圧縮センシングにおける観測行列の改良

○ 陳智雨　　菊池久和　　村松正吾
新潟大学大学院 自然科学研究科 電気情報工学専攻

1. はじめに

画像，音声などのデータは概してサイズが大きいため，保存の際などに圧縮されることも多い．もし圧縮した形でデータを取得できるのであれば，その方が好ましい．圧縮センシングは，そのようなことを可能にする新たな枠組みを与えるものとして近年大いに注目を集めている [1]．本研究では，圧縮センシングに際して健全なスパース性を確保するので，Nyquist レートより低速のデータ標本から原信号を復元することができる．信号の復元の効率を向上させるため，観測行列を改良することを提案する．

2. 提案手法の処理過程

提案手法の処理過程を図 1 に示す．

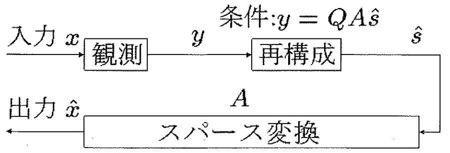

図 1 提案手法の処理過程

未知の入力信号 x についてそのスパース表現 s が

$$x = As \tag{1}$$

で与えられると仮定する．A をスパース変換行列という．

従来手法はランダム行列 Q で観測する．行列のコヒーレンスとは 2 つの異なる列の内積の絶対最大値である．行列 $QA \in \mathbb{R}^{m\times n} (m \le n)$ のコヒーレンスの下界は

$$\mu(QA) \ge \sqrt{\frac{n-m}{m(n-1)}} \tag{2}$$

である [2]．QA のコヒーレンスが低いなら，出力 $\hat{x}$ は入力 x に近づく．したがってコヒーレンスに基づいて，Q を改良する．

$$\mu(QA) = \max_{i\neq j} |\, (QA)_i^{\mathrm{T}} (QA)_j \,| \tag{3}$$

特異でない Gram 行列 G を観測行列 Q とスパース変換行列 A で生成する．$\mu(QA)$ は G の非対角要素の絶対値の最大値である．

$$G = (QA)^{\mathrm{T}}(QA) \tag{4}$$

収縮関数公式 5 のように，G'_{ij} と写像する．

$$G'_{ij} = \begin{cases} \gamma G_{ij} & |G_{ij}| \ge t \\ \gamma t \cdot sign(G_{ij}) & t > |G_{ij}| \ge \gamma t \\ G_{ij} & \gamma t > |G_{ij}| \end{cases} \tag{5}$$

$t \in [\ \mu(QA),\ \max|\,G_{ij}\,|\,],\ i \ne j,\ \gamma \in (\,0, 1\,)$．$G'_{ij}$ を特異値分解する．すなわち

$$\begin{aligned} S^{\mathrm{T}}S &= G'_{ij} \\ S &= QA. \end{aligned} \tag{6}$$

公式 6 によって，Q を改める．もし A の逆行列の存在しなければ，A の擬似逆行列を求める [3]．この Q により入力信号 x を観測し，観測結果

$$y = Qx = QAs \tag{7}$$

を得る．s の計算にはスパースベクトルの推定法 Orthogonal Matching Pursuit (OMP) アルゴリズムを用いる．

3. 実験結果

入力 x は標本化周波数 8kHz の音声信号で，男声の「い」の発音部分，サンプル長 256 点，約 31msec 相当である．Haar ウェーブレット変換によってスパース信号が得られると仮定する．観測行列 Q は 190×256 のサイズである．すなわち，190 サンプルの観測データを用いて復元を試みる．図 2 に実験結果を示す．提案手法では従来法より原信号との誤差が小さくなる．

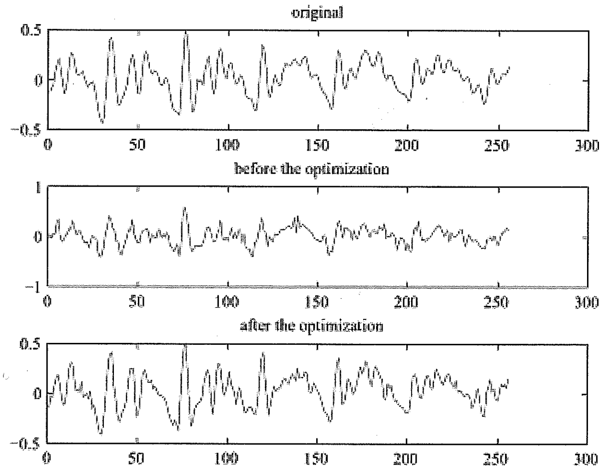

図 2 t=0.1，$\gamma = 0.7$ 時，実験結果．改良前，MSE=1.96．改良後，MSE=0.72.

4. まとめ

本研究では，少数サンプルで高品質音声を復元することができた．圧縮センシングにおける問題は，スパース基底と観測行列をコンストラクションすることである．これについては今後の検討課題としたい．

参考文献

(1) 田中利幸, "圧縮センシングの数理," *IEICE Fundamentals Review,* vol.4, no.1, pp.39–47, Jul. 2010.

(2) J. A. Tropp, "Greed is good: Algorithmic results for sparse approximation," *IEEE Trans. Inf. Theory,* vol. 50, no. 10, pp. 2231–2242, Oct. 2004.

(3) M. Elad, "Optimized projections for compressed sensing," *IEEE Trans. on Signal Proc.,* vol. 55, no. 12, pp. 5695–5702, Dec. 2007.