

高温酸化した遮熱コーティングの残留応力分布の解析†

鈴木賢治* 久保貴博**
田中啓介*** 秋庭義明***

Analysis on Residual Stress Distribution in Oxidized Thermal Barrier Coatings

by

Kenji SUZUKI*, Takahiro KUBO**, Keisuke TANAKA*** and Yoshiaki AKINIWA***

The distribution of an out-of-plane stress, σ_3 , in a thermal barrier coating (TBC) can be obtained from the combination of the data measured with laboratory X-rays and high-energy synchrotron X-rays. This method is called the hybrid method. To improve the hybrid method, the penetration depth is taken into account in the relation between a diffraction angle, 2θ , and $\sin^2\psi$. The distribution of the in-plane stress, σ_1 , was obtained by the stress measurement with laboratory X-rays after successive removal of the surface layer. Assuming the distribution of σ_3 as a cubic function, the parameters of the function were optimized by minimizing the error between the measured and calculated $2\theta-\sin^2\psi$ relations. In the top coating oxidized for 500h at 1373K, the out-of-plane stress became large tension near the interface between the top and the bond coating due to the interface roughness and the thermally grown oxide (TGO). For the top coating oxidized for 1000h, the TGO more grew and the out-of-plane stress near the interface was released due to the initiation of spalling cracks. However, the in-plane stress was maintained and the compressive stress region was extended. As a result, the behavior of the degradation of the oxidized TBCs corresponded to the change in the distributions of the residual stress.

Key words: Thermal barrier coating, Spalling stress, Synchrotron radiation, Thermally grown oxide, Residual stress, Hybrid method, X-ray penetration depth

1 緒 言

遮熱コーティング (TBC: thermal barrier coating) は、ガスタービンの高温燃焼を支える主要技術であり、TBCの耐はく離性、信頼性は重要な課題である。TBCは高温酸化の過程でトップおよびボンドコートの界面に高温酸化物 (TGO: thermally grown oxide) が成長する。TBCの信頼性を向上させるためには、TGOの成長がTBCのはく離に与える影響を明らかにする必要がある。これまで、TGOの成長に伴い界面付近の残留応力がどのように変化するかについて、計算的方法により研究されてきた。^{1)~3)}

一方、実験的アプローチは多くの知見を与えるにも関わらず、実在試料の残留応力についての研究は少ない。著者らは、遮熱コーティングの実在の残留応力を評価する研究を進めてきた。^{4), 5)} さらに、高エネルギー X線の大きな X線侵入深さを利用することで内部応力のその場測定も可能とした。⁶⁾ また、低エネルギー X線と高エネルギー放射光 X線を併用したハイブリッド法⁷⁾により、トップとボンドコートとの界面粗さおよび TGOの成長が、TBCのはく離を助長することを明らかにした。⁸⁾

これまで X線侵入深さを考慮した $2\theta-\sin^2\psi$ 線図の非

線形の解析は、面内応力の分布を取り扱ってきた。^{9), 10)} 本研究では、ハイブリッド法をさらに発展させ、高エネルギー放射光の X線侵入深さを考慮した $2\theta-\sin^2\psi$ 線図の非線形の解析を行い、面外応力の分布の解析方法について検討した。そして、高温酸化させた TBCのトップコートの $2\theta-\sin^2\psi$ 線図の非線形から面外応力 (はく離応力) の分布を求めた。これらの結果から TGOの成長による残留応力の変化挙動とはく離のメカニズムについて検討した。

2 解析方法

2.1 ハイブリッド法による応力測定

X線応力測定に用いる応力と座標系を Fig. 1 に示す。 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ はそれぞれ主応力であり、 σ_x は X線測定方向の応力である。一般に X線応力測定においては、図中の試料面法線の傾き角 ψ を傾けながら回折角 $2\theta_\psi$ を測定して X線応力 σ_x を求める。その関係は次式で表される。¹¹⁾

$$2\theta_\psi = 2\theta_0 - \frac{2(1+\nu_X)}{E_X} \tan \theta_0 (\sigma_x - \sigma_3) \sin^2 \psi - \frac{2}{E_X} \tan \theta_0 \sigma_3 + \frac{2\nu_X}{E_X} \tan \theta_0 (\sigma_1 + \sigma_2) \quad (1)$$

ただし、 $2\theta_0$ は無ひずみの回折角、 E_X および ν_X は回折

† 原稿受理 平成 16 年 10 月 8 日 Received Oct. 8, 2004

* 正 会 員 新潟大学教育人間科学部生活環境学科 〒950-2181 新潟市五十嵐 2 の町, Dept. of Tech. and Living Sci., Niigata Univ., Igarashi-2-no-cho, Niigata, 950-2181

** 東芝・電力・社会システム技術開発センター 〒235-8523 横浜市磯子区新杉田町, Power and Industrial System R&D Center, Toshiba Corporation, Isogo-ku, Yokohama, 235-8523

*** 正 会 員 名古屋大学工学研究科機械理工学専攻 〒464-8306 名古屋市中千種区不老町, Dept. of Mech. Sci. Eng., Nagoya Univ., Chikusa-ku, Nagoya, 464-8603

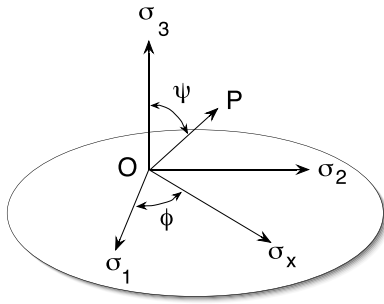


Fig. 1. Coordinate system.

に利用する格子面の X 線の弾性定数であり, それぞれヤング率およびポアソン比である. 一般にプラズマ溶射された TBC の面内残留応力は等二軸応力状態をとるので, $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_x$ となり,⁷⁾X 線による応力測定の式 (1) は次式となる.

$$2\theta_\psi = 2\theta_0 - \frac{2(1+\nu_X)}{E_X} \tan \theta_0 (\sigma_1 - \sigma_3) \sin^2 \psi - \frac{2}{E_X} \tan \theta_0 \sigma_3 + \frac{4\nu_X}{E_X} \tan \theta_0 \sigma_1 \quad (2)$$

低エネルギー X 線は侵入深さが浅く, 表面応力を測定するので平面応力状態 ($\sigma_3 = 0$) となり, 上式を $\sin^2 \psi$ で偏微分すると

$$\frac{\partial 2\theta}{\partial \sin^2 \psi} = -\frac{2(1+\nu_X)}{E_X} \tan \theta_0 \sigma_1 \quad (3)$$

となり, $2\theta - \sin^2 \psi$ 線図の傾きから σ_1 を測定できる. つまり, 低エネルギー X 線により測定される応力 $\sigma_{x\text{-ray}}$ は

$$\sigma_{x\text{-ray}} = \sigma_1 \quad (4)$$

となる.

一方, シンクロトロン放射光を利用して高エネルギー X 線により応力測定する場合は, X 線がトップコートの深部にまで達するので, $\sigma_3 \neq 0$ となる. ゆえに, シンクロトロン放射光の高エネルギー X 線を利用して測定した $2\theta - \sin^2 \psi$ 線図の傾きは, 次式となる.

$$\frac{\partial 2\theta}{\partial \sin^2 \psi} = -\frac{2(1+\nu_X)}{E_X} \tan \theta_0 (\sigma_1 - \sigma_3) \quad (5)$$

ゆえに, この式から得られる放射光による高エネルギー X 線応力 σ_{syn} は,

$$\sigma_{\text{syn}} = \sigma_1 - \sigma_3 \quad (6)$$

となる. 式 (4) と式 (6) の関係から,

$$\sigma_3 = \sigma_{x\text{-ray}} - \sigma_{\text{syn}} \quad (7)$$

が導かれ, トップコートのはく離応力 σ_3 を得ることができる.

2・2 重み付き平均応力

X 線の強度 $I(x)$ は材料の通過距離 x に従い減衰し,

$$-\frac{dI}{I} = \mu dx \quad (8)$$

の関係で示される. ただし, μ はトップコートの線吸収係数である. この式を積分して

$$I = I_0 \exp(-\mu x) \quad (9)$$

が得られる. ただし, I_0 は入射前の X 線強度を表す. 入射 X 線の強度 I が $1/e$ になる深さ T を X 線侵入深さとい

い, 側傾法の場合に次式の関係が導ける.

$$T = \frac{\sin \theta \cos \psi}{2\mu} \quad (10)$$

以上の結果より表面からの深さ z の X 線強度 I は次式となる.

$$I = I_0 \exp(-z/T) \quad (11)$$

一方, $\sin^2 \psi$ 法により X 線応力測定する場合は, ψ 角により X 線の通過距離が変化するので, X 線侵入深さも変化する. そのため, 深さ方向に応力の変化があるとき, $2\theta - \sin^2 \psi$ 線図は非線形を示す.

X 線侵入深さを考慮した回折角 $2\theta_\psi$ および応力 σ は, それぞれ重み付き平均回折角 $\langle 2\theta \rangle$ および重み付き平均応力 $\langle \sigma \rangle$ と言われ, 次式で定義される.¹²⁾

$$\langle 2\theta_\psi \rangle = \frac{1}{T(1-e^{-t/T})} \int_0^t 2\theta e^{-z/T} dz \quad (12)$$

$$\langle \sigma \rangle = \frac{1}{T(1-e^{-t/T})} \int_0^t \sigma e^{-z/T} dz \quad (13)$$

ただし, t はトップコートの厚みである. この関係より式 (2) は次式となる.

$$\langle 2\theta_\psi \rangle = 2\theta_0 - \frac{2(1+\nu_X)}{E_X} \tan \theta_0 \langle \sigma_x - \sigma_3 \rangle \sin^2 \psi - \frac{2}{E_X} \tan \theta_0 \langle \sigma_3 \rangle + \frac{4\nu_X}{E_X} \tan \theta_0 \langle \sigma_1 \rangle \quad (14)$$

重み付き応力の陽な表記は次式となる.

$$\langle 2\theta_\psi \rangle = 2\theta_0 + \frac{1}{T(1-e^{-t/T})} \left[-\frac{2(1+\nu_X)}{E_X} \tan \theta_0 \sin^2 \psi \int_0^t (\sigma_1 - \sigma_3) e^{-z/T} dz - \frac{2}{E_X} \tan \theta_0 \int_0^t \sigma_3 e^{-z/T} dz + \frac{4\nu_X}{E_X} \tan \theta_0 \int_0^t \sigma_1 e^{-z/T} dz \right] \quad (15)$$

以上の式から ψ 角による X 線侵入深さの変化に伴い重み付き平均応力の変化が生じる場合, $2\theta - \sin^2 \psi$ 線図が非線形を示すことがわかる.

2・3 応力分布の仮定と最適化

重み付き平均応力により $\sin^2 \psi$ 線図の非線形解析を行うには, 深さ方向 z の分布 $\sigma_1(z)$ および $\sigma_3(z)$ を必要とする. $\sigma_1(z)$ については, Fig. 2 に示すように Cr- α による ZrO₂ 133 + 331 回折を利用して研磨除去して逐次応力測定により得られた実験結果を利用する. $\sigma_3(z)$ については, 以下の3つを仮定する.

1. $\sigma_3(z)$ は, 3次関数とする.

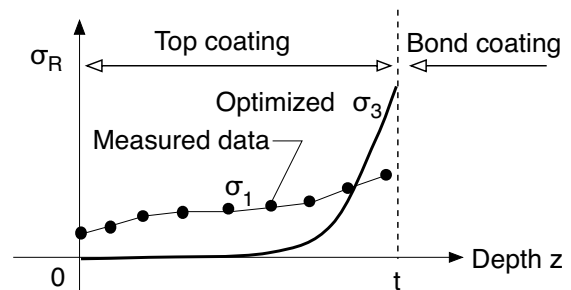


Fig. 2. Assumption of distribution of residual stress.

2. $z=0$ において $\sigma_3=0$ とする.
3. $z=0$ において $\frac{\partial \sigma_3}{\partial z}=0$ とする.

この仮定により導かれるはく離応力 $\sigma_3(z)$ の関数形は

$$\sigma_3(z) = (c_1 + c_2 z) z^2 \quad (16)$$

となる. ラボ X 線により逐次研磨により測定した σ_1 の分布および式 (16) の σ_3 の応力分布から計算された $\sin^2 \psi$ 線図と高エネルギー放射光により測定した $2\theta - \sin^2 \psi$ 線図との誤差が最小になるように $2\theta_0$, c_1 , c_2 のパラメータを最適化する. $2\theta_0$, c_1 , c_2 の 3 個のパラメータの最適化は simplex 法¹³⁾により行う. 式 (15) の積分は, σ_1 の応力分布測定結果のピッチに合わせて台形法により求めた.

3 実験方法

3.1 コーティングおよび試験片

厚さ 5mm の Ni 基超合金 (In-738) の基材の上に NiCo-CrAlY 粉末を大気プラズマ溶射し, 約 0.15mm 厚さのボンドコートを作成した. さらに, 8mol%-Y₂O₃ を含む ZrO₂ 粉末をトップコートとして大気プラズマ溶射した. そのトップコート厚さは約 0.36mm である. これらの遮熱コーティング試料を製作した後, 試験片を長さ 60mm, 幅 8mm に機械加工により切り出して, 遮熱コーティング試験片とした.

酸化損傷を模擬的に与える目的で, 遮熱コーティング試験片を 1373K, 大気中に 0h, 500h, 1000h および 2000h 保持した. 2000h 保持した試料は, 高温保持中にほとんどはく離したが, それ以外の高温保持時間の試験片においては, はく離を生じなかった.

なお, 電解研磨により基材からトップコートをはく離させ, トップコート単体の試験片を取り出して, 測定されたかさ密度は 4.24g/cm³ であった. また, 引張り試験により求めたヤング率は, 27.2GPa であった.

3.2 残留応力測定

各試験片は, トップコートの表面から界面まで, 表面を粒径 1 μ m のダイヤモンドスラリーで研磨しながら, 逐次 X 線応力測定を行い, 深さ方向の残留応力分布を測定した. その X 線応力測定条件を Table I に示す. 2/5 価幅法に従い 133 回折と 331 回折を含めてピーク位置を決定し, $2\theta - \sin^2 \psi$ 線図の傾きより, 応力値を算出した. 本実験の応力定数 K として既報⁴⁾で測定した値を用いた.

放射光による応力測定は, 高輝度光科学研究センターのシンクロトロン放射光施設 (SPring-8) で行った. ボンドコート界面近くの深い位置の応力測定を行うために, X 線侵入深さの大きい高エネルギー X 線が利用できるビームラインが必要なことから, ビームライン BL19B2 を利用した.

はく離応力は, トップコートの表面では零であり, コーティング界面で大きく変化することが予測される. そのため, 高エネルギー放射光にて測定した試験片は, トップコート表面からバフ研磨にてトップコートを 0.25mm 除去してトップコート厚さを 0.11mm に仕上げた試験片について放射光による応力測定を実施した.

高エネルギー放射光測定の実験条件を Table II に示す.

Table I. X-ray conditions for in-plane stress measurement with laboratory X-rays.

Radiations	Cr-K α
Tube voltage	30 kV
Tube current	30 mA
Filter	V
Divergent angle	0.64 deg
Diffraction	ZrO ₂ , 133+331
Diffraction angle $2\theta_0$	153.82 deg
$\sin^2 \psi$	0 ~ 0.6 (step 0.05)
Scanning	0.1 deg/sep
Scanning angle	149 ~ 159 deg
Preset time	2 sec
Stress constant K	-229 MPa/deg

Table II. X-ray conditions for out of plane stress measurement with synchrotron X-rays.

Wavelength	71.8607 keV (17.246 pm)
Divergent slit, mm	width=1.0, height=0.4
Receiving slit, mm	width=5.0, height=3.0
Diffraction	ZrO ₂ , 511+333
Diffraction angle 2θ	10.029 deg
$E_X/(1 + \nu_X)$	113 GP
Stress constant K	-11274 MPa/deg
Scanning angle	9.78 ~ 10.28 deg
Scanning step	0.01 deg/step
$\sin^2 \psi$	0.0 ~ 0.7 step 0.1

本放射光実験については, 各 $\sin^2 \psi$ でピーク高さが 3000 カウントを越えるように計数時間を決定した. 与えられたビームタイムの制約から $\sin^2 \psi$ のピッチを 0.1 とした.

4 実験結果および考察

4.1 面内応力分布

逐次バフ研磨しながらラボ X 線により面内残留応力 σ_1 の分布を求めた結果を Fig. 3 に示す. なお, 図に示すデータは研磨除去に伴う面内応力の再分布による補正された結果である.¹⁴⁾酸化損傷を受けないトップコートの面内応力分布は, 表面では小さな引張応力を示し, 表面から約 40 μ m 入った所からは 60MPa の引張応力を保持し, ボンドコートとの界面付近から圧縮応力に向かい始める.

一方, 酸化させたトップコートの面内応力分布は, 表面では小さな引張応力を示し, トップコート内部で圧縮応力に変化し, さらにボンドコートとの界面付近から急激に大きな圧縮応力になる. この分布傾向は, 酸化していないトップコートと大きく異なる. この分布傾向は酸化

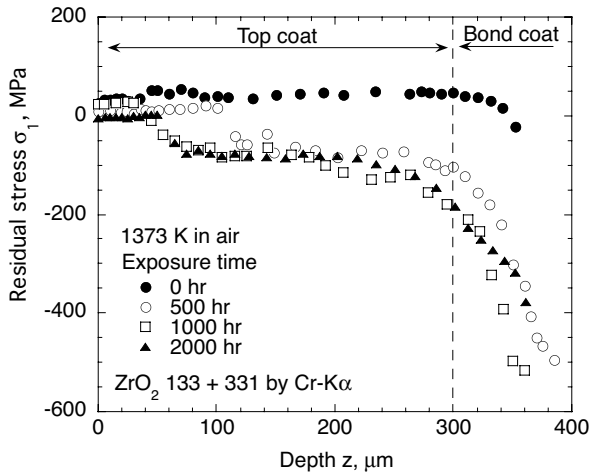


Fig. 3. Distribution of in-plane stress.

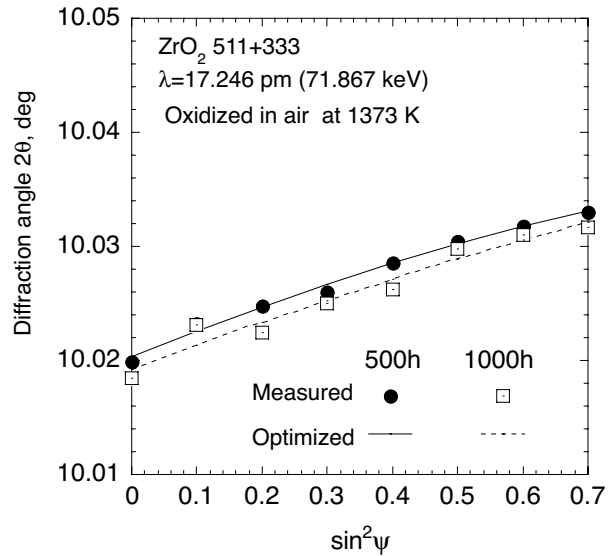
時間が 500, 1000 および 2000h にかかわらず同じであった。ただし、引張応力から圧縮応力に変化する深さ z が、酸化時間が 500h の試料では、表面から深さ z が 110 μ m 付近であるのに対し、酸化時間が 1000 および 2000h の試料では、その深さが約 50 μ m 付近となり、500 時間酸化の試料より浅くなっている。このような違いが生じた原因については、面外方向の応力分布や酸化からの検討が必要である。

なお、トップコート表面から研磨深さ 300 μ m を過ぎると、界面粗さがあるのでトップコートと一緒にボンドコートも除去される。厳密には、これらの界面付近の除去により応力の再分布があることも考えられるが、その再分布の補正は複雑な要素があり補正は困難である。放射光の中でも極めて高輝度のアンジュレータの光源を利用すれば、除去法を用いずに透過法により面内応力 σ_1 を完全に非破壊的に測定できる可能性もある。

4・2 非線形解析結果

高エネルギー放射光 X 線により残留応力測定を行った $2\theta-\sin^2\psi$ 線図を Fig. 4 に示す。図中のプロットは高エネルギー放射光測定の結果であり、実線および破線は前述の解析方法に従い simplex 法で最適化した計算結果を示している。500h および 1000h の酸化損傷を与えたトップコートの $2\theta-\sin^2\psi$ 線図には非線形がみられ、表面から内部に向かい $\sigma_1-\sigma_3$ 値に変化がある。Fig. 4 からわかるように、高エネルギー放射光による測定結果と最適化したパラメータによる計算結果はそれぞれよく一致し、精度よく応力分布が得られた。

これらの結果に基づいて最適化パラメータによる面外応力の分布を Fig. 5 に示す。ここでコーティング面から 0.25mm 除去しているのので、 $z \leq 0.25$ mm では $\sigma_3 = 0$ となっている。図中には、逐次研磨により測定された Fig. 3 の面内応力 σ_1 の分布も併せて示している。図中に実線で示される 500h の高温酸化を受けたトップコート層では、界面に向かい面外応力 σ_3 が増加する傾向が得られ、界面に近づくほど大きな引張応力が分布している様子が明瞭にとれる。TGO の成長は面外応力を増加させ、はく離を促進させている様子がわかる。

Fig. 4. $2\theta-\sin^2\psi$ diagram and optimized results by simplex method.

一方、Fig. 5 の破線で示される 1000h の高温酸化させた試験片の面外応力 σ_3 の分布は、500h 酸化の応力分布と大きく異なる。すなわち、1000h 酸化の面外応力 σ_3 は減少し、ボンドコートとの界面に生じていた大きな引張応力は緩和されている。1000h の酸化では、界面粗さのボンドコートの頂点の TGO がより成長しており、面外応力 σ_3 の緩和は TGO の成長により界面付近にはく離裂の発生を示している。

4・3 高温酸化による応力変化のメカニズム

以上の結果から、高温酸化により TGO が形成される過程での面内および面外の残留応力分布の変化挙動をとらえることができた。トップコートの残留応力の変化は、TBC の酸化メカニズムと密接に関連している。ゆえに、残留応力の変化から TGO の成長に伴う TBC の挙動を知ることができる。本研究で得られた残留応力分布の高温酸化時間による変化と既報で得られた高温酸化および

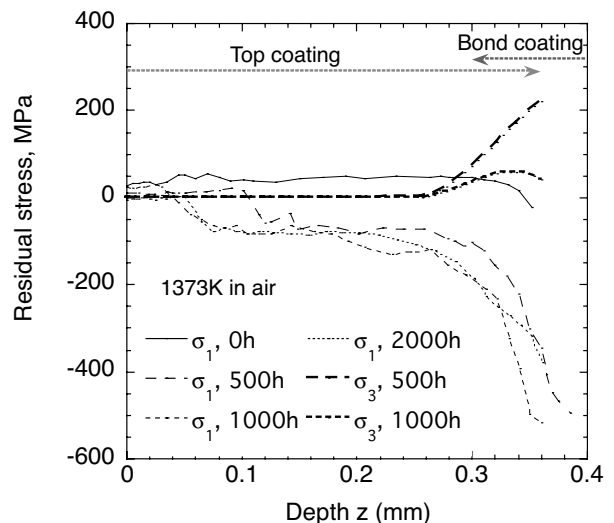


Fig. 5. Distribution of in-plane and out-of plane stresses.

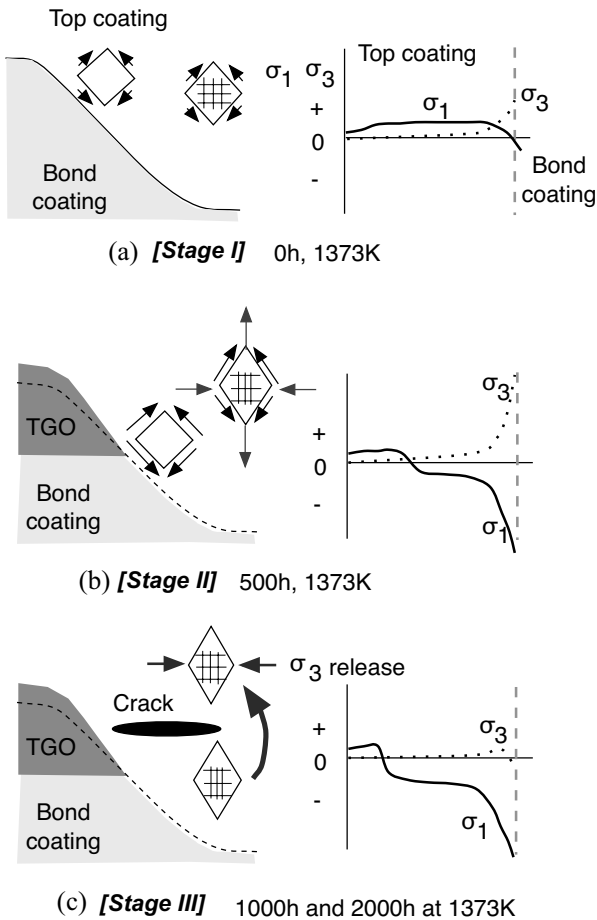


Fig. 6. Change in residual stresses due to oxidation of TBC.

TBCの残留応力分布の結果^{7), 8)}も含め, TBCの中でどのような材料挙動が生じているかを検討する.

Fig. 6に示すように, TBCの高温酸化の過程をTBCが高温酸化を受ける前の状態(Stage I), 高温酸化によりTGOが成長する過程(Stage II)および高温酸化により成長したTGOがトップコートのはく離を引き起こす過程(Stage III)の3つに区分する.

Stage Iでは, 急冷凝固による初期の残留応力がトップコートに生じ, 小さな引張応力が観測される. 表面の面内応力が内部より小さい引張りを示すのは, トップコート表面の微小き裂と表面粗さによる残留応力の解放によるものである. また, 面外応力はトップ・ボンドコート界面付近で引張応力がやや増加する. この界面付近での面外応力の増加は, トップとボンドコート両者の熱ひずみのミスマッチが界面の粗さに生じることに起因する.⁷⁾

Stage IIにおいては, 500hの高温酸化に代表されるようにTGOが界面で成長する. このTGO層は, アルミナ酸化相と複合酸化相からなり, アルミナ酸化相は界面に一樣に形成されるが, 複合酸化層はトップ・ボンドコート界面の凸部によく成長する.⁸⁾この不均一なTGOの成長はくさび効果として作用し, トップ・ボンド界面のひずみのミスマッチはさらに大きくなる. これを解消するために両者の界面にせん断が働き, 大きな引張り面外応力が生じる. 同様にして, 面内応力は大きな圧縮になる.

Evansらはトップ・ボンド界面の粗さとTGOによる垂直応力の増加指摘しており,¹⁵⁾本解析の結果も同様となっている.

Stage IIIは, 1000h以上の高温酸化の試験片が該当する. 高温酸化時間が1000hを超えるとアルミナ酸化層は成長せず, もっぱら混合酸化層が成長を続ける. TGO層も場所によっては, 混合酸化層がボンドコート厚さ全体に達するところもある.⁸⁾2000hの高温酸化時間では, 明瞭な巨視的はく離も観測される. 図中のStage IIIでは, はく離き裂が界面部に生じ, これにより面外方向の大きな引張応力は解放される. しかし, 面内圧縮応力は, はく離き裂が生じても解放されずに残る. Fig. 5に示すように, 圧縮の面内応力の領域はさらに広がる. その結果, 面内応力は, 500hより浅いところで引張から圧縮へと変化する.

以上のように, TBCはトップ・ボンドコート界面領域で界面粗さ, TGOの成長およびはく離き裂の発生により残留応力が変化し, これらのメカニズムと残留応力の関係は測定された残留応力分布の変化とよく対応する.

5 結 言

本研究においては, ラボX線と高エネルギー放射光X線による侵入深さの違いを利用して面内および面外応力を測定するハイブリッド法に高エネルギーX線の侵入深さの変化を取り入れた重み付き平均応力を用いて, 2θ - $\sin^2\psi$ 線図の非線形性を逆解析し, 1373Kの大気中で500h, 1000hの高温酸化させた遮熱コーティングの面外応力の深さ方向分布を解析した.

1373K大気中の500hの酸化では, トップコートとボンドコート界面領域で高温酸化物の成長により大きな引張面外応力および大きな圧縮面内応力が発生する.

一方, 1000h以上の高温酸化されたトップコートでは, さらに高温酸化物の成長し, はく離き裂が発生し, トップコートとボンドコート界面領域の大きな面外応力は解放され, 圧縮面内応力は解放されずに残る. その結果, 1000h以上の高温酸化された試料では, トップコート表面下の圧縮面内応力の領域は, 500hの酸化された試料よりも広がっている.

これらの結果から, 界面粗さ, 高温酸化物の成長およびはく離き裂の発生のメカニズムと残留応力分布の変化はよく一致した.

本研究は, 科学研究費補助金基盤研究(C)(No. 13650078)の援助を受けた. また, (財)高輝度放射光科学研究センターのSPring-8利用研究2002A0116-ND1-np, 2002B0158-NDI-np, 2003A0161-NMD1-npの援助を受けた. ここに記して感謝の意を表します.

6 参 考 文 献

- 1) K. Sfar, J. Aktaa and D. Munz, Mater. Sci. Eng., **A333**, 351 (2002).
- 2) C. H. Hsueh and E. R. Fuller, Jr., Scripta mater., **42**, 781 (2000).

- 3) M. Calie, F. Feyel, S. Kruch, J.-L. Chaboche, *Surface and Coating Tech.*, **157**, 103 (2002).
- 4) 鈴木賢治, 町屋修太郎, 田中啓介, 坂井田喜久, 日本機械学会論文集, **A-67**, 417 (2001).
- 5) 鈴木賢治, 町屋修太郎, 田中啓介, 坂井田喜久, 日本機械学会論文集, **A-67**, 1325 (2001).
- 6) 鈴木賢治, 田中啓介, 秋庭義明, 川村昌志, 西尾光司, 尾角英毅, *材料*, **52**, 756 (2003).
- 7) 鈴木賢治, 田中啓介, 秋庭義明, 川村昌志, 西尾光司, 尾角英毅, 日本機械学会論文集, **A-70**, 724 (2004).
- 8) 鈴木賢治, 久保貴博, 田中啓介, 秋庭義明, 尾角英毅, *材料*, **53**, 734 (2004).
- 9) 鈴木賢治, 田中啓介, 坂井田喜久, 日本機械学会論文集, **A-63**, 1243 (1997).
- 10) K. Suzuki, K. Tanaka, Y. Sakaida and S. Machiya, *Int. Conf. on Mater. and Mech.*, **97**, 765 (1997).
- 11) 日本材料学会, “X線応力測定標準-セラミックス編”, p.30 (2000).
- 12) V. Hauk, “Structural and Residual Stress Analysis by Nondestructive Methods”, p.354 (1997) Elsevier.
- 13) J. A. Nelder and R. Mead, *Comput. J.*, **7**, 308 (1965).
- 14) 田中啓介, 峰 典明, 鈴木賢治, 川瀬良一, *材料*, **40**, 96 (1991).
- 15) A. G. Evans, M. Y. He and J. W. Hutchinson, *Progress in Mater. Sci.*, **46**, 249 (2001).