した指のやつを重ねてみて，それが形に合ったので</u>，それを基にこれからどうすればゴールの形にたどり着くことができるのかっていう風に考えることができました．それが大切だと思います．

S 1 は，文字式の変形の仕方について考えることで，活動を停滞させていたが，教師の支援を契機にS 1 は，指の操作に立ち返りながら，結論とその表し方を明確にする試行錯誤を経ることで，変形した文字式の表記と意味のつながりを理解し，ひいては「仮定と結論のつながり」の理解が促されたといえる．このことから，示したい結論という視点から変形した文字式の表記と意味について試行錯誤に考える活動が，文字式による「仮定と結論のつながり」の理解を促したといえる．そして，その試行錯誤する活動は，具体物の操作に立ち返ることで効果的に進展していった．

⑵　文字式による証明の意味理解

①　全体

本研究では,「なぜ文字式をそのように変形すると命題が真であるといえるのか」という文字式による証明の意味を理解した生徒の姿を，文字式の表記と意味のつながりを考えることの重要性に言及する生徒の姿として捉える．それは，具体的には，文字

式による証明において「式の意味を考えること」，「自分の主張と文字式がつながっていること」，「目的（ゴールや結論）に応じて式変形すること」などの重要性を言及する生徒の姿である．

本時の振り返りと本単元の振り返りの記述において，上記の重要性を明記した生徒は，振り返りを回収できた36名のうち20名であった．このことから，少なくとも5割程度の生徒が「なぜ文字式をそのように変形すると命題が真であるといえるのか」という文字式による証明の意味理解を果たすことができたと推定される．しかしながら，すべての生徒が，文字式による証明の意味を十分に理解できてはいない．これに対して，抽出生徒S１は，「なぜ文字式をそのように変形するのか」という変形した文字式の表記と意味のつながりを理解しており，以下ではその振り返りを考察する．

②　抽出生徒S１

S１は，上記の重要性を記述した20名のうちの一人であった．具体的にS１は，単元の振り返りで，「文字式による証明をつくる上で，仮定と結論がなぜイコールになるのかを考えること」の重要性を記述した（図８）．

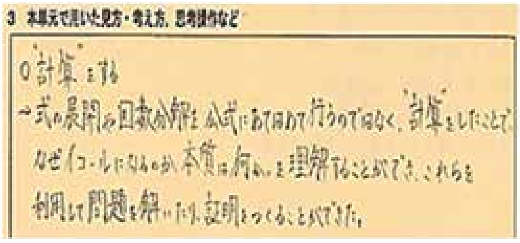

図８　S１の振り返りの一部

このことからS１は，「なぜ文字式をそのように変形すると命題が真であるといえるのか」を理解した典型的な生徒であると考えられる．そして，上述したS１の授業後のインタビューの発言を踏まえると，文字式による証明の意味理解を促した要因として，示したい結論という視点から変形した文字式の表記と意味を往還しながら，「仮定と結論のつながり」を意識して証明を構成していったことが挙げられる．

５．本稿の成果と課題

本稿では，文字式の意味が具体物の操作として理解されうる教材「指による掛け算」に着目し，生徒が「仮定と結論のつながり」を意識して証明を構成することを通して，文字式による証明の意味を理解することをねらった授業を設計し実践を行った．その結果，どのような証明の構成活動がなされ，文字式による証明の意味理解がなされたのかを明らかにすることが本稿の目的であった．

本授業では，生徒たちは，「どのように文字式を変形するのか」や「変形した文字式は何を表しているのか」といった，変形した文字式の表記や意味について思考することで証明を構成していた．その結果，本授業で，学級の半数程度の生徒が，文字式による証明の意味理解を果たしていた．それは，「なぜ文字式をそのように変形するのか」の根拠の示し方に，多様な水準が見られたことにも現れていた．ただし，その多様な水準にみられるように，証明を構成するために文字式を変形する活動が，変形した文字式の意味を意識することにつながらない場合もあり，必ずしも証明の意味理解に結びつくわけではないと考えられた．

文字式による証明の意味理解を果たした典型的な生徒S１に注目すると，S１は，示したい結論という視点から変形した文字式の表記と意味を往還しながら，「仮定と結論のつながり」を意識して証明を構成した点に特徴があった．このことから，示したい結論という視点から文字式の表記と意味を往還する活動を展開することで，文字式による証明の意味理解が促されうると考えられる．さらに，文字式の表記と意味を往還する活動を進展させる上で，指という具体物の操作に立ち返ることが効果的であった．このことは，中学校数学において，操作的な活動が生徒の文字式による証明の意味理解に対して重要な役割を果たしうることを示唆している．

註

1）「指による掛け算」は，近藤俊明先生からお教えいただいた内容を参考にしています．ここに感謝申し上げます．

2）本授業は，第２著者の瀬野が授業者として実践したものである．

3）本単元では，共通因数を構成し，括ることを因数分解の基本的アイデアとして因数分解の学習指導を行った．例えば，x^2+5x+6は次のように因数分解する．

$$x^2+5x+6=x^2+3x+2x+6=x(x+3)+2(x+3)=(x+3)(x+2)$$

また，本時の前に，「一の位が５である二桁の自然数の平方の速算法」（１時間目）や「十の位の数が同じで，一の位の数の和が10になる２つ

の二桁の自然数の積の速算法」（２・３時間目）が成り立つことの証明の学習指導を行った.

4） 下表は,「立てた指の本数」を文字に置いた証明の構成を試みた生徒の活動の内訳である.

表１

生徒の活動	人数
「$25+5a+5b+ab$…$\boxed{A}$」を導いて証明を終えた生徒	3
$\boxed{A}$の式に代入して二整数の積になっていることを確かめた生徒	2
因数分解して「$(5+a)(5+b)$…$\boxed{B}$」を導いて証明を終えた生徒	6
$\boxed{B}$の式に代入して二整数の積になっていることを確かめた生徒	4
$\boxed{B}$の式を展開した結果が$\boxed{A}$になることを確かめた生徒	5
$\boxed{B}$の式の「立っている指の数+5」は元の二整数を表すことを言及した生徒	10
計	30

引用・参考文献

岩崎秀樹.（2000）.「式変形･式の読み」. 中原忠男編. 算数・数学科重要用語300の基礎知識. 明治図書. 180.

藤井斉亮.（2010）.「文字式」. 日本数学教育学会編. 数学教育学研究ハンドブック. 東洋館出版社. 83-94.

三輪辰郎.（1996）.「文字式の指導序説」. 筑波数学教育研究. 15. 1-14.

宮崎樹夫.（1997）.「証明指導の新しいパースペクティブ」. 日本数学教育学会編. 日本の算数・数学教育　学校数学の授業構成を問い直す. 産業図書株式会社. 251-263.

村上一三.（2010）.「形式的証明と非形式的証明のギャップ」. 日本数学教育学会第43回数学教育論文発表会論文集. 705-710.

中川裕之･佐々祐之.（2017）.「課題探究として証明することを実現する指導法開発：領域「数と式」の枠組みの再検討と指導法の開発」. 日本数学教育学会第5回春期研究大会論文集. 9-14.