

## 論文

## 大気のじょう乱による劣化画像の帯域抑制復元

小川 康栄<sup>†</sup> 齊藤 義明<sup>††</sup> 堀 潤一<sup>††</sup> 木竜 徹<sup>†</sup>

## Band-Suppressed Restoration of Images Degraded by Atmospheric Turbulence

Yasuei OGAWA<sup>†</sup>, Yoshiaki SAITOH<sup>††</sup>, Jun-ichi HORI<sup>††</sup>, and Tohru KIRYU<sup>†</sup>

あらまし 地球上から天体を観測する場合、大気のじょう乱による影響で得られる画像は劣化してしまう。この観測系は  $x$  軸方向と  $y$  軸方向に分離可能な点広がり関数によってモデル化できる。本研究では、観測系の構造が既知で劣化の程度を表すパラメータが未知である場合、観測画像からもとの画像を復元することを問題とする。時系列信号の周波数帯域が抑制されたものを復元する有限項の復元フィルタが提案されている。この復元フィルタを2次元に拡張し、画像を対象とした復元フィルタを構成する。シミュレーションによって本復元フィルタの有効性を確認する。

キーワード 画像復元, 大気のじょう乱, 帯域抑制復元, 有限項

## 1. まえがき

地球上から天体を観測する場合、また宇宙から地上を観測する場合、大気のじょう乱による影響で、得られる画像は劣化してしまう [1]~[3]。この大気によるじょう乱は  $x$  軸方向と  $y$  軸方向に分離可能な、指数関数によって表される観測系によってモデル化できる。このような観測系によって劣化した画像の場合、対象物の形状の認識や特徴の抽出を困難にする。このため観測された画像からもとの画像を復元する必要がある。Granier ら [2] は最小2乗法とマルコフ過程を用いて大気のじょう乱で劣化した画像の復元を行っている。また Gonglewski ら [3] は自己参照型スペックルホログラフィを用いて大気によるじょう乱の観測系の推定を行い、逆フィルタで補正を行っている。しかし、精度の高い復元を行うためには、観測系が既知であるか、あるいは推定する必要がある。

時系列信号を復元する方法として基本となるフィルタの線形結合によって構成される復元フィルタが提案されている [4]~[8]。この復元フィルタにより、カテーテル式血圧計の圧波形補正、ホルター心電計の特性改

善等が実現されている [4]~[7]。そして、時系列信号を対象とした観測と復元の理論的整備を行うことにより、原信号の周波数帯域が抑制されたものを復元する有限項の復元フィルタが提案された [8]。

また、我々は時系列信号を表現する方法として提案された自然観測法 [9]~[12] を信号を観測し復元するという立場からとらえ直し、2次元の画像を対象とした復元フィルタを提案してきた [13], [14]。この方法では画像を完全に復元することを目的としていたため、理論的にはノイマン級数展開で表される無限項のフィルタが必要であった。しかし、現実には無限項のフィルタを構成することは不可能である。

本論文では、文献 [8] で提案された復元フィルタを2次元に拡張し、画像を対象とした帯域抑制復元フィルタを提案する。このとき、観測系の構造は分離可能であり、劣化の程度を表すパラメータは未知の場合であると仮定する。まず、ステップ状の画像をテスト信号として用いて、パラメータが未知の場合でも帯域抑制画像を復元できることを示す。次に自然画像を対象としたシミュレーションによって、本復元フィルタの有効性を確認する。また、ウィナーフィルタとの比較を行い、雑音の影響について考察する。

## 2. 問題の定式化

本論文では、関数空間  $L^2$  に属する信号を扱う。つまり、すべての空間のエネルギーが有限の値で表され

<sup>†</sup> 新潟大学大学院自然科学研究科, 新潟市  
Graduate School of Science and Technology, Niigata University,  
Niigata-shi, 950-21 Japan

<sup>††</sup> 新潟大学工学部, 新潟市  
Faculty of Engineering, Niigata University, Niigata-shi, 950-21  
Japan

る画像  $f(x, y)$  を扱う。  $L^2$  に属する画像  $f, g$  に対して、内積は

$$(f, g) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) g^*(x, y) dx dy \quad (1)$$

で定義され、  $f$  のノルムは内積を用いて

$$\|f\| = \sqrt{(f, f)} \quad (2)$$

で定義される。

$L^2$  に属する原画像を  $f$ 、観測された画像を  $a_0$ 、観測の特性を表す作用素を  $A$  とすれば、

$$a_0 = Af \quad (3)$$

となる [15]。  $A$  を観測作用素と呼び、  $L^2$  から  $L^2$  への有界線形作用素とする。

ところで、大気のじょう乱はさまざまな観測系によってモデル化されている [1], [2]。大気のじょう乱のインパルス応答は、  $x$  方向と  $y$  方向に分離可能な指数関数であり、その指数部はさまざまな関数で表現されている。本論文では大気のじょう乱をモデル化した 2 次元の観測作用素  $A$  として

$$\begin{aligned} & \Gamma_x(s) \Gamma_y(s) f \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(2s)^2} e^{-\frac{|x|+|y|}{s}} \\ & \quad \times f(x - \zeta, y - \eta) d\zeta d\eta \quad (s > 0) \end{aligned} \quad (4)$$

を考える。  $s$  は劣化の程度を表すパラメータである。この  $s$  を変えることにより、どの程度大気がじょう乱しているかを近似できる。この  $\Gamma_x(s) \Gamma_y(s)$  は付録 1. に示すように  $L^2$  から  $L^2$  への有界線形作用素になっている。この作用素は  $x$  軸方向の作用素と  $y$  軸方向の作用素に分解可能であり、高い周波数成分を減衰させる低域フィルタの特性、すなわち画像をぼかす性質をもっている。

式 (3) で得られる  $a_0$  は観測作用素の影響により劣化している。この劣化した  $a_0$  からもとの画像  $f$  を復元する必要がある。この際、次の条件を考慮し復元を行う。

- (i) 原画像  $f$  になるべく近い画像を求めること。
- (ii) 観測系の構造は既知で劣化の程度を表すパラメータが未知の場合の復元を行うこと。

式 (4) の観測系の場合、(ii) の条件の観測系の構造は  $\Gamma_x \Gamma_y$  の分離可能な関数によって表されており、劣化の程度を表すパラメータは  $s$  によって表されている。

観測系の構造がわかっているためこの構造を利用して原画像を推定する復元フィルタを提案する。

### 3. 帯域抑制復元

従来の画像復元法では原画像を完全に復元しようとする傾向にあった。しかし、雑音が存在する場合は、原画像を完全に復元することはできなくなる。本章では、原信号の帯域抑制されたものを復元するフィルタについて考える。これは観測された信号  $a_0$  から原信号  $f$  を完全に復元するのではなく、原信号  $f$  に近い周波数帯域の抑制された信号  $Pf$  を求めることを目的としている。但し、  $P$  は帯域抑制を表す作用素とする。つまり、

$$Ba_0 = Pf \quad (5)$$

を満たす復元フィルタ  $B$  を求めることにする。ここでいう帯域抑制とは、通過帯域以外で完全に 0 となるのではなく、線形のフィルタによって実現できるならかな減衰特性を示すものである。

#### 3.1 1次元の帯域抑制復元 [8]

2次元の帯域抑制復元の説明を行う前に本節では、時系列信号を実時間で復元する方法として提案されている帯域抑制復元について説明する。

1次元の観測作用素  $A$  として

$$\Gamma(s_1) f = \int_0^{\infty} \frac{1}{s_1} e^{-\tau/s_1} f(t - \tau) d\tau \quad (s_1 > 0) \quad (6)$$

で与えられる観測系  $\Gamma(s_1)$  を考える。  $s_1$  は劣化の程度を表すパラメータである。これに対して、

$$P = \Gamma(s_0) \quad (s_0 < s_1) \quad (7)$$

なる帯域抑制作用素を用いる。ここで  $s_0$  を小さく設定すると帯域抑制信号は原信号に近づき、条件 (i) を満たすことができる。

観測信号  $a_0$  から

$$a_1 = \{I - \Gamma(s_0)\} a_0 \quad (8)$$

によって基本観測値  $a_1$  を導出する。  $a_0, a_1$  を用いて

$$Pf = b_0 a_0 + b_1 a_1 \quad (9)$$

を満たす復元係数を求めると  $b_0 = 1, b_1 = \frac{s_1 - s_0}{s_0}$  となる。式 (5) を満たす復元フィルタ  $B$  は式 (8), (9) より、

$$B = b_0 + b_1\{I - \Gamma(s_0)\} \quad (10)$$

となる。

帯域抑制復元では、 $s_0$  を小さくするほど復元信号  $Ba_0$  は原信号  $f$  に近づく。更に、 $s_0 = 0$  と極限まで小さくすると、原信号を完全に復元するように働くが、このときの復元係数は無限大の値となり、復元フィルタを構成できなくなる。そこで、原信号のもつ周波数成分の中で最大の周波数を  $\omega$  とすると、 $s_0 \leq 1/\omega$  を満たすように  $s_0$  を決定すれば精度の高い復元が実現できる。

また、 $A = \Gamma(s_1)\Gamma(s_2)\cdots\Gamma(s_M)$  のような高次の観測系の帯域抑制復元も実現されている。

### 3.2 2次元の帯域抑制復元

3.1 で示した時系列信号に対する帯域抑制復元を2次元に拡張し、画像を対象とした帯域抑制復元について述べる。2次元の観測作用素が、式(4)の

$$A = \Gamma_x(s_1)\Gamma_y(s_1) \quad (s_1 > 0) \quad (11)$$

で表される場合を考える。式(11)に対する帯域抑制作用素  $P$  を

$$P = \Gamma_x(s_0)\Gamma_y(s_0) \quad (s_0 < s_1) \quad (12)$$

で定義する。1次元と同様に  $s_0$  を小さく設定することで (i) の条件を満たすことができる。ここで2次元の観測信号  $a_0$  は  $x, y$  方向に分離可能な観測系によって得られる画像であることから、 $a_{00}$  とおくことにする。2次元観測信号  $a_{00}$  から

$$a_{ij} = \{I - \Gamma_x(s_0)\}^i \{I - \Gamma_y(s_0)\}^j a_{00} \quad (i, j = 0, 1) \quad (13)$$

によって基本観測値  $\{a_{ij}, i, j = 0, 1\}$  を導出する。 $\{I - \Gamma_x(s_0)\}$  は、 $x$  方向が高域フィルタ (HPF) となる。同様に  $\{I - \Gamma_y(s_0)\}$  は、 $y$  軸方向が HPF、 $\{I - \Gamma_x(s_0)\}\{I - \Gamma_y(s_0)\}$  は、 $x$  方向、 $y$  軸方向ともに HPF となる。式(13)の  $\{a_{ij}\}$  を用いて

$$Pf = \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 b_{ij} a_{ij} \quad (14)$$

を満たす復元係数  $\{b_{ij}, i, j = 0, 1\}$  を求めることにする。観測系のパラメータ  $s_1$  がわかる場合、式(5)、(13)、(14)より復元フィルタ  $B$  は、

$$B = \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 b_{ij} \{I - \Gamma_x(s_0)\}^i \{I - \Gamma_y(s_0)\}^j \quad (15)$$

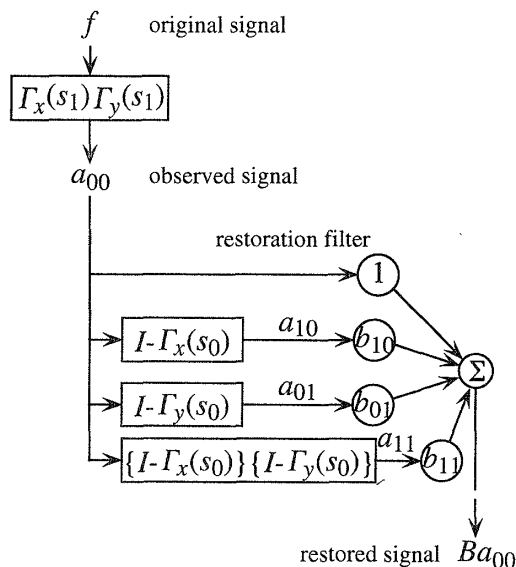


図1 画像の帯域抑制復元  
Fig.1 Band-suppressed restoration of images.

となる。但し、復元係数  $\{b_{ij}\}$  は

$$\begin{cases} b_{00} = 1 \\ b_{10} = \frac{s_1^2 - s_0^2}{s_0^2} \\ b_{01} = \frac{s_1^2 - s_0^2}{s_0^2} \\ b_{11} = \left(\frac{s_1^2 - s_0^2}{s_0^2}\right)^2 \end{cases} \quad (16)$$

である。復元フィルタ  $B$  の導出法は付録2.で示す。

この帯域抑制復元フィルタによる復元の様子を図1に示す。

式(6)の1次元の1次の観測系では、式(9)のように1項の基本観測値で復元フィルタを構成できた。式(4)の2次元の1次の観測系では復元フィルタを構成するために3項の基本観測値が必要となった。

### 3.3 2次元の2次の観測系の場合

大気のじょう乱は、式(11)の1次の観測系で表されるとは限らない。本節では2次元の2次の観測系を対象とした復元問題を扱う。観測作用素が

$$A = \Gamma_x(s_1)\Gamma_y(s_1)\Gamma_x(s_2)\Gamma_y(s_2) \quad (s_1, s_2 > 0) \quad (17)$$

で表される場合を考えることにする。式(17)に対する2次の帯域抑制作用素を

$$P = \Gamma_x(s_0)^2\Gamma_y(s_0)^2 \quad (s_0 < s_1, s_2) \quad (18)$$

と定義する。2次元観測信号  $a_{00}$  から

$$a_{ij} = \{I - \Gamma_x(s_0)\}^i \{I - \Gamma_y(s_0)\}^j a_{00} \quad (19)$$

$$(i, j = 0, 1, 2)$$

によって基本観測値  $\{a_{ij}, i, j = 0, 1, 2\}$  を導出する。式 (19) を用いて

$$Pf = \sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^2 b_{ij} a_{ij} \quad (20)$$

を満たす復元係数  $\{b_{ij}, i, j = 0, 1, 2\}$  を求めることにする。式 (5), (19), (20) より復元フィルタ  $B$  は、

$$B = \sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^2 b_{ij} \{I - \Gamma_x(s_0)\}^i \{I - \Gamma_y(s_0)\}^j \quad (21)$$

となる。但し、復元係数  $\{b_{ij}\}$  は

$$\left\{ \begin{array}{l} b_{00} = 1 \\ b_{10} = b_{01} = \frac{s_1^2 - s_0^2}{s_0^2} + \frac{s_2^2 - s_0^2}{s_0^2} \\ b_{11} = \left( \frac{s_1^2 - s_0^2}{s_0^2} + \frac{s_2^2 - s_0^2}{s_0^2} \right)^2 \\ b_{20} = b_{02} = \frac{s_1^2 - s_0^2}{s_0^2} \frac{s_2^2 - s_0^2}{s_0^2} \\ b_{21} = b_{12} = \left( \frac{s_1^2 - s_0^2}{s_0^2} \right) \left( \frac{s_2^2 - s_0^2}{s_0^2} \right) \\ \quad \times \left( \frac{s_1^2 - s_0^2}{s_0^2} + \frac{s_2^2 - s_0^2}{s_0^2} \right) \\ b_{22} = \left( \frac{s_1^2 - s_0^2}{s_0^2} \frac{s_2^2 - s_0^2}{s_0^2} \right)^2 \end{array} \right. \quad (22)$$

である。2 次の観測系のための復元フィルタ  $B$  の導出法は 1 次の観測系のための復元フィルタの場合と同様である。2 次元の 2 次の観測系では復元フィルタを構成するために 8 項の基本観測値が必要となった。以上より、観測系の次数とパラメータを推定し、大気の影響を同定できれば、劣化画像からもとの画像に近似した帯域抑制画像を復元することができる。

### 3.4 復元係数の決定法

復元係数  $\{b_{ij}\}$  は観測作用素のパラメータ  $s_1, s_2$  が既知ならば式 (16) あるいは式 (22) で求められる。しかし、大気の影響では  $s_1, s_2$  は未知の場合が多く、あらかじめ推定する必要がある。 $s_1, s_2$  を推定せずに復元係数を求める方法が提案されている [4], [8]。それは、既知のステップ状の信号をテスト信号として入力し、その帯域抑制信号とステップ応答信号を用いて復元係数を決定する方法である。

ここでは、2 次元の 1 次の観測系を例にとり、係数を決定する方法を説明する。ステップ応答信号を  $a_{00}$ 、ステップ信号の帯域抑制信号を  $Pf$  とし、式 (14) を満たすように  $\{b_{ij}\}$  を決定する。ここで  $\{b_{ij}\}$  を数値計算で解くために関数空間  $L^2$  で行ってきた今までの議論をベクトル空間に置き換えて考える。式 (14) は

$$Pf(m, n) = \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 b_{ij} a_{ij}(m, n) + e(m, n) \quad (23)$$

$$(m = 1, \dots, M, n = 1, \dots, N)$$

と表すことができる。但し、 $M, N$  は画像の大きさである。 $e(m, n)$  は残差を表す。

$$\mathbf{P}f = (Pf(1, 1), \dots, Pf(M, N))^T \quad (24)$$

$$\mathbf{a}_{ij} = (a_{ij}(1, 1), \dots, a_{ij}(M, N))^T \quad (25)$$

$$\mathbf{G} = (\mathbf{a}_{00}, \dots, \mathbf{a}_{11}) \quad (26)$$

$$\mathbf{b} = (b_{00}, \dots, b_{11})^T \quad (27)$$

$$\mathbf{e} = (e(1, 1), \dots, e(M, N))^T \quad (28)$$

と定義する。式 (14) は

$$\mathbf{P}f = \mathbf{G}\mathbf{b} + \mathbf{e} \quad (29)$$

と表される。ここで、

$$\mathbf{b}_0 = \mathbf{G}^+ \mathbf{P}f \quad (30)$$

とおけば、 $\mathbf{b}_0$  は評価関数

$$J[\mathbf{b}] = \|\mathbf{P}f - \mathbf{G}\mathbf{b}\|^2 \quad (31)$$

を最小とする解の一つとなる。この解  $\mathbf{b}_0$  を式 (16) で与えられる  $\{b_{ij}\}$  の推定値とし、復元フィルタ  $B$  を構成する。

この方法では、ステップ信号やインパルス信号のような既知のテスト信号が必要となる。大気の影響で劣化した画像を復元する際は、地上から天体を観測する場合、星を点光源とみなしこれをテスト信号とすればよい。また宇宙から地上を観測する場合は人工の建造物をテスト信号として用いればよい。

## 4. 実験

### 4.1 雑音がない場合

ステップ画像を使って 3.4 で示した係数決定法の有効性を確認する。原画像として縦 256 pixel, 横 256 pixel, 最小値 0, 最大値 1 のステップ状の画像 (図 2(a)) を

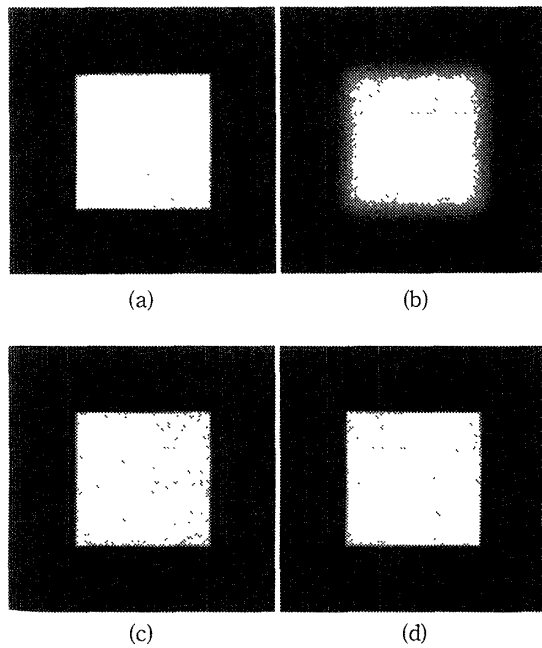


図2 ステップ画像の復元結果

Fig.2 Restoration of a step image. (a) Original image. (b) Observed image. ( $s_1 = 40$ ) (c) Band-suppressed image. ( $s_0 = 3.33$ ) (d) Restored image.

用いる。式(11)の1次の観測系で  $s_1$  を40とした場合、画像は図2(b)のように観測される。 $s_0$  を3.33と  $s_1$  より十分小さく設定した場合の帯域抑制画像を図2(c)に示す。この  $s_0$  と式(13)より  $\{a_{ij}\}$  が求まり、式(26)より  $G$  が求まる。この  $G$  と  $Pf$  および式(30)によって復元係数  $b$  の近似値  $b_0$  を求め復元フィルタを構成する。図2(d)の復元画像は図2(c)の帯域抑制画像を非常に良好に近似している。

帯域抑制作用素のパラメータ  $s_0$  を変化させた場合の帯域抑制画像と復元画像の相対誤差  $\|Pf - Ba_{00}\|/\|Pf\|$  と原画像と復元画像の相対誤差  $\|f - Ba_{00}\|/\|f\|$  を図3に示す。図3の理論値と推定値は、復元フィルタ  $B$  の復元係数の決定法を指しており、復元係数を式(16)で求めて復元フィルタ  $B$  を構成した場合、すなわち  $s_1$  が既知の場合が理論値であり、復元係数を式(30)で推定し復元フィルタ  $B$  を構成した場合、すなわち  $s_1$  が未知の場合が推定値である。図3の  $\|Pf - Ba_{00}\|/\|Pf\|$  の値はどの  $s_0$  の場合でも非常に小さく帯域抑制付復元が精度良く実現されている。一方、 $\|f - Ba_{00}\|/\|f\|$  は帯域抑制作用素のパラメータ  $s_0$  が小さくなるほど小さくなり、復元画像が原画像に近づいていくことを表している。また、 $s_0 \leq 3$  で

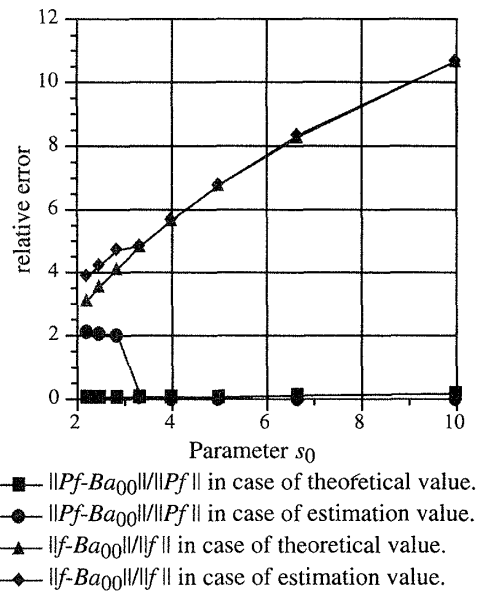


図3 ステップ画像の相対誤差

Fig.3 Relative error of a step image.

$\{b_{ij}\}$  を推定した場合の復元結果が悪化している。この原因は、式(26)の要素である  $a_{11}$  の値が小さくなり、正確な係数が求まらないためである。よって、実際に復元する際  $s_0$  を小さくしすぎないように設定する必要がある。

次に自然画像を対象とし、図2と同じ観測作用素によって観測した場合の復元結果を図4に示す。図4(a)の原画像は縦256 pixel, 横256 pixelの画像である。観測画像を図4(b)に、 $s_0 = 3.33$  と設定した場合の帯域抑制画像を図2(c)に示す。図2の場合と同じ復元係数を用いて復元した画像を図4(d)に示す。自然画像の場合、原画像と帯域抑制画像および復元画像の間の差は視覚的にはほとんど確認できなかった。相対誤差は図3と同様な傾向が見られた。

#### 4.2 観測作用素が異なる場合

本論文では大気の大気擾乱を式(4)でモデル化した。しかし、大気の大気擾乱のインパルス応答の指数部はさまざまな関数で表現されている[1]~[3]。本節では

$$\Gamma(s)f = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\pi s^2} e^{-\frac{\zeta^2 + \eta^2}{2s^2}} \times f(x - \zeta, y - \eta) d\zeta d\eta \quad (32)$$

のようなインパルス応答の指数部が2乗の関数で表されている場合、帯域抑制復元が可能であることを確認する。図4(a)と同じ自然画像を対象とし、式(32)に

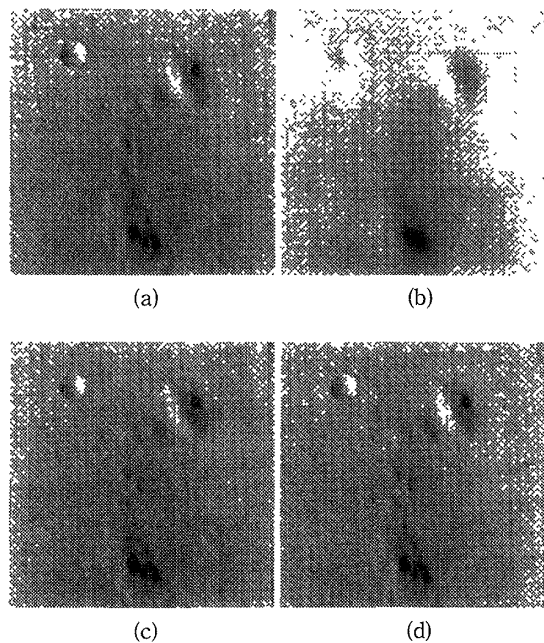


図4 自然画像の復元結果  
 Fig.4 Restoration of an image of moon surface. (a) Original image. (b) Observed image. ( $s_1 = 40$ ) (c) Band-suppressed image. ( $s_0 = 3.33$ ) (d) Restored image.

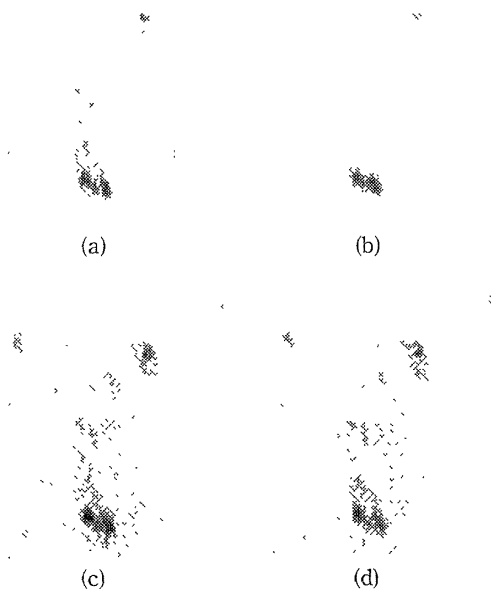


図5 観測作用素が異なる場合の復元結果  
 Fig.5 Restoration in the case of different observation operator. (a) Original image. (b) Observed image. ( $s = 20$ ) (c) Band-suppressed image. ( $s_0 = 3.33$ ) (d) Restored image.

よって観測した場合の復元結果を図5に示す。帯域抑制画像(図5(c))は図4(c)と同様とする。観測画像

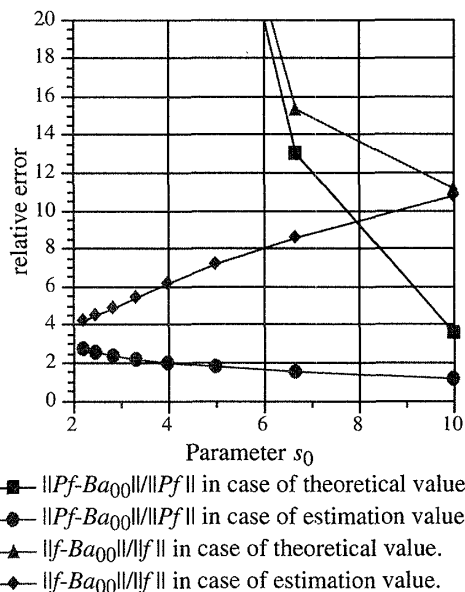


図6 雑音を加えた場合の相対誤差  
 Fig.6 Relative error in case of additional noise.

を図5(b)に復元画像を図5(d)に示す。ここでは、式(21)、(22)の2次の復元フィルタを用いることで復元画像を近似的に求めている。図5(d)の復元画像をみると、やや劣化は見られるが、図5(c)の帯域抑制画像に近づいており、観測作用素が式(32)と異なる場合でも近似的に帯域抑制復元が実現できることを確認した。

### 4.3 雑音がある場合

次に雑音がある場合の復元結果を示す。原画像として図2(a)の画像を用いる。観測作用素のパラメータを  $s_1 = 40$  とし、平均0、分散0.001の正規分布に従う雑音を加えた画像を観測画像とする。

帯域抑制作用素のパラメータ  $s_0$  を変化させて復元した場合の  $\|Pf - Ba_{00}\|/\|Pf\|$ 、 $\|f - Ba_{00}\|/\|f\|$  を図6に示す。ここで、式(16)の雑音がない場合と同じ係数で復元した場合を理論値とし、雑音を含んだ観測画像から係数を推定した場合を推定値とする。式(16)より求めた係数で復元した場合、 $s_0$  を小さくするほど復元結果が悪化した。それに対し、雑音を含んだ観測画像から推定した場合、 $s_0$  を小さくするほど  $\|f - Ba_{00}\|/\|f\|$  は単調に減少し、復元精度が改善された。

### 4.4 帯域抑制復元とウィーナーフィルタとの比較

現在、画像を対象としたさまざまな復元法が提案されている[1],[2],[15]~[18]。その中でウィーナーフィルタ[1],[16]~[18]を取り上げ、本復元フィルタとの比較を行うことにする。ウィーナーフィルタは原画像

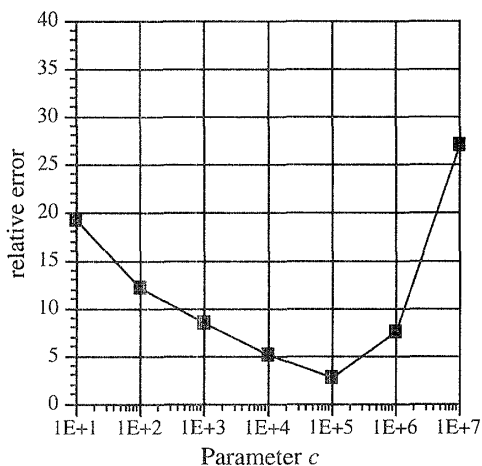


図7 ウィーナーフィルタの相対誤差

Fig. 7 Relative error ( $\|f - Ba_{00}\|/\|f\|$ ) of a step signal restored by the wiener filter.

を復元画像との間の平均2乗誤差が最小となるようなフィルタであり、観測された画像に雑音が重畳していない場合、原画像を完全に復元するように構成されている。

観測系の周波数特性を  $H_A(u, v)$ 、原画像と雑音が互いに無相関でそのパワースペクトル密度の比が  $c$  なる定数で与えることができると仮定するとウィーナーフィルタの周波数特性は

$$H_W(u, v) = \frac{H_A^*(u, v)}{|H_A(u, v)|^2 + \frac{1}{c}} \quad (33)$$

と表される。この  $1/c$  の項を導入することによって  $H_A(u, v) \simeq 0$  となる部分でも、 $H_W(u, v)$  は著しく大きくなる。

4.3 で使用した画像に対しウィーナーフィルタの  $c$  を変化させて復元した場合の  $\|f - Ba_{00}\|/\|f\|$  を図7に示す。図7より、ウィーナーフィルタでは  $c = 10^5$  のとき最も精度の良い復元ができた。しかし、ウィーナーフィルタは式(33)からわかるように観測系の周波数特性とパラメータ  $c$  が既知、あるいは推定されなければならない。一方、本研究で提案する復元フィルタでは  $s_0$  を小さくするほど、精度が良くなるため、精度を自由に設定可能である。また、帯域抑制復元では観測系の周波数特性が既知である必要はなく、復元係数  $\{b_{ij}\}$  を推定すればよい。

## 5. むすび

1次元の時系列信号を対象とした帯域抑制復元を2次元の画像に拡張し、大気のじょう乱のような分離型

観測系で観測された画像から帯域抑制された画像を復元する方法を示した。そして、観測系の構造が既知で劣化の程度を表すパラメータが未知の場合に、テスト信号を用いて観測画像から帯域抑制復元を行う方法を示した。また、雑音がある場合でも復元係数を変化させることにより、精度良く復元することができた。

今後の課題として、更に高次の観測系を対象とした復元を行うことが挙げられる。

## 文 献

- [1] 斎藤恒雄, “画像処理アルゴリズム,” 近代科学社, 1993.
- [2] B. Granier and J. Figue, “Restoration of images degraded by atmospheric turbulence by a least-squares method and Markov process,” *Opt. lett.*, vol.21, no.6, pp.423–425, March 1996.
- [3] J.D. Gonglewski, D.G. Voelz, J.S. Fender, D.C. Dayton, B.K. Spielbusch, and R.E. Pierson, “First astronomical application of postdetection turbulence compensation: Images of  $\alpha$  Aurigae,  $\nu$  Ursae Majoris, and  $\alpha$  Gemorum using self-referenced speckle holography,” *Appl. Opt.*, vol.29, no.31, pp.4527–4529, Nov. 1990.
- [4] 齊藤義明, 堀 潤一, 木竜 徹, 牧野秀夫, 田村康二, 吉崎哲也, 飯島泰蔵, “自然観測法によるカテーテル式血圧計の圧波形補正,” *医用電子と生体工学*, vol.26, no.3, pp.133–138, Sept. 1988.
- [5] J. Hori, Y. Saitoh, T. Kiryu, T. Asakara, K. Tamura, and T. Iijima, “Improvement of the frequency responses in an ambulatory ECG system by the natural observation method,” *Frontiers Med. Biol. Engng.*, vol.2, no.2, pp.137–145, 1990.
- [6] J. Hori, Y. Saitoh, T. Kiryu, and T. Iijima, “Automatic correction of left-ventricular pressure waveform using the natural observation method,” *IEICE Trans. Inf. & Syst.*, vol.E75-D, no.6, pp.909–915, June 1992.
- [7] J. Hori, Y. Saitoh, and T. Kiryu, “Improvement of the time-domain response of a thermodilution sensor by the natural observation system,” *IEICE Trans. Fundamentals*, vol.E77-A, no.5, pp.784–791, May 1994.
- [8] 堀 潤一, 小川英光, “非定常信号の実時間復元,” *信学論 (D-II)*, vol.J79-D-II, no.3, pp.430–438, March 1996.
- [9] 飯島泰蔵, “波形の自然観測に関する基礎理論,” *信学論 (A)*, vol.J67-A, no.10, pp.951–958, Oct. 1984.
- [10] 飯島泰蔵, “自然観測法に基づく波形解析の基礎理論,” *信学論 (A)*, vol.J68-A, no.3, pp.302–309, March 1985.
- [11] 飯島泰蔵, “自然観測フィルタによる波形の再構成に関する理論的考察,” *信学論 (A)*, vol.J74-A, no.3, pp.430–434, March 1991.
- [12] 飯島泰蔵, “自然観測フィルタによる多項式波形の受理と生成,” *信学論 (A)*, vol.J74-A, no.3, pp.442–447, March 1991.
- [13] 小川康栄, 齊藤義明, 木竜 徹, 堀 潤一, “自然観測法の画像処理への応用,” 平5信学信越支部大, pp.403–404, 1993.
- [14] 小川康栄, 齊藤義明, 堀 潤一, 木竜 徹, “各種劣化

関数に対する自然観測法を用いた画像復元,” 信学技報, MBE-66, Sept. 1995.

- [15] 小川英光, “信号と画像の復元 [1]—復元問題の普遍性,” 信学誌, vol.71, no.5, pp.491-497, May 1988.
- [16] 小川英光, “信号と画像の復元 [2]—古典的最適復元フィルタ,” 信学誌, vol.71, no.6, pp.593-601, June 1988.
- [17] 谷萩隆嗣, “デジタル信号処理の理論 2 フィルタ・通信・画像,” コロナ社, 1985.
- [18] 河田 聡, 南 茂夫, “科学計測のための画像データ処理,” CQ 出版社, 1994.

## 付 録

### 1. $\Gamma_x(s)\Gamma_y(s)$ の有界性の証明

$\Gamma_x(s)\Gamma_y(s)$  の作用素ノルム

$$\|\Gamma_x(s)\Gamma_y(s)\| = \sup_{\|f\|=1} \|\Gamma_x(s)\Gamma_y(s)f\| \quad (\text{A}\cdot 1)$$

を求める。式 (4) より

$$\begin{aligned} & \|\Gamma_x(s)\Gamma_y(s)f\|^2 \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(2s)^2} \right. \\ & \quad \left. \cdot e^{-\frac{|s|\zeta+|s|\eta}{s}} f(x-\zeta, y-\eta) d\zeta d\eta \right|^2 dx dy \quad (\text{A}\cdot 2) \end{aligned}$$

となる。観測系  $\Gamma_x(s_1)\Gamma_y(s_1)$  の周波数特性は

$$H_A(u, v) = \frac{1}{(1+s_1^2 u^2)(1+s_1^2 v^2)} \quad (\text{A}\cdot 3)$$

となる。 $u, v$  はそれぞれ  $x$  軸方向,  $y$  軸方向の空間周波数である。パーセバルの等式と式 (A.3) を用いると式 (A.2) は

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{1}{(1+s^2 u^2)} \right. \\ & \quad \left. \times \frac{1}{(1+s^2 v^2)} F(u, v) \right|^2 dudv \quad (\text{A}\cdot 4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{1}{(1+s^2 u^2)} \right. \\ & \quad \left. \times \frac{1}{(1+s^2 v^2)} \right)^2 |F(u, v)|^2 dudv \quad (\text{A}\cdot 5) \end{aligned}$$

となる。ここで,  $\frac{1}{(1+s^2 u^2)(1+s^2 v^2)} < 1$  より

$$< \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |F(u, v)|^2 dudv \quad (\text{A}\cdot 6)$$

$$= \|f\|^2 \quad (\text{A}\cdot 7)$$

となり,  $\|\Gamma_x(s)\Gamma_y(s)f\| < \|f\|$  となる。よって式 (A.1) より  $\|\Gamma_x(s)\Gamma_y(s)\| = 1$  となり,  $\Gamma_x(s)\Gamma_y(s)$  は有界である。□

### 2. 復元フィルタ $B$ の導出

式 (16), (15) の復元フィルタ  $B$  を周波数領域で導出する。観測系  $\Gamma_x(s_1)\Gamma_y(s_1)$  の周波数特性は式 (A.3) で表すことができる。同様に式 (12) の帯域抑制作用素  $P$  の周波数特性は

$$H_P(u, v) = \frac{1}{(1+s_0^2 u^2)(1+s_0^2 v^2)} \quad (\text{A}\cdot 8)$$

となる。

復元フィルタ  $B$  は式 (3), (5) より

$$B = PA^{-1} \quad (\text{A}\cdot 9)$$

となる。式 (A.3), (A.8), (A.9) より, 復元フィルタの周波数特性は

$$\begin{aligned} & H_B(u, v) \\ &= \frac{H_P(u, v)}{H_A(u, v)} \\ &= \frac{(1+s_1^2 u^2)(1+s_1^2 v^2)}{(1+s_0^2 u^2)(1+s_0^2 v^2)} \\ &= 1 + \frac{s_1^2 - s_0^2}{s_0^2} \frac{s_0^2 u^2}{1+s_0^2 u^2} \\ & \quad + \frac{s_1^2 - s_0^2}{s_0^2} \frac{s_0^2 v^2}{1+s_0^2 v^2} \\ & \quad + \left( \frac{s_1^2 - s_0^2}{s_0^2} \right)^2 \frac{s_0^2 u^2}{1+s_0^2 u^2} \frac{s_0^2 v^2}{1+s_0^2 v^2} \quad (\text{A}\cdot 10) \end{aligned}$$

となる。ここで, 復元フィルタの構成要素  $\frac{s_0^2 u^2}{1+s_0^2 u^2}$ ,  $\frac{s_0^2 v^2}{1+s_0^2 v^2}$ ,  $\frac{s_0^2 u^2}{1+s_0^2 u^2} \frac{s_0^2 v^2}{1+s_0^2 v^2}$  を作用素によって表すと, それぞれ  $\{I - \Gamma_x(s_0)\}$ ,  $\{I - \Gamma_y(s_0)\}$ ,  $\{I - \Gamma_x(s_0)\}\{I - \Gamma_y(s_0)\}$  となる。よって, 復元フィルタ  $B$  は

$$B = \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 b_{ij} \{I - \Gamma_x(s_0)\}^i \{I - \Gamma_y(s_0)\}^j \quad (\text{A}\cdot 11)$$

となり, 係数  $\{b_{ij}\}$  は

$$\begin{cases} b_{10} = \frac{s_1^2 - s_0^2}{s_0^2} \\ b_{01} = \frac{s_1^2 - s_0^2}{s_0^2} \\ b_{11} = \left( \frac{s_1^2 - s_0^2}{s_0^2} \right)^2 \end{cases} \quad (\text{A}\cdot 12)$$



となる。

□

(平成 9 年 3 月 21 日受付, 7 月 14 日再受付)



小川 康栄 (正員)

平 4 新潟大・工・情報卒。平 6 同大大学院工学研究科情報工学専攻修士課程了。平 9 フクダ電子(株)入社。在学中は画像復元についての研究に従事。



齊藤 義明 (正員)

昭 38 新潟大・工・電気卒。昭 40 北大大学院修士課程了。同年より新潟大学に勤務。昭 46 同助教授、現在同教授、現在に至る。工博。この間、半導体電子回路、情報処理、ME 機器について研究。最近では生体の各種臓器の高感度計測、安全刺激およびハイパーミアに興味をもっている。医師、歯科医師および獣医との円滑な意志の伝達を目指している。日本 ME 学会評議員、日本ハイパーミア学会理事、日本 ME 学会、情報処理学会、日本人工臓器学会、IEEE 各会員。



堀 潤一 (正員)

昭 61 新潟大・工・情報卒。昭 63 同大大学院工学研究科情報工学専攻修士課程了。同年同大・工・情報工学科助手。平 8 同助教授。現在に至る。工博。生体計測、非常常信号解析、画像解析等の研究に従事。IEEE、日本 ME 学会、日本ハイパーミア学会、日本人工臓器学会各会員。



木竜 徹 (正員)

昭 50 新潟大・工・電子卒。昭 52 同大大学院修士課程了。同年同大・歯学部・助手。下顎運動測定装置、咀嚼筋筋電図自動診断の研究に従事。昭 54 同大・工・情報助手、昭 61 同助教授、平 7 同大大学院教授、現在に至る。工博。非常常生体信号処理を目的とし、時変性パラメータ推定等の研究に従事。最近では、動的筋活動や筋疲労の解析を進めている。日本 ME 学会、IEEE、バイオメカニズム学会各会員。