

①

学位論文

トリプレット超伝導体におけるトンネル効果及び
ジョセフソン効果の理論的研究

1999年2月

山城昌志

新潟大学大学院自然科学研究科博士後期課程
エネルギー基礎科学専攻

目次

第 1 章 序論	1
第 2 章 トリプレット超伝導体接合におけるトンネルコンダクタンス	12
2.1 空間的に一定なペアポテンシャルの場合	12
2.1.1 コンダクタンス公式	12
2.1.2 ^3He タイプのペアポテンシャル	16
2.1.3 UPt_3	23
2.1.4 Sr_2RuO_4	30
2.2 空間変化するペアポテンシャルの場合	39
2.2.1 準古典グリーン関数	39
2.2.2 トンネルコンダクタンス	47
第 3 章 トリプレット超伝導体接合におけるジョセフソン効果	52
3.1 s -波- p -波- s -波接合	52
3.2 s -波-強磁性絶縁体- s -波接合	60
第 4 章 結語	65
謝辞	69
付録 A 位置推進演算子 $\hat{U}_\alpha(\phi_\alpha, x, x')$ の性質	70
付録 B BTK 公式	73
付録 C Furusaki 公式	76
参考文献	79
論文リスト	87

第 1 章

序論

1911年に発見された金属の超伝導状態は、その後1957年のBCS理論の登場[1]まで微視的解明がなされなかった。超伝導現象の発見以来、理論的解明におよそ半世紀も要するという他に類を見ない発見であった。この理論は金属中の電子間にどんなに弱くとも引力相互作用が働けばフェルミ面が不安定になるというCooperの発見[2]を元に、その引力相互作用の起源を電子-フォノン相互作用に求め超伝導機構を説明する。この理論では有効ハミルトニアン中での引力相互作用を、波数に依存しない定数に仮定する。つまりこの引力相互作用による電子間の散乱は等方的である。さらに、波数に依存しないことから、実空間では同じ点にある電子間に引力が働くわけであるが、パウリ原理によりそれは反平行のスピンを持つ電子に限られる。結果として、このような引力相互作用を仮定することでスピンスingレットで、等方的 s -波の超伝導状態が得られる。このBCSの有効ハミルトニアン自体は引力相互作用の起源さえ問わなければ、相互作用に適当な波数依存性を持たせることにより、より高次の電子対の実現している超伝導凝縮状態に対しても適用可能である。

BCS理論によって記述される、いわゆる通常の超伝導体中で励起された準粒子は、ペアポテンシャルという、通常の金属状態にはない超伝導状態特有のポテンシャルを感じて運動する。このような準粒子の振る舞いを考察することは超伝導状態を解明する上で非常に意義深いことであり、特にペアポテンシャルの性質を明らかにするときに重要な意味を持つ。準粒子の状態密度はフェルミ面付近で飛びを持つこと、つまりエネルギーギャップが存在することが最大の特徴である。このギャップを直接的に観測するために最も有効な手段のひとつとして、トンネルスペクトロスコピーがある。常伝導金属と超伝導金属の接合を用いて、超伝導体の転移温度以下でトンネルコンダクタンスを測定すると、界面におけるバリアポテンシャルの大きさに応じて様々なトンネルスペクトルが得られる。そして、界

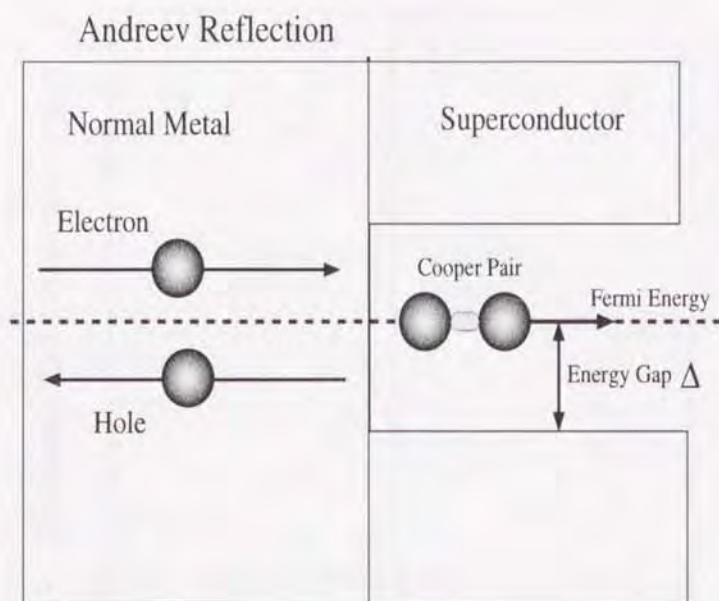


図 1.1: 常伝導体-s-波超伝導体接合におけるアンドレーフ反射。

面における透過率が低いとき、つまりバリアポテンシャルが大きい場合、トンネルコンダクタンスは超伝導体のバルクな状態密度と一致する (図 1.2)。また、界面でのバリアポテンシャルが小さい場合は超伝導体に特徴的な反射・透過過程が顕著になる。常伝導金属の側から電子が入射してきたとすると、界面における反射過程として、バリアポテンシャルによるノーマル反射と、超伝導接合に特有のペアポテンシャルによるアンドレーフ反射 [3] がある。フェルミ面から計った入射電子のエネルギーがペアポテンシャルよりも小さい場合、そのままでは超伝導体側へ入り込めないために適当な相手を捕まえてクーパー対を組んで透過していく。その対を組んだ電子の抜け穴がまさにホールとして常伝導体側へ戻っていく。この様に電子がホールとして、あるいはホールが電子として反射される過程 (図 1.1) をアンドレーフ反射といい、1964年に A. F. Andreev によって予言された [3]。例えば入射電子が波数 k を持っていたとすると、対を組む相手は $-k$ の波数を持つので、アンドレーフ反射によって生じたホールは入射電子が通ってきたのと同じ軌道を逆に戻っていく。このとき、一個の電子が入射したとして電荷の流れを考えると、このアンドレーフ反射によって超伝導体側へクーパー対が抜けていき、常伝導体側へホールが反射されてくるので、入射時の2倍の電荷が流れていったことになり、常伝導・超伝導接合における余剰電流の物理的描像が与えられる。さらにこのような接合での透過過程として、電子が電子的準粒子 (ELQ) として透過する過程とホールの準粒子 (HLQ) として透過する過程がある。

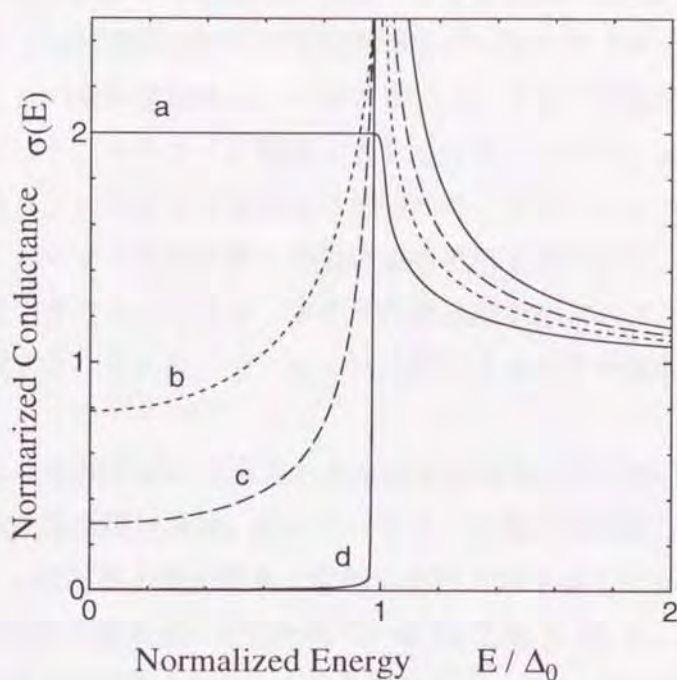


図 1.2: 常伝導体- s -波超伝導体接合におけるトンネルコンダクタンス。a: $Z = 0$ 、b: $Z = 0.5$ 、c: $Z = 1$ 、d: $Z = 10$ 。 Z は界面におけるバリアパラメーターの値。

ELQ と HLQ は超伝導体中で当然ペアポテンシャルを感じて運動するが、BCS 型の s -波のペアポテンシャルの場合は等方的であり全ての準粒子が同じペアポテンシャルを感じる。そのため、このときペアポテンシャルの位相がトンネルコンダクタンスに影響することはなく、バリアポテンシャルが大きい極限で超伝導体のバルクな状態密度が得られる。これらのことは 1982 年に Blonder, Tinkham, Klapwijk (BTK) によって常伝導体 / s -波超伝導体接合を用いて理論的に明らかにされた [4]。この理論によれば常伝導状態でのコンダクタンスで規格化されたトンネルコンダクタンスは

$$\sigma_s(E) \propto \sum_j \{1 + |a_j(E)|^2 - |b_j(E)|^2\} \quad (1.1)$$

で与えられる (付録 B 参照)。ここで j は入射電子の通ってくるチャンネルで、その全てに対して和を取る。 $a_j(E)$ はアンドレーフ反射係数、 $b_j(E)$ はノーマル反射係数である。これを見ると界面におけるバリアポテンシャルが小さいときアンドレーフ反射からの寄与が大きく、コンダクタンスは常伝導状態での値を上回り、完全にバリアがゼロであればその 2 倍になることがわかる。そのときはバリアがないためにノーマル反射はゼロで、アンドレーフ反射係数が 1 になるためである。バリアが増加すると単純にノーマル反射係数が増加し、

アンドレーフ反射係数が減少するために、コンダクタンスはゼロに近づきエネルギー依存性まで含めて考えると超伝導体のバルクな状態密度に一致する (図 1.2)。つまりこの表式は、バリアが低いときの余剰電流から、バリアが大きいときの状態密度に一致する様子までを、物理的に非常にわかりやすく、簡潔に表している。ここで、系は接合部分を除きクリーンリミットにあり、いわゆる電気抵抗は界面のバリアポテンシャルのみによって生じるとする。つまり、ノーマル反射係数の増加は系の抵抗を増大させ、アンドレーフ反射係数の増加は抵抗を減少させる。つまり、界面での透過確率がコンダクタンスに比例し、反射確率が抵抗に比例する。それにアンドレーフ反射による寄与が加わったのがこの BTK 公式である。

この事情は 1980 年代半ばに発見された高温超伝導体 [5] においては一変する。現在知られている代表的な高温超伝導体、特にホールドープ型の高温超伝導体においてはクーパー対の対称性は、 d -波である事が最も一般的に受け入れられている。その中でも $d_{x^2-y^2}$ -波超伝導体である可能性が最も高いと言われている [6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14]。この様にペアポテンシャルに異方性がある場合、その異方性によってトンネルコンダクタンスは、 s -波の場合から単純に予想することのできない結果が得られる [15]。1994 年、Hu によって d -波超伝導体の表面あるいは界面において、準粒子の束縛状態が形成されうることが理論的に示された [16]。それ以後 Tanaka, Kashiwaya らによって、この束縛状態が常伝導体 / d -波超伝導体界面においてトンネルコンダクタンスに与える影響について、理論・実験の両面から詳細に研究された [17, 18, 19]。 d -波のペアポテンシャルの場合、位相が $\pi/2$ だけ変化するとペアポテンシャルの符号が逆転する。 $d_{x^2-y^2}$ -波超伝導体と常伝導体の接合を考えると、超伝導体中の a -軸が界面に対する法線から $\pi/4$ の角度にあるとき上記の ELQ と HLQ は逆の符号のペアポテンシャルを感じる (図 1.3)。この様な場合、界面に準粒子の束縛状態が形成される。これはフェルミ面からはかった準粒子のエネルギーがゼロ、つまりフェルミ面上に形成される束縛状態で、ゼロエネルギー状態と呼ばれる。このゼロエネルギー状態が形成されているときトンネルコンダクタンスは、バイアスゼロ、バリアの大きい極限で発散する、いわゆるゼロバイアスコンダクタンスピークと呼ばれる振る舞いを示す。常伝導体側から電子が x -軸に沿って入射されてきたとき、規格化されたあるエネルギー E 、入射角度 θ に対するコンダクタンス公式は [17, 19]

$$\sigma_S(E, \theta) = \frac{1 + \sigma_N(\theta) |\Gamma_+|^2 + \{\sigma_N(\theta) - 1\} |\Gamma_+ \Gamma_-|^2}{|1 + \{\sigma_N(\theta) - 1\} \Gamma_+ \Gamma_- e^{i(\varphi_- - \varphi_+)}|^2}, \quad (1.2)$$

$$\Gamma_{\pm} = \frac{E - \Omega_{\pm}}{|\Delta_{\pm}|}, \quad \Omega_{\pm} = \sqrt{E^2 - |\Delta_{\pm}|^2}, \quad \sigma_N(\theta) = \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2 \theta + Z^2}.$$

で与えられる。ここで $\sigma_N(\theta)$ は常伝導接合でのコンダクタンス、 Z は界面でのバリアポテンシャルの大きさを表すパラメーターである。ペアポテンシャルの位相 φ_{\pm} は次のように定義される。

$$e^{i\varphi_{\pm}} = \frac{\Delta_{\pm}}{|\Delta_{\pm}|}. \quad (1.3)$$

このペアポテンシャルの位相があらわにコンダクタンス公式に含まれており、位相の果たす役割が直ちに見て取れることが、この公式の非常に重要な点である。具体的にペアポテンシャルの位相依存性を書き下すと

$$\Delta_+ = \Delta_0 \cos(2\theta - 2\alpha), \quad \Delta_- = \Delta_0 \cos(2\theta + 2\alpha), \quad (1.4)$$

で与えられる。例えば電子が入射してきた場合、超伝導体側へ電子的準粒子として透過したときは Δ_+ のペアポテンシャルを感じ、ホールの準粒子として透過したときは Δ_- のペアポテンシャルを感じる。このとき、 α は超伝導体中の x -軸が界面に対する法線となす角度で、 $\alpha = 0$ の時は全ての入射電子に対して $\Delta_+ = \Delta_-$ である。この場合、上のコンダクタンス公式でバイアスエネルギー E がゼロ、界面でのバリア Z が無限大になる極限をとると、

$$\Gamma_{\pm} \rightarrow -i, \quad \sigma_N(\theta) \rightarrow 0,$$

となるので $\sigma_S(E \rightarrow 0, \theta) \rightarrow 0$ となり、コンダクタンスは $\sigma_N(\theta)$ に比例し、 d -波型のギャップ構造を示す。しかし、 $\alpha = \pi/4$ の時は $\Delta_+ = -\Delta_-$ となり（図 1.3）、上の極限を取ると $\sigma_N(\theta)^{-1}$ に比例するようになる。つまりゼロバイアスコンダクタンスピークを示すのである。ゼロバイアスコンダクタンスピークは実際に実験的にも以前から観測 [20, 21] されており、上のように異方的ペアポテンシャルを持つ $d_{x^2-y^2}$ -波超伝導体において、結晶軸に対する界面の方向によって、トンネルスペクトルがギャップ構造を示したり、ゼロバイアスピークを与える等の様々な実験結果 [22, 23] に対する理論的解釈が与えられた。更に異方的超伝導体においては、界面の乱れがペアポテンシャルに与える効果は大きく、原子スケールでの界面の乱れがトンネルコンダクタンス（界面近傍での局所状態密度）にどのように影響するかとの議論も活発になされている [24, 25, 26]。

$d_{x^2-y^2}$ -波超伝導体における様々なトンネルコンダクタンスは、結局ペアポテンシャルの符号がフェルミ面上で変化するために、超伝導体中での準粒子が特有の干渉効果が生じるという形で、ペアポテンシャルの位相の効果が顕著に現れたことの結果である。この様なペアポテンシャルの異方性による準粒子の干渉効果は、 $d_{x^2-y^2}$ -波超伝導体に限らず、一般に異方的超伝導状態であれば、同様にトンネルスペクトルに現れるものと期待される。様々な高温超伝導体はほぼスピニングレット、 d -波の電子対を持つということで同意が得ら

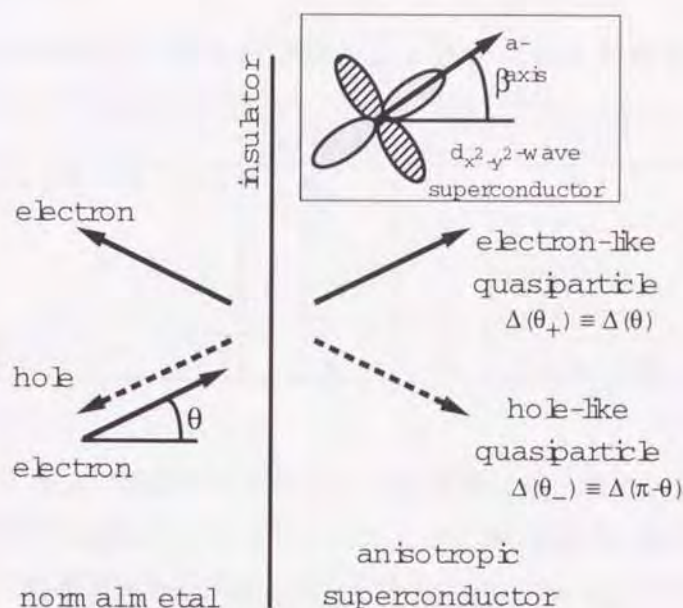


図 1.3: 常伝導体-d波超伝導体接合におけるアンドレーフ反射。

れているが、同様に強相関電子系として異方的超伝導状態が実現されていると考えられている物質として、重い電子系と呼ばれる、ウラン化合物あるいはセリウム化合物の一群がある [27, 28, 29]。その中でも特に UPt_3 の超伝導状態 [30] に対する研究が進んでいる [31]。比熱 ($\sim T^2$)、核磁気緩和率 ($\sim T^3$)、超音波吸収係数 ($\sim T^2$)、熱伝導率 ($\sim T^2$) 等の温度依存性は、エネルギーギャップがフェルミ面上で、赤道部分に線状の節を、北極と南極に当たる両極に点状の節を、持っている事を示唆している [27, 28, 29]。更に、試料の純良化による比熱のより詳細な測定により超伝導の二段転移が発見された [32, 33]。様々な手段を用いて測定された温度-磁場相図は、二つの転移温度と二つの臨界磁場を持つ多重相図であった [34]。それにより、 UPt_3 の超伝導状態は一般に A、B、C 相と呼ばれる三つの超伝導相を持つことが明らかにされた。これらの実験の積み重ねにより、金属中の電子系において、初めて非 s-波電子対を持つ超伝導状態であることが確認された。この多重相図をもつ異方的超伝導状態を説明するために、G-L 理論の自由エネルギーを群論的に解析することにより、ペアポテンシャルに対して様々なモデルが提案されていて、電荷を持つフェルミ粒子系では初めてスピントリプレット電子対が実現されていると予想された。それらには、軌道部分が一次元表現に属するものと二次元表現に属するものがある。前者は基底関数を $l(k)$ とするとペアポテンシャルが $\Delta(k) = l(k)(\eta_x \tau_x + \eta_y \tau_y + \eta_z \tau_z)$ と書けるもので、パウリ行列を σ_j とすると $\tau_j = i\sigma_j \sigma_y$ である。つまりペアポテンシャルは $\eta = (\eta_x, \eta_y, \eta_z)$ と

表 1.1: UPt_3 の超伝導状態の群論的分類による既約表現と秩序変数 $\Delta(k)$ 。ただし、 $k_{\pm} = k_x \pm ik_y$ 、 $\tau_{\pm} = \tau_x \pm i\tau_y$ 、 $\tau_j = i\sigma_j\sigma_y$ (σ_j ; パウリ行列)

パリティ	既約表現	次元	$\Delta(k)$
奇 (トリプレット)	A_{1u}	1	$k_z\tau_+$
	A_{2u}	1	$k_z(k_x^2 + k_y^2)\tau_+$
	E_{1u}	2	$k_zk_+^2\tau_-$
	E_{2u}	2	$k_zk_+^2\tau_z$
偶 (シングレット)	E_{1g}	2	$k_z(k_x \pm ik_y)$

いう3成分の複素ベクトルで特徴づけられる。この状態はペアポテンシャルのスピン部分に縮退があり、軌道部分は縮退していない。これに対し軌道部分に縮退がある二次元表現に属するものは、その基底関数を $(l_1(k), l_2(k))$ とすると $\Delta(k) = \eta_x l_1(k) + \eta_y l_2(k)$ と表され、2成分の複素ベクトル $\eta = (\eta_x, \eta_y)$ で特徴づけられている。それぞれ、何らかの弱い摂動を加えてその縮退を解き T_c の分裂を説明しようとするものである。実際に出されている理論で代表的なものは、スピントリプレット状態として Machida 等による A_{1u} 、 A_{2u} [35, 36]、及び E_{1u} [37]、Sauls による E_{2u} [38]、そして Joynt 等によるスピンシングレット状態である E_{1g} [39, 40, 41]、がある (表 1.1)。Machida 等による一次元表現に属する A_{1u} と A_{2u} はスピン部分に縮退があり、表中の波数依存性からわかるとおり、 A_{1u} は結晶の c -軸に垂直な赤道上に線状のギャップノードを持つ。 A_{2u} は赤道上のラインノードに加え、北極と南極の両極にポイントノードを持つ。二次元表現に属するペアポテンシャルでは対関数の縮退をもたらす内部自由度は基本的に軌道部分にあるが、スピン部分にも縮退のある場合が E_{1u} 、軌道部分のみの場合が Sauls による E_{2u} である。どちらもノードの形状は A_{2u} と同じである。フェルミ粒子系でスピントリプレットの超流動状態が実現していることが初めて確認されたのは ^3He 系での超流動状態の発見である [42]。BCS 理論を元にした理論的解析が進み、現在では強磁性的なスピンの揺らぎによる引力でクーパー対が形成されていることが明らかになっている。 UPt_3 の超伝導は ^3He の超流動に比べて、超伝導状態の微視的解明は進んでおらず、上で挙げたように現象論的解析の段階にとどまっている。

一般に重い電子系ではスピン-軌道相互作用が強いといわれている。その影響が超伝導状態においても十分に残っているとする立場が Sauls による E_{2u} であり、現在までに最も受け入れられていると思われる。それに対し、Machida 等による A_{2u} モデルでは超伝導状態においてはもはやスピン-軌道相互作用は弱く電子対のスピンは軌道に束縛されないという立場をとっている。 UPt_3 の超伝導状態に対して行われたいくつかの実験を見てみると、

超伝導ギャップを測定する実験として熱伝導や超音波吸収等の実験 [43, 44, 45, 46, 47] が数多く行われている。それらによるとフェルミ面上でのギャップの形状は赤道上にラインノードがありフェルミ球の両極でポイントノードを持つということではほとんどの実験が一致している。この形状に関する限りでは、代表的な理論モデルである、 A_{2u} 、 E_{2u} 、 E_{1g} 共に差はないが、多くの実験家は Sauls の理論を受け入れているようである。それらの物理量に対する理論解析も多くはこの立場に立っていると思われる [48, 49, 50]。しかし最近、大阪大学の Tou らのグループによる NMR によるナイトシフトの測定 [51] でスピン帯磁率が、空間的に全ての方向でほとんど変化が見られない、Machida 等の理論 [52] を指示する結果が得られ、トリプレットで非ユニタリー状態のペアポテンシャルが実現している決定的証拠になりうると考えられている。更に、ポイントコンタクトによる微分抵抗率の測定 [53, 54, 55, 56] などかなり行われているが、多くの実験はスピン-軌道相互作用が強いという立場を取り、主に Sauls の理論を採用している。しかし、この実験に関しては接合部分の状態によって、得られるトンネルスペクトルにはかなりの違いが見られるはずなので、これらの実験からだけで、理論的候補のどれが有力かを決定するのは困難であると思われる。結局、全体として言えることは UPt_3 の超伝導状態は異方的である事、しかもスピントリプレットの電子対が実現している可能性が非常に高いという事である。

1994年に高温超伝導体である $La_{2-x}Sr_xCuO_4$ 等と同じ K_2NiF_4 型の層状ペロブスカイト構造を持つ Sr_2RuO_4 が、転移温度 $T_c \sim 1K$ で超伝導状態になることが発見された [57]。層状ペロブスカイト構造を持つ超伝導体としては、初めての銅を含まない酸化物超伝導体であり、高温超伝導体の比較物質としても興味深い。現在までに超伝導状態 [58, 59, 60]、常伝導状態 [61, 62] の両方についてその物性が次々に明らかにされている。その電子状態は、結晶構造を反映して非常に異方的であることが分かっている。例えば電気抵抗は、 c -軸に垂直に測った ρ_{ab} は高温では温度 T に比例しているのに対して、平行な ρ_c は絶縁体的な振る舞いをしている [57]。しかし、25K 以下の低温では共に温度の 2 乗 T^2 に比例する項が支配的になりフェルミ液体的に振る舞い、同様な温度依存性を示すがその係数 A の比は $A_c/A_{ab} = 550$ にもなり、その異方性の大きさを表している [61, 62]。超伝導状態においても異方性ははっきりと現れていて、コヒーレンスの長さ ξ を臨界磁場から見積もった値の比は $\xi_{ab}/\xi_c = 26$ になることが報告されている。これは $La_{1.86}Sr_{0.14}CuO_4$ における値が 10 程度であることを考えればかなりの大きさだといえる。更に磁場の侵入深さも $\lambda_{ab}/\lambda_c = 5/132$ と評価されている [58]。これらのことから Sr_2RuO_4 は、常伝導状態においても超伝導状態においても非常に 2 次元性の高い電子状態を持っていると考えられる。なお、現在までに転移温度は結晶の純良化と共に上昇し $T_c \sim 1.5K$ となっている [63, 64]。そして、同族の 3 次

元ペロブスカイト構造を持つ SrRuO_3 は強磁性体であり、その強磁性的相互作用は Sr_2RuO_4 にも大きく残っていると指摘されている [65]。このことと常伝導状態におけるフェルミ液体的振る舞い [62] から、この物質での超伝導状態と ^3He の超流動状態との間の強い類似性 [66] が示唆されていて、強磁性的スピン相互作用によるトリプレット p -波の電子対が実現していると理論的に予想されている [67, 68, 69]。実際に実験的にも、大阪大学の Ishida 等によって NMR 及び NQR の測定 [59] が行われ、 T_c 直下で T_1^{-1} に Hebel-Slichter ピークが見られないことから、非 s -波の超伝導状態であることが示されている。更にこの T_1^{-1} から見積もられた状態密度に、常伝導状態にはほぼ半分程度の残留値があり、結晶の純度からいっても不純物や欠陥によるものではなく、超伝導状態の本質に根ざす原因が考えられている。このことに対して有力な候補となるのが、超伝導電子対が通常のユニタリー状態ではなく、非ユニタリー状態であるという仮定である。この非ユニタリー状態というのは、スピンの 2 成分のうち、ある一方だけが超伝導ペアポテンシャルを感じクーバー対を作るが、他方は超伝導状態に全く寄与しない、常伝導成分として残るといったものである。このことは比熱の測定 [60] にも同様な傾向が現れており、非ユニタリーペアポテンシャルを仮定することで自然に説明される。しかし、実験で見られる残留状態密度の起源を決定するのは単純な問題ではなく、非ユニタリーペアポテンシャルが実現しているかどうかは、依然慎重に検討する余地を多く残している。そしてごく最近、 μSR の測定において転移温度 T_c 以下で自発的内部磁場が観測され、時間反転対称性をも破れたペアポテンシャルが実現しているであろうとの報告がなされた [70]。これにより、 Sr_2RuO_4 の超伝導状態では、時間反転対称性の破れたトリプレット p -波の電子対が実現している可能性が非常に高まった。この超伝導状態に対しても UPt_3 の場合と同様に、 $G-L$ 理論を用いた群論的解析により、2 次元正方格子の元での実現可能なトリプレットのペアポテンシャルが予想されている [67, 68]。それ等の中で、これまでに述べてきたように二次元表現の E_u に属する p -波電子対が最も有力視されている。

ペアポテンシャルの内部自由度による位相の効果をよりはっきりと見るためには、ジョセフソン効果の測定が非常に有効な手段である。実際に、高温超伝導体において d -波対が実現していることが初めて現実的に示されたのも、いわゆる π -接合 SQUID と呼ばれる、 s -波超伝導体と高温超伝導体のジョセフソン接合における、ジョセフソン電流の磁束依存性の測定であった [10, 11]。ジョセフソン効果については 1962 年の Josephson による予言 [71] 以来数多くの研究がなされているが、理論的手法の多くは、超伝導体と超伝導体の間に絶縁体の障壁が存在するとし、その系をトンネルハミルトニアンで記述するトンネル接合 ($S-I-S$ 接合) と捉える極限 [71, 72, 73] か、超伝導体-常伝導体-超伝導体接合で、界面

での透過率は1であるとする弱い結合の極限 ($S-N-S$ 接合) [74, 75, 76, 77] 等のどちらかの場合で、それぞれ別々に発展した。しかし、1991年に Frusaki, Tsukada により、それまでに存在したジョセフソン効果に対する理論を統一する理論が出された [78]。これにより、BCS理論によって記述される、 s -波超伝導体からなるジョセフソン接合に対する総合的な理解が可能になった。この理論を応用発展させて、 d -波超伝導体に適用し、先に述べたゼロエネルギー状態のジョセフソン電流に対する影響が、Tanaka, Kashiwaya 等によって系統的に研究された [79]。それによると、例えば d -波超伝導体-絶縁体- d -波超伝導体というジョセフソン接合において、両方の超伝導体の表面が、界面に対してどのような配向を取るかによって、ゼロエネルギー状態はこの系の最大ジョセフソン電流に深刻な影響を与え、奇妙な温度依存性を見せる場合があることを理論的に明らかにした [79, 80, 81]。 d -波超伝導体においては、その表面でペアポテンシャルに異なる成分が混ざっていて、時間反転対称性が破れているとの議論 [82, 83, 84] があり、それによっても最大ジョセフソン電流は大きく影響されるため、実験による精密で系統的な研究成果を待たなければならない。そして、重い電子系超伝導体においても、早くからトリプレット超伝導状態が実現しているとの可能性の指摘の下で、 s -波超伝導と p -波超伝導との間のジョセフソン効果について議論されてきた。それらは上に述べたような、トンネル極限 [85, 86, 87] か弱い結合の極限 [88] かどちらかについての議論であり、その両方を包含するような理論は出されていない。最近ペンシルベニア大の Jin 等によって $Pb-Sr_2RuO_4-Pb$ 接合においてジョセフソン電流の測定が行われ [89]、この系でのゼロ磁場下での最大ジョセフソン電流が、奇妙な温度依存性を示すことが明らかにされた。この系で温度を下げていくと、まず Pb が超伝導状態となり、 s -波超伝導間のジョセフソン電流が流れ始める。更に温度を下げていき、 Sr_2RuO_4 が超伝導状態になったとき、その転移温度直上で突然電流の値が下がる。その後更に温度の低下に伴って再びジョセフソン電流は上昇していく、というものである。この問題に対する理論的研究は始まったばかりであるが、やはり Sr_2RuO_4 の超伝導状態はトリプレット p -波である可能性が強く指摘されている [90, 91]。

本論文中では上に述べてきた UPt_3 , Sr_2RuO_4 の超伝導状態において、ペアポテンシャルの位相の効果を利用してクーパー対の対称性を明らかにするために、常伝導体-超伝導体接合におけるトンネルコンダクタンス [92]、そして s -波超伝導体- p -波超伝導体- s -波超伝導体接合におけるジョセフソン電流の振る舞い [90] を理論的に調べる。第2章において、超伝導体中でのペアポテンシャルの空間依存性を無視して、階段関数型の変化のみを仮定したモデルでトンネルコンダクタンスを求め、それらの物理的性質を議論した後、準古典グリーン関数法 [93] を用いてペアポテンシャルの空間依存性 [83, 94, 95, 96] を自己無撞着に

求め、それによるトンネルコンダクタンスを計算する。これまでにトリプレット超伝導体に対する表面における束縛状態を議論した仕事 [97, 98] はあるが、系統的なトンネルコンダクタンスの計算は行われていない。第3章では、 $\text{Pb-Sr}_2\text{RuO}_4\text{-Pb}$ 接合でのジョセフソン電流の振る舞いを説明するために s -波超伝導体- p -波超伝導体- s -波超伝導体接合でのジョセフソン電流を Furusaki 公式を用いて計算し、その振る舞いの起源を議論する。最後の章で総括を述べる。本文中を通して $\hbar = k_B = 1$ であるとする。更に、全体の計算の基本的な背景として、超伝導体を含む接合系での準粒子は Bogoliubov-de Gennes 方程式 [100] に従う。その際、超伝導体中でのペアポテンシャルは、空間変化を考慮しない場合この方程式とは無関係に外から与えられるものである。ペアポテンシャルを自己無撞着に求める場合には、準古典グリーン関数を用いたギャップ方程式により得られたペアポテンシャルを用いて、Bogoliubov-de Gennes 方程式を解く。その結果得られたアンドレーフ反射係数、ノーマル反射係数を、トンネルコンダクタンスの場合には BTK 公式、ジョセフソン電流の場合には Furusaki 公式に適用し、トリプレット超伝導体を含む場合の結果を得る。また、式 (1.1) のところで述べたように、常伝導体及び超伝導体はクリーンリミットにあり、系の抵抗は界面におけるバリアポテンシャルによってのみ生じると仮定する。また、 UPt_3 、 Sr_2RuO_4 の超伝導状態においてそれぞれの具体的な、複雑なフェルミ面の形状は考慮に入れず、単に自由電子モデルの完全なフェルミ球の上に、用いるペアポテンシャルそれぞれによるエネルギーギャップが開いているものとする。 Sr_2RuO_4 の場合には電子状態の二次元性を考慮するために、フェルミ波数の z 成分を $k_z \simeq 0$ の付近に制限したフェルミ面を仮定する。このような単純化は、本論文では、まず研究の第一段階として妥当なものであると考えることにする。更に、 d -波超伝導体に対して同様な単純化を行って、非常に現実的な結果が得られている [17, 18, 19] ということをふまえると、ある程度定性的に信用のおける方法であることが期待される。

第 2 章

トリプレット超伝導体接合におけるトンネルコンダクタンス

この章では常伝導金属-絶縁体-トリプレット超伝導体接合におけるトンネルコンダクタンスを計算する。最初の節では、トリプレット超伝導体中でのペアポテンシャルは空間的に一定、つまり、常伝導体との界面において階段関数的な変化のみを仮定した場合について述べ、後の節で準古典グリーン関数を用いて超伝導体中のペアポテンシャルの空間依存性を自己無撞着方程式を解くことで決定し、その下でのトンネルコンダクタンスを計算する。それぞれの節の中で UPt₃、Sr₂RuO₄ を順次取り扱う。

2.1 空間的に一定なペアポテンシャルの場合

2.1.1 コンダクタンス公式

計算にあたって、3次元の常伝導体-絶縁体-トリプレット超伝導体接合を考える。常伝導体とトリプレット超伝導体は半無限でクリーンリミットであると仮定する。界面は完全な平面で x -軸に垂直の場合 $x = 0$ の位置にあり、 z -軸に垂直の場合 $z = 0$ の位置にある二つの方向を考える。どちらの場合も絶縁体部分でのバリアポテンシャルはデルタ関数で、 $H\delta(x)$ あるいは $H\delta(z)$ と表されると仮定する。ここで、 H はバリアポテンシャルの大きさを $\delta(x)$ 、 $\delta(z)$ はデルタ関数である。フェルミ波数 k_F と電子の有効質量 m [99] は、常伝導体と超伝導体中の両方で等しいとする。超伝導体中の準粒子の波動関数は Bogoliubov-de Gennes (BdG) 方程式 [100] の解として得られる。異方的超伝導体の場合の BdG 方程式は

$$E_n u_n(\mathbf{r}) = h_0 u_n(\mathbf{r}) + \int d\mathbf{r}' \Delta(\mathbf{r}, \mathbf{r}') v_n(\mathbf{r}')$$

$$E_n v_n(\mathbf{r}) = -h_0 v_n(\mathbf{r}) + \int d\mathbf{r}' \Delta^*(\mathbf{r}, \mathbf{r}') u_n(\mathbf{r}') \quad (2.1)$$

と書ける [15, 101, 102]。ここで h_0 は一粒子ハミルトニアンで

$$h_0 = -\frac{\nabla^2}{2m} - \mu + U(\mathbf{r}) \quad (2.2)$$

で与えられる。 μ は化学ポテンシャルで $U(\mathbf{r})$ は一粒子のハートレーポテンシャルである。以下では簡単のために $U(\mathbf{r}) = 0$ と取る。そして $\Delta(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ は超伝導体のペアポテンシャル、 $u_n(\mathbf{r})$ 、 $v_n(\mathbf{r})$ はそれぞれ固有値 E_n に属する波動関数 $\Psi_n(\mathbf{r})$ の電子的準粒子 (ELQ)、ホールの準粒子 (HLQ) を表す部分である：

$$\Psi_n(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} u_n(\mathbf{r}) \\ v_n(\mathbf{r}) \end{pmatrix}. \quad (2.3)$$

今この波動関数 $\Psi_n(\mathbf{r})$ の変化を特徴づける距離として興味があるのは超伝導体中でのコヒーレンス長程度以上での長さである。従って、波動関数をフェルミ波数で特徴づけられる短距離で変化する部分とそれ以外の包絡関数部分とに分けて書く。

$$\Psi_n(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k}_F \cdot \mathbf{r}} \bar{\Psi}_n(\mathbf{r}) \equiv e^{i\mathbf{k}_F \cdot \mathbf{r}} \begin{pmatrix} \bar{u}_n(\mathbf{r}) \\ \bar{v}_n(\mathbf{r}) \end{pmatrix}. \quad (2.4)$$

これを (2.1) に代入し第一項で $\Psi_n(\mathbf{r})$ の二階微分を無視する。ここでは記号を簡単にするために $\bar{\Psi}_n(\mathbf{r})$ の \hat{k}_F 指標はあえて落としている。電子の波数の大きさはフェルミ面上に固定されているとし、 $|\mathbf{k}_F| = k_F$ 、 $\hat{k}_F = \mathbf{k}_F/k_F$ である。ペアポテンシャルを含む積分については、電子対の相対座標 \mathbf{x} と重心座標 \mathbf{R} を

$$\mathbf{x} \equiv \mathbf{r} - \mathbf{r}', \quad \mathbf{R} \equiv \frac{\mathbf{r} + \mathbf{r}'}{2} \quad (2.5)$$

として導入し、ペアポテンシャルと波動関数を以下のように展開する。

$$\begin{aligned} \Delta(\mathbf{r}, \mathbf{r}') &= \Delta(\mathbf{x}, \mathbf{R}) = \Delta(\mathbf{x}, \mathbf{r} - \frac{\mathbf{x}}{2}) \simeq \Delta(\mathbf{x}, \mathbf{r}) - \frac{\mathbf{x}}{2} \cdot \nabla \Delta(\mathbf{x}, \mathbf{r}) + \dots, \\ \bar{\Psi}_n(\mathbf{r}') &= \bar{\Psi}_n(\mathbf{r} - \mathbf{x}) \simeq \bar{\Psi}_n(\mathbf{r}) - \mathbf{x} \cdot \nabla \bar{\Psi}_n(\mathbf{r}) + \dots, \end{aligned} \quad (2.6)$$

これを (2.1) に代入し最低次の項のみ残すと

$$\begin{aligned} \int d\mathbf{r}' \Delta(\mathbf{r}, \mathbf{r}') v_n(\mathbf{r}') &= \int d\mathbf{r}' \Delta(\mathbf{x}, \mathbf{R}) v_n(\mathbf{r}') \\ &= e^{i\mathbf{k}_F \cdot \mathbf{r}} \int d\mathbf{x} \Delta(\mathbf{x}, \mathbf{r} - \frac{\mathbf{x}}{2}) \bar{v}_n(\mathbf{r} - \mathbf{x}) e^{-i\mathbf{k}_F \cdot \mathbf{x}} \\ &\simeq e^{i\mathbf{k}_F \cdot \mathbf{r}} \int d\mathbf{x} \Delta(\mathbf{x}, \mathbf{r}) \bar{v}_n(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k}_F \cdot \mathbf{x}} \\ &= e^{i\mathbf{k}_F \cdot \mathbf{r}} \Delta(\hat{k}_F, \mathbf{r}) \bar{v}_n(\mathbf{r}) \end{aligned} \quad (2.7)$$

となる。この式を導出するさいに $\Delta(\mathbf{x}, \mathbf{r})$ のフーリエ変換

$$\Delta(\hat{k}_F, \mathbf{r}) = \int d\mathbf{x} \Delta(\mathbf{x}, \mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k}_F \cdot \mathbf{x}} \quad (2.8)$$

を用いた。その結果次のアンドレーフ方程式が得られる [15, 101, 102]。

$$\begin{aligned} E_n \bar{u}_n(\mathbf{r}) &= -i\mathbf{v}_F \cdot \nabla \bar{u}_n(\mathbf{r}) + \Delta(\hat{k}_F, \mathbf{r}) \bar{v}_n(\mathbf{r}) \\ E_n \bar{v}_n(\mathbf{r}) &= i\mathbf{v}_F \cdot \nabla \bar{v}_n(\mathbf{r}) + \Delta^*(\hat{k}_F, \mathbf{r}) \bar{u}_n(\mathbf{r}) \end{aligned} \quad (2.9)$$

そしてこの節の計算ではペアポテンシャルの空間依存性は以下で与えられると仮定する。

$$\begin{aligned} \Delta(\hat{k}_F, \mathbf{r}) &= \Delta(\theta, \phi) \Theta(x), & z\text{-}y \text{ 界面} \\ &= \Delta(\theta, \phi) \Theta(z), & x\text{-}y \text{ 界面} \end{aligned} \quad (2.10)$$

ここで、 $\Theta(x)$ 、 $\Theta(z)$ はヘビサイドの階段関数である。角度 θ 、 ϕ は次のように定義される。

$$\frac{k_{Fx} + ik_{Fy}}{|\mathbf{k}_F|} = e^{i\phi} \sin \theta, \quad \frac{k_{Fz}}{|\mathbf{k}_F|} = \cos \theta \quad (2.11)$$

ペアポテンシャルは通常通りスピン空間での 2 行 2 列の行列で

$$\Delta(\theta, \phi) = \begin{pmatrix} \Delta_{\uparrow\uparrow}(\theta, \phi) & \Delta_{\uparrow\downarrow}(\theta, \phi) \\ \Delta_{\downarrow\uparrow}(\theta, \phi) & \Delta_{\downarrow\downarrow}(\theta, \phi) \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

と書けるそれぞれの成分を表しているものとする。以下の計算ではスピン-軌道相互作用は無視する。従って上のペアポテンシャルのスピン指標は通常の意味でのスピンの向きを表す。トンネルコンダクタンス公式は界面における電子の反射及び透過確率から求められる [4]。電子はいつも常伝導体側から入射されると仮定する。界面が x -軸に垂直なとき (z - y 界面)、透過した電子的準粒子とホールの準粒子はそれぞれ異なるペアポテンシャル $\Delta(\theta, \phi_+)$ と $\Delta(\theta, \phi_-)$ ($\phi_+ = \phi$ 、 $\phi_- = \pi - \phi$) を感じる (図 2.1(a))。界面が z -軸に垂直なとき (x - y 界面) はそれぞれ $\Delta(\theta_+, \phi)$ と $\Delta(\theta_-, \phi)$ ($\theta_+ = \theta$ 、 $\theta_- = \pi - \theta$) を感じる (図 2.1(b))。

超伝導状態でのある角度で入射してくるスピン ρ を持つ電子に対するコンダクタンス $\sigma_{S,\rho}(E, \theta, \phi)$ は界面でのアンドレーフ反射係数 $a_{\rho\rho'}(E, \theta, \phi)$ とノーマル反射係数 $b_{\rho\rho'}(E, \theta, \phi)$ から計算される。これらの反射係数は (2.9) のアンドレーフ方程式を次の境界条件の下で解くことで決まる。

z - y 界面に対して；

$$\bar{\Psi}_n(\mathbf{r})|_{x=0_-} = \bar{\Psi}_n(\mathbf{r})|_{x=0_+}, \quad \frac{d\bar{\Psi}_n(\mathbf{r})}{dx}|_{x=0_-} = \frac{d\bar{\Psi}_n(\mathbf{r})}{dx}|_{x=0_+} - 2mH\bar{\Psi}_n(\mathbf{r})|_{x=0_-} \quad (2.13)$$

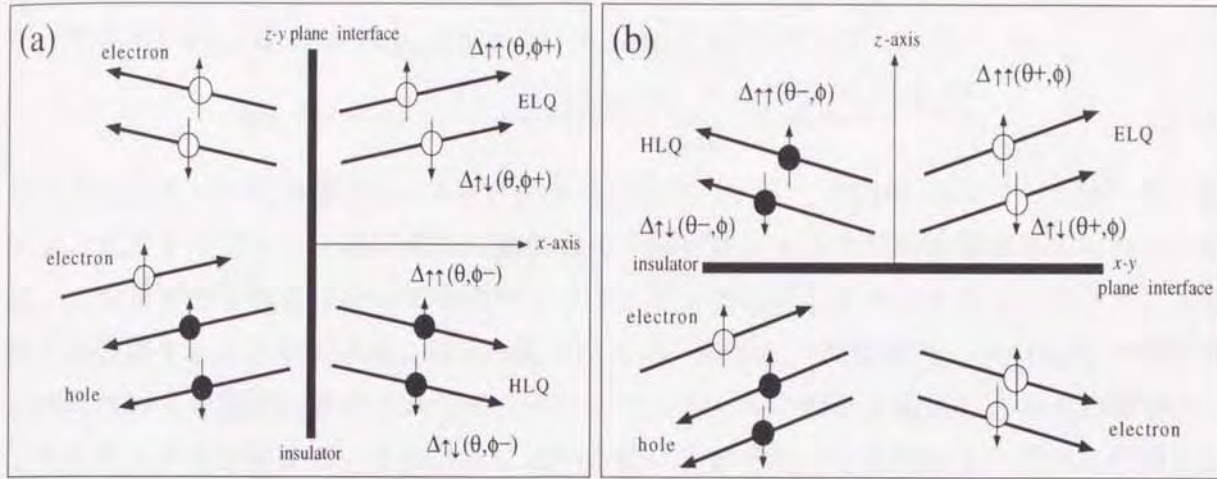


図 2.1: (a): 常伝導体-トリプレット超伝導体接合の界面における準粒子の反射・透過過程、*z*-*y* 界面。 (b): *x*-*y* 界面。

x-*y* 界面に対して；

$$\bar{\Psi}_n(\mathbf{r})\Big|_{z=0_-} = \bar{\Psi}_n(\mathbf{r})\Big|_{z=0_+}, \quad \frac{d\bar{\Psi}_n(\mathbf{r})}{dz}\Big|_{z=0_-} = \frac{d\bar{\Psi}_n(\mathbf{r})}{dz}\Big|_{z=0_+} - 2mH\bar{\Psi}_n(\mathbf{r})\Big|_{z=0_-} \quad (2.14)$$

以上で得られた $a_{\rho\rho'}(E, \theta, \phi)$ 、 $b_{\rho\rho'}(E, \theta, \phi)$ を用いて $\sigma_{S,\rho}(E, \theta, \phi)$ を求めたとすると、全体の規格化されたコンダクタンス $\sigma(E)$ は

z-*y* 界面；

$$\sigma(E) = \frac{\int_0^\pi \int_{-\pi/2}^{\pi/2} [\sigma_{S,\uparrow}(E, \theta, \phi) + \sigma_{S,\downarrow}(E, \theta, \phi)] \sigma_N(\theta, \phi) \sin^2 \theta \cos \phi d\theta d\phi}{\int_0^\pi \int_{-\pi/2}^{\pi/2} 2\sigma_N(\theta, \phi) \sin^2 \theta \cos \phi d\theta d\phi} \quad (2.15)$$

x-*y* 界面；

$$\sigma(E) = \frac{\int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} [\sigma_{S,\uparrow}(E, \theta, \phi) + \sigma_{S,\downarrow}(E, \theta, \phi)] \sigma_N(\theta, \phi) \sin \theta \cos \theta d\theta d\phi}{\int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} 2\sigma_N(\theta, \phi) \sin \theta \cos \theta d\theta d\phi} \quad (2.16)$$

で与えられる。ここで $\sigma_N(\theta, \phi)$ は常伝導状態でのトンネルコンダクタンスで次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \sigma_N(\theta, \phi) &= \frac{\sin^2 \theta \cos^2 \phi}{\sin^2 \theta \cos^2 \phi + Z^2}, & z\text{-}y \text{ 界面} \\ &= \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2 \theta + Z^2}, & x\text{-}y \text{ 界面} \\ Z &= \frac{mH}{k_F}. \end{aligned} \quad (2.17)$$

ここで Z は界面での有効バリアパラメーターで E はフェルミ面から測った準粒子のエネルギーである。 $\sigma_{S,\rho}(E, \theta, \phi)$ は $a_{\rho\rho'}(E, \theta, \phi)$ 、 $b_{\rho\rho'}(E, \theta, \phi)$ によって

$$\sigma_{S,\rho}(E, \theta, \phi) = \frac{1 + |a_{\uparrow\rho}|^2 + |a_{\downarrow\rho}|^2 - |b_{\uparrow\rho}|^2 - |b_{\downarrow\rho}|^2}{\sigma_N(\theta, \phi)}, \quad (2.18)$$

で与えられる (付録 B 参照)。コンダクタンス公式 (2.15)、(2.16) そして (2.18) は一般的な公式でトリプレット超伝導体におけるペアポテンシャルの規約表現が与えられていれば、これまでの手続きに従ってそのペアポテンシャルに応じてトンネルコンダクタンスを直ぐに計算することができる。以下の節ではこの一般的な公式を UPt_3 、 Sr_2RuO_4 の超伝導状態において理論的に予想されているペアポテンシャルに対して適用し、各々の場合のコンダクタンスを計算する。その計算にはいる前に次節では単なる例示として ^3He の超流動状態におけるペアポテンシャルを金属中の電子系での超伝導状態を表すモデルとしてトンネルコンダクタンスを計算する。これ以後、界面における透過率が低い極限は $\sigma_N \rightarrow 0$ 、つまり $Z \rightarrow \infty$ を意味するものとする。

2.1.2 ^3He タイプのペアポテンシャル

ここでは金属超伝導体の電子対の状態として ^3He の超流動状態でのペアポテンシャルを仮定してトンネルコンダクタンスを計算する。つまり、ABM 状態 [103]、BW 状態 [104] 及び ^3He の超流動状態で実現しているペアポテンシャルではないが典型的なトリプレット状態を表すポーラー状態の 3 つのペアポテンシャルを用いる。電子対の運動量空間での相対運動の波数の x -軸及び y -軸は結晶の a -軸及び b -軸に一致しているものとする。系の温度は絶対零度であるとする。

まず ABM 状態でのペアポテンシャルは、 $\Delta_{\uparrow\uparrow}(\theta, \phi) = \Delta_{\downarrow\downarrow}(\theta, \phi) = \Delta_0 e^{i\phi} \sin \theta$ 、 $\Delta_{\uparrow\downarrow}(\theta, \phi) = \Delta_{\downarrow\uparrow}(\theta, \phi) = 0$ 、のユニタリー状態である。ここで Δ_0 は絶対零度、バルクな状態でのペアポテンシャルの振幅である。常伝導体からスピン \uparrow の電子が入射してきたとするとアンドレーフ方程式 (2.9) に従う波動関数は

$$\begin{aligned} \bar{\Psi}_n(l < 0) = & \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} e^{iq_l^+ l} + a_{\uparrow\uparrow} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{iq_l^- l} + a_{\downarrow\uparrow} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{iq_l^- l} \\ & + b_{\uparrow\uparrow} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-iq_l^+ l} + b_{\downarrow\uparrow} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-iq_l^+ l}, \quad (2.19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{\Psi}_n(l > 0) = & c_{\uparrow\uparrow} \begin{pmatrix} u_0 \\ 0 \\ v^* \\ 0 \end{pmatrix} e^{ik_l^+ l} + c_{\downarrow\uparrow} \begin{pmatrix} 0 \\ u_0 \\ 0 \\ v^* \end{pmatrix} e^{ik_l^+ l} \\
& + d_{\uparrow\uparrow} \begin{pmatrix} \bar{v} \\ 0 \\ u_0 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-ik_l^- l} + d_{\downarrow\uparrow} \begin{pmatrix} 0 \\ \bar{v} \\ 0 \\ u_0 \end{pmatrix} e^{-ik_l^- l}
\end{aligned} \quad (2.20)$$

である。上の波動関数で波数の前の符号は電子の電荷が座標の負から正へ、つまり、常伝導体から超伝導体へ流れていく向きを正に取っている。故にホールを表す部分でもホールの向かう向きではなく電荷の流れを基準に波数の正負が決まっている。 l は座標を表し、 z - y 界面の時 $l = x$ 、 x - y 界面の時 $l = z$ である。 c 、 d はそれぞれ超伝導体中での電子的準粒子、ホールの準粒子に対する透過係数である。さらに、 u_0 、 v はアンドレーフ方程式に現れていた \bar{u}_n 、 \bar{v}_n の振幅部分であるが、ここではそのときの n 及び上のバーは落としている。上の \bar{v} の意味及び波数は以下に与えられる。

$$\begin{aligned}
q_l^\pm &= \sqrt{2m(E_{Fl} \pm E)}, & k_l^\pm &= \sqrt{2m(E_{Fl} \pm \Omega)} \\
u_0 &= \sqrt{\frac{1}{2}(1 + \frac{\Omega}{E})}, & v &= \gamma v_0 = \gamma \sqrt{\frac{1}{2}(1 - \frac{\Omega}{E})} \\
\gamma &= \frac{\Delta_{\uparrow\uparrow}(\theta, \phi)}{|\Delta_{\uparrow\uparrow}(\theta, \phi)|}, & \bar{v} &= \bar{\gamma} v_0, \\
\bar{\gamma} &= \frac{\Delta_{\uparrow\uparrow}(\theta, \pi - \phi)}{|\Delta_{\uparrow\uparrow}(\theta, \pi - \phi)|} & & z\text{-}y \text{ 界面} \\
&= \frac{\Delta_{\uparrow\uparrow}(\pi - \theta, \phi)}{|\Delta_{\uparrow\uparrow}(\pi - \theta, \phi)|} & & x\text{-}y \text{ 界面}
\end{aligned} \quad (2.21)$$

ここで $\Omega = \sqrt{E^2 - |\Delta_{\uparrow\uparrow}(\theta, \phi)|^2}$ 。波動関数中の v^* は上のペアポテンシャルの内部自由度による位相を表す複素数 γ のみに関する複素共役を表すものである。この ABM 状態の場合、 $\gamma = e^{i\phi} \text{sgn}(\sin \theta)$ であり、 z - y 界面の時 $\bar{\gamma} = -e^{-i\phi}$ 、 x - y 界面の時 $\bar{\gamma} = e^{i\phi}$ となる。スピン \downarrow の電子が入射した場合は (2.19) の第一項で一行目を 0 にし二行目を 1 にすればよい。これらの波動関数から (2.13)、(2.14) の境界条件に従ってアンドレーフ反射係数 $a_{\rho\rho'}$ 、ノーマ

ル反射係数 $b_{pp'}$ を求める。その際に各々の波数は全て、 $k_l^\pm \simeq q_l^\pm \simeq k_{Fl}$ とフェルミ波数で近似する。以下、本文中の全ての計算で同じ近似を行う。今考えている ABM 状態のペアポテンシャルはユニタリー状態でスピン \uparrow の電子も \downarrow の電子も等しく同じペアポテンシャルを感じるので (2.18) で計算されるスピンと入射角に依存したコンダクタンスはどちらのスピン電子が入射した場合でも結局等しくなる。

$$\begin{aligned}\sigma_{S,\uparrow}(E, \theta, \phi) &= \sigma_{S,\downarrow}(E, \theta, \phi) \\ &= \frac{1 + \sigma_N(\theta, \phi) |\Gamma|^2 + [\sigma_N(\theta, \phi) - 1] |\Gamma|^4}{|1 - e^{-2i\phi} [\sigma_N(\theta, \phi) - 1] \Gamma^2|^2}, \quad z\text{-}y \text{ 界面} \quad (2.22)\end{aligned}$$

$$= \frac{1 + \sigma_N(\theta, \phi) |\Gamma|^2 + [\sigma_N(\theta, \phi) - 1] |\Gamma|^4}{|1 + [\sigma_N(\theta, \phi) - 1] \Gamma^2|^2}, \quad x\text{-}y \text{ 界面} \quad (2.23)$$

$$\Gamma = \frac{v_0}{u_0} = \frac{E - \Omega}{|\Delta_{\uparrow\uparrow}(\theta, \phi)|}$$

ここで、エネルギー $E = 0$ の時のコンダクタンスの $\sigma_N(\theta, \phi)$ 、つまりバリアパラメーター Z 依存性をみてみると、まず $E \rightarrow 0$ としたとき $\Gamma \rightarrow -i$ となる。 $z\text{-}y$ 界面の時、 $Z \rightarrow \infty$ の極限を考えると $\sigma_{S,\uparrow(\downarrow)}(E, \theta, \phi)$ はフェルミ面上のほとんどの領域の波数を持つ入射電子に対して $\sigma_N(\theta, \phi)$ に比例する形になり 0 に収束する。しかし、入射電子の方向が $x\text{-}y$ 面内の角度に関して $\phi = 0$ に限られているとき、 $\sigma_{S,\uparrow(\downarrow)}(E, \theta, \phi)$ は $\sigma_N^{-1}(\theta, \phi)$ に比例して発散する。そのために結局トータルのコンダクタンス $\sigma(E = 0)$ は明らかに発散するのでもなく、0 に収束するのでもなく、中途半端な大きさの値に収束している (図 2.2 上段)。つまり、 $\phi = 0$ に限定された波数を持った電子のみがゼロバイアスコンダクタンスピークに寄与するためにこの様な振る舞いが得られる。この $\sigma_{S,\uparrow(\downarrow)}(E, \theta, \phi) \propto \sigma_N^{-1}(\theta, \phi)$ という特異な依存性は最初 d -波超伝導体接合において発見された [17, 18, 19]。また $x\text{-}y$ 界面の場合この様な異常な依存性はなく $\sigma(E = 0)$ は Z の増加と共に減少し、0 に収束する。このときは Z が大きくなると $\sigma(E)$ はバルクな状態密度に近づき、エネルギーの低いところで E^2 で 0 に収束していく (図 2.2 下段)。

次に BW 状態のトンネルコンダクタンスについて議論する。この状態のペアポテンシャルは

$$\Delta(\theta, \phi) = \Delta_0 \begin{pmatrix} -e^{-i\phi} \sin \theta & \cos \theta \\ \cos \theta & e^{i\phi} \sin \theta \end{pmatrix}. \quad (2.24)$$

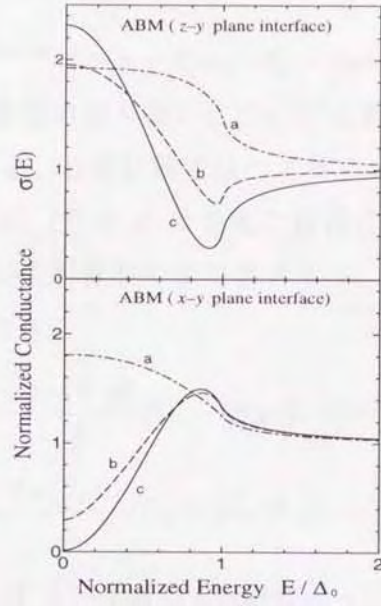


図 2.2: ABM状態でのトンネルコンダクタンス。上が z - y 界面、下が x - y 界面。有効バリアパラメーターは、a: $Z = 0.1$ 、b: $Z = 1$ 、c: $Z = 5$ 。

である。これもユニタリー状態である。波動関数は

$$\begin{aligned} \bar{\Psi}_n(l < 0) = & \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} e^{iq_l^+ l} + a_{\uparrow\uparrow} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{iq_l^- l} + a_{\downarrow\uparrow} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{iq_l^- l} \\ & + b_{\uparrow\uparrow} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-iq_l^+ l} + b_{\downarrow\uparrow} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-iq_l^+ l}, \end{aligned} \quad (2.25)$$

$$\begin{aligned} \bar{\Psi}_n(l > 0) = & c_{\uparrow\uparrow} \begin{pmatrix} u_0 \\ 0 \\ -v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} e^{ik_l^+ l} + c_{\downarrow\uparrow} \begin{pmatrix} 0 \\ u_0 \\ v_2 \\ v_1^* \end{pmatrix} e^{ik_l^+ l} \\ & + d_{\uparrow\uparrow} \begin{pmatrix} -\bar{v}_1^* \\ \bar{v}_2 \\ u_0 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-ik_l^- l} + d_{\downarrow\uparrow} \begin{pmatrix} \bar{v}_2 \\ \bar{v}_1 \\ 0 \\ u_0 \end{pmatrix} e^{-ik_l^- l} \end{aligned} \quad (2.26)$$

$$v_1 = e^{i\phi} \sin \theta v_0, \quad v_2 = \cos \theta v_0$$

$$\bar{v}_1 = e^{i(\pi-\phi)} \sin(\pi-\theta) v_0, \quad \bar{v}_2 = \cos(\pi-\theta) v_0$$

u_0 、 v_0 及び複素共役の意味、波数の取り扱いについては A B M 状態の時と同じである。ただし、 $\Omega = \sqrt{E^2 - |\Delta_0|^2}$ である。B W 状態ではペアポテンシャルが 4 つの成分を全てもっているためにコンダクタンス $\sigma_{S,\rho}(E, \theta, \phi)$ は非常に複雑になる。そのためここでは、アンドレーフ反射係数及びノーマル反射係数を全て書き下す。

スピン \uparrow の電子が入射したとき；

$$\begin{aligned} a_{\uparrow\uparrow} &= -\frac{\sigma_N(\theta, \phi)}{\Lambda} \{\Gamma_1 - [\sigma_N(\theta, \phi) - 1] \bar{\Gamma}_1 \Gamma^2\} \\ a_{\uparrow\downarrow} &= \frac{\sigma_N(\theta, \phi)}{\Lambda} \{\Gamma_2 + [\sigma_N(\theta, \phi) - 1] \bar{\Gamma}_2 \Gamma^2\} \\ b_{\uparrow\uparrow} &= -iZ(1-iZ) \frac{\sigma_N(\theta, \phi)}{\Lambda} \{1 - (\Gamma_1 \bar{\Gamma}_1^* + \Gamma_2 \bar{\Gamma}_2) + [\sigma_N(\theta, \phi) - 1](\Gamma_1^* \bar{\Gamma}_1 + \Gamma_2 \bar{\Gamma}_2) - [\sigma_N(\theta, \phi) - 1] \Gamma^4\} \\ b_{\uparrow\downarrow} &= -iZ(1-iZ) \frac{\sigma_N^2(\theta, \phi)}{\Lambda} (\Gamma_1 \bar{\Gamma}_2 - \bar{\Gamma}_1 \Gamma_2), \end{aligned} \quad (2.27)$$

スピン \downarrow の電子が入射したとき；

$$\begin{aligned} a_{\downarrow\downarrow} &= \frac{\sigma_N(\theta, \phi)}{\Lambda} \{\Gamma_2 + [\sigma_N(\theta, \phi) - 1] \bar{\Gamma}_2 \Gamma^2\} \\ a_{\downarrow\uparrow} &= \frac{\sigma_N(\theta, \phi)}{\Lambda} \{\Gamma_1^* + [\sigma_N(\theta, \phi) - 1] \bar{\Gamma}_1^* \Gamma^2\} \\ b_{\downarrow\downarrow} &= iZ(1-iZ) \frac{\sigma_N^2(\theta, \phi)}{\Lambda} (\Gamma_1^* \bar{\Gamma}_2 - \bar{\Gamma}_1^* \Gamma_2) \\ b_{\downarrow\uparrow} &= -iZ(1-iZ) \frac{\sigma_N(\theta, \phi)}{\Lambda} \{1 - (\Gamma_1^* \bar{\Gamma}_1 + \Gamma_2 \bar{\Gamma}_2) + [\sigma_N(\theta, \phi) - 1](\Gamma_1 \bar{\Gamma}_1^* + \Gamma_2 \bar{\Gamma}_2) - [\sigma_N(\theta, \phi) - 1] \Gamma^4\} \end{aligned} \quad (2.28)$$

上の式中での諸量は以下に与えられる。

$$\Lambda = 1 + [\sigma_N(\theta, \phi) - 1](\Gamma_1 \bar{\Gamma}_1^* + \Gamma_1^* \bar{\Gamma}_1 + 2\Gamma_2 \bar{\Gamma}_2) + [\sigma_N(\theta, \phi) - 1]^2 \Gamma^4$$

$$\Gamma = \frac{v_0}{u_0} = \frac{E - \Omega}{|\Delta_0|}, \quad \Gamma_1 = e^{i\phi} \sin \theta \Gamma, \quad \Gamma_2 = \cos \theta \Gamma,$$

$$\bar{\Gamma}_1 = -e^{-i\phi} \sin \theta \Gamma, \quad \bar{\Gamma}_2 = \cos \theta \Gamma, \quad z-y \text{ 界面}$$

$$\bar{\Gamma}_1 = e^{i\phi} \sin \theta \Gamma, \quad \bar{\Gamma}_2 = -\cos \theta \Gamma, \quad x-y \text{ 界面} \quad (2.29)$$

ここで Γ_1 、 Γ_2 等の複素共役は角度因子の係数にのみかかる。以上の得られたアンドレーフ反射係数とノーマル反射係数を用いて計算されたコンダクタンスは入射電子のスピンに

よらず $\sigma_{S,\uparrow}(E, \theta, \phi) = \sigma_{S,\downarrow}(E, \theta, \phi)$ となる。具体的な $\sigma_{S,\rho}(E, \theta, \phi)$ の形は与えられていないが、上の係数の分母は全て同じ形でまとめられていて、それらからコンダクタンスは計算されるので、コンダクタンスが発散する条件はこの係数の分母をみることで議論できる。 $Z \rightarrow \infty$ の極限を考えると、 $a_{\rho\rho'}$ 及び $b_{\rho\rho'}$ の分母は入射電子がある一つの特定の方向から入射してくる場合にのみ0になる。それは、 z - y 界面の場合 $\theta = \pi/2$ かつ $\phi = 0$ の時で、 x - y 界面の場合 $\theta = 0$ の時である。この条件の満たされた電子が入射してきたとき $\sigma_{S,\rho}(E, \theta, \phi)$ は $\sigma_N^{-1}(\theta, \phi)$ に比例し、 $E = 0$ で発散する。しかし、それ以外の領域の波数を持つ電子が入射してきたときはそのような異常は現れず $\sigma_N(\theta, \phi)$ に比例し $E = 0$ で0に収束する。そのために結果として全体のコンダクタンス $\sigma(E = 0)$ は Z の増加と共に減少し0に収束する (図 2.3)。これは、A B M状態での z - y 界面の場合は入射電子が $\phi = 0$ に限定された波数を持つようなフェルミ面上の線状部分 (θ については何の制限もない) でゼロバイアスコンダクタンスピークが現れるのに対して今の場合はフェルミ面上のある点だけがゼロバイアスコンダクタンスピークの形成に寄与するために $\sigma(E = 0)$ の振る舞いが異なる。得られたトンネルスペクトルはバルクな状態密度とは非常に異なるものである (図 2.3)。これはB W状態の4つのペアポテンシャルが複雑に絡み合ったためである。Buchholtz と Zwicknagl[97] はB W状態の局所状態密度を計算しているが、今の場合とは条件が異なっている。ここでは、クーパー対の相対座標は結晶軸に固定されていることを仮定している。さらに、彼らの計算ではペアポテンシャルの空間依存性も考慮されている。彼らの計算の方がより現実的であってここでの計算は単にペアポテンシャルのモデルとして用いただけであってあまり実用的ではない。

この節の最後としてボーラー状態のペアポテンシャルを用いた場合のトンネルコンダクタンスについて述べる。ペアポテンシャルの成分はその波数依存性が異なるだけで、A B M状態と同じ成分を持っている。 $\Delta_{\uparrow\uparrow}(\theta, \phi) = \Delta_{\downarrow\downarrow}(\theta, \phi) = \Delta_0 \cos \theta$ 、 $\Delta_{\uparrow\downarrow}(\theta, \phi) = \Delta_{\downarrow\uparrow}(\theta, \phi) = 0$ のユニタリー状態である。A B M状態と異なるのはペアポテンシャルの内部位相 γ だけで、今の場合は $\gamma = \text{sgn}(\cos \theta)$ 、 z - y 界面の時 $\bar{\gamma} = 1$ 、 x - y 界面の時 $\bar{\gamma} = -1$ となる。波動関数の形も全く同じであり、得られるコンダクタンスは、

$$\begin{aligned} \sigma_{S,\uparrow}(E, \theta, \phi) &= \sigma_{S,\downarrow}(E, \theta, \phi) \\ &= \frac{1 + \sigma_N(\theta, \phi) |\Gamma|^2 + [\sigma_N(\theta, \phi) - 1] |\Gamma|^4}{|1 + [\sigma_N(\theta, \phi) - 1] \Gamma^2|^2}, \quad z\text{-}y \text{ 界面} \end{aligned} \quad (2.30)$$

$$= \frac{1 + \sigma_N(\theta, \phi) |\Gamma|^2 + [\sigma_N(\theta, \phi) - 1] |\Gamma|^4}{|1 - [\sigma_N(\theta, \phi) - 1] \Gamma^2|^2}, \quad x\text{-}y \text{ 界面} \quad (2.31)$$

$$\Gamma = \frac{v_0}{u_0} = \frac{E - \Omega}{|\Delta_{\uparrow\uparrow}(\theta, \phi)|}, \quad \Omega = \sqrt{E^2 - |\Delta_{\uparrow\uparrow}(\theta, \phi)|^2}$$

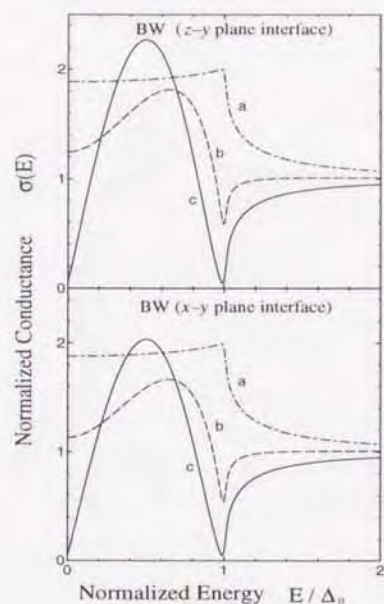


図 2.3: BW状態でのトンネルコンダクタンス。上が z - y 界面、下が x - y 界面。有効バリアパラメーターは、a: $Z = 0.1$ 、b: $Z = 1$ 、c: $Z = 5$ 。

結果は、 z - y 界面のときこの場合は前の二つの場合のような異常は現れず $\sigma(E = 0)$ は Z が大きくなるのに伴って 0 に収束していき $\sigma(E)$ は系のバルクな状態密度と一致する。一方 x - y 界面のときは入射してくる全ての電子がゼロバイアスコンダクタンスピークの形成に寄与する。そのため $\sigma(E = 0)$ は Z の増加と共に急激に大きくなり $Z \rightarrow \infty$ の極限で発散する (図 2.4)。 ${}^3\text{He}$ の表面における束縛状態に関してはすでに、Hara と Nagai によってより現実的な計算が行われている [98]。

最後にここで扱ったそれぞれのペアポテンシャル毎に、界面の方向によってゼロバイアスコンダクタンスピークの形成に寄与する領域を表にまとめておく。

表 2.1: ゼロエネルギー状態の形成に寄与する入射電子の波数の領域; ${}^3\text{He}$

	z - y 界面	x - y 界面
ABM	$\phi = 0$	none
BW	$\phi = 0, \theta = \pi/2$	$\theta = 0$
polar	none	$0 \leq \phi \leq 2\pi, 0 \leq \theta \leq \pi/2$

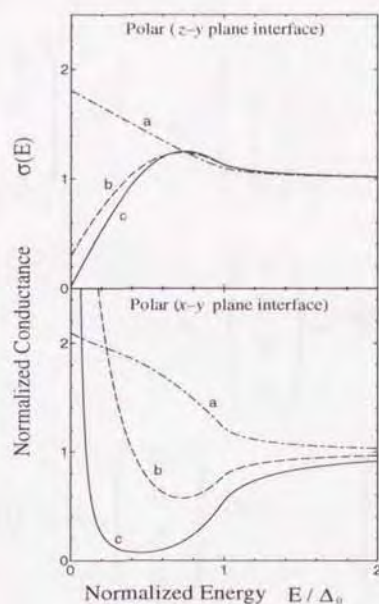


図 2.4: ポーラー状態でのトンネルコンダクタンス。上が z - y 界面、下が x - y 界面。有効バリアパラメーターは、a: $Z = 0.1$ 、b: $Z = 1$ 、c: $Z = 5$ 。

2.1.3 UPt₃

ここでは常伝導体-絶縁体-UPt₃ 接合でのトンネルコンダクタンスを、第1章で述べた理論的に予想されているペアポテンシャルを用いて計算する。それらは一次元表現に属するトリプレットの A_{1u} 、 A_{2u} 及び二次元表現に属する E_{1u} 、 E_{2u} 、そして二次元表現に属するシングレット d -波の E_{1g} の5つである。

最初に A_{1u} 、 A_{2u} について述べる。この二つはどちらもスピン↑の電子のみがペアポテンシャルを感じ、↓の電子はペアポテンシャルを感じない、つまり通常の常伝導電子として振る舞う非ユニタリー状態である。それぞれのペアポテンシャルは、

A_{1u} ;

$$\Delta_{\uparrow\uparrow}(\theta, \phi) = \Delta_0 \cos \theta, \quad \Delta_{\uparrow\downarrow}(\theta, \phi) = \Delta_{\downarrow\uparrow}(\theta, \phi) = \Delta_{\downarrow\downarrow}(\theta, \phi) = 0 \quad (2.32)$$

A_{2u} ;

$$\Delta_{\uparrow\uparrow}(\theta, \phi) = \Delta_0 \cos \theta \sin^2 \theta, \quad \Delta_{\uparrow\downarrow}(\theta, \phi) = \Delta_{\downarrow\uparrow}(\theta, \phi) = \Delta_{\downarrow\downarrow}(\theta, \phi) = 0. \quad (2.33)$$

で与えられる。これらの場合ペアポテンシャルはその波数依存性が異なるだけで成分は同じであるので波動関数は全く同じ形に書け、内部位相因子 γ と、 $\bar{\gamma}$ の値はポーラー状態の

時と同じである。波動関数は以下で与えられる。

$$\begin{aligned} \bar{\Psi}_n(l < 0) = & \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} e^{iq_l^+ l} + a_{\uparrow\uparrow} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{iq_l^- l} + a_{\downarrow\uparrow} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{iq_l^- l} \\ & + b_{\uparrow\uparrow} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-iq_l^+ l} + b_{\downarrow\uparrow} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-iq_l^+ l}, \end{aligned} \quad (2.34)$$

$$\begin{aligned} \bar{\Psi}_n(l > 0) = & c_{\uparrow\uparrow} \begin{pmatrix} u_0 \\ 0 \\ v^* \\ 0 \end{pmatrix} e^{ik_l^+ l} + c_{\downarrow\uparrow} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} e^{ik_l^+ l} \\ & + d_{\uparrow\uparrow} \begin{pmatrix} \bar{v} \\ 0 \\ u_0 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-ik_l^- l} + d_{\downarrow\uparrow} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-ik_l^- l} \end{aligned} \quad (2.35)$$

今の場合、スピン↓の電子に対するペアポテンシャルがないために $l > 0$ 部分の波動関数の係数 $c_{\downarrow\uparrow}$ と $d_{\downarrow\uparrow}$ が掛かっているところは常伝導体の場合と同じになっている。これから得られるコンダクタンスは

$$\sigma_{S,\uparrow}(E, \theta, \phi) = \frac{1 + \sigma_N(\theta, \phi) |\Gamma|^2 + [\sigma_N(\theta, \phi) - 1] |\Gamma|^4}{|1 + [\sigma_N(\theta, \phi) - 1] \Gamma^2|^2}, \quad z\text{-}y \text{ 界面} \quad (2.36)$$

$$= \frac{1 + \sigma_N(\theta, \phi) |\Gamma|^2 + [\sigma_N(\theta, \phi) - 1] |\Gamma|^4}{|1 - [\sigma_N(\theta, \phi) - 1] \Gamma^2|^2}, \quad x\text{-}y \text{ 界面} \quad (2.37)$$

$$\Gamma = \frac{E - \Omega}{|\Delta_{\uparrow\uparrow}(\theta, \phi)|}, \quad \Omega = \sqrt{E^2 - |\Delta_{\uparrow\uparrow}(\theta, \phi)|^2}$$

上の式中で A_{1u} 、 A_{2u} それぞれのペアポテンシャルの波数依存性の違いに応じて Γ 、 Ω が異なる。一方ペアポテンシャルの非ユニタリー性を反映して $\sigma_{S,\downarrow}(E, \theta, \phi) = 1$ となる。この量は $\sigma_N(E, \theta, \phi)$ で規格化されているため、結局スピン↓の電子が入射したときは常伝導状態のコンダクタンスを与えるわけである。得られたトンネルスペクトルは、 z - y 界面の場合、それぞれ $E \sim 0.8\Delta_0$ (A_{1u}) と $E \sim 0.4\Delta_0$ (A_{2u}) にピークがみられる。これは A_{1u} のペアポテンシャルの $\sin^2 \theta$ 因子による違いである (図 2.5)。このとき A_{1u} 、 A_{2u} どちらに対しても $Z \rightarrow \infty$ の極限を取ったときスペクトルは系のバルクな状態密度に一致するが、スピン↓の電子の残留状態密度を反映して 0 ではなく 0.5 に収束する。それに対して x - y 界

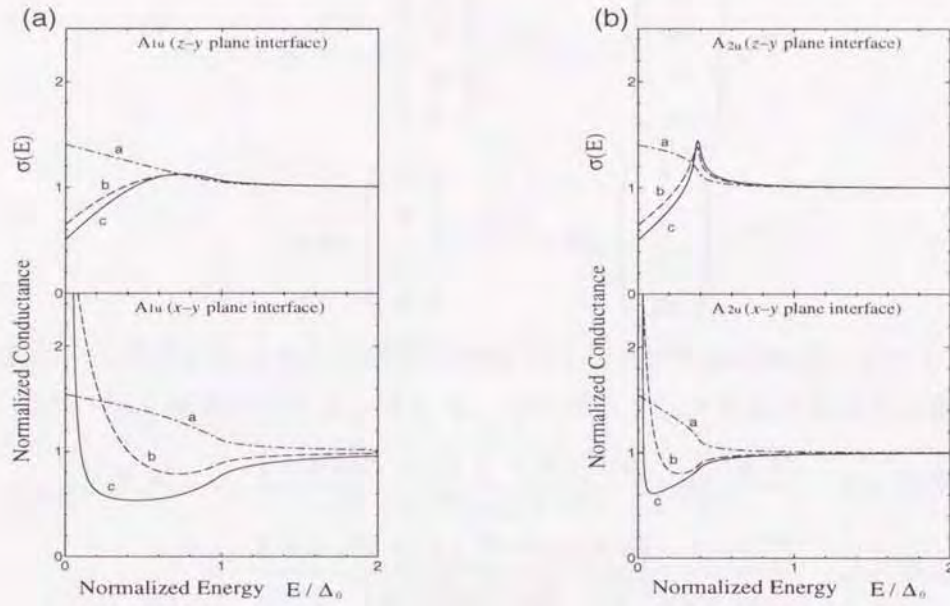


図 2.5: (a); A_{1u} 状態でのトンネルコンダクタンス及び (b); A_{2u} 状態でのトンネルコンダクタンス。両方に対して上が z - y 界面、下が x - y 界面。有効バリアパラメーターは、a: $Z = 0.1$ 、b: $Z = 1$ 、c: $Z = 5$ 。

面の場合コンダクタンスは $Z \rightarrow \infty$ 、 $E \rightarrow 0$ の極限でどちらのペアポテンシャルの場合も発散する (図 2.5)。このとき入射してくるスピン↑の電子全てがゼロバイアスコンダクタンスピークの形成に寄与する (表 2.2)。

次に述べる E_{1u} 状態は A_{1u} 、 A_{2u} 状態とは逆にスピン↓の電子のみにペアポテンシャルが働く非ユニタリー状態である。この状態のペアポテンシャルは $\Delta_{\downarrow\downarrow}(\theta, \phi) = \Delta_0 e^{2i\phi} \cos \theta \sin^2 \theta$ 、 $\Delta_{\uparrow\uparrow}(\theta, \phi) = \Delta_{\uparrow\downarrow}(\theta, \phi) = \Delta_{\downarrow\uparrow}(\theta, \phi) = 0$ で与えられ、波動関数は、これまではスピン↑の電子が入射する場合について書いていたが、ここでは↓の電子の入射のみが意味があるので、

$$\begin{aligned} \bar{\Psi}_n(l < 0) = & \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} e^{iq_l^+ l} + a_{\uparrow\uparrow} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{iq_l^- l} + a_{\downarrow\uparrow} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{iq_l^- l} \\ & + b_{\uparrow\uparrow} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-iq_l^+ l} + b_{\downarrow\uparrow} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-iq_l^+ l}, \quad (2.38) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{\Psi}_n(l > 0) = & c_{\uparrow\uparrow} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} e^{ik_l^+ l} + c_{\downarrow\uparrow} \begin{pmatrix} 0 \\ u_0 \\ 0 \\ v^* \end{pmatrix} e^{ik_l^+ l} \\ & + d_{\uparrow\uparrow} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-ik_l^- l} + d_{\downarrow\uparrow} \begin{pmatrix} 0 \\ \bar{v} \\ 0 \\ u_0 \end{pmatrix} e^{-ik_l^- l}\end{aligned}\quad (2.39)$$

である。また、ペアポテンシャルの内部位相因子は $\gamma = e^{2i\phi} \text{sgn}(\cos \theta)$ 、 $\bar{\gamma} = e^{-2i\phi}$ (z - y 界面)、 $\bar{\gamma} = -e^{2i\phi}$ (x - y 界面) となる。そして、コンダクタンスは以下のように得られる。

$$\sigma_{S,\downarrow}(E, \theta, \phi) = \frac{1 + \sigma_N(\theta, \phi) |\Gamma|^2 + [\sigma_N(\theta, \phi) - 1] |\Gamma|^4}{|1 + e^{-4i\phi} [\sigma_N(\theta, \phi) - 1] \Gamma^2|^2}, \quad z\text{-}y \text{ 界面} \quad (2.40)$$

$$= \frac{1 + \sigma_N(\theta, \phi) |\Gamma|^2 + [\sigma_N(\theta, \phi) - 1] |\Gamma|^4}{|1 - [\sigma_N(\theta, \phi) - 1] \Gamma^2|^2}, \quad x\text{-}y \text{ 界面} \quad (2.41)$$

$$\Gamma = \frac{E - \Omega}{|\Delta_{\downarrow\downarrow}(\theta, \phi)|}, \quad \Omega = \sqrt{E^2 - |\Delta_{\downarrow\downarrow}(\theta, \phi)|^2}.$$

ペアポテンシャルの非ユニタリー性を反映して $\sigma_{S,\downarrow}(E, \theta, \phi) = 1$ である。得られたコンダクタンススペクトルは、 z - y 界面、 x - y 界面どちらの場合も界面でのバリアが大きい極限で系のバルクな状態密度にはならない。 z - y 界面のときは A B M 状態のときと同様に、フェルミ面上の $\phi = \pm\pi/4$ に限定される 2 本の線状部分の波数を持つ電子がゼロバイアスコンダクタンスピークの形成に寄与する (表 2.2)。そのためスペクトルは発散してはいないが、 A_{1u} 、 A_{2u} のときのように 0.5 ではなく、それよりも十分大きな値に収束している (図 2.6(a) 上段)。一方 x - y 界面のときは入射電子の全てがゼロバイアスコンダクタンスピークに寄与し、それがスペクトルにはっきりと現れている (図 2.6(a) 下段)。更に続けて E_{2u} 状態のペアポテンシャルについて考察する。この状態は $\Delta_{\uparrow\downarrow}(\theta, \phi) = \Delta_{\downarrow\uparrow}(\theta, \phi) = \Delta_0 e^{2i\phi} \cos \theta \sin^2 \theta$ 、 $\Delta_{\uparrow\uparrow}(\theta, \phi) = \Delta_{\downarrow\downarrow}(\theta, \phi) = 0$ というユニタリー状態である。波数依存性は E_{1u} と同じであるがペアポテンシャルの行列の成分が異なるため、波動関数は次のようになる。

$$\begin{aligned}\bar{\Psi}_n(l < 0) = & \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} e^{iq_l^+ l} + a_{\uparrow\uparrow} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{iq_l^- l} + a_{\downarrow\uparrow} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{iq_l^- l} \\ & + b_{\uparrow\uparrow} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-iq_l^+ l} + b_{\downarrow\uparrow} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-iq_l^+ l},\end{aligned}\quad (2.42)$$

$$\begin{aligned}
\bar{\Psi}_n(l > 0) = & c_{\uparrow\uparrow} \begin{pmatrix} u_0 \\ 0 \\ 0 \\ v^* \end{pmatrix} e^{ik_l^+ l} + c_{\downarrow\uparrow} \begin{pmatrix} 0 \\ u_0 \\ v^* \\ 0 \end{pmatrix} e^{ik_l^+ l} \\
& + d_{\uparrow\uparrow} \begin{pmatrix} 0 \\ \bar{v} \\ u_0 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-ik_l^- l} + d_{\downarrow\uparrow} \begin{pmatrix} \bar{v} \\ 0 \\ 0 \\ u_0 \end{pmatrix} e^{-ik_l^- l}
\end{aligned} \quad (2.43)$$

ペアポテンシャルの内部位相因子は E_{1u} と共通である。コンダクタンスは

$$\begin{aligned}
\sigma_{S,\downarrow}(E, \theta, \phi) &= \sigma_{S,\uparrow}(E, \theta, \phi) \\
&= \frac{1 + \sigma_N(\theta, \phi) |\Gamma|^2 + [\sigma_N(\theta, \phi) - 1] |\Gamma|^4}{|1 + e^{-4i\phi} [\sigma_N(\theta, \phi) - 1] \Gamma^2|^2}, \quad z\text{-}y \text{ 界面} \quad (2.44)
\end{aligned}$$

$$= \frac{1 + \sigma_N(\theta, \phi) |\Gamma|^2 + [\sigma_N(\theta, \phi) - 1] |\Gamma|^4}{|1 - [\sigma_N(\theta, \phi) - 1] \Gamma^2|^2}, \quad x\text{-}y \text{ 界面} \quad (2.45)$$

$$\Gamma = \frac{E - \Omega}{|\Delta_{\uparrow\downarrow}(\theta, \phi)|}, \quad \Omega = \sqrt{E^2 - |\Delta_{\uparrow\downarrow}(\theta, \phi)|^2}.$$

と得られる。ペアポテンシャルの波数依存性が同じであるために、コンダクタンスの式の形も、ゼロバイアスコンダクタンスピークへ寄与する電子の持つ波数の領域（表 2.2）も E_{1u} の場合と同じであるが、 E_{1u} のスペクトルは非ユニタリー状態であるために、いつでも 0.5 以上になっている点だけが E_{2u} と異なる（図 2.6）。

この節の最後として、更にもう一つの UPt_3 の超伝導電子対を表す候補である E_{1g} 状態について述べる。このペアポテンシャルはシングレット d -波であるので、Tanaka, Kashiwaya 等による公式 [17, 18, 19] に従って計算する。ペアポテンシャルは $\Delta(\theta, \phi) = \Delta_0 e^{i\phi} \cos \theta \sin \theta$ である。結果として得られたコンダクタンスは、

$$\begin{aligned}
\sigma_{S,\uparrow}(E, \theta, \phi) &= \sigma_{S,\downarrow}(E, \theta, \phi) \\
&= \frac{1 + \sigma_N(\theta, \phi) |\Gamma|^2 + [\sigma_N(\theta, \phi) - 1] |\Gamma|^4}{|1 - e^{-2i\phi} [\sigma_N(\theta, \phi) - 1] \Gamma^2|^2}, \quad z\text{-}y \text{ 界面} \quad (2.46)
\end{aligned}$$

$$= \frac{1 + \sigma_N(\theta, \phi) |\Gamma|^2 + [\sigma_N(\theta, \phi) - 1] |\Gamma|^4}{|1 - [\sigma_N(\theta, \phi) - 1] \Gamma^2|^2}, \quad x\text{-}y \text{ 界面} \quad (2.47)$$

$$\Gamma = \frac{E - \Omega}{|\Delta(\theta, \phi)|}, \quad \Omega = \sqrt{E^2 - |\Delta(\theta, \phi)|^2}$$

この場合もこれまでにでてきたいくつかの場合と同様に、 z - y 界面のときに入射電子の波数がフェルミ面上の $\phi = 0$ で制限される線上にあるとき、その電子はゼロバイアスコンダクタンスピークに寄与する。そして、 x - y 界面のときは全ての入射電子がそれに寄与する。

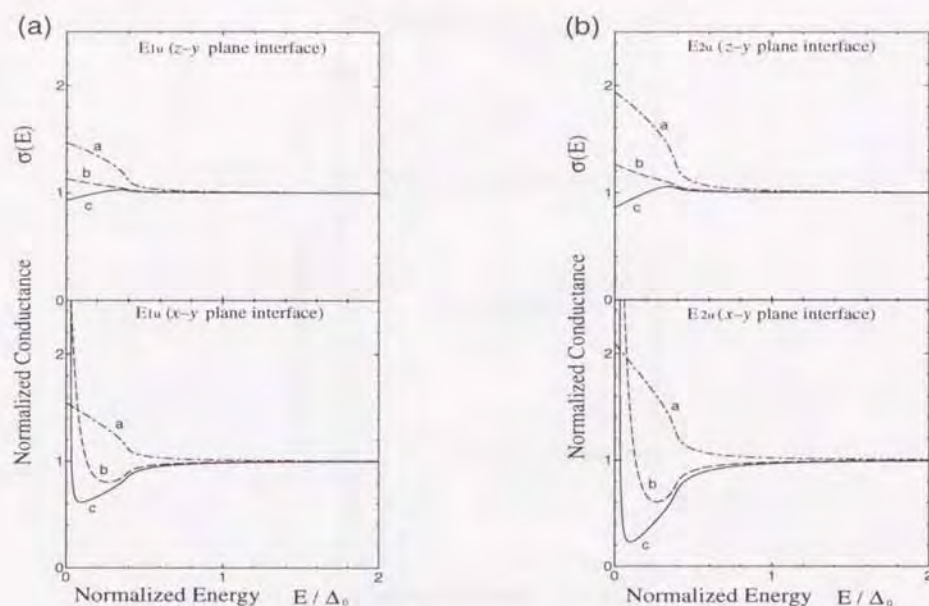


図 2.6: (a) ; E_{1u} 状態でのトンネルコンダクタンス及び (b) ; E_{2u} 状態でのトンネルコンダクタンス。両方に対して上が z - y 界面、下が x - y 界面。有効バリアパラメーターは、a : $Z = 0.1$ 、b : $Z = 1$ 、c : $Z = 5$ 。

この節のトンネルコンダクタンスの計算に用いたペアポテンシャルはいずれも UPt_3 の超伝導状態のクーパー対を表すものとして考えられた、あるいは考えられているものである。全てのペアポテンシャルで x - y 界面の場合ゼロバイアスコンダクタンスピークが現れた。従って、非常に純良な UPt_3 の単結晶で界面の配向がきちんと評価されているものを用いてトンネルコンダクタンスの測定、特に S T M (走査型トンネル顕微鏡) による測定が行われればゼロバイアスコンダクタンスピークが観測されるはずである。しかし、ここでの計算は全て絶対零度での結果であり、 UPt_3 の転移温度の低さのために例え実際に実験が行われても、それをはっきりとここでの結果からペアポテンシャルを決定するのは非常に困難があると予想される。例えばポイントコンタクトによる微分抵抗率の測定 [53, 54, 55, 56] では、 $E = 0$ で抵抗が二つの極小値を持つことが報告されているが、このような場合、ペアポテンシャルがある一つの成分だけではなく、時間反転対称性を破るように他の成分が混ざってくる可能性がある。更に、現実的な計算を行うためには、スピン-軌道相互作用の効果も取り入れた理論が必要であり、実際に超伝導状態でその効果が存在することでここで得られたトンネルコンダクタンスにどのような影響があるかを議論する必要がある。更に、ポイントコンタクトでは S T M の様に界面でのバリアの高い状況での測定はできず、いつ

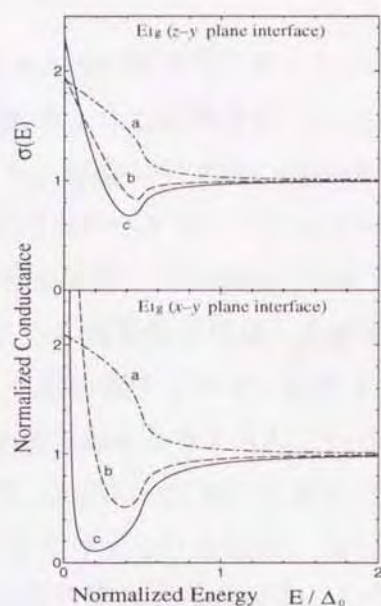


図 2.7: E_{1g} 状態でのトンネルコンダクタンス。上が z - y 界面、下が x - y 界面。有効バリアパラメーターは、a: $Z = 0.1$ 、b: $Z = 1$ 、c: $Z = 5$ 。

も界面でのバリアが低く、ノーマル反射がほとんど無い場合の結果が得られている可能性がある。この様な状況だと、今回の計算結果でもペアポテンシャルの違いによるスペクトルの違いを判別するのは非常に困難である（各グラフの a で示されるスペクトル）。さらに、ポイントコンタクトでの接合により、その周辺での超伝導状態が破壊され今回の計算とは比較できない状況が生じている可能性もある。従って、これまでに報告されている実験結果からはっきりとどのペアポテンシャルが実現しているか断言するのは非常に難しいと思われる。

表 2.2: ゼロエネルギー状態の形成に寄与する入射電子の波数の領域; UPt_3

	z - y 界面	x - y 界面
A_{1u}, A_{2u}	none	$0 \leq \phi \leq 2\pi, 0 \leq \theta \leq \pi/2$
E_{1u}, E_{2u}	$\phi = \pm\pi/4$	$0 \leq \phi \leq 2\pi, 0 \leq \theta \leq \pi/2$
E_{1g}	$\phi = 0$	$0 \leq \phi \leq 2\pi, 0 \leq \theta \leq \pi/2$

2.1.4 Sr₂RuO₄

超伝導体中でのペアポテンシャルの空間変化を考えない場合の最後の例として、Sr₂RuO₄の超伝導状態に対する理論的候補として提案されているペアポテンシャルを用いてトンネルコンダクタンスを計算する。理論の中ではこの結晶の対称性の下で実現しうるトリプレット状態として *p*-波、*f*-波両方のペアポテンシャルの候補が数多く挙げられているが [67, 68] ここでは、結晶が正方格子であることから二次元表現の E_u 状態に属する二つのペアポテンシャルを用いる。それらの波数依存性は一方が $k_x + k_y$ 及び、他方が $k_x + ik_y$ で与えられる。これらは同じ E_u 状態に属するので、前者と後者に番号、(1) および (2) をつけて区別する。系は二次元電子系であると考えられているが、計算のさいはわずかに三次元性を残しコンダクタンス公式 (2.15)、(2.16) において θ に関する積分を $\theta = \pi/2$ の周りで、 $-\bar{\delta} < \sin^{-1}(k_{Fz}/k_F) < \bar{\delta}$ で与えられる範囲に限る。ここでは $\bar{\delta} = 0.05\pi$ と取ることとする。まず非ユニタリー状態の場合から述べる。このとき上述の前者を E_u(1)、後者を E_u(2) として区別する。ペアポテンシャルの波数依存性を θ, ϕ で書き直すと E_u(1) は $\Delta_{\uparrow\uparrow}(\theta, \phi) = \Delta_0 \sin \theta (\sin \phi + \cos \phi)$ 、E_u(2) は $\Delta_{\uparrow\uparrow}(\theta, \phi) = \Delta_0 e^{i\phi} \sin \theta$ 、で両者ともペアポテンシャルのその他の成分は無い。このとき波動関数は UPt₃ の A_{1u}、A_{2u} の場合と全く同じ形であるが、E_u(1) に対してはペアポテンシャルの波数依存性の形から内部位相因子 γ の角度依存性が他より複雑なため、波動関数中の u, v の形式を変えて定義する。それらは、

$$u = \sqrt{\frac{1}{2}\left(1 + \frac{\Omega_+}{E}\right)}, \quad \bar{u} = \sqrt{\frac{1}{2}\left(1 + \frac{\Omega_-}{E}\right)}$$

$$v = \frac{\Delta_0 \sin \theta (\sin \phi + \cos \phi)}{\sqrt{2E(E + \Omega_+)}} \quad \bar{v} = \frac{\Delta_0 \sin \theta (\sin \phi - \cos \phi)}{\sqrt{2E(E + \Omega_-)}}$$

$$\Omega_{\pm} = \sqrt{E^2 - |\Delta_0 \sin \theta (\sin \phi \pm \cos \phi)|^2}$$

である。A_{1u}、A_{2u} の波動関数 (2.39) の中で係数 c の部分の u_0, v^* を上の u, v で置き換え、係数 d の部分の u_0, \bar{v} を上の \bar{u}, \bar{v} で置き換える。E_u(2) に関してはペアポテンシャルを置き換えるだけで、(2.39) の形のままでよい。その結果得られたコンダクタンスは

E_u(1):

$$\sigma_{S,\uparrow}(E, \theta, \phi) = \frac{1 + \sigma_N(\theta, \phi) |\Gamma_+|^2 + [\sigma_N(\theta, \phi) - 1] |\Gamma_+|^2 |\Gamma_-|^2}{|1 + [\sigma_N(\theta, \phi) - 1] \Gamma_+ \Gamma_-|^2}, \quad z\text{-}y \text{ 界面} \quad (2.48)$$

$$= \frac{1 + \sigma_N(\theta, \phi) |\Gamma_+|^2 + [\sigma_N(\theta, \phi) - 1] |\Gamma_+|^4}{|1 + [\sigma_N(\theta, \phi) - 1] \Gamma_+^2|^2}, \quad x\text{-}y \text{ 界面} \quad (2.49)$$

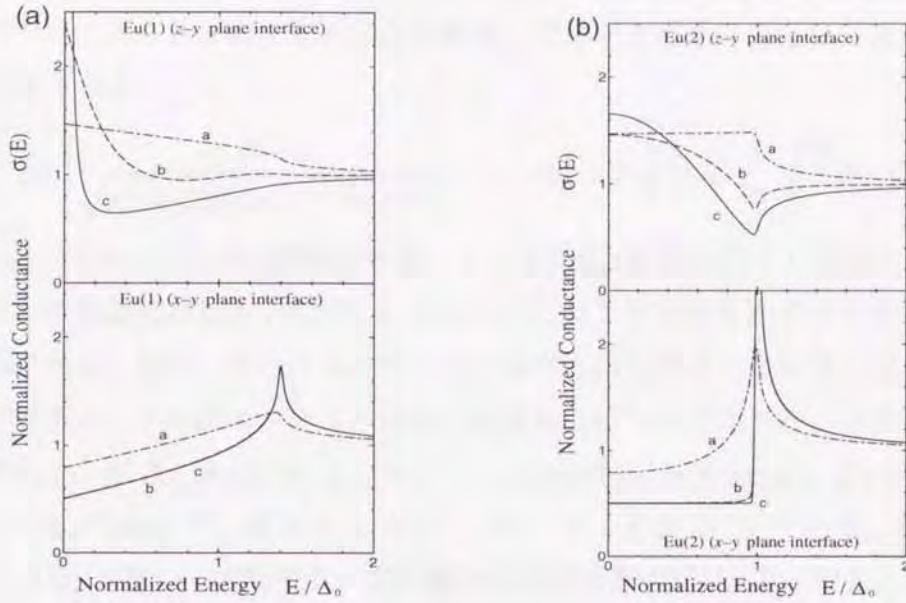


図 2.8: 非ユニタリーペアポテンシャルでのトンネルコンダクタンス。(a); $E_u(1)$ 状態及び (b); $E_u(2)$ 状態。両方に対して上が z - y 界面、下が x - y 界面。有効バリアパラメーターは、 $a: Z = 0.1$, $b: Z = 1$, $c: Z = 5$ 。

$$\Gamma_{\pm} = \frac{\Delta_0 \sin \theta (\sin \phi \pm \cos \phi)}{E + \Omega_{\pm}}$$

$E_u(2)$:

$$\sigma_{S,\uparrow}(E, \theta, \phi) = \frac{1 + \sigma_N(\theta, \phi) |\Gamma|^2 + [\sigma_N(\theta, \phi) - 1] |\Gamma|^4}{|1 - e^{-2i\phi} [\sigma_N(\theta, \phi) - 1] \Gamma^2|^2}, \quad z\text{-}y \text{ 界面} \quad (2.50)$$

$$= \frac{1 + \sigma_N(\theta, \phi) |\Gamma|^2 + [\sigma_N(\theta, \phi) - 1] |\Gamma|^4}{|1 + [\sigma_N(\theta, \phi) - 1] \Gamma^2|^2}, \quad x\text{-}y \text{ 界面} \quad (2.51)$$

$$\Gamma = \frac{E - \Omega}{|\Delta_{\uparrow\uparrow}(\theta, \phi)|}, \quad \Omega = \sqrt{E^2 - |\Delta_{\uparrow\uparrow}(\theta, \phi)|^2}$$

非ユニタリー状態であるから、 $\sigma_{S,\downarrow}(E, \theta, \phi) = 1$ である。得られたスペクトルは、界面の方向によって、これまでの様に $Z \rightarrow \infty$ の極限でゼロバイアスコンダクタンスピークを示すもの、系の状態密度に一致するもの等が得られているが、非ユニタリー性を反映して規格化された値は全て 0.5 よりも大きな値を取っている (図 2.8)。 z - y 界面の場合、 $E_u(1)$ ではコンダクタンスの式の分母を 0 にする入射電子の波数の領域は $-\pi/4 \leq \theta \leq \pi/4$ という有限な領域であるのに対して、 $E_u(2)$ では、ABM や UPt₃ の E_{1u} 、 E_{2u} の場合と同様に $\phi = 0$ という線状部分のみである (表 2.3)。従ってグラフに現れているようにスペクトルに違い

がみられる (図 2.8)。 x - y 界面の場合はどちらも $Z \rightarrow \infty$ の極限で系の状態密度になる。このことを式で見ると、例えば $E_u(1)$ の場合、簡単のため系は完全に二次元である極限 ($\bar{\delta} \rightarrow 0$) を考えると

$$\sigma_{S,\uparrow} = \text{Re} \left[\frac{E}{\sqrt{E^2 - \Delta_0^2 (\cos \phi + \sin \phi)^2}} \right], \quad \sigma(E) = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sigma_{S,\uparrow} d\phi \right] \quad (2.52)$$

となり、このときの $\sigma(E)$ が状態密度を表している。 $E_u(2)$ についても同様であるが、ペアポテンシャルの波数依存性が $e^{i\phi}$ であるために、上のことを考えるとペアポテンシャルは $|\Delta_0|^2$ の形で残る。故に、スペクトルは s -超伝導体と同じ形をしている (図 2.8(b))。

次にペアポテンシャルがユニタリー状態である場合について述べる。ペアポテンシャルは、それぞれ (1) が $\Delta_{\uparrow\downarrow}(\theta, \phi) = \Delta_{\downarrow\uparrow}(\theta, \phi) = \Delta_0 \sin \theta (\sin \phi + \cos \phi)$ 、(2) が $\Delta_{\uparrow\downarrow}(\theta, \phi) = \Delta_{\downarrow\uparrow}(\theta, \phi) = \Delta_0 e^{i\phi} \sin \theta$ で、両者とも $\Delta_{\uparrow\uparrow}(\theta, \phi) = \Delta_{\downarrow\downarrow}(\theta, \phi) = 0$ である。前者と後者を $E_u(U1)$ 、 $E_u(U2)$ と書いて区別する。この場合の波動関数の形は UPt_3 の E_{2u} の場合と同じである。 $E_u(U1)$ では、波動関数の係数に対して非ユニタリーのときと同じ置き換えをする。結果的に得られるコンダクタンスの式の形は、 $E_u(U1)$ 、 $E_u(U2)$ のどちらも非ユニタリーの場合の式 (2.48) ~ (2.50) と全く同じである。従ってトンネルスペクトルの形も同じであるが、今度はユニタリー状態で、入射電子のスピンによらず同じペアポテンシャルを感じるため $\sigma_{S,\uparrow}(E, \theta, \phi) = \sigma_{S,\downarrow}(E, \theta, \phi)$ であり、 x - y 界面でのスペクトルは $Z \rightarrow \infty$ の極限で 0.5 ではなく 0 に収束する (図 2.9)。

有限温度の場合

ここまでの計算は全て絶対零度を仮定した上でトンネルスペクトルを議論してきたが、ここでは Sr_2RuO_4 の超伝導状態に対して、その温度依存性を見る。用いるペアポテンシャルは非ユニタリー状態の $E_u(1)$ 、 $E_u(2)$ に対するものを採用する。これまでは絶対零度であったため、系にかけられた電圧を V とすると $E = eV$ であったが、今度はその E についても積分するため、超伝導状態に対するコンダクタンス $\sigma_S(eV)$ 、常伝導状態に対するコンダクタンス $\sigma_N(eV)$ 及び、全体のコンダクタンス $\sigma(eV)$ は次のように与えられる。

$$\begin{aligned} \sigma_S(eV) &\propto \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{\pi/2-\bar{\delta}}^{\pi/2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} [\sigma_{S,\uparrow}(E, \theta, \phi) + \sigma_{S,\downarrow}(E, \theta, \phi)] \sigma_N(\theta, \phi) \\ &\quad \times \text{sech}^2 \left(\frac{E - eV}{2T} \right) \sin^2 \theta \cos \phi d\theta d\phi dE \end{aligned} \quad (2.53)$$

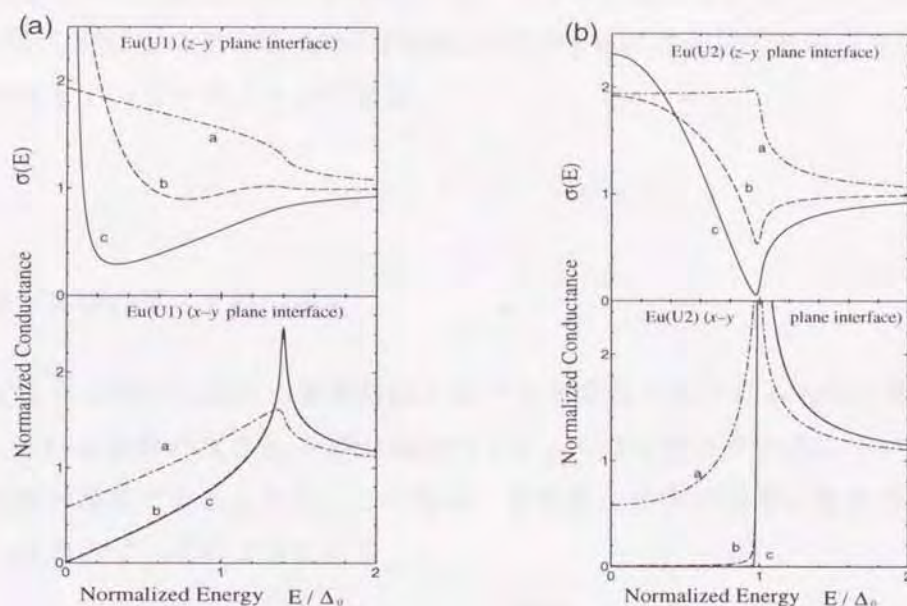


図 2.9: ユニタリーペアポテンシャルでのトンネルコンダクタンス。(a); $E_u(U1)$ 状態及び (b); $E_u(U2)$ 状態。両方に対して上が z - y 界面、下が x - y 界面。有効バリアパラメーターは、a: $Z = 0.1$ 、b: $Z = 1$ 、c: $Z = 5$ 。

$$\begin{aligned} \sigma_N(eV) &\propto \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{\pi/2-\delta}^{\pi/2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} 2\sigma_N(\theta, \phi) \\ &\times \operatorname{sech}^2\left(\frac{E - eV}{2T}\right) \sin^2 \theta \cos \phi d\theta d\phi dE \end{aligned} \quad (2.54)$$

$$\sigma(eV) = \frac{\sigma_S(eV)}{\sigma_N(eV)} \quad (2.55)$$

この式は z - y 界面に対する式であるが、 x - y 界面に対しても、例えば式 (2.15) と (2.16) の場合と同じで、積分中の三角関数に関する因子と積分範囲を変更すれば全く同じように得られる。用いるペアポテンシャルと界面の方向によって上の式中の $\sigma_{S,\uparrow}(E, \theta, \phi)$ に (2.48) ~ (2.50) のいずれかを代入し、非ユニタリー状態であるから $\sigma_{S,\downarrow}(E, \theta, \phi) = 1$ として計算する。ここで、 Sr_2RuO_4 の転移温度は $T_c = 1.04\text{K}$ と仮定している。結果は、それぞれ $T = 0.1T_c$ 、 $0.3T_c$ 、及び $0.8T_c$ の場合について示す。図 2.10 を見れば判るように、バリアが低く温度が高いほどスペクトルの違いは区別が付きにくくなる。特に $T = 0.8T_c$ のときは界面の違い、バリアの大きさによらずほとんど常伝導体のコンダクタンスに一致する。 $E_u(1)$ の z - y 界面で現れるゼロバイアスコンダクタンスピークもバリアが高く十分低温でな

ければ、異常といえるほどのピークは示さないことが判る。これらのことから、トンネルスペクトルから超伝導状態の電子対の対称性を判別するには超伝導転移温度の $\frac{1}{10}$ 程度以下での測定が望ましいということが言える。

絶縁体部分が有限の厚さを持つ場合

これまでは全て接合における絶縁体部分がデルタ関数で表されるものと仮定していた。ここでは、それが有限の厚さ h_i を持つ場合のトンネルコンダクタンスについて述べる。改めて温度は絶対零度であるとする。この場合、変更をうけるのは常伝導体でのコンダクタンス $\sigma_N(\theta, \phi)$ のみで、次のようになる。

$$\sigma_N(\theta, \phi) = \frac{4Z^2(\theta, \phi)}{[1 - Z^2(\theta, \phi)]^2 \sinh^2(\lambda h_i) + 4Z^2(\theta, \phi) \cosh^2(\lambda h_i)} \quad (2.56)$$

$$\lambda = \sqrt{1 - \kappa^2 \alpha^2(\theta, \phi)} \lambda_0, \quad Z(\theta, \phi) = \frac{\kappa \alpha(\theta, \phi)}{\sqrt{1 - \kappa^2 \alpha^2(\theta, \phi)}}$$

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{2mU_0}{\hbar}}, \quad \kappa = \frac{k_F}{\lambda_0}$$

上で U_0 は絶縁体領域でのハートレーポテンシャルの大きさである。 $\alpha(\theta, \phi)$ は界面の方向によつての角度依存性を表し、 z - y 界面のとき $\alpha(\theta, \phi) = \sin \theta \cos \phi$ 、 x - y 界面のとき $\alpha(\theta, \phi) = \cos \theta$ となる。ここでは例として Sr_2RuO_4 における非ユニタリー状態の $E_u(1)$ と $E_u(2)$ についての結果を図 2.11 に示す。これを見て分かれるとおり、デルタ関数モデルを用いた場合とほとんど差がない。ここでは、絶縁体部分の厚さ h_i を増加させることがデルタ関数モデルで Z を大きくすることと対応している。

Sr_2RuO_4 の超伝導状態の電子対の対称性を探る研究は現在も盛んに行われており、進行中であるが、最近の μSR の測定において転移温度 T_c 以下で自発的内部磁場が観測され、時間反転対称性が破れているペアポテンシャルが実現している可能性が高くなった [70]。このことからすると、 $E_u(2)$ あるいは $E_u(1)$ のペアポテンシャルがより現実的であると思われる。それに対してユニタリーか非ユニタリーであるかということについては、NMR の測定 [59]、比熱の測定 [60] 等から残留状態密度が常伝導状態の半分程度の値で残っているとの報告から、非ユニタリー状態が実現しているとも考えられるが、トリプレット超伝導状態のような異方的超伝導状態は、不純物や格子欠陥などに非常に敏感でその起源が非ユ

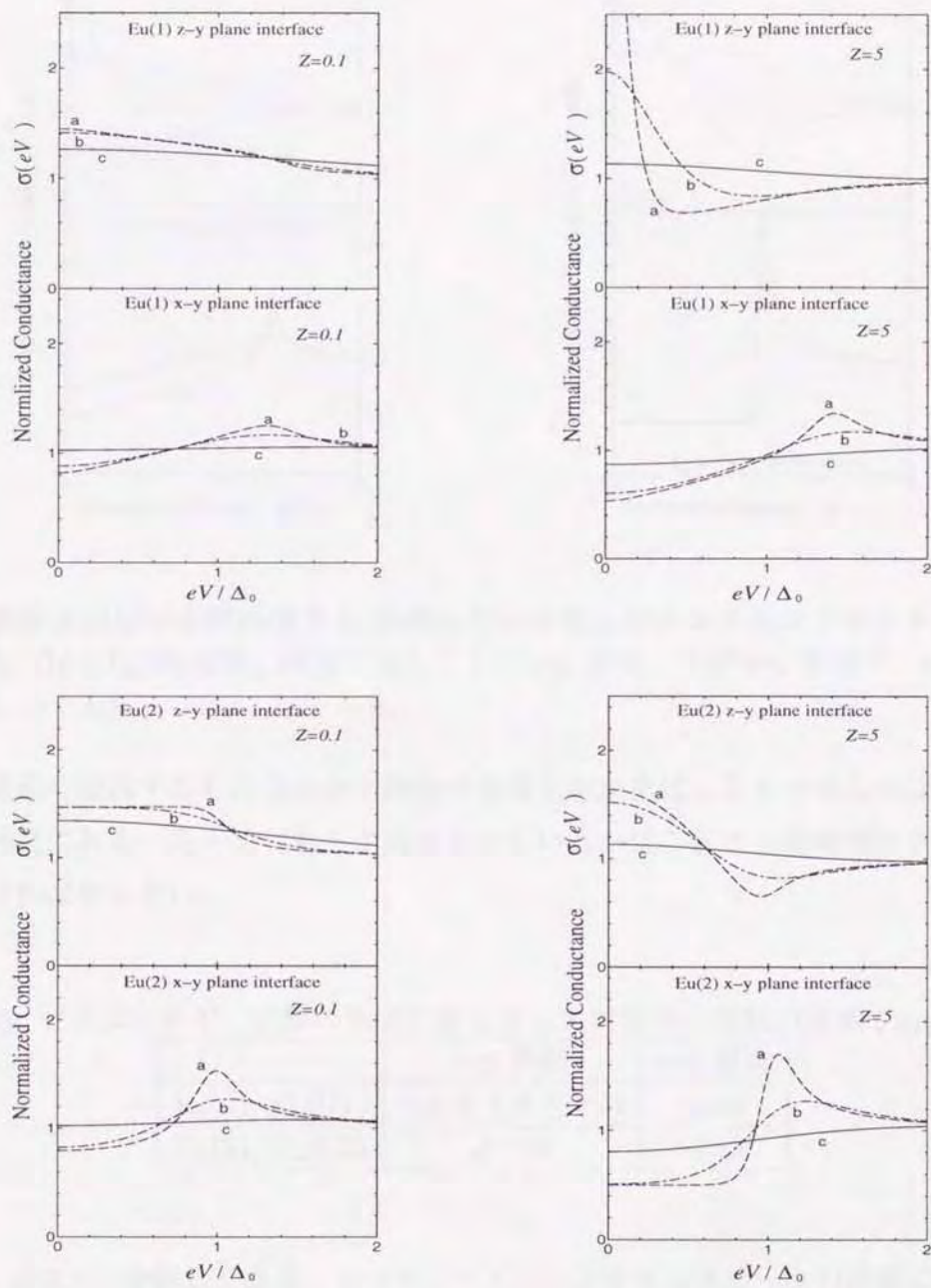


図 2.10: 非ユニタリーペアポテンシャルに対するトンネルコンダクタンスの温度依存性。上段; $E_u(1)$ 状態、下段; $E_u(2)$ 状態。左側が $Z = 0.1$ 、右側が $Z = 5$ 。全てに対して温度は、a: $T = 0.1T_c$ 、b: $T = 0.3T_c$ 、c: $T = 0.8T_c$ 。

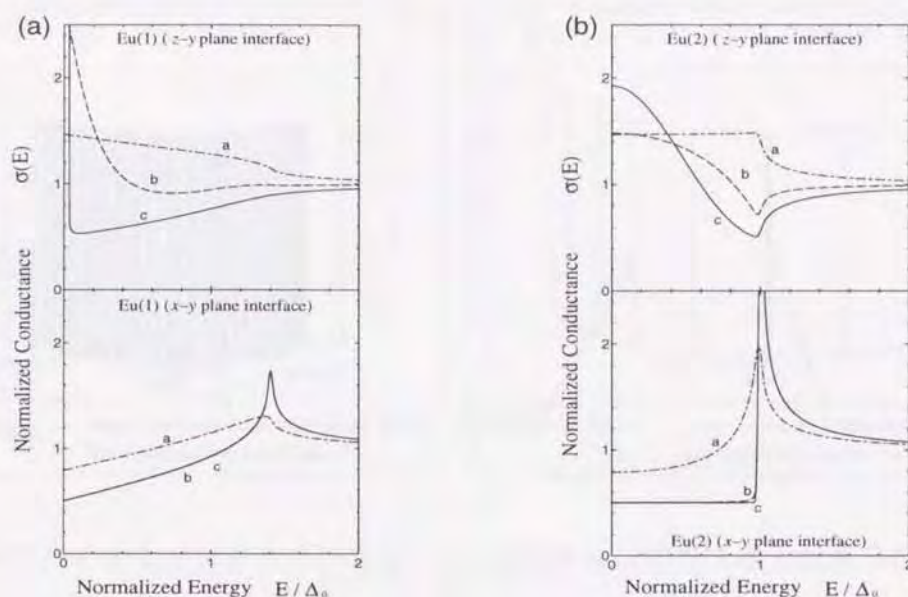


図 2.11: 絶縁体部分が有限の厚さ h_i を持っている場合のトンネルコンダクタンス。(a); $E_u(1)$ 状態、(b); $E_u(2)$ 状態。両方に対して上が z - y 界面、下が x - y 界面で、 $\kappa = 0.5$ 。a: $\lambda_0 h_i = 0.1$ 、b: $\lambda_0 h_i = 1$ 、c: $\lambda_0 h_i = 5$ 。

ニタリー状態に起因するものなのか不純物の効果なのかをはっきりさせるのは、まだ非常に困難な状況にある。従ってどちらが実現されているかはこれからの研究のさらなる進展を待たなければならない。

表 2.3: ゼロエネルギー状態の形成に寄与する入射電子の波数の領域; Sr_2RuO_4

	z - y 界面	x - y 界面
$E_u(1), E_u(U1)$	$-\pi/4 \leq \theta \leq \pi/4$	none
$E_u(2), E_u(U2)$	$\phi = 0$	none

ここで、表 2.3 に分類してある、ゼロバイアスコンダクタンスピークの出現に寄与する入射電子の波数の領域について図示しておく (図 2.12)。運動量空間で、図中の太線部分に電子が入射してきたとき、それらはコンダクタンスにゼロバイアス異常という形で現れてくるのである。特に、 $E_u(2)$ z - y 界面の場合も、コンダクタンス公式 (2.15)、(2.16) で積分をせずに上述の領域のみでのコンダクタンスを計算すれば、それはいつでも $E = 0, Z \rightarrow \infty$ の極限で発散している。これは、 ^3He タイプのペアポテンシャルでの ABM 状態、 Upt_3 で

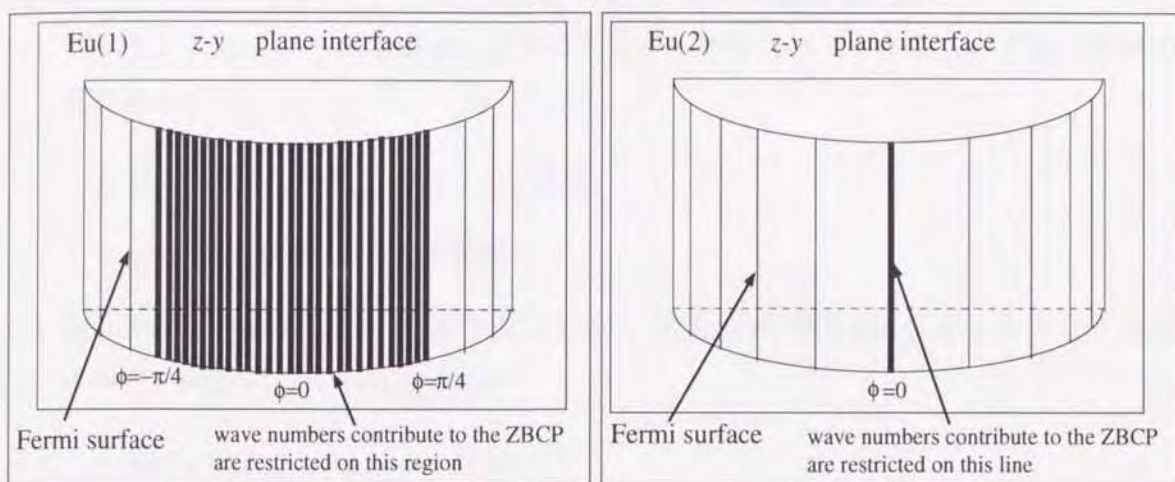


図 2.12: ゼロバイアスコンダクタンスピーク (ZBCP) に寄与する入射電子の波数の領域。

の E_{1u} 、 E_{2u} 、そして E_{1g} の z - y 界面におけるスペクトルについても事情は同様である。

ここで、 $E = 0$ 、 $Z \rightarrow \infty$ の極限における UPt_3 、 Sr_2RuO_4 に対するトンネルコンダクタンスの特徴を以下にまとめる。

- (1) ユニタリー状態で、 Z の増加と共に $\sigma(E = 0)$ が単調に増加し、ゼロバイアスコンダクタンスピークを示す場合。ゼロエネルギー状態はフェルミ面上の有限の領域で形成される。
 - UPt_3 の E_{2u} 、 E_{1g} ； x - y 界面。
 - Sr_2RuO_4 の $E_u(\text{U1})$ ； z - y 界面。
- (2) ユニタリー状態で、十分大きな Z に対し $\sigma(E = 0)$ が 0 に収束する場合。ゼロエネルギー状態は全く形成されない。
 - Sr_2RuO_4 の $E_u(\text{U1})$ 、 $E_u(\text{U2})$ ； x - y 界面。
- (3) ユニタリー状態で、十分大きな Z に対し $\sigma(E = 0)$ が 0 ではない、有限な値に収束する場合。ゼロエネルギー状態はフェルミ面上のある線上でのみ形成される。
 - UPt_3 の E_{2u} 、 E_{1g} ； z - y 界面。
 - Sr_2RuO_4 の $E_u(\text{U2})$ ； z - y 界面。

(4) 非ユニタリー状態で、 Z の増加と共に $\sigma(E=0)$ が単調に増加し、ゼロバイアスコンダクタンスピークを示す場合。ゼロエネルギー状態はフェルミ面上の有限の領域で形成される。

○ UPt₃ の A_{1u} 、 A_{2u} 、 E_{1u} ; x - y 界面。

○ Sr₂RuO₄ の $E_u(1)$; z - y 界面。

(5) 非ユニタリー状態で、十分大きな Z に対し $\sigma(E=0)$ が 0.5 に収束する場合。ゼロエネルギー状態は全く形成されない。

○ UPt₃ の A_{1u} 、 A_{2u} ; z - y 界面。

○ Sr₂RuO₄ の $E_u(1)$ 、 $E_u(2)$; x - y 界面。

(6) ユニタリー状態で、十分大きな Z に対し $\sigma(E=0)$ が 0 ではない、0.5 よりも大きい有限な値に収束する場合。ゼロエネルギー状態はフェルミ面上のある線上でのみ形成される。

○ UPt₃ の E_{1u} ; z - y 界面。

○ Sr₂RuO₄ の $E_u(2)$; z - y 界面。

最後に、ゼロエネルギー状態の形成に対してのゲージ不変性を見るために、ペアポテンシャルの内部位相 φ^i と外的位相 χ_0 の役割について議論する。一般的に、ペアポテンシャルは $\Delta_{\rho\rho'}(\theta, \phi) = |\Delta_{\rho\rho'}(\theta, \phi)| \exp[i(\varphi^i + \chi_0)]$ と書き表せる。内部位相 φ^i は、本文中では入射電子の方向を表す角度 θ と ϕ で書かれていたものである。この φ^i はこの様に、個々の電子の入射方向に依存するのに対し、 χ_0 はグローバルな量であり、そのような電子一つ一つの持つ運動方向には無関係である。この二つの量をより物理的に議論するために、超伝導体から界面に入射してきた準粒子の軌道を考える。この様な準粒子は界面における反射の前後で必ずしも同じペアポテンシャルを感じるわけではない [17, 18, 19]。反射の前後で準粒子の感じる位相をそれぞれ $\bar{\varphi}_1$ 、 $\bar{\varphi}_2$ と書くと、 $\bar{\varphi}_1 = \varphi_1^i + \chi_0$ そして $\bar{\varphi}_2 = \varphi_2^i + \chi_0$ である。 φ_1^i と φ_2^i は反射の前後でのペアポテンシャルの内部位相である。ゼロエネルギー状態の形成、つまりゼロバイアスコンダクタンスピークが出現する条件は、式 (1.2) の分母にあるように準粒子の位相の増加 $\bar{\varphi}_1 - \bar{\varphi}_2$ によって定められる。これは結局、この条件が $\varphi_1^i - \varphi_2^i$ で決まるという事であり、外的位相 χ_0 の選び方によらない。つまり、ゼロバイアスコンダクタンスの出現を決める条件は U(1) ゲージ不変性を保っている。

2.2 空間変化するペアポテンシャルの場合

2.2.1 準古典グリーン関数

ここでは、超伝導体中でのペアポテンシャルを、自己無撞着方程式を解くことで空間依存性を決定する。そのために準古典グリーン関数を、Ashida等によって発展させられた手法[83, 94, 95, 96]を用いて求める。基礎となる方程式は式(2.9)のアンドレーフ方程式である。今後の便宜のためそれを行列形式で書き直す。

$$i\mathbf{v}_F \cdot \nabla \bar{\Psi}_n(\hat{k}_F, \mathbf{r}) = [-E_n \hat{\tau}_3 + \hat{\Delta}(\hat{k}_F, \mathbf{r})] \bar{\Psi}_n(\hat{k}_F, \mathbf{r}), \quad (2.57)$$

$$\hat{\Delta}(\hat{k}_F, \mathbf{r}) = \begin{pmatrix} 0 & \Delta(\hat{k}_F, \mathbf{r}) \\ -\Delta^*(\hat{k}_F, \mathbf{r}) & 0 \end{pmatrix}$$

ここで $\hat{\tau}_j$ ($j=1, 2, 3$) はパウリ行列である。上のペアポテンシャルの行列で $\Delta^*(\hat{k}_F, \mathbf{r})$ に負号が付いているのはアンドレーフ方程式を $\hat{\tau}_3$ を用いて表現したためであって、シングレットのペアポテンシャルを意味しているわけではない。前節までに用いていたトリプレットペアポテンシャルの場合、これらの方程式の形は形式的にシングレットの場合と同じになる。ここで、簡単のために系が二次元であるとする。界面、あるいは表面が y -軸に平行で一様であり、表面で準粒子は鏡面反射をすると仮定するとペアポテンシャルは x のみの関数である。このとき、式(2.4)波動関数 $\Psi_n(\mathbf{r})$ を以下のように書き表す。

$$\Psi_n(\hat{k}_F, x, y) = [\bar{\Psi}_{+n}(\phi_+, x) e^{i k_{Fx} x} + \bar{\Psi}_{-n}(\phi_-, x) e^{-i k_{Fx} x}] e^{i k_{Fy} y} \quad (2.58)$$

上で、 \pm はフェルミ波数の x 成分 k_{Fx} の符号である。 ϕ_{\pm} は運動量空間で k_{Fx} -軸から測ったフェルミ波数の角度で、 $\phi_+ = \phi$ 、 $\phi_- = \pi - \phi$ である。(2.57)から、 $\bar{\Psi}_{\alpha n}(\phi_{\alpha}, x)$ ($\alpha = \pm$)の従う方程式は今の場合、

$$i |v_{Fx}| \frac{\partial}{\partial x} \bar{\Psi}_{\alpha n}(\phi_{\alpha}, x) = \alpha [-E_n \hat{\tau}_3 + \hat{\Delta}(\phi_{\alpha}, x)] \bar{\Psi}_{\alpha n}(\phi_{\alpha}, x), \quad (2.59)$$

$$\hat{\Delta}(\phi_{\alpha}, x) = \begin{pmatrix} 0 & \Delta(\phi_{\alpha}, x) \\ -\Delta^*(\phi_{\alpha}, x) & 0 \end{pmatrix}$$

となる。今系の二次元性を仮定しているが、例え三次元であったとしても同じように x -軸に垂直な界面を仮定し、他の二方向について系は完全に一様であるとする上での議論に関しては全く同じなので、三次元系についても同様である。今、(2.59)の波動関数を用いて次のグリーン関数 $\hat{G}_{\alpha\beta}(\phi, x, x')$ を定義する。

$$\hat{G}_{\alpha\beta}(\phi, x, x') = \sum_n \frac{\bar{\Psi}_{\alpha n}(\phi_{\alpha}, x) \bar{\Psi}_{\beta n}^{\dagger}(\phi_{\beta}, x')}{i\omega_m - E_n}, \quad (2.60)$$

$\beta = \pm$ 。(2.59) からこのグリーン関数は以下の方程式に従うことが分かる。

$$\left\{ i\omega_m + \hat{\tau}_3[\alpha i | v_{Fx} | \frac{\partial}{\partial x} - \hat{\Delta}(\phi_\alpha, x)] \right\} \hat{G}_{\alpha\beta}(\phi, x, x') = \sum_n \bar{\Psi}_{\alpha n}(\phi_\alpha, x) \bar{\Psi}_{\beta n}^\dagger(\phi_\beta, x') \\ = \delta_{\alpha\beta} \tilde{\delta}(x - x') \quad (2.61)$$

$\omega_m = 2\pi T(m + 1/2)$ はフェルミ粒子の松原振動数である。そして、 $\tilde{\delta}$ は距離のスケールが $1/k_F$ よりも長い場合に通常のデルタ関数を意味する [94]。この方程式を積分すると次のように $x = x'$ で不連続な飛びを持っていることが分かる。

$$\hat{G}_{\alpha\beta}(\phi, x + 0, x) - \hat{G}_{\alpha\beta}(\phi, x - 0, x) = -i \frac{\alpha}{|v_{Fx}|} \hat{\tau}_3 \delta_{\alpha\beta} \quad (2.62)$$

この不連続をさけるために、次の準古典グリーン関数を定義する。

$$\hat{g}_{\alpha\beta}(\phi, x) \pm i(\hat{\gamma}_3)_{\alpha\beta} = -2 |v_{Fx}| \hat{\tau}_3 \hat{G}_{\alpha\beta}(\phi, x \pm 0, x) \quad (2.63)$$

ここで、 $\hat{\gamma}_3$ は波数の方向を表す $\alpha = \pm$ によって張られる空間でのパウリ行列で、この場合 $\alpha = \beta = +$ のとき $(\hat{\gamma}_3)_{\alpha\beta} = 1$ 、 $\alpha = \beta = -$ のとき $(\hat{\gamma}_3)_{\alpha\beta} = -1$ 、 $\alpha \neq \beta$ の場合は 0 となるような行列である。(2.62) の定義から

$$\frac{1}{2} [\hat{G}_{\alpha\beta}(\phi, x + 0, x) + \hat{G}_{\alpha\beta}(\phi, x - 0, x)] = -\frac{1}{2 |v_{Fx}|} \hat{\tau}_3 \hat{g}_{\alpha\beta}(\phi, x) \quad (2.64)$$

という関係があることが分かる。ここまでの諸式を用いることで準古典グリーン関数に対して次の Eilenberger 方程式が得られる [93]。

$$i |v_{Fx}| \frac{\partial}{\partial x} \hat{g}_{\alpha\beta}(\phi, x) = -\alpha [i\omega_m \hat{\tau}_3 + \hat{\Delta}(\phi_\alpha, x)] \hat{g}_{\alpha\beta}(\phi, x) + \hat{g}_{\alpha\beta}(\phi, x) \beta [i\omega_m \hat{\tau}_3 + \hat{\Delta}(\phi_\beta, x)], \quad (2.65)$$

この準古典グリーン関数は位置推進演算子 $\hat{U}_\alpha(\phi_\alpha, x, x')$ を用いて次のようにかける [94]。

$$\hat{g}_{\alpha\beta}(\phi, x) = \hat{U}_\alpha(\phi_\alpha, x, x') \hat{g}_{\alpha\beta}(\phi, x') \hat{U}_\beta^{-1}(\phi_\beta, x, x') \quad (2.66)$$

ただし、 $\hat{U}_\alpha(\phi_\alpha, x, x')$ はアンドレーフ方程式

$$i |v_{Fx}| \frac{\partial}{\partial x} \hat{U}_\alpha(\phi_\alpha, x, x') = -\alpha [i\omega_m \hat{\tau}_3 + \hat{\Delta}(\phi_\alpha, x)] \hat{U}_\alpha(\phi_\alpha, x, x') \quad (2.67)$$

を満たし、 $\hat{U}_\alpha(\phi_\alpha, x, x) = \hat{1}$ の性質がある。

ここで、原点 $x = 0$ を境にして右側と左側にそれぞれ長さ L の二つの超伝導体が近接効果で弱く結合し接しているとする。左側を 1、右側を 2 とラベル付けし区別する。このと

き、両端 ($x = L$ 及び $x = -L$) における境界条件が次式で与えられる [94, 95]。

$$\begin{aligned}\hat{g}_{1++}(\phi_+, -L) + i &= \hat{g}_{1--}(\phi_-, -L) + i = -\hat{g}_{1+-}(\phi, -L)e^{-i\eta_1}, \\ \hat{g}_{1++}(\phi_+, -L) - i &= \hat{g}_{1--}(\phi_-, -L) - i = -\hat{g}_{1-+}(\phi, -L)e^{i\eta_1}, \\ \hat{g}_{2++}(\phi_+, L) + i &= \hat{g}_{2--}(\phi_-, L) + i = -\hat{g}_{2+-}(\phi, L)e^{-i\eta_2}, \\ \hat{g}_{2++}(\phi_+, L) - i &= \hat{g}_{2--}(\phi_-, L) - i = -\hat{g}_{2-+}(\phi, L)e^{i\eta_2}\end{aligned}\quad (2.68)$$

ここで $\eta_{1(2)} = 2 |k_{Fx1(2)}| L$ で、 $k_{Fx1(2)}$ は左 (右) 側の超伝導体におけるフェルミ波数の x 成分である。界面における準古典グリーン関数の境界条件は

$$\hat{g}_{1\alpha\beta}(\phi, 0) = \sum_{\gamma\delta} \hat{M}_{\alpha\gamma} \hat{g}_{2\gamma\delta}(\phi, 0) \hat{M}_{\delta\beta}^\dagger \quad (2.69)$$

で与えられる [94, 105, 106]。 \hat{g}_1 と \hat{g}_2 はそれぞれ、左側と右側の超伝導体における準古典グリーン関数である。行列 \hat{M} は界面におけるフェルミレベルでの反射及び透過係数の振幅、 r 及び d で書ける。

$$\begin{aligned}\hat{M} &= \frac{|d|}{\sqrt{1-|r|^2}} \begin{pmatrix} 1/d & r^*/d^* \\ r/d & 1/d^* \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1-|r|^2}} \begin{pmatrix} e^{-i\theta_d} & |r| e^{i(\theta_d-\theta_r)} \\ |r| e^{-i(\theta_d-\theta_r)} & e^{i\theta_d} \end{pmatrix}\end{aligned}\quad (2.70)$$

両方の領域においてフェルミレベルは等しいと仮定している ($k_{F1} = k_{F2}$)。従って今の場合、 $|r|^2 + |d|^2 = 1$ である。ここで、 $r = |r| e^{i\theta_r}$ 及び $d = |d| e^{i\theta_d}$ 。今、 $x = -L$ 及び $x = L$ における準古典グリーン関数をそれぞれ

$$h_1 = \hat{g}_{1++}(\phi_+, -L) = \hat{g}_{1--}(\phi_-, -L) \quad (2.71)$$

$$h_2 = \hat{g}_{2++}(\phi_+, L) = \hat{g}_{2--}(\phi_-, L) \quad (2.72)$$

とおく。すると、式 (2.66) と (2.68) を考慮することで

$$g_{1,2}(\phi, 0) = U_{1,2} \begin{pmatrix} h_{1,2} & -(h_{1,2} \pm i) \\ -(h_{1,2} \mp i) & h_{1,2} \end{pmatrix} U_{1,2}^{-1} \quad (2.73)$$

と書き表すことができる。但し、符号は上が 1 側で下が 2 側である。 $\hat{g}_{j\alpha\beta}$ を要素とする行列を g_j ($j = 1, 2$) と書いた。そして

$$U_{1,2} = \begin{pmatrix} \hat{U}_{1,2+} e^{\pm i\eta_{1,2}/2} & 0 \\ 0 & \hat{U}_{1,2-} e^{\mp i\eta_{1,2}/2} \end{pmatrix} \quad (2.74)$$

この式で記号を簡略化し、 $\hat{U}_{1\pm}(\phi_{\pm}, 0, -L) = \hat{U}_{1\pm}$, $\hat{U}_{2\pm}(\phi_{\pm}, 0, L) = \hat{U}_{2\pm}$ と書いた。 \hat{U}_1 及び \hat{U}_2 は、それぞれ領域 1 及び 2 での位置推進演算子である。(2.73) を (2.69) に代入し h_1 と h_2 について解くと

$$h_1 = -i \left[e^{i\phi_1} + \hat{A}'_1 \right] \left[e^{i\phi_1} - \hat{A}'_1 \right]^{-1} \quad (2.75)$$

$$h_2 = -i \left[e^{i\phi_2} - \hat{A}'_2 \right]^{-1} \left[e^{i\phi_2} + \hat{A}'_2 \right] \quad (2.76)$$

となる [94, 95, 96]。ここで、

$$\hat{A}'_1 = \hat{U}_{1+}^{-1} \left[\hat{1} - |r| \hat{U}_{2+} \hat{U}_{2-}^{-1} e^{-i\phi_2} \right]^{-1} \left[\hat{U}_{2+} \hat{U}_{2-}^{-1} e^{-i\phi_2} - |r| \right] \hat{U}_{1-} \quad (2.77)$$

$$\hat{A}'_2 = \hat{U}_{2-}^{-1} \left[|r| \hat{U}_{1+} \hat{U}_{1-}^{-1} + e^{-i\phi_1} \right] \left[\hat{U}_{1+} \hat{U}_{1-}^{-1} + |r| e^{-i\phi_1} \right]^{-1} \hat{U}_{2+}$$

上で $\hat{1}$ は単位行列を表す。更に、(2.66) を用いれば、例えば

$$\hat{g}_{1++}(\phi_+, x) = \hat{U}_{1+}(\phi_+, x, -L) h_1 \hat{U}_{1+}^{-1}(\phi_+, x, -L) \quad (2.78)$$

であるから、 h_2 に対しても同様の関係式を用いてそれぞれの領域の準古典グリーン関数が次のように定まる。

$$\hat{g}_{1\pm\pm}(\phi_{\pm}, x) = -i \left[e^{i\phi_1} + \hat{A}_{1\pm}(x) \right] \left[e^{i\phi_1} - \hat{A}_{1\pm}(x) \right]^{-1} \quad (2.79)$$

$$\hat{g}_{2\pm\pm}(\phi_{\pm}, x) = -i \left[e^{i\phi_2} - \hat{A}_{2\pm}(x) \right]^{-1} \left[e^{i\phi_2} + \hat{A}_{2\pm}(x) \right] \quad (2.80)$$

ここで、

$$\phi_1 = \eta_1 + \theta_r, \quad \phi_2 = \eta_2 - \theta_r + 2\theta_d$$

$$\hat{A}_{1+}(x) = \hat{U}_{1+}(\phi_+, x, 0) \hat{R}_2 \hat{U}_{1-}(\phi_-, 0, -L) \hat{U}_{1+}(\phi_+, -L, x)$$

$$\hat{A}_{1-}(x) = \hat{U}_{1-}(\phi_-, x, -L) \hat{U}_{1+}(\phi_+, -L, 0) \hat{R}_2 \hat{U}_{1-}(\phi_-, 0, x)$$

$$\hat{A}_{2+}(x) = \hat{U}_{2+}(\phi_+, x, L) \hat{U}_{2-}(\phi_-, L, 0) \hat{R}_1 \hat{U}_{2+}(\phi_+, 0, x)$$

$$\hat{A}_{2-}(x) = \hat{U}_{2-}(\phi_-, x, 0) \hat{R}_1 \hat{U}_{2+}(\phi_+, 0, L) \hat{U}_{2-}(\phi_-, L, x)$$

$$\hat{R}_1 = (\hat{Q}_1 + |r| e^{-i\phi_1})^{-1} (e^{-i\phi_1} + |r| \hat{Q}_1), \quad \hat{R}_2 = (\hat{Q}_2 e^{-i\phi_2} - |r|)(\hat{1} - |r| \hat{Q}_2 e^{-i\phi_2})^{-1}$$

$$\hat{Q}_1 = \hat{U}_{1+}(\phi_+, 0, -L) \hat{U}_{1-}(\phi_-, -L, 0), \quad \hat{Q}_2 = \hat{U}_{2+}(\phi_+, 0, L) \hat{U}_{2-}(\phi_-, L, 0) \quad (2.81)$$

このとき、(A.7) の性質を使っている。

次に、半無限系における準古典グリーン関数、つまり $L \rightarrow \infty$ の極限における $\hat{g}_{j\alpha\beta}(\phi, x)$ を考える。そのために、位置推進演算子を次のように増加部分と減少部分に分けて書く。

$$\hat{U}_{j\alpha}(\phi_\alpha, x, x') = \hat{\Lambda}_{j\alpha}^+(\phi_\alpha, x, x')e^{\kappa_{jk\alpha}(x-x')} + \hat{\Lambda}_{j\alpha}^-(\phi_\alpha, x, x')e^{-\kappa_{jk\alpha}(x-x')} \quad (2.82)$$

$$\kappa_{jk\alpha} = \Omega_{jk\alpha} / |v_{Fxj}|, \quad \Omega_{jk\alpha} = \sqrt{\omega_m^2 + |\Delta_j(\phi_\alpha, \infty)|^2} \quad (j=1, 2) \quad (2.83)$$

ここで、 Δ_1 は左側の、 Δ_2 は右側の超伝導体におけるペアポテンシャルである。付録 A に示したように、 $\hat{\Lambda}_{j\alpha}(\phi_\alpha, x, x')$ は次のように書き表すことができる。

$$\begin{aligned} \hat{\Lambda}_{j\alpha}^\pm(\phi_\alpha, x, x') &= \mp \frac{1}{W_{j\alpha}} \tilde{\psi}_{j\alpha}^\pm(\phi_\alpha, x) \tilde{\psi}_{j\alpha}^{\mp T}(\phi_\alpha, x) \hat{\tau}_2, \\ i |v_{Fxj}| \frac{\partial}{\partial x} \tilde{\psi}_{j\alpha}^\pm(\phi_\alpha, x) &= -\alpha \begin{pmatrix} i\omega_m \pm i\alpha\Omega_{jk\alpha} & \Delta_j(\phi_\alpha, x) \\ -\Delta_j^*(\phi_\alpha, x) & -i\omega_m \pm i\alpha\Omega_{jk\alpha} \end{pmatrix} \tilde{\psi}_{j\alpha}^\pm(\phi_\alpha, x) \\ \tilde{\psi}_{j\alpha}^\pm(\phi_\alpha, x) &= \begin{pmatrix} \tilde{u}_{j\alpha}^\pm(\phi_\alpha, x) \\ \tilde{v}_{j\alpha}^\pm(\phi_\alpha, x) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.84)$$

$$W_\alpha = \tilde{\psi}_{j\alpha}^{+T}(\phi_\alpha, x) \hat{\tau}_2 \tilde{\psi}_{j\alpha}^-(\phi_\alpha, x) = \text{定数}$$

(2.84) を用いて (2.82) が (2.67) の形式解になっている事が確かめられる。

実際に (2.81) 中の諸量に対して $L \rightarrow \infty$ の極限を取る際に、この操作による最大発散項のみを残していく。各 \hat{U} に対して (2.82) において発散する項のみを残し、(2.84) を用いて具体的な行列形を計算する。そのとき、例えば \hat{R}_1 に対して以下のような変形をする。

$$\begin{aligned} \hat{R}_1 &= (\hat{Q}_1 + |r| e^{-i\phi_1})^{-1} (e^{-i\phi_1} + |r| \hat{Q}_1), \\ &= |r| (\hat{Q}_1 + |r| e^{-i\phi_1})^{-1} (\bar{Q}_1 + |r| e^{-i\phi_1})^{-1} (\bar{Q}_1 + |r| e^{-i\phi_1}) (e^{-i\phi_1} / |r| + \hat{Q}_1), \\ &= |r| \frac{[1 + (|r| \hat{Q}_1 + \bar{Q}_1 / |r|) e^{-i\phi_1} + e^{-2i\phi_1}] \hat{\tau}_0}{1 + \text{Tr}[\hat{Q}_1] |r| e^{-i\phi_1} + |r|^2 e^{-2i\phi_1}} \end{aligned} \quad (2.85)$$

ここで、 $\hat{\tau}_0$ は 2 行 2 列の単位行列、 $\bar{Q}_1 = \det[\hat{Q}_1] \hat{Q}_1^{-1}$ は \hat{Q}_1 の余因子行列である。2 行目から 3 行目へ移るときに、(A.2) の性質から $\det[\hat{Q}_1] = 1$ であることを用いた。そして、 $L \rightarrow \infty$ の極限を取ると、

$$\hat{R}_1 \rightarrow \frac{|r| \hat{Q}'_1 + \bar{Q}'_1 / |r|}{\text{Tr}[\hat{Q}'_1]} \quad (2.86)$$

$$\hat{Q}'_1 = \hat{\Lambda}_{1+}^+(\phi_+, 0, -L) \hat{\Lambda}_{1-}^-(\phi_+, -L, 0)$$

\hat{R}_2 に対しても同様な計算をし、(2.82) (2.84) から具体的な行列を求めることができる。
準古典グリーン関数自体にも同様な変形をする。例えば、右側の超伝導体の場合、

$$\begin{aligned}\hat{g}_{2\alpha\alpha}(\phi_\alpha, x) &= -i [e^{i\phi_2} - \hat{A}_{2\alpha}]^{-1} [e^{i\phi_2} + \hat{A}_{2\alpha}] \\ &= -i [e^{i\phi_2} - \hat{A}_{2\alpha}]^{-1} [e^{i\phi_2} - \bar{A}_{2\alpha}]^{-1} [e^{i\phi_2} - \bar{A}_{2\alpha}] [e^{i\phi_2} + \hat{A}_{2\alpha}] \\ &= -i \frac{[e^{2i\phi_2} + e^{i\phi_2}(\hat{A}_{2\alpha} - \bar{A}_{2\alpha}) - \det[\hat{A}_{2\alpha}]] \hat{\tau}_0}{e^{2i\phi_2} - \text{Tr}[\hat{A}_{2\alpha}]e^{i\phi_2} + \det[\hat{A}_{2\alpha}]}\end{aligned}\quad (2.87)$$

ここで $\bar{A}_{2\alpha}$ は余因子行列 $\bar{A}_{2\alpha} = \det[\hat{A}_{2\alpha}] \hat{A}_{2\alpha}^{-1}$ である。 $L \rightarrow \infty$ の極限を取ると、

$$\begin{aligned}\hat{g}_{2\alpha\alpha}(\phi_\alpha, x) &= i \frac{\hat{A}_{2\alpha} - \bar{A}_{2\alpha}}{\text{Tr}[\hat{A}_{2\alpha}]} \\ &= i \left(\frac{2\hat{A}_{2\alpha}}{\text{Tr}[\hat{A}_{2\alpha}]} - \hat{1} \right)\end{aligned}\quad (2.88)$$

となる。ここで、(2.84) からすぐに確かめられるように $\det[\hat{\Lambda}_{2\alpha}^\pm] = 0$ であるので、 $\det[\hat{A}_{2\alpha}] = 0$ となることを用いている。このとき、

$$\hat{A}_{2+}(x) = \hat{\Lambda}_{2+}^-(\phi_+, x, L) \hat{\Lambda}_{2-}^+(\phi_-, L, 0) \hat{R}_1 \hat{U}_{2+}(\phi_+, 0, x) e^{-\kappa_{2k}x} \quad (2.89)$$

$$\hat{A}_{2-}(x) = \hat{U}_{2-}(\phi_-, x, 0) e^{-\kappa_{2k}x} \hat{R}_1 \hat{\Lambda}_{2+}^-(\phi_+, 0, L) \hat{\Lambda}_{2-}^+(\phi_-, L, x) \quad (2.90)$$

である。これは左側の超伝導体における準古典グリーン関数についても同様であるので、まとめて以下になる。

$$\hat{g}_{j\alpha\alpha}(\phi_\alpha, x) = i \left(\frac{2\hat{A}_{j\alpha}(x)}{\text{Tr}[\hat{A}_{j\alpha}(x)]} - \hat{1} \right) \quad (2.91)$$

後でトンネルコンダクタンスを計算する際に、左側は常伝導状態である場合を考えるので、以降 $\hat{g}_{2\alpha\alpha}(\phi_\alpha, x)$ に関する量のみを書き下す。

$$\hat{A}_{2+}(x) = \hat{\lambda}_{2+}(x, 0) \hat{R}_1 \tilde{U}_{2+}(\phi_+, 0, x) \quad (2.92)$$

$$\hat{A}_{2-}(x) = \tilde{U}_{2-}(\phi_-, x, 0) \hat{R}_1 \hat{\lambda}_{2-}(0, x) \quad (2.93)$$

$$\hat{\lambda}_{2+}(x, 0) = \begin{pmatrix} 1 & i/D_{2-}^-(\phi_-, 0) \\ iD_{2+}^-(\phi_+, x) & -D_{2+}^-(\phi_+, x)/D_{2-}^-(\phi_-, 0) \end{pmatrix} \quad (2.94)$$

$$\hat{\lambda}_{2-}(0, x) = \begin{pmatrix} 1 & i/D_{2-}^-(\phi_-, x) \\ iD_{2+}^-(\phi_+, 0) & -D_{2+}^-(\phi_+, 0)/D_{2-}^-(\phi_-, x) \end{pmatrix} \quad (2.95)$$

今、(2.89) と (2.92) を比較すると $\hat{\lambda}_{2+}(x, 0) = \hat{\Lambda}_{2+}(\phi_+, x, L) \hat{\Lambda}_{2-}^+(\phi_-, L, 0)$ であるが、(2.91) の分母と分子で打ち消し合う様な因子は無視している。 $\hat{\lambda}_{2-}(0, x)$ についても同様である。そして (2.86) から計算される \hat{R}_1 の具体的な形は

$$\hat{R}_1 = \frac{1}{|r| [D_{1+}^+(\phi_+, 0) - D_{1-}^+(\phi_-, 0)]} \times \begin{pmatrix} D_{1+}^+(\phi_+, 0) - R D_{1-}^+(\phi_-, 0) & i(1-R) \\ i(1-R) D_{1+}^+(\phi_+, 0) D_{1-}^+(\phi_-, 0) & R D_{1+}^+(\phi_+, 0) - D_{1-}^+(\phi_-, 0) \end{pmatrix} \quad (2.96)$$

ここで $R = |r|^2$ 、及び

$$i D_{1\alpha}^+(\phi_\alpha, x) = \frac{\tilde{v}_{1\alpha}^+(\phi_\alpha, x)}{\tilde{v}_{1\alpha}^+(\phi_\alpha, x)}, \quad i D_{2\alpha}^-(\phi_\alpha, x) = \frac{\tilde{v}_{2\alpha}^-(\phi_\alpha, x)}{\tilde{v}_{2\alpha}^-(\phi_\alpha, x)}$$

$$\tilde{U}_{2+}(\phi_+, 0, x) = \hat{U}_{2+}(\phi_+, 0, x) e^{-\kappa_{2k+} x}, \quad \tilde{U}_{2-}(\phi_-, x, 0) = \hat{U}_{2-}(\phi_-, x, 0) e^{-\kappa_{2k-} x}$$

である。これらの量は以下の方程式に従う。

$$|v_{Fx2}| \frac{\partial}{\partial x} \tilde{U}_{2+}(\phi_+, 0, x) = \tilde{U}_{2+}(\phi_+, 0, x) \begin{pmatrix} \omega_m - \Omega_{2k+} & -i\Delta_2(\phi_+, x) \\ i\Delta_2^*(\phi_+, x) & -\omega_m - \Omega_{2k+} \end{pmatrix} \quad (2.97)$$

$$|v_{Fx2}| \frac{\partial}{\partial x} \tilde{U}_{2-}(\phi_-, x, 0) = \begin{pmatrix} \omega_m - \Omega_{2k-} & -i\Delta_2(\phi_-, x) \\ i\Delta_2^*(\phi_-, x) & -\omega_m - \Omega_{2k-} \end{pmatrix} \tilde{U}_{2-}(\phi_-, x, 0)$$

$$|v_{Fx2}| \frac{\partial}{\partial x} D_{2\alpha}^-(\phi_\alpha, x) = \alpha [2\omega_m D_{2\alpha}^-(\phi_\alpha, x) + \Delta_2(\phi_\alpha, x) D_{2\alpha}^-(\phi_\alpha, x)^2 - \Delta_2^*(\phi_\alpha, x)] \quad (2.98)$$

これらの方程式を解く際の初期条件として、(2.84) (A.5) から、

$$\tilde{U}_{2\alpha}(\phi_\alpha, 0, 0) = 1$$

$$D_{2\alpha}^-(\phi_\alpha, \infty) = \frac{\Delta_2^*(\phi_\alpha, \infty)}{\omega_m + \alpha \Omega_{2k\alpha}} \quad (2.99)$$

と与えられる。ここで注意しなくてはいけないのは、もし $\Delta_2(\phi_\alpha, \infty) \rightarrow 0$ とすると、 $\alpha = -$ のとき $D_{2\alpha}^-(\phi_\alpha, \infty)$ が発散してしまうことである。従って、この量は実際に用いる場合以下のようにして利用する。

$$|v_{Fx2}| \frac{\partial}{\partial x} [D_{2-}^-(\phi_-, x)]^{-1} = 2\omega_m [D_{2-}^-(\phi_-, x)]^{-1} - \Delta_2^*(\phi_-, x) [D_{2-}^-(\phi_-, x)]^{-2} + \Delta_2(\phi_-, x) \quad (2.100)$$

$$[D_{2-}^-(\phi_-, \infty)]^{-1} = -\frac{\Delta_2(\phi_-, \infty)}{\omega_m + \Omega_{2k-}}$$

ここで左側の超伝導体が常伝導状態、つまり $\Delta_1(\phi_\alpha, x) = 0$ である場合を考える。このとき

$$D_{1\alpha}^+(\phi_\alpha, -\infty) = \frac{\Delta_1^*(\phi_\alpha, -\infty)}{\omega_m - \alpha\Omega_{1k\alpha}}$$

である。この式から、 $\Delta_1(\phi_\alpha, x) \rightarrow 0$ とすると $D_{1-}^+(\phi_-, 0) \rightarrow 0$ 、 $D_{1+}^+(\phi_+, 0) \rightarrow \infty$ となることが分かる。従って (2.96) で $D_{1-}^+(\phi_-, 0)$ を落としていくと、

$$\hat{R}_1 \propto \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & R \end{pmatrix} \quad (2.101)$$

となる。この段階で、(2.92) ~ (2.95) 及び (2.101) を用いて (2.91) の準古典グリーン関数 $\hat{g}_{2\alpha\alpha}(\phi_\alpha, x)$ を求めることができる。 $\hat{g}_{2\alpha\alpha}(\phi_\alpha, x)$ が求まれば、次のギャップ方程式を用いてペアポテンシャルの空間依存性が決まる [83, 95, 96]。

$$\Delta(\phi, x) = \frac{2\pi T}{\log \frac{T}{T_c} + \sum_{0 \leq m < \omega_c} \frac{1}{m + 1/2}} \sum_{0 \leq \omega_m < \omega_c} \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sum_{\alpha} V(\phi, \phi'_\alpha) [\hat{g}_{2\alpha\alpha}(\phi'_\alpha, x)]_{12} d\phi' \quad (2.102)$$

ここで ω_c は適当な切断エネルギー、 $V(\phi, \phi'_\alpha)$ は電子対の引力相互作用である。 $[\hat{g}_{2\alpha\alpha}]_{12}$ は $\hat{g}_{2\alpha\alpha}$ の (12) 成分である。このギャップ方程式を用いてペアポテンシャルを自己無撞着に計算する場合、まずペアポテンシャルの初期値としてバルクな領域での値を知る必要がある。その領域での準古典グリーン関数は、

$$\hat{g}_{2\pm\pm}(\phi_\pm, \infty) = \frac{1}{\sqrt{\omega_m^2 + |\Delta_2(\phi_\pm, \infty)|^2}} \begin{pmatrix} i\omega_m & \Delta_2(\phi_\pm, \infty) \\ -\Delta_2^*(\phi_\pm, \infty) & -i\omega_m \end{pmatrix} \quad (2.103)$$

と与えられる [83]。これを用いてバルクな領域でのペアポテンシャルの値を決め、それを用いて界面までのペアポテンシャルの空間変化を自己無撞着に決めていく。

更に、この節ででてきた量と前節 2.1 節で用いた量とを対比させる。まず \hat{R}_1 の成分に含まれる R は前節での常伝導状態におけるコンダクタンスを用いて $1 - \sigma_N$ に対応している。そして (2.98) と (2.100) の D_{2+}^- 、 $[D_{2-}^-]^{-1}$ は 2.1 節でコンダクタンスの表式に現れていた Γ に対応する量である。そこで、これ以後の節でコンダクタンスを計算するときのために $D_{2+}^-(\phi_+, x) = \Gamma_{2+}(\phi_+, x)$ 、 $-[D_{2-}^-]^{-1} = \Gamma_{2-}(\phi_-, x)$ と書き直し、更に $\omega_m \rightarrow -iE$ と解析接続するとこれらの従う方程式は

$$\begin{aligned} i |v_{Fx2}| \frac{\partial}{\partial x} \Gamma_{2+}(\phi_+, x) &= 2E\Gamma_{2+}(\phi_+, x) - \Delta_2(\phi_+, x)\Gamma_{2+}^2(\phi_+, x) - \Delta_2^*(\phi_+, x) \\ i |v_{Fx2}| \frac{\partial}{\partial x} \Gamma_{2-}(\phi_-, x) &= 2E\Gamma_{2-}(\phi_-, x) - \Delta_2^*(\phi_-, x)\Gamma_{2-}^2(\phi_-, x) - \Delta_2(\phi_-, x) \end{aligned} \quad (2.104)$$

である。コンダクタンスを計算するにはこの式を用いる。この $\Gamma_{2+}(\phi_+, x)$ 、 $\Gamma_{2-}(\phi_-, x)$ はペアポテンシャルの内部位相因子も含む量である。2.1 節では内部位相因子は Γ とは独立に外に出していたために、全て同じ Γ で表していたが、例えば UPt_3 の A_{1u} 、 A_{2u} の場合のコンダクタンスの式 (2.36) (2.37) で、分子の $|\Gamma|^2$ は $|\Gamma_{2+}(\phi_+, x)|^2$ 、 $|\Gamma|^4$ は $|\Gamma_{2+}(\phi_+, x)|^2 |\Gamma_{2-}(\phi_-, x)|^2$ に対応し、分母の Γ^2 は $\Gamma_{2+}(\phi_+, x)\Gamma_{2-}(\phi_-, x)$ に対応している。更に、 Sr_2RuO_4 で $E_u(1)$ の z - y 界面の場合は、直接 Γ_+ が $\Gamma_{2+}(\phi_+, x)$ に、 Γ_- が $\Gamma_{2-}(\phi_-, x)$ に対応している。

次節以降、以上のようなことを考慮して用いるペアポテンシャルごとに引力相互作用 $V(\phi, \phi'_\alpha)$ を適当に与え、(2.102) を用いて自己無撞着に空間変化を決め、それを用いてトンネルコンダクタンスを求める。

2.2.2 トンネルコンダクタンス

まず最初に、節 2.2.1 での公式を UPt_3 の超伝導状態に対するペアポテンシャルの候補に対して適用し、ペアポテンシャルの空間依存性を考慮することで、トンネルコンダクタンスにおけるその影響を調べる。簡単のため、用いるペアポテンシャルは、非ユニタリー状態である A_{1u} 、 A_{2u} の二つの場合に関わり、また界面の方向はゼロバイアスコンダクタンスピークの得られた x - y 界面の場合のみ計算する。バルクな領域でのペアポテンシャルの形は、 A_{1u} が $\Delta_{\uparrow\uparrow}(\theta, \phi) = \Delta_0 \cos \theta$ 、 A_{2u} が $\Delta_{\uparrow\uparrow}(\theta, \phi) = \Delta_0 \cos \theta \sin^2 \theta$ である。前節のギャップ方程式 (2.102) の左辺はそれぞれ、 $\Delta(\theta, z) = \Delta(z) \cos \theta$ 、そして $\Delta(\theta, z) = \Delta(z) \cos \theta \sin^2 \theta$ となる。今の場合、ペアポテンシャルの持つ角度変数は θ のみであるから節 2.2.1 での ϕ 依存性は全て θ になり、 x - y 界面について考えるのだから x は z で置き換えられる。更に三次元系を考えているので式 (2.102) での積分には ϕ についての全範囲についての積分も入るが、あらわな ϕ 依存性はないのでその積分からは、単に 2π がでてくるだけである。また、それぞれに対する引力相互作用の波数依存性は

A_{1u} ;

$$V(\theta, \theta'_\alpha) = C_1 \cos \theta \cos \theta'_\alpha \quad (2.105)$$

A_{2u} ;

$$V(\theta, \theta'_\alpha) = C_2 \cos \theta \sin^2 \theta \cos \theta'_\alpha \sin^2 \theta'_\alpha \quad (2.106)$$

と与えられる。ここで、 $C_{1,2}$ はギャップ方程式を積分したときに、その積分を 1 にするための規格化定数で、今 $C_1 = 3/2$ 、 $C_2 = 105/16$ と取る。系の温度は、数値計算の都合上、 $T_c = 1$ としたとき $T = 0.2$ としている。これはほぼ絶対零度であると見なすことができる。

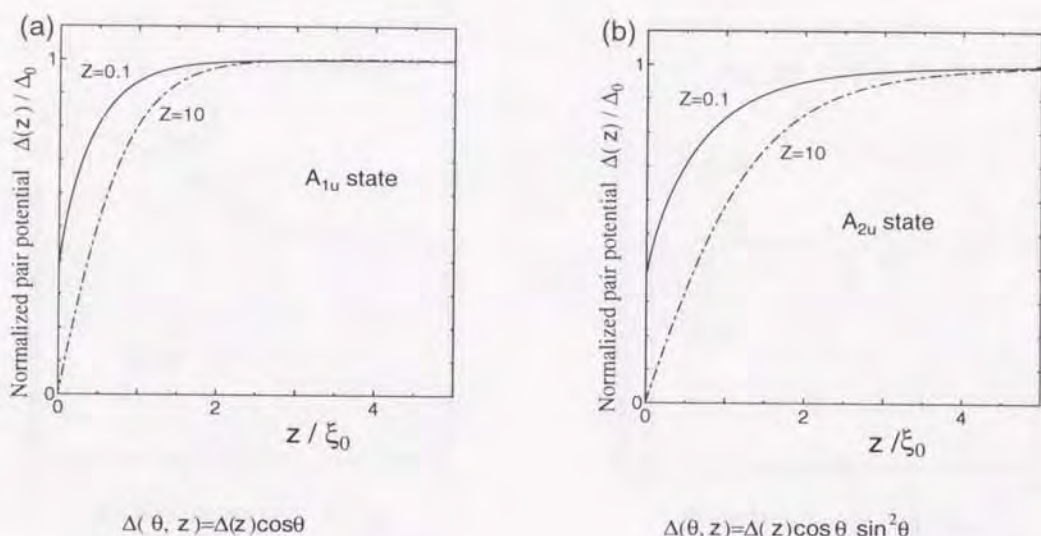


図 2.13: ペアポテンシャルの空間依存性。(a); A_{1u} 状態、(b); A_{2u} 状態。 x - y 界面。 Z は有効バリアパラメーター、 $\xi_0 = v_F/\Delta_0$ はコヒーレンス長。

この $V(\theta, \theta'_\alpha)$ を用いて、計算されたペアポテンシャルの空間依存性を図 2.13 に示す。図中の $\xi_0 = v_F/\Delta_0$ はクーパー対のコヒーレンス長である。それぞれに対し、界面におけるバリアパラメーターが小さい場合 ($Z = 0.1$) と大きい場合 ($Z = 10$) を示している。これはコンダクタンスにおいて、アンドレーフ反射の効果のみが顕著な場合と、はっきりとゼロバイアスコンダクタンスピークが現れる場合に対応している。この界面の方向の場合、どちらのペアポテンシャルに対しても入射電子は全てゼロバイアスコンダクタンスピークの形成に寄与する (節 2.1.3)。この様な場合、近接効果によるペアポテンシャルの界面での空間変化が著しく現れており、Ohashi[96] による結果と一致している。

ここで用いるコンダクタンスの式は基本的に節 2.1.2 の場合と同じであるが、節 2.2.1 での $\Gamma_{2+}(\theta_+, x)$ 、 $\Gamma_{2-}(\theta_-, x)$ を用いて書き直すと

$$\sigma_{S,\uparrow}(E, \theta, \phi) = \frac{1 + \sigma_N(\theta, \phi) |\Gamma_{2+}(\theta_+, x)|^2 + [\sigma_N(\theta, \phi) - 1] |\Gamma_{2+}(\theta_+, x)|^2 |\Gamma_{2-}(\theta_-, x)|^2}{|1 + [\sigma_N(\theta, \phi) - 1] \Gamma_{2+}(\theta_+, x) \Gamma_{2-}(\theta_-, x)|^2} \quad (2.107)$$

となる。(2.104) によって $\Gamma_{2+}(\theta_+, x)$ 、 $\Gamma_{2-}(\theta_-, x)$ を定め、コンダクタンスを計算する。図 2.14 に示されたコンダクタンスは、節 2.1.3 の図 2.5 での x - y 界面の場合と、定性的には全く同じである。つまり、ペアポテンシャルの空間依存性を自己無撞着に計算し、それを考慮した場合のトンネルコンダクタンスにおいても、やはりバリアパラメーター Z が十分大きければゼロバイアスコンダクタンスピークは現れており、 Z が小さい場合にはアンドレー

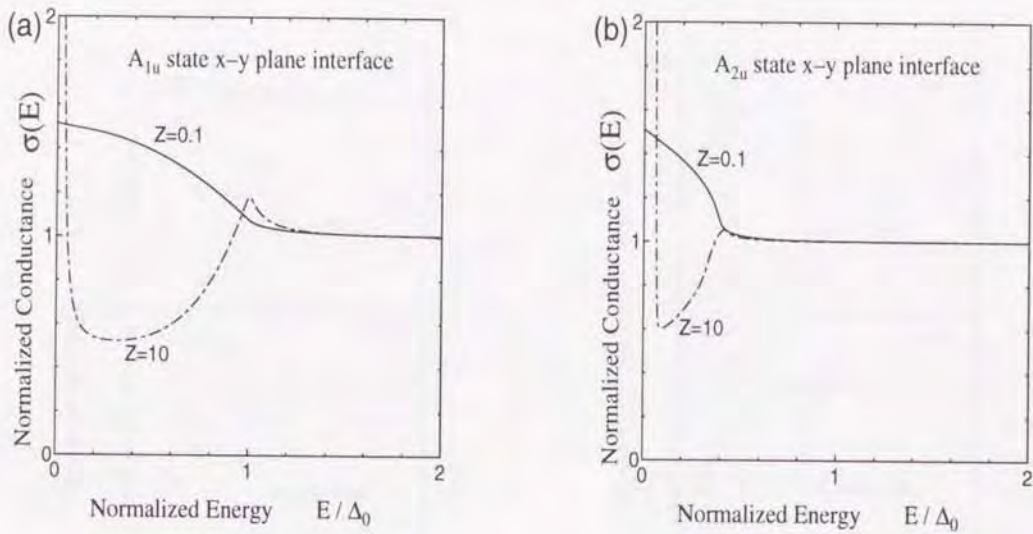


図 2.14: ペアポテンシャルの空間依存性を考慮した場合のトンネルコンダクタンス。(a) ; A_{1u} 状態、(b) ; A_{2u} 状態。x-y 界面。Z は有効バリアパラメーター。

フ反射の影響が顕著に現れるという傾向は全く同じである。

次に、 Sr_2RuO_4 に対するペアポテンシャルの場合について述べる。ここではユニタリー状態である $E_u(U1)$ 、 $E_u(U2)$ について計算する。界面の方向は、z-y 界面のみを用いる。そして、系は完全に二次元であるとする。バルクな領域でのペアポテンシャルはそれぞれ、 $\Delta_{\uparrow\downarrow}(\phi) = \Delta_{\uparrow\uparrow}(\phi) = \Delta_0(\sin \phi + \cos \phi)$ 、及び $\Delta_{\uparrow\downarrow}(\phi) = \Delta_{\uparrow\uparrow}(\phi) = \Delta_0 e^{i\phi}$ である。それぞれに対して、引力相互作用の波数依存性は同じ形を仮定する。

$$V(\phi, \phi'_\alpha) = C(\sin \phi \sin \phi'_\alpha + \cos \phi \cos \phi'_\alpha) \quad (2.108)$$

ここで $C = 2$ と取る。この場合、ペアポテンシャルの空間依存性を計算するとき、以下のように $\sin \phi$ の部分と $\cos \phi$ の部分に分けて計算する。

$E_u(U1)$;

$$\Delta(\phi, x) = \Delta_1(x) \cos \phi + \Delta_2(x) \sin \phi \quad (2.109)$$

$E_u(U2)$;

$$\Delta(\phi, x) = \Delta_1(x) \cos \phi + i\Delta_2(x) \sin \phi \quad (2.110)$$

それぞれ、 $\Delta_1(x)$ 、 $\Delta_2(x)$ について図 2.15 に示す。得られた結果は、ペアポテンシャルの界面に垂直な成分、 Δ_1 は界面付近で減少しているのに対して、界面に平行な成分、 Δ_2 は逆に増加している (図 2.15)。このことは、 ^3He の BW 状態においても同様なことが報告され

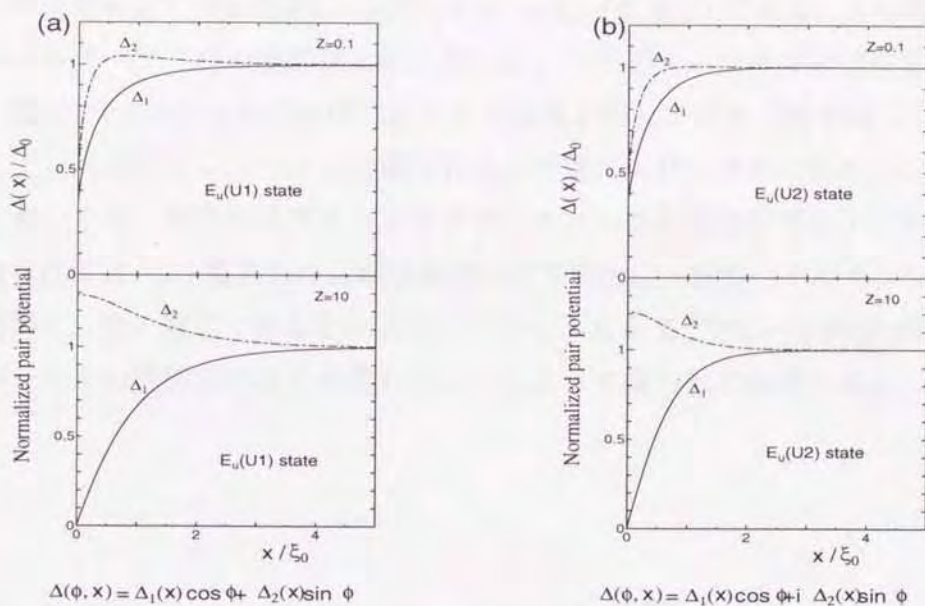


図 2.15: ペアポテンシャルの空間依存性。(a); $E_u(U1)$ 状態、(b); $E_u(U2)$ 状態。z-y 界面。 Z は有効バリアパラメーター、 $\xi_0 = v_F/\Delta_0$ はコヒーレンス長。

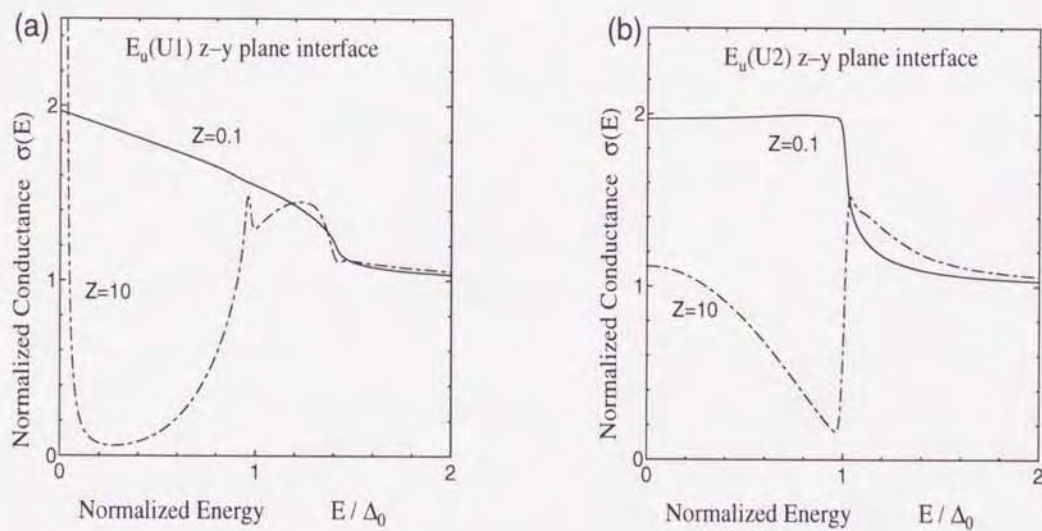


図 2.16: ペアポテンシャルの空間依存性を考慮した場合のトンネルコンダクタンス。(a); $E_u(U1)$ 状態、(b); $E_u(U2)$ 状態。z-y 界面。 Z は有効バリアパラメーター。

ている [97]。コンダクタンスは (2.107) と全く同じ形であるが、今はユニタリー状態のペアポテンシャルを考えているために $\sigma_{S,\uparrow}(E, \theta, \phi) = \sigma_{S,\downarrow}(E, \theta, \phi)$ である。この場合も、結果としてトンネルスペクトルの定性的な振る舞いは、ペアポテンシャルの空間依存性を考えなかった、節 2.1.4 での図 2.9 の上段に示された結果と同じである (図 2.16)。

結果として、ペアポテンシャルの空間依存性を考慮に入れて求められたトンネルコンダクタンスにおいても、ゼロバイアスコンダクタンスピークの形成を含むトンネルスペクトルの定性的な性質は、2.1 節における超伝導体中で空間的に一定なペアポテンシャルを用いた場合の結果と、全く同じであるといえる。しかし、 $E = \Delta_0$ でピーク構造が現れるのは、ペアポテンシャルの空間依存性を考慮したことによって得られた結果である。

第 3 章

トリプレット超伝導体接合におけるジョセフソン効果

この章では、まず最初の節で Pb-Sr₂RuO₄-Pb 接合でのジョセフソン電流の振る舞いを説明するために s-波超伝導体-p-波超伝導体-s-波超伝導体接合でのジョセフソン電流を Furusaki 公式を用いて計算し、その振る舞いの起源を議論する。そして、後の節では s-波超伝導体-強磁性絶縁体-s-波超伝導体接合におけるジョセフソン電流について議論する。そこでは、トリプレット超伝導体については議論されないが、興味ある発展が期待される。

3.1 s-波-p-波-s-波接合

まず最初に s-波超伝導体に対する Furusaki と Tsukada[78] による s-波超伝導体に対するジョセフソン電流の公式 [78] について少し触れておく。この公式によるとジョセフソン電流は、アンドレーフ反射係数 a のみで表される。左側の超伝導体のペアポテンシャルを $\Delta_L(T)$ とし、界面は z -軸に垂直で入射電子の方向は極角 θ のみに依存する場合、二つの超伝導体の位相差 φ 、 θ に依存したジョセフソン電流 $I(\varphi, \theta)$ は、 a のエネルギー依存性を $E \rightarrow i\omega_m$ と解析接続した $\bar{a}(\varphi, \theta)$ によって

$$I(\varphi, \theta) = e\Delta_L(T)T \sum_{\omega_m} \frac{\bar{a}(\varphi, \theta) - \bar{a}(-\varphi, \theta)}{\Omega_{mL}} \quad (3.1)$$

と与えられる (付録 C 参照)。ここで、 $\Omega_{mL} = \sqrt{\omega_m^2 + |\Delta_L(T)|^2}$ 、 e は電子の電荷を表す。 $\omega_m = 2\pi T(m + 1/2)$ は松原振動数。これを全ての角度にわたって積分した全電流 $J(\varphi)$ 、及びそれを規格化する際の常伝導状態の抵抗 R_N は、

$$J(\varphi) = \frac{k_F^2 S}{\pi} \int_0^{\pi/2} I(\varphi, \theta) \cos \theta \sin \theta d\theta \quad (3.2)$$

$$R_N^{-1} = \frac{e^2 k_F^2 S}{\pi^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sigma_N(\theta) \cos \theta \sin \theta d\theta \quad (3.3)$$

ここで、 $\sigma_N(\theta) = \cos^2 \theta / (\cos^2 \theta + Z^2)$ は、界面でデルタ関数型のバリアポテンシャルを仮定した場合の常伝導状態でのコンダクタンスを表す。 S は接合面の面積である。従って、規格化した形で書くと

$$\frac{e}{\pi} R_N J(\varphi) = \Delta_L(T) T \frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}} K(\varphi, \theta) \cos \theta \sin \theta d\theta}{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sigma_N(\theta) \cos \theta \sin \theta d\theta} \quad (3.4)$$

となる。ここで $K(\varphi, \theta)$ は式 (3.1) の右辺で $e\Delta_L(T)T$ を除いた ω_m に関する和の部分である。

これまでの、トンネルコンダクタンスのスペクトルにもはっきりと現れていた様に、等方的な超伝導体に比べて、ペアポテンシャルの異方性、つまり、内部位相の効果が非常に重要な影響を持つことは明らかである。これは、ジョセフソン効果においてより顕著になってくる。実際に高温超伝導体では、この内部位相のジョセフソン電流における影響が明らかにされている。界面におけるゼロエネルギー状態の存在により、最大ジョセフソン電流 $J_c(T)$ が T^{-1} に比例すると言われている [79, 80, 81]。このゼロエネルギー状態の存在は、 d -波超伝導体のペアポテンシャルの異方性、方向による符号変化があるために、界面の方向によって形成されるものである [16]。ここでは、 s -波超伝導体- p -波超伝導体- s -波超伝導体接合において、ゼロエネルギー状態の形成無しに最大ジョセフソン電流 $J_c(T)$ が非単調な温度依存性を示すことを述べる。

通常 d.c. ジョセフソン電流は二つの超伝導体間のペアポテンシャルの位相差 φ により表され、一般的に以下のように書ける。

$$J(\varphi) = \sum_n \bar{J}_n \sin(n\varphi) \quad (3.5)$$

これまでに、トリプレット超伝導体-シングレット超伝導体接合では、スピン-軌道相互作用がなければ $\bar{J}_1 = 0$ であることが知られている [85, 86, 87, 88]。この性質はトリプレットとシングレットのパリティの違いによるものである。この様なことから、トリプレット超伝導体とシングレット超伝導体の間にはジョセフソン電流は流れないであろうとの考えもあった。しかし、最近ペンシルベニア大の Jin 等によって、Pb-Sr₂RuO₄-Pb 接合においてジョセフソン電流の測定 [89] が行われ、最大ジョセフソン電流がこれまでのジョセフソン効果の理論では説明できない、奇妙な温度依存性を示すことが明らかにされた。

そこで、ここでは二つの s -波超伝導体 ($x < 0, x > L$) の間に p -波超伝導体 ($0 < x < L$) が挟まれた形の接合を考え、Furusaki 公式を用いて、今の場合のジョセフソン電流を計算

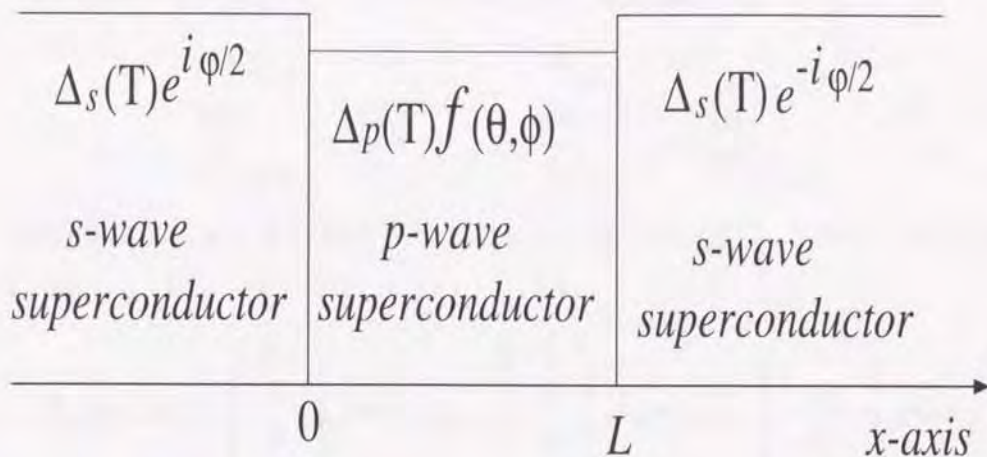


図 3.1: s -波超伝導体- p -波超伝導体- s -波超伝導体 (s - p - s) 接合の模式図。

する。それぞれの超伝導体の転移温度を、 T_s 、 T_p と書く。 L は p -波超伝導体の厚さで、二つの s -波超伝導体は半無限であるものとする。界面は $x = 0$ と $x = L$ にあり、 x -軸に垂直である。他の界面の方向は考えない。そして、界面におけるバリアポテンシャルは簡単のために無視する。トンネルコンダクタンスの場合と同様に、フェルミ波数 k_F と有効質量 m は全ての領域で等しいとし、系は全てクリーンリミットであるとする。さらに、節 2.1.4 でも述べたように、極角 θ に関する積分は $-\bar{\delta} < \sin^{-1}(k_{Fz}/k_F) < \bar{\delta}$ の領域に制限される。ここでは $\bar{\delta} = 0.1\pi$ と取る。ここではペアポテンシャルは超伝導体内での空間依存性は無視し、以下のような階段関数型の形を仮定する [107]。

$$\begin{aligned}
 \Delta_{\rho\rho'}(x, \theta, \phi) &= \delta_{\rho, -\rho'}(\delta_{\rho, \uparrow} - \delta_{\rho, \downarrow})\Delta_s(T)e^{i\varphi/2} & x < 0, \\
 &= \delta_{\rho, -\rho'}\Delta_p(T)f(\theta, \phi) & 0 < x < L, \\
 &= \delta_{\rho, -\rho'}(\delta_{\rho, \uparrow} - \delta_{\rho, \downarrow})\Delta_s(T)e^{-i\varphi/2} & L < x.
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

p -波超伝導体のペアポテンシャルは $\Delta_{\uparrow\downarrow}(x, \theta, \phi) = \Delta_{\downarrow\uparrow}(x, \theta, \phi)$ であるようなユニタリー状態であると仮定する。 $f(\theta, \phi)$ はその波数依存性を表す。 s -波の領域では、準粒子はそのスピンによって感じるペアポテンシャルの符号が変化するが、 p -波領域ではそれに関係なく同じ符号のペアポテンシャルを感じる。 s -波超伝導体と p -波超伝導体の間の外部位相の差は、電流保存則を満たすために、それぞれの界面で $\varphi/2$ であるとする [107]。それぞれの超伝導体中の準粒子を記述する波動関数は、第 2 章のアンドレーフ方程式 (2.9) に従う。こ

ここでは、界面でのバリアポテンシャルが無い場合、接続条件は

$$\begin{aligned} \bar{\Psi}(x)|_{x=0_-} &= \bar{\Psi}|_{x=0_+}, & \bar{\Psi}|_{x=L_-} &= \bar{\Psi}|_{x=L_+}, \\ \frac{d\bar{\Psi}}{dx}|_{x=0_-} &= \frac{d\bar{\Psi}}{dx}|_{x=0_+}, & \frac{d\bar{\Psi}}{dx}|_{x=L_-} &= \frac{d\bar{\Psi}}{dx}|_{x=L_+} \end{aligned} \quad (3.7)$$

となる。波動関数は、 $x < 0$ の領域から \uparrow スピンの電子が入射した場合、以下のように与えられる。

$$\bar{\Psi}_n(x < 0) = \begin{pmatrix} u_L \\ 0 \\ 0 \\ v_L \end{pmatrix} e^{iq_{x1}^+ x} + a_{\uparrow\uparrow} \begin{pmatrix} v_L^* \\ 0 \\ 0 \\ u_L^* \end{pmatrix} e^{iq_{x1}^- x} + a_{\downarrow\uparrow} \begin{pmatrix} 0 \\ -v_L^* \\ u_L^* \\ 0 \end{pmatrix} e^{iq_{x1}^- x} \quad (3.8)$$

$$\bar{\Psi}_n(0 < x < L) = c_{\uparrow\uparrow} \begin{pmatrix} u_p \\ 0 \\ 0 \\ v_p \end{pmatrix} e^{ik_x^+ x} + c_{\downarrow\uparrow} \begin{pmatrix} 0 \\ u_p \\ v_p \\ 0 \end{pmatrix} e^{ik_x^+ x} + d_{\uparrow\uparrow} \begin{pmatrix} v_p^* \\ 0 \\ 0 \\ u_p^* \end{pmatrix} e^{-ik_x^- x} + d_{\downarrow\uparrow} \begin{pmatrix} 0 \\ v_p^* \\ u_p^* \\ 0 \end{pmatrix} e^{-ik_x^- x} \quad (3.9)$$

$$\bar{\Psi}_n(L < x) = g_{\uparrow\uparrow} \begin{pmatrix} u_R \\ 0 \\ 0 \\ v_R \end{pmatrix} e^{iq_{x2}^+ x} + g_{\downarrow\uparrow} \begin{pmatrix} 0 \\ u_R \\ -v_R \\ 0 \end{pmatrix} e^{iq_{x2}^+ x} \quad (3.10)$$

二つの s -波超伝導体は全く同一であるとする。従って $q_{x1} = q_{x2}$ であるが、この量は以下アンドレーフ反射係数には現れてこない。 k_x^\pm については、 $k_x^\pm \simeq k_{Fx} \pm \Omega_p/v_{Fx}$ と近似する。これはアンドレーフ反射係数中に $k_x^+ - k_x^-$ の形で現れ、これが p -波超伝導体中での電子とホールの干渉効果を表す。その他の諸量は、ペアポテンシャルの外部位相を左の超伝導体から順に φ_L 、 φ_p そして φ_R とすると、

$$\begin{aligned} u_{L(R)} &= e^{i\frac{\varphi_{L(R)}}{2}} \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 + \frac{\Omega_s}{E}\right)}, & v_{L(R)} &= e^{-i\frac{\varphi_{L(R)}}{2}} \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 - \frac{\Omega_s}{E}\right)} \\ u_p &= e^{i\frac{\varphi_p}{2}} \gamma \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 + \frac{\Omega_p}{E}\right)}, & v_p &= e^{-i\frac{\varphi_p}{2}} \gamma^* \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 - \frac{\Omega_p}{E}\right)} \\ \Omega_s &= \sqrt{E^2 - |\Delta_s(T)|^2}, & \Omega_p &= \sqrt{E^2 - |\Delta_p(T)f(\theta, \phi)|^2} \\ \gamma &= \frac{f(\theta, \phi)}{|f(\theta, \phi)|} \end{aligned}$$

ここで、 γ は p -波ペアポテンシャルの波数依存性からくる内部位相を表す因子である。そして、全ての u 、 v に関する複素共役は位相因子についてのみ影響するもので、ルートの

かかったエネルギー依存性の部分についての複素共役を意味しない。この波動関数から、(3.7) の接続条件を用いて得られたアンドレーフ反射係数 $a_{\rho\rho'}$ には、外部位相は $\varphi_L - \varphi_p$ 、 $\varphi_p - \varphi_R$ 及び $\varphi_L - \varphi_R$ という差の形でのみ含まれるので、ペアポテンシャルの定義のように、 $\varphi_L = -\varphi_R = \varphi/2$ 及び $\varphi_p = 0$ とおいて良い。 $x < 0$ の領域で \downarrow スピンの電子が入射した場合は、波動関数 (3.8) の第一項で

$$\begin{pmatrix} u_L \\ 0 \\ 0 \\ v_L \end{pmatrix} e^{iq_{x1}^+ x} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ u_L \\ -v_L \\ 0 \end{pmatrix} e^{iq_{x1}^+ x}$$

という置き換えをすればよい。得られたアンドレーフ反射係数は、 \uparrow スピンの電子が入射した場合 $a_{\downarrow\uparrow} = 0$ となり、 \downarrow スピンの電子が入射した場合 $a_{\uparrow\downarrow} = 0$ となる。故にこれ以降、 \uparrow スピンの電子が入射した場合の $a_{\uparrow\uparrow}$ を $a_1(\varphi, \theta, \phi)$ 、 \downarrow スピンの電子が入射した場合の $a_{\downarrow\downarrow}$ を $a_2(\varphi, \theta, \phi)$ と書き直す。更に、これらを $E \rightarrow i\omega_m$ と解析接続し、得られた $\bar{a}_1(\varphi, \theta, \phi)$ 、 $\bar{a}_2(\varphi, \theta, \phi)$ は以下に与えられる。

$$\bar{a}_1(\varphi, \theta, \phi) = \frac{1}{i} \left\{ \frac{A_- + \Gamma_{ms} B_+}{\Gamma_{ms} A_- - B_+} \right\}, \quad \bar{a}_2(\varphi, \theta, \phi) = \frac{1}{i} \left\{ \frac{A_+ + \Gamma_{ms} B_-}{\Gamma_{ms} A_+ - B_-} \right\}, \quad (3.11)$$

$$A_{\pm} = e^{i\varphi/2} \gamma^* \Gamma_{mp} (e^{-2XW} - 1) \pm e^{i\varphi} \Gamma_{ms} (e^{-2XW} + \Gamma_{mp}^2), \quad (3.12)$$

$$B_{\pm} = e^{i\varphi/2} \gamma \Gamma_{ms} \Gamma_{mp} (1 - e^{-2XW}) \pm (1 + \Gamma_{mp}^2 e^{-2XW}), \quad (3.13)$$

$$\Gamma_{ms(p)} = \sqrt{\frac{\Omega_{ms(p)} - \omega_m}{\Omega_{ms(p)} + \omega_m}},$$

$$\Omega_{ms} = \sqrt{\omega_m^2 + |\Delta_s(T)|^2}, \quad \Omega_{mp} = \sqrt{\omega_m^2 + |\Delta_p(T) f(\theta, \phi)|^2}.$$

Furusaki 公式から、上の係数を用いてジョセフソン電流 $J(\varphi)$ は

$$eR_N J(\varphi) = \Delta_s(T) T \frac{\int_{\pi/2-\delta}^{\pi/2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} K(\varphi, \theta, \phi) \sin^2 \theta \cos \phi d\theta d\phi}{\frac{1}{\pi} \int_{\pi/2-\delta}^{\pi/2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^2 \theta \cos \phi d\theta d\phi}, \quad (3.14)$$

$$K(\varphi, \theta, \phi) = \sum_{\omega_m} \frac{\bar{a}_1(\varphi, \theta, \phi) + \bar{a}_2(\varphi, \theta, \phi) - \bar{a}_1(-\varphi, \theta, \phi) - \bar{a}_2(-\varphi, \theta, \phi)}{2\Omega_{ms}}, \quad (3.15)$$

となる。ここで、 R_N は常伝導状態における抵抗、 $X = L/\xi_p$ 及び $W = \Omega_{mp}/(|\Delta_p(0)| \sin \theta \cos \phi)$ である。この中で ξ_p は p -波超伝導体におけるコヒーレンス長で、今の場合 $\xi_p = k_F / |m\Delta_p(0)|$ と与えられる。ペアポテンシャルのモデルとしては、 Sr_2RuO_4 に対する

$E_u(U1)$ と $E_u(U2)$ の二つを用いる。従って、 $E_u(U1)$ に対して； $f(\theta, \phi) = \sin \theta (\sin \phi + \cos \theta)$ 、 $E_u(U2)$ に対して； $f(\theta, \phi) = e^{i\phi} \sin \theta$ である。そして、内部位相因子 γ は、 $E_u(U1)$ に対して； $\gamma = \text{sgn}(\sin \phi + \cos \phi)$ 、 $E_u(U2)$ に対して； $\gamma = e^{i\phi}$ で与えられる。これらを上の式に代入することにより、 $J(\varphi)$ 及び最大ジョセフソン電流 $J_c(T)$ を計算することができる。以下、Pb-Sr₂RuO₄-Pb 接合を模するために s -波超伝導体の転移温度 T_s を 8.1K、 p -波超伝導体の転移温度 T_p を 1.0K とする。ペアポテンシャルの振幅 $\Delta_s(T)$ 、 $\Delta_p(T)$ はどちらも BCS 型の温度依存性に従うものとする。得られた結果を図 3.2 と図 3.3 に示す。温度の低下と共に増加していた $J_c(T)$ が、 T_p で急激に減少し、更に温度を下げると再び上昇していく。これは s -波超伝導体におけるジョセフソン効果では見られなかった結果である。このことをより詳しく見るために、式 (3.15) の $K(\varphi, \theta, \phi)$ について二つの場合を考えてみる。まず、 $T > T_p$ 、つまり $\Delta_p(T) = 0$ の場合 $K(\varphi, \theta, \phi)$ は

$$K(\varphi, \theta, \phi) = \sum_{\omega_m} \frac{1}{2\Omega_{ms}} \left\{ \frac{4\Gamma_{ms}(1 + \Gamma_{ms}^2)e^{-2XW'} \sin \varphi}{|\Gamma_{ms}^2 e^{-2XW'} e^{i\varphi} + 1|^2} \right\}, \quad (3.16)$$

となる。ここで $W' = \omega_m / (|\Delta_p(0)| \sin \theta \cos \phi)$ 。これは、通常の S - N - S 接合での結果 [77] を再現している。次に、 $L \rightarrow \infty$ の極限では

$$K(\varphi, \theta, \phi) = \sum_{\omega_m} \frac{1}{2\Omega_{ms}} \left\{ \frac{-2\gamma^* \Gamma_{ms}(1 + \Gamma_{ms}^2) \Gamma_{mp}^2 \sin \varphi}{(1 - \gamma^{*2} \Gamma_{ms}^2 \Gamma_{mp}^2)^2 + 4\gamma^{*2} \Gamma_{ms}^2 \Gamma_{mp}^2 \sin^2(\varphi/2)} \right\}. \quad (3.17)$$

この結果は、弱い結合の極限での s -波- p -波接合での結果 [88] と一致している。ここでの最も特徴的な結果は、(3.16) の場合（以後 s - s 結合）と (3.17) の場合（以後 s - p 結合）とで、 $0 < \varphi < \pi$ の範囲で、入射角 θ 、 ϕ の全ての範囲について積分したときに、前者はジョセフソン電流に正の寄与をするのに対し、後者は、主に負で寄与する範囲が大部分を占めるということである。これは温度の低下と共に s - p 結合が優勢になっていき、接合がいわゆる“ π -接合”に変化する可能性があることを意味する。これら二つの項は異なる T 及び L 依存性を持つために、両者の競合によりこのような振る舞いが現れるのである。これらは、もとをたどれば s -波超伝導体と p -波超伝導体のペアポテンシャルのスピンの対するパリティの違いから生じたことである。ジョセフソン電流 $J(\varphi)$ が正から負へ変わる様子は、特に $E_u(U1)$ 状態の $X = 1$ の場合に顕著に現れている（図 3.4）。その他の場合も温度の低下と共に、上昇していた最大値が T_p を境に一度減少し、再び増加していくという結果が得られている（図 3.4、3.5）。

更に、ジョセフソン電流の L 依存性を見てみると、 L がコヒーレンス長 ξ_p よりも十分小さい場合、 s - s 結合が強く残っており、 $J(\varphi)$ の顕著な正負反転は見られない（図 3.4、3.5）。

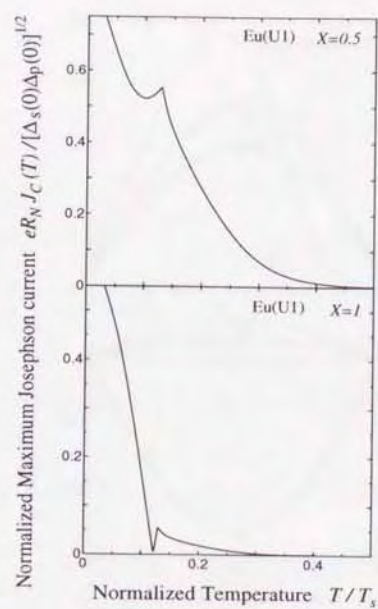


図 3.2: $E_u(U1)$ に対する規格化された最大ジョセフソン電流 $J_c(T)$ 。 $T_p/T_s = 0.13$ 。 X は 0.5 と 1。

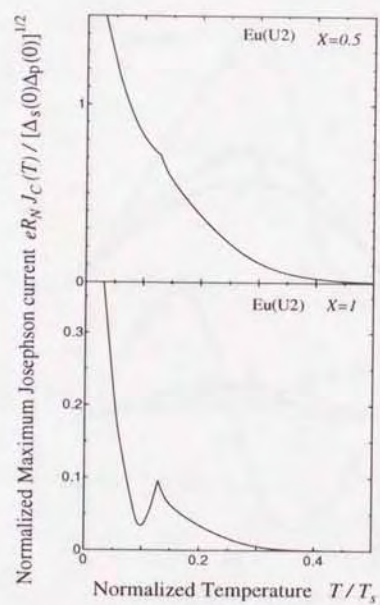


図 3.3: $E_u(U2)$ に対する規格化された最大ジョセフソン電流 $J_c(T)$ 。 $T_p/T_s = 0.13$ 。 X は 0.5 と 1。

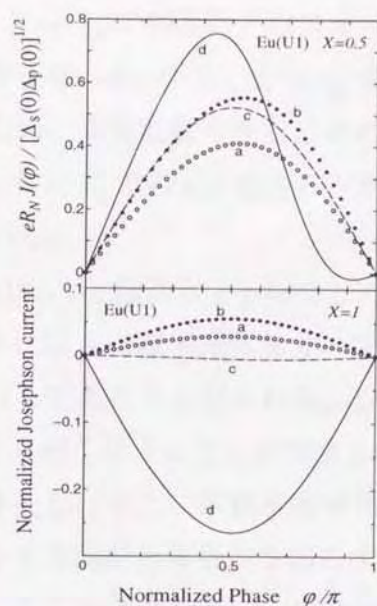


図 3.4: $E_u(U1)$ に対する $J(\varphi)$ 。 $T_p/T_s = 0.13$ 。 $X = 0.5$; a: $T/T_s = 0.15$ 、 b: $T/T_s = 0.13$ 、 c: $T/T_s = 0.11$ 、 及 \vee d: $T/T_s = 0.03$ 。 $X = 1$; a: $T/T_s = 0.15$ 、 b: $T/T_s = 0.13$ 、 c: $T/T_s = 0.12$ 、 及 \vee d: $T/T_s = 0.09$ 。

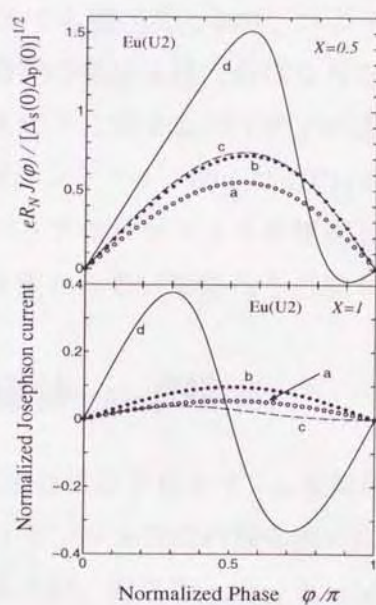


図 3.5: $E_u(U2)$ に対する $J(\varphi)$ 。 $T_p/T_s = 0.13$ 。 $X = 0.5$; a: $T/T_s = 0.15$ 、 b: $T/T_s = 0.13$ 、 c: $T/T_s = 0.12$ 、 及 \vee d: $T/T_s = 0.03$ 。 $X = 1$; a: $T/T_s = 0.15$ 、 b: $T/T_s = 0.13$ 、 c: $T/T_s = 0.11$ 、 及 \vee d: $T/T_s = 0.03$ 。

の上段)。 $L \simeq \xi_p$ のときは、 $T > T_p$ の範囲では s - s 結合のみであるが、十分低温で急激に s - p 結合が強まる。そのとき、 $T = T_p$ で両者のクロスオーバーが起こり、それが $J_c(T)$ の非単調な温度依存性の原因になっている。一方、 $L \gg \xi_p$ の場合 s - s 結合は、 $\exp(-LT/v_F)$ という形の因子に左右されるため、非常に弱くなる。そのとき $dJ_c(T)/dT > 0$ であるような温度領域は狭くなっていき、 $T < T_p$ での s - p 結合のみが支配的になるため、非単調な温度依存性は見られなくなっていく。

$J_c(T)$ の非単調な温度依存性は、 s - s 結合と s - p 結合との温度の低下に伴う競合によって引き起こされるのであるが、それは p -は超伝導体部分の厚さ L が、そのコヒーレンス長 ξ_p 程度のときに最も顕著に見られるであろうと思われる。ジョセフソン電流の非単調な温度依存性は d -波超伝導体においても起こりうることを指摘されている [79, 80] が、その起源は界面にバリアポテンシャルが存在し、そこに準粒子のゼロエネルギー状態が形成されることにより、界面と結晶軸とのなす方向がある条件を満たす場合に生じる。これは今の場合の条件とは全く異なる。更に、ここではユニタリー状態のペアポテンシャルを用いて計算を行ったが、非ユニタリーペアポテンシャルを用いた場合には、ここで得たような明らかな非単調な温度依存性は示さなかった。ここでの結果が、 $\text{Pb-Sr}_2\text{RuO}_4\text{-Pb}$ 接合でのジョセフソン電流の測定結果 [89] と非常によい一致を示していることを考えると、 Sr_2RuO_4 の超伝導状態はユニタリー状態であるといえるが、非ユニタリーでも同様な結果を得るとの理論 [91] もある。従って、節 2.1.4 でも述べたとおり、ユニタリーであるか非ユニタリーであるかの判断は今後のさらなる研究の発展を待たねばならない。ここで得られた結果は、シングレットとトリプレットのスピンの異なるパリティの違いが本質的な原因であった。故にトリプレットの同様なペアポテンシャル、例えば UPt_3 の E_{2u} 等、であれば同じ結果が得られる。また、界面におけるバリアポテンシャルを無視したが、その効果を取り入れたとしてもここでの物理的な結果は変わらないであろうと思われる。

3.2 s -波-強磁性絶縁体- s -波接合

ここでは、トリプレット超伝導体は取り扱わず、 s -波超伝導体-強磁性絶縁体- s -波超伝導体 ($S\text{-Fi-S}$) 接合におけるジョセフソン電流の振る舞いについて述べる。基礎となるのは前節と同様に Furusaki 公式であるが、先に Tanaka、Kashiwaya によって $S\text{-Fi-S}$ 接合において、強磁性絶縁体部分のスピンの交換相互作用のみを取り入れたジョセフソン効果の理論が出された [108]。それによると、交換相互作用が大きくなるに従い、ジョセフソン接合は “0-接合” から “ π -接合” へ変化する。ここでは、さらに交換相互作用と共に絶縁体部分

での通常のバリアポテンシャルも考慮に入れることによって、この振る舞いがどのように影響されるかを見る [109]。

用いる系はクリーンリミットで、二つの超伝導体の界面は z -軸に垂直な平面で $z = 0$ にあるとする。フェルミ波数 k_F と有効質量 m は両方の超伝導体で等しいとし、強磁性絶縁体の磁気効果は絶縁体部分でのみ働くとする。運動量の界面に平行な成分は保存するので、今の場合の Bogoliubov-de Gennes 方程式は

$$E\Psi_\rho(z) = \begin{pmatrix} h_{1,\rho} & \Delta(z) \\ \Delta^*(z) & -h_{2,\rho} \end{pmatrix} \Psi_\rho(z), \quad \rho = \uparrow, \downarrow \quad (3.18)$$

$$h_{1(2),\rho} = -\frac{1}{2m} \frac{d^2}{dz^2} + (H_i - (+)\zeta_\rho H_m)\delta(z) - \frac{k_F^2 \cos^2 \theta}{2m}, \quad (3.19)$$

$$\zeta_\uparrow = 1, \zeta_\downarrow = -1$$

と表される。上の式で H_i と H_m は、絶縁体部分での通常のバリアポテンシャルと強磁性絶縁体の古典スピンとの交換相互作用によるポテンシャルを表す。この H_m によって、準粒子はスピンによって異なるポテンシャルを感じる事を (3.19) のハミルトニアンは表している。それぞれの領域でのペアポテンシャルは、 $z < 0$; $\Delta(T, z) = \Delta(T)e^{i\varphi_L}$ 、 $z > 0$; $\Delta(T, z) = \Delta(T)e^{i\varphi_R}$ と仮定する。 $\Delta(T)$ の温度依存性は BCS 理論に従うものとする。波動関数に対する接続条件は、

$$\Psi_\rho(z)|_{z=0-} = \Psi_\rho(z)|_{z=0+},$$

$$\left. \frac{d\Psi_\rho(z)}{dz} \right|_{z=0-} = \left. \frac{d\Psi_\rho(z)}{dz} \right|_{z=0+} - 2m \begin{pmatrix} H_i - \zeta_\rho H_m & 0 \\ 0 & H_i + \zeta_\rho H_m \end{pmatrix} \Psi_\rho(z)|_{z=0-} \quad (3.20)$$

今の場合、この波動関数は

$$\Psi_\rho(z < 0) = \begin{pmatrix} u_L \\ v_L \end{pmatrix} e^{ik_z^+ z} + a_\rho \begin{pmatrix} v_L^* \\ u_L^* \end{pmatrix} e^{ik_z^- z} + b_\rho \begin{pmatrix} u_L \\ v_L \end{pmatrix} e^{-ik_z^+ z}$$

$$\Psi_\rho(0 < z) = c_\rho \begin{pmatrix} u_R \\ v_R \end{pmatrix} e^{ik_z^+ z} + d_\rho \begin{pmatrix} v_R^* \\ u_R^* \end{pmatrix} e^{-ik_z^- z} \quad (3.21)$$

となる。ここで、 $u_{L(R)} = e^{i\varphi_{L(R)}/2} \sqrt{(1 + \Omega/E)/2}$ 、 $v_{L(R)} = e^{-i\varphi_{L(R)}/2} \sqrt{(1 - \Omega/E)/2}$ 及び $\Omega = \sqrt{E^2 - \Delta^2(T)}$ である。波数は $k_z^\pm \simeq k_F \cos \theta$ と近似する。複素共役は位相 $e^{\pm i\varphi_{L(R)}/2}$ についてのみ取る。 $\varphi_L - \varphi_R = \varphi$ とすると、得られたアンドレーフ反射係数 $a_\rho(\varphi, \theta)$ は以下のようなになる。

$$a_\rho(\varphi, \theta) = \frac{\Delta(T) [-E \sin^2(\varphi/2) + i\Omega \{ \sin(\varphi/2) \cos(\varphi/2) + \zeta_\rho z_{m\theta} \}]}{E^2(1 + Z_\theta^2) - \Delta^2(T) \{ \cos^2(\varphi/2) + Z_\theta^2 \} - 2iE\Omega\zeta_\rho z_{m\theta}}. \quad (3.22)$$

界面におけるバリアパラメーターは、それぞれ

$$z_{m\theta} = \frac{mH_m}{k_F \cos \theta}, \quad z_{i\theta} = \frac{mH_i}{k_F \cos \theta} \quad (3.23)$$

$$Z_\theta^2 = z_{i\theta}^2 - z_{m\theta}^2.$$

で与えられる。得られた $a_\rho(\varphi, \theta)$ で、 $E \rightarrow i\omega_m$ と解析接続した $\bar{a}_\rho(\varphi, \theta)$ を用いて、Furusaki 公式に従ってジョセフソン電流を求める。ある入射角に対するジョセフソン電流 $I(\varphi, \theta)$ は

$$I(\varphi, \theta) = e\Delta(T)T \sum_{\omega_m} \frac{\bar{a}_\uparrow(\varphi, \theta) + \bar{a}_\downarrow(\varphi, \theta) - \bar{a}_\uparrow(-\varphi, \theta) - \bar{a}_\downarrow(-\varphi, \theta)}{2\Omega_m} \quad (3.24)$$

と表せられる。ここで ω_m は松原振動数、及び $\Omega_m = \sqrt{\omega_m^2 + \Delta^2(T)}$ である。具体的な $\bar{a}_\rho(\varphi, \theta)$ の形を代入すると、全ジョセフソン電流 $J(\varphi)$ は、

$$J(\varphi) = \frac{k_F^2 S}{\pi} \int_0^{\pi/2} I(\varphi, \theta) \cos \theta \sin \theta d\theta, \quad (3.25)$$

$$I(\varphi, \theta) = \frac{e\Delta^2(T) \sin \varphi}{2 \{(1 + Z_\theta^2)^2 + 4z_{m\theta}^2\}} \left\{ \frac{\alpha(\varphi, \theta)}{\varepsilon_A(\varphi, \theta)} \tanh \frac{\varepsilon_A(\varphi, \theta)}{2T} + \frac{\beta(\varphi, \theta)}{\varepsilon_B(\varphi, \theta)} \tanh \frac{\varepsilon_B(\varphi, \theta)}{2T} \right\}$$

と表され、式中の諸量は以下に与えられる。

$$\varepsilon_A^2(\varphi, \theta) = \Delta^2(T) \times \frac{(1 + Z_\theta^2)(\cos^2(\varphi/2) + Z_\theta^2) + 2z_{m\theta} \left\{ z_{m\theta} + \sqrt{z_{m\theta}^2 + (\cos^2(\varphi/2) + Z_\theta^2) \sin^2(\varphi/2)} \right\}}{(1 + Z_\theta^2)^2 + 4z_{m\theta}^2} \quad (3.26)$$

$$\varepsilon_B^2(\varphi, \theta) = \Delta^2(T) \times \frac{(1 + Z_\theta^2)(\cos^2(\varphi/2) + Z_\theta^2) + 2z_{m\theta} \left\{ z_{m\theta} - \sqrt{z_{m\theta}^2 + (\cos^2(\varphi/2) + Z_\theta^2) \sin^2(\varphi/2)} \right\}}{(1 + Z_\theta^2)^2 + 4z_{m\theta}^2} \quad (3.27)$$

$$\alpha(\varphi, \theta) = \frac{1}{2} \left\{ (1 + Z_\theta^2) - \frac{z_{m\theta}(\cos \varphi + Z_\theta^2)}{\sqrt{z_{m\theta}^2 + (\cos^2(\varphi/2) + Z_\theta^2) \sin^2(\varphi/2)}} \right\} \quad (3.28)$$

$$\beta(\varphi, \theta) = \frac{1}{2} \left\{ (1 + Z_\theta^2) + \frac{z_{m\theta}(\cos \varphi + Z_\theta^2)}{\sqrt{z_{m\theta}^2 + (\cos^2(\varphi/2) + Z_\theta^2) \sin^2(\varphi/2)}} \right\}. \quad (3.29)$$

S は接合面の面積を表す。得られたジョセフソン電流 $J(\varphi)$ 及び $J_c(T)$ を、図 3.6 では通常のバリアパラメーターを $z_i = 1$ に固定し、交換相互作用による z_m を変化させた場合を示した。図 3.7 は逆に $z_m = 1$ に固定し、 z_i の変化に対する依存性を示した。ここで $z_{i(m)} = \cos \theta z_{i(m)\theta}$ である。また、 $J(\varphi)$ に対するグラフでは、上段が $T/T_c = 0.2$ 、下段が $T/T_c = 0.6$ である。

但し T_c は超伝導体の転移温度である。これらのグラフに示された電流は、全て以下に表される常伝導状態の抵抗で規格化されている。

$$R_N^{-1} = \frac{e^2 k_F^2 S}{\pi^2 \hbar} \int_0^{\pi/2} \frac{\cos \theta \sin \theta}{1 + (z_{i\theta} - \rho_\sigma z_{m\theta})^2} d\theta \quad (3.30)$$

図 3.6 の左側のグラフを見ると、 z_m が z_i を越えると接合は 0-接合から π -接合へ変化していることが分かる。これは、トンネルハミルトニアンに基礎をおいた古くからの理論の、スピン反転による π -接合の結果 [110, 111] を再現している。逆に、図 3.7 の左側のグラフでは、 z_i の増加に伴い接合は π -接合から 0-接合へ変化している。そして、最大ジョセフソン電流 $J_c(T)$ の温度依存性は、 z_i あるいは z_m のどちらかが十分大きければ Ambegaokar と Baratoff の理論 [73] による非磁性のトンネル極限の結果と一致している（図 3.6、3.7 右側）。また、グラフには示していないが z_i と z_m のどちらも 0 であれば、ジョセフソン電流の振る舞いは Kulik と Omel'yanchuk による結果 [76] を再現する。ここで得られた結果は、通常のバリアポテンシャルがない場合 [108] と本質的に同じであり、強磁性絶縁体と電子のスピンとの交換相互作用が存在すれば、ジョセフソン接合はそのポテンシャルの強さに従って 0-接合から π -接合へ変化する。

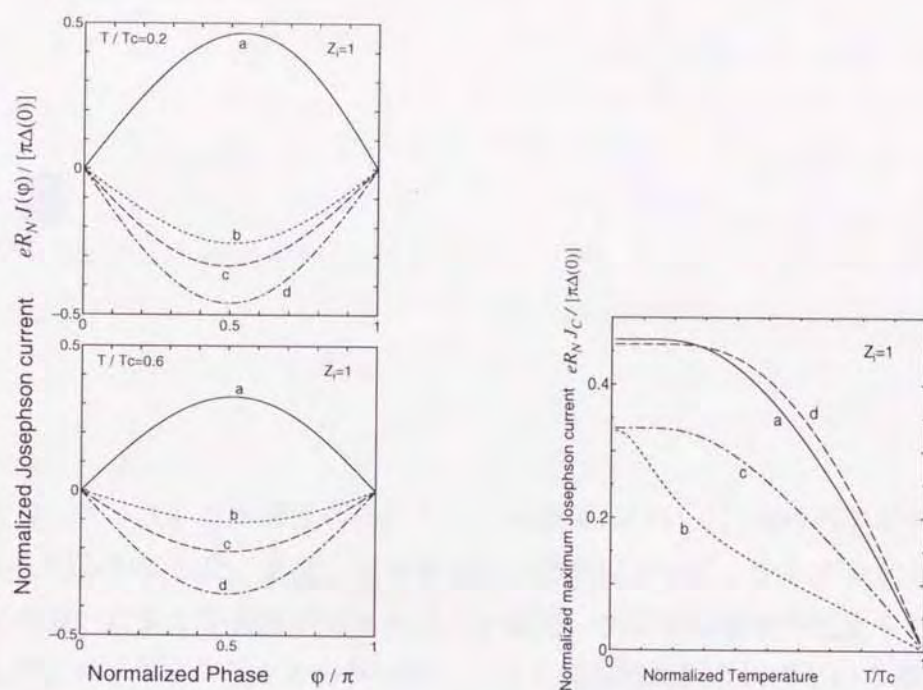


図 3.6: 左側; $J(\varphi)$ 、右側; $J_c(T)$ 、 $z_i=1$ に固定した場合。a: $z_m=0.5$ 、b: $z_m=1.5$ 、c: $z_m=2$ 及び d: $z_m=5$ 。

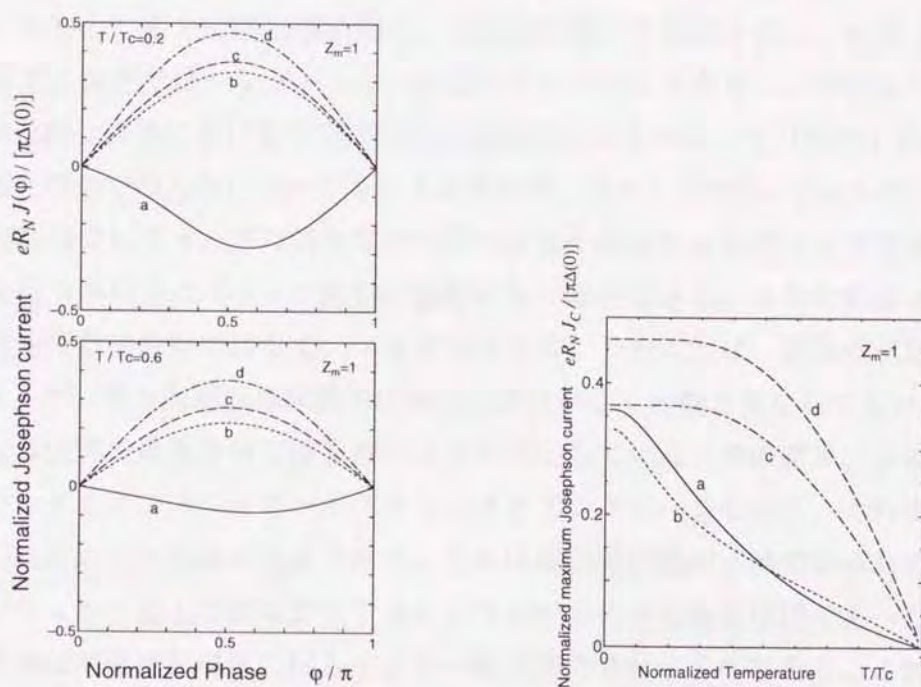


図 3.7: 左側; $J(\varphi)$ 、右側; $J_c(T)$ 、 $z_m=1$ に固定した場合。a: $z_i=0.5$ 、b: $z_i=1.5$ 、c: $z_i=2$ 及び d: $z_i=5$ 。

第 4 章

結語

本研究では、トリプレット超伝導体のトンネル効果について、そのペアポテンシャルの異方性の現れを明らかにした。また、ジョセフソン効果において、シングレット超伝導体とのパリティの違いによる特異性がジョセフソン電流に新奇な温度依存性をもたらすことを明らかにした。ペアポテンシャルの異方性、つまり異方的超伝導状態という概念は、まず、 ^3He の超流動状態において非BCS的なクーパー対が実現している事が発見され、現実のものとなった。伝統的な超伝導体でのクーパー対はスピンスングレット、 s -波の対であったが、 ^3He ではスピントリプレット、 p -波の対が超流動状態を担っている。更に、電子系超伝導体において初めて異方的超伝導状態は、高温超伝導体で確認された。数多くの研究の積み重ねの結果、現在ではシングレット、 d -波のクーパー対であることが明らかになっている。伝統的な超伝導体における等方的な超伝導状態というのは、その準粒子の状態密度が、フェルミ面上の全ての方向について等しくエネルギーギャップが開いているのであるが、異方的超伝導状態ではギャップの開き方が一様ではなく線状や点状のノードを持ち、その方向の波数を持つ準粒子はギャップ無しに励起することができる。そのため様々な物理量の温度依存性が指数関数的ではなく、べきで依存する。このことは、超伝導状態を表すペアポテンシャルが、等方的超伝導状態では波数依存性がなく定数と見なして良いのに対して、異方的超伝導状態では波数依存性を持つことに対応している。その結果、高温超伝導体のトンネルコンダクタンスにゼロバイアスコンダクタンスピークという、それまでの超伝導体には見られなかった現象が発見された。これは超伝導状態が d -波であるため、ペアポテンシャルがフェルミ面上で符号変化するというのがその本質的な原因であった。このような異方性の効果は高温超伝導体に限らずより一般に期待されるものである。これが本研究の最も基本にある動機である。以下に、本文の内容を総括し、今後の展望と問題点を述べる。

第2章では、まず節2.1においてトリプレット超伝導体に対するコンダクタンス公式を導

き、 UPt_3 、 Sr_2RuO_4 の超伝導状態に対して理論的に予想されているペアポテンシャルを用いてトンネルコンダクタンスを計算した。ここでは、波数空間の x 、 z -軸が結晶の a 、 c -軸と一致していると仮定して計算を行った。 UPt_3 に対するペアポテンシャルの候補の全てについて、界面が z -軸に垂直な場合ゼロバイアスコンダクタンスピークが現れた。このことから、 UPt_3 の超伝導状態でトンネルコンダクタンスの測定を行えば、界面の方向によっては必ずこのピークが観測されると思われる。しかし、そのためには非常に純度の高い結晶で、十分な低温と界面でのバリアポテンシャルの高い状況が要求されるので、本文中でも述べたとおり、現実の実験で確認されるのは困難が伴うものと思われる。 Sr_2RuO_4 に対して用いた二つのペアポテンシャルの場合も、ゼロバイアスコンダクタンスピーク、及び系の状態密度に一致するスペクトルが得られた。どちらに対しても、トリプレット超伝導体に特徴的な非ユニタリーペアポテンシャルの場合、スペクトルは残留状態密度を反映して、規格化されたコンダクタンスは必ず 0.5 以上の値を持つ事も示された。これは、準粒子のスピンのによって、あるスピンの準粒子は超伝導状態に寄与するが、他方は常伝導状態のまま残るといふことの現れである。ここでは、一方のペアポテンシャルが存在し、他方のスピンに対するペアポテンシャルは完全にゼロであるという非ユニタリー状態のみを扱ったが、一般に非ユニタリー状態はそれだけに限らない。

UPt_3 、 Sr_2RuO_4 のどちらにおいても、ペアポテンシャルの波数依存性によって、ゼロバイアスコンダクタンスピークに関与する入射準粒子の波数が、フェルミ面上の特定の領域に制限される場合があるということを明らかにした。これは、 UPt_3 の E_{1u} 、 E_{2u} 及び E_{1g} 状態、 Sr_2RuO_4 の $E_u(1)$ 状態で、界面が x -軸に垂直な場合に見られたスペクトルで、フェルミ面上のある線状部分の波数を持つ入射準粒子だけがゼロバイアスコンダクタンスピークに寄与する。もし、このような波数の領域が全くなければトンネルスペクトルは、界面でのバリアが高い極限で系の状態密度に一致するが、この場合は状態密度に収束するわけでもなく、発散するようなピークを示すわけでもなく、中途半端な値に落ち着く。このようなスペクトルは、界面のバリアが低くアンドレーフ反射による影響が顕著なスペクトル（各グラフで a で示される）との区別が付きにくく、実験が行われた場合、結果の解析を困難にさせる要因になると思われる。

さらに、 Sr_2RuO_4 については、界面でのバリアポテンシャルがデルタ関数型ではなく有限の厚さを持つとした場合のスペクトルも計算したが、結果にはその影響はほとんど現れていない。また、 Sr_2RuO_4 について行った有限温度の場合のトンネルスペクトルは、温度領域が超伝導転移温度の $\frac{1}{10}$ 程度以下でなければ、それぞれのスペクトルの判別は非常に難しいことを示唆している。特に、界面でのバリアポテンシャルが小さい場合にはより一層

各々のスペクトルは判別しづらい。結局、 UPt_3 や Sr_2RuO_4 の様な転移温度の低い超伝導体では、極低温で界面でのバリアポテンシャルの高い状況でのトンネルコンダクタンスの測定が望ましいということが結論できる。これは、高温超伝導体の場合と非常に異なる点で、トンネルスペクトルによって超伝導状態を明らかにすることを困難にしている。ここで得られた結果は、非常に理想的な状況に対して実験的研究の参考になることが期待される。

次に節 2.2 では、準古典グリーン関数を用いて超伝導体中のペアポテンシャルの空間依存性を自己無撞着に決め、そのペアポテンシャルを使ってトンネルコンダクタンスを求めた。準古典近似とは、節 2.1.1 で Bogoliubov-de Gennes 方程式からアンドレーフ方程式を導いた際に、波動関数から $1/k_F$ 程度の距離で激しく振動する部分を落とし、残った超伝導のコヒーレンス長以上の距離でゆっくり変化する部分に焦点を当てる近似である。コンダクタンス公式の中でペアポテンシャルに依存している量は Γ であるが、これは波動関数の振幅 u 、 v の比である。ペアポテンシャルを自己無撞着に求め、さらに Γ の従う方程式を解いて自己無撞着に Γ の振る舞いを決定することで、ペアポテンシャルの空間変化を波動関数に取り入れることができ、そこから求めたアンドレーフ反射係数及び、ノーマル反射係数でコンダクタンスを計算する。その結果、トンネルスペクトルの定性的な振る舞いは、節 2.1 の空間的に一定なペアポテンシャルを用いた場合とほとんど変わらないことが示された。ゼロバイアスコンダクタンスピークの出現は、異方的超伝導体においては、より現実的で普遍的であることが明らかになったと言える。但し、近接効果により界面付近でペアポテンシャルが急激に減少するために、界面とペアポテンシャルがバルクな値を取り戻す位置との間で準粒子の束縛状態に多少変化がある。空間変化がない場合と比べて、そのことに起因したピークがトンネルスペクトル、特に $E = \Delta_0$ の位置、に現れている。

第 3 章では、 $\text{Pb-Sr}_2\text{RuO}_4\text{-Pb}$ 接合において測定されたジョセフソン電流の特異な温度依存性の起源を明らかにするために、 s -波超伝導体- p -波超伝導体- s -波超伝導体接合をモデルとして、ジョセフソン電流を界面におけるアンドレーフ反射係数のみで記述する Furusaki 公式を、トリプレット超伝導体が存在する場合に拡張し、ジョセフソン電流を計算した。簡単のために、界面でのバリアポテンシャルは無視したが、これは結局、シングレット超伝導体とトリプレット超伝導体のスピン部分のパリティの違いを重視したことにつながる。しかも、ペアポテンシャルの空間変化も無視しているのに関わらず、得られた結果は実験結果と良く一致している。この結果は、スピンの入れ換えによって符号が変化するシングレット超伝導体のペアポテンシャルに対して、スピンの入れ換えに対しては偶パリティであるトリプレットペアポテンシャルとの違いが顕著に現れたためであり、高温超伝導体で理論的に示唆されている同様な温度依存性 [79, 80] とは、その起源が本質的に異なる。0-接

合である s - s 結合に対して、低温で間に p -波超伝導が出現することで、 π -接合である s - p 結合が生じ、両者の競合によって節 3.1 に示したように、最大ジョセフソン電流の特異な温度依存性が現れる。ペアポテンシャルのスピンの対称性の違いがはっきりと現れた現象という意味で非常に興味深く、今後より詳細な実験的研究の進展が望まれる。節 3.2 では、トリプレット超伝導体ではなく、 s -波超伝導体-強磁性絶縁体- s -波超伝導体接合におけるジョセフソン電流の振る舞いについて述べた。強磁性体部分での交換相互作用により、それぞれのスピンの異なるポテンシャルを感じるために、その相互作用の強さにより接合が 0-接合から π -接合へ変わるという結果が得られた。これも、ジョセフソン電流とスピンとの関係を示す興味深い例である。

今後の発展として、トンネルコンダクタンスの計算においては、界面に対する結晶軸の方向を様々に変えた計算が行われることが望まれる。これにより、実験結果と理論との比較をより詳細に行うことができる。さらに、界面が完全な平面ではなく、不規則な乱雑さを持つ場合も興味ある問題である。実際に、高温超伝導体においては、原子スケールの凹凸により、マクロなスケールで仮定された界面の方向の場合とははっきりと異なるトンネルスペクトルが得られることが明らかになっている [26]。更に、表面付近では、超伝導状態に異なる対称性のペアポテンシャルが共存する可能性があり、その方向への発展も期待される。ジョセフソン電流の計算については、本研究では無視した界面のバリアの効果、つまりペアポテンシャルの異方性による準粒子の束縛状態の影響を調べることが挙げられる。本質的な結果は同じであると思われるが、それによる影響を調べることはより現実にくづくために必要な研究である。更に、 s -波超伝導体と p -波超伝導体のそれぞれの領域のペアポテンシャルを、ここで用いた系の構造を考慮して自己無撞着に計算し、空間変化を考慮に入れることが要求される。強磁性絶縁体を挟んだ構造のように、スピンの効果をあからさまに見る研究も非常に興味深い。現在、実際に強磁性金属とトリプレット超伝導体との接合におけるトンネルコンダクタンスの研究が進められている [112]。これが発展して、 p -波超伝導体-強磁性金属- p -波超伝導体接合におけるジョセフソン効果が明らかになれば、よりトリプレット超伝導体の本質が明らかになると思われる。更に、スピン-軌道相互作用及び磁場の効果を理論に取り入れることも今後の課題として挙げられる。

謝辞

本研究は、現在名古屋大学工学部応用物理学教室の田仲由喜夫助教授のご指導の下になされたものです。本論文をまとめるに当たり、御指導、議論及び助言、様々に援助して頂いた田仲助教授に深く感謝します。共同研究者として議論、助言して頂いた電子技術総合研究所の柏谷聡氏に感謝します。指導教官としてお世話になった、新潟大学理学部の長谷川彰教授、家富洋助教授に感謝します。 $\text{Pb-Sr}_2\text{RuO}_4\text{-Pb}$ 接合におけるジョセフソン効果について実験結果を紹介して下さり、 Sr_2RuO_4 の物性について御教示、議論して頂いた京都大学理学部の前野悦輝助教授に感謝します。最後に、新潟大学大学院博士後期課程の三年間にわたってお世話になった、新潟大学理学部物性理論教室の大学院生のみなさん、及び関わった全ての方々に感謝します。

付録 A

位置推進演算子 $\hat{U}_\alpha(\phi_\alpha, x, x')$ の性質

ここでは、位置推進演算子 $\hat{U}_\alpha(\phi_\alpha, x, x')$ の性質について述べる。まず、 $\hat{U}_\alpha(\phi_\alpha, x, x')$ は次のようにアンドレーフ方程式に従う。

$$i |v_{Fx}| \frac{\partial}{\partial x} \hat{U}_\alpha(\phi_\alpha, x, x') = -\alpha \begin{pmatrix} i\omega_m & \Delta(\phi_\alpha, x) \\ -\Delta^*(\phi_\alpha, x) & -i\omega_m \end{pmatrix} \hat{U}_\alpha(\phi_\alpha, x, x') \quad (\text{A.1})$$

但し、 $\hat{U}_\alpha(\phi_\alpha, x, x) = \hat{1}$ も同時に満たしている。まず、 \hat{U}_α の成分を適当に書いて、それぞれの満たす方程式を考慮するとすぐに

$$\frac{\partial}{\partial x} \det[\hat{U}_\alpha(\phi_\alpha, x, x')] = 0$$

であることが分かる。従って、

$$\det[\hat{U}_\alpha(\phi_\alpha, x, x')] = 1 \quad (\text{A.2})$$

更にこのことから、 \hat{U}_α の逆行列は

$$\hat{U}_\alpha^{-1}(\phi_\alpha, x, x') = \hat{\tau}_2 \hat{U}_\alpha^T(\phi_\alpha, x, x') \hat{\tau}_2$$

と表されることが示される。上で、右辺の \hat{U}_α 右肩の T は転置行列を表す。これと、(A.1) の転置を取った式を利用すると

$$i |v_{Fx}| \frac{\partial}{\partial x} \hat{U}_\alpha^{-1}(\phi_\alpha, x, x') = [\omega_m^2 + |\Delta(\phi_\alpha, x)|^2] \left[i |v_{Fx}| \frac{\partial}{\partial x} \hat{U}_\alpha(\phi_\alpha, x, x') \right]^{-1} \quad (\text{A.3})$$

が得られる。(A.1) と (A.3) を用いれば (2.66) の準古典グリーン関数が、確かに Eilenberger 方程式 (2.65) を満たしていることが分かる。

ここで、次の方程式に従う関数 $\hat{\psi}_\alpha(\phi_\alpha, x)$ を考える。

$$i |v_{Fx}| \frac{\partial}{\partial x} \hat{\psi}_\alpha(\phi_\alpha, x) = -\alpha \begin{pmatrix} i\omega_m & \Delta(\phi_\alpha, x) \\ -\Delta^*(\phi_\alpha, x) & -i\omega_m \end{pmatrix} \hat{\psi}_\alpha(\phi_\alpha, x) \quad (\text{A.4})$$

$$\hat{\psi}_\alpha(\phi_\alpha, x) = \begin{pmatrix} u_\alpha(\phi_\alpha, x) \\ v_\alpha(\phi_\alpha, x) \end{pmatrix}$$

バルクな領域 ($x \rightarrow \infty$) ではペアポテンシャルは x によらない定数となるので、その領域で (A.4) の解は

$$\hat{\psi}_\alpha^\pm(\phi_\alpha, x) \propto \begin{pmatrix} -i\omega_m \pm i\alpha\Omega_{k\alpha} \\ \Delta^*(\phi_\alpha, \infty) \end{pmatrix} e^{\pm\kappa_{k\alpha}x} \quad (\text{A.5})$$

の様に振る舞う。ここで、 $\kappa_{k\alpha} = \sqrt{\omega_m^2 + |\Delta(\phi_\alpha, \infty)|^2} / |v_{Fx}| = \Omega_{k\alpha} / |v_{Fx}|$ である。このことから位置推進演算子は

$$\hat{U}_\alpha(\phi_\alpha, x, x') = \frac{-1}{W_\alpha} \hat{\psi}_\alpha^+(\phi_\alpha, x) \hat{\psi}_\alpha^{-T}(\phi_\alpha, x) \hat{\tau}_2 + \frac{1}{W_\alpha} \hat{\psi}_\alpha^-(\phi_\alpha, x) \hat{\psi}_\alpha^{+T}(\phi_\alpha, x) \hat{\tau}_2 \quad (\text{A.6})$$

と書ける。ここで $W_\alpha = \hat{\psi}_\alpha^{+T}(\phi_\alpha, x) \hat{\tau}_2 \hat{\psi}_\alpha^-(\phi_\alpha, x) = \text{定数}$ 、である。上の式から位置推進演算子の次の性質が導かれる。

$$\begin{aligned} \hat{U}_\alpha(\phi_\alpha, x, x_0) \hat{U}_\alpha(\phi_\alpha, x_0, x') &= \hat{U}_\alpha(\phi_\alpha, x, x') \\ \hat{U}_\alpha^{-1}(\phi_\alpha, x, x') &= \hat{U}_\alpha(\phi_\alpha, x', x) \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

バルクな領域では $\hat{\psi}_\alpha^\pm(\phi_\alpha, x) = \tilde{\psi}_\alpha^\pm(\phi_\alpha, x) e^{\pm\kappa_{k\alpha}x}$ と振る舞うことから、位置推進演算子は、増加部分と減少部分に分けて

$$\begin{aligned} \hat{U}_\alpha(\phi_\alpha, x, x') &= \hat{\Lambda}_\alpha^+(\phi_\alpha, x, x') e^{\kappa_{k\alpha}(x-x')} + \hat{\Lambda}_\alpha^-(\phi_\alpha, x, x') e^{-\kappa_{k\alpha}(x-x')} \\ \hat{\Lambda}_\alpha^+(\phi_\alpha, x, x') &= \frac{-1}{W_\alpha} \tilde{\psi}_\alpha^+(\phi_\alpha, x) \tilde{\psi}_\alpha^{-T}(\phi_\alpha, x) \hat{\tau}_2 \\ \hat{\Lambda}_\alpha^-(\phi_\alpha, x, x') &= \frac{1}{W_\alpha} \tilde{\psi}_\alpha^-(\phi_\alpha, x) \tilde{\psi}_\alpha^{+T}(\phi_\alpha, x) \hat{\tau}_2 \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

と表される。ここで、 $\tilde{\psi}_\alpha^\pm(\phi_\alpha, x)$ は以下の方程式に従う。

$$i |v_{Fx}| \frac{\partial}{\partial x} \tilde{\psi}_\alpha^\pm(\phi_\alpha, x) = -\alpha \begin{pmatrix} i\omega_m \pm i\alpha\Omega_{k\alpha} & \Delta(\phi_\alpha, x) \\ -\Delta^*(\phi_\alpha, x) & -i\omega_m \pm i\alpha\Omega_{k\alpha} \end{pmatrix} \tilde{\psi}_\alpha^\pm(\phi_\alpha, x) \quad (\text{A.9})$$

$$\tilde{\psi}_{\alpha}^{\pm}(\phi_{\alpha}, x) = \begin{pmatrix} \tilde{u}_{\alpha}^{\pm}(\phi_{\alpha}, x) \\ \tilde{v}_{\alpha}^{\pm}(\phi_{\alpha}, x) \end{pmatrix}$$

これから、 $\tilde{\psi}_{\alpha}^{\pm}(\phi_{\alpha}, x)$ の要素の比、例えば $\tilde{v}_{\alpha}^{-}/\tilde{u}_{\alpha}^{-}$ に対する方程式が、

$$iD_{\alpha}^{-}(\phi_{\alpha}, x) = \frac{\tilde{v}_{\alpha}^{-}(\phi_{\alpha}, x)}{\tilde{u}_{\alpha}^{-}(\phi_{\alpha}, x)} \quad (\text{A.10})$$

$$|v_{Fx}| \frac{\partial}{\partial x} D_{\alpha}^{-} = \alpha [2\omega_m D_{\alpha}^{-}(\phi_{\alpha}, x) + \Delta(\phi_{\alpha}, x) D_{\alpha}^{-}(\phi_{\alpha}, x)^2 - \Delta^{*}(\phi_{\alpha}, x)]$$

となることが分かる。

付録B

B T K 公式

ここでは、本文中で全てのコンダクタンスを計算する場合に基本となった、B T K公式 [4] についてごく簡単に述べる。

常伝導体-s波超伝導体接合を考え、系はクリーンリミットで界面における絶縁体部分に電圧 (V) がかかっているとする。界面は原点にあり、 z -軸に垂直で鏡面反射をする完全な平面であるとする。絶縁体部分はデルタ関数で表されると仮定する。このとき Bogoliubov-de Gennes 方程式は以下に与えられる。

$$E\Psi(z) = \begin{pmatrix} h & \Delta\Theta(z) \\ \Delta^*\Theta(z) & -h \end{pmatrix} \Psi(z) \quad (\text{B.1})$$

$$h = -\frac{1}{2m} \frac{d^2}{dz^2} + H\delta(z) - eV\Theta(z) - \frac{k_F^2 \cos^2 \theta}{2m}, \quad (\text{B.2})$$

$\Psi(z)$ は二成分の波動関数、 $\Theta(z)$ はヘビサイドの階段関数である。 e は電子の電荷を表す。常伝導体側から電子を入射すると仮定すると、波動関数は

$$\begin{aligned} \Psi_\rho(z < 0) &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{iq_z^+ z} + a \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{iq_z^- z} + b \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-iq_z^+ z} \\ \Psi_\rho(0 < z) &= c \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} e^{ik_z^+ z} + d \begin{pmatrix} v \\ u \end{pmatrix} e^{-ik_z^- z} \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

と書ける。この波動関数から界面での接続条件に従ってアンドレーフ反射係数 a 及びノーマル反射係数 b が得られる。接続条件は第2章の式 (2.14) で与えられる。その際、波数 q_z^\pm 、 k_z^\pm は全てフェルミ波数の z 成分 $k_F \cos \theta$ で近似する。また、常伝導体側から入射する電子は全てフェルミ分布関数 $f_0(E - eV)$ で表される分布をし、超伝導体側から入射する電子は全て $f_0(E)$ で表される分布をしているとする。常伝導体側から電子が入射した場合

Current through the junction (BTK formula)

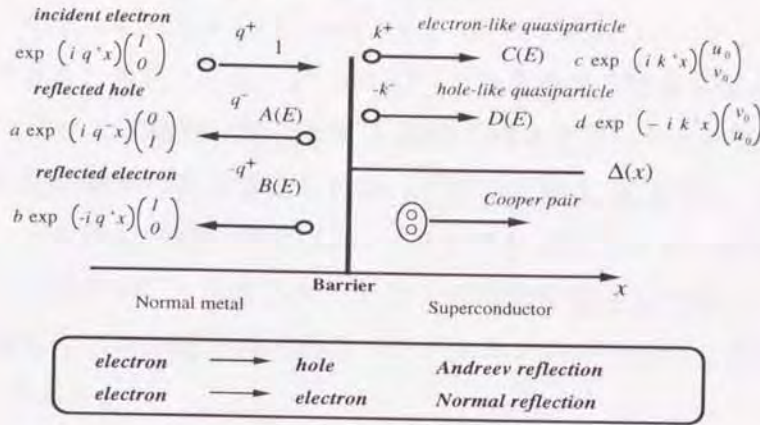


図 B.1: 常伝導体-s-波超伝導体接合における準粒子の反射・透過過程。

の反射・透過過程を図 B.1 に示す。そこで、入射電子がアンドレーフ反射をしてホールで戻ってくる確率を $A(E)$ 、ノーマル反射で電子として戻ってくる確率を $B(E)$ とし、超伝導体側へ電子的準粒子あるいはホールの準粒子として透過していく確率を、それぞれ $C(E)$ 、 $D(E)$ とする。 $C(E)$ は電子が超伝導体側へフェルミ面の同じ側の波数を持つ準粒子として透過していく過程であり、 $D(E)$ はその反対側の波数を持つ準粒子として透過していく過程を表す。確率保存の法則から $A(E) + B(E) + C(E) + D(E) = 1$ である。

この系を流れる電流は、入射電子の分布 $f_{\rightarrow}(E)$ 及び、反射電子の分布 $f_{\leftarrow}(E)$ を用いて、次のように表される。

$$I_{NS} = 2N(0)ev_F S \int_{-\infty}^{\infty} [f_{\rightarrow}(E) - f_{\leftarrow}(E)] dE \quad (B.4)$$

ここで $N(0)$ はフェルミエネルギーでの常伝導状態の状態密度、 v_F はフェルミ速度である。 S は接合の断面積を表す。それぞれの分布関数は次のように与えられる。

$$f_{\rightarrow}(E) = f_0(E - eV) \quad (B.5)$$

$$f_{\leftarrow}(E) = A(E)[1 - f_{\rightarrow}(-E)] + B(E)f_{\rightarrow}(E) + [C(E) + D(E)]f_0(E) \quad (B.6)$$

つまり、入射確率を 1 として、界面でのアンドレーフ反射、ノーマル反射、超伝導体側への 2 種類の準粒子の透過過程のいずれかが起こるということの重ね合わせとして、全電流への寄与が計算される。式 (B.5)、(B.6) を (B.4) に代入すると

$$I_{NS} = \Lambda \int_{-\infty}^{\infty} (f_0(E - eV) - \{A(E)f_0(E + eV) + B(E)f_0(E - eV) + [1 - A(E) - B(E)]f_0(E)\}) dE$$

$$= \Lambda \int_{-\infty}^{\infty} [f_0(E - eV) - f_0(E)][1 + A(E) - B(E)] dE \quad (\text{B.7})$$

ここで、 $A(E) + B(E) + C(E) + D(E) = 1$ 、 $f_0(-E) = 1 - f_0(E)$ 、そして系は電子とホールが完全に対称であると仮定し、 $A(-E) = A(E)$ となる事等の性質を用いている。そして、 $\Lambda = 2N(0)ev_F S$ とおいた。結局、常伝導体-s波超伝導体接合における電流はアンドレーフ反射とノーマル反射の確率のみで与えられる（詳細は原論文[4]参照）。常伝導体間の電流 I_{NN} は、アンドレーフ反射がないので $A(E) = 0$ とすれば得られる。係数 Λ は I_{NS} を I_{NN} で規格化したときに消える。コンダクタンスはこの電流を電圧 V で微分して得られる。絶対零度の場合、規格化された超伝導状態のコンダクタンスを $\sigma_S(E)$ 、常伝導状態のコンダクタンスを σ_N とすると、

$$\sigma_S(E) = \frac{1 + |a|^2 - |b|^2}{\sigma_N} \quad (\text{B.8})$$

$$\sigma_N = 1 - |b|^2 = \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2 \theta + Z^2} \quad (\text{B.9})$$

$$Z = \frac{mH}{k_F}$$

となる。これが第1章、式(1.1)である。ここで、アンドレーフ反射の確率 $A(E)$ は、式(B.3)の波動関数から得られるアンドレーフ反射係数を用いて $A(E) = |a|^2$ と表される。同様に $B(E) = |b|^2$ である。

本文中では、Bogoliubov-de Gennes（アンドレーフ）方程式に従う波動関数からトリプレット超伝導体の場合のアンドレーフ反射係数とノーマル反射係数を導き、上のBTK公式によってトンネルコンダクタンスを求める。

付録C

Furusaki 公式

ここではジョセフソン電流を計算する際の Furusaki 公式 [78] に関する概略を述べる。用いる系は s -波- s -波超伝導体接合で、ここではトンネル効果の場合と同様に、界面にデルタ関数で表される絶縁体が存在すると仮定する。超伝導体はクリーンリミットにあり、界面部分以外での準粒子の散乱は起こらないと仮定する。界面は z -軸に垂直である場合を考えると、Bogoliubov-de Gennes 方程式は付録 B の式 (B.2) で $V = 0$ とした形で与えられる。ペアポテンシャルはそれぞれの超伝導体で、 $z < 0$; $\Delta(T, z) = \Delta_L(T)e^{i\varphi_L}$ 、 $z > 0$; $\Delta(T, z) = \Delta_R(T)e^{i\varphi_R}$ と仮定する。ハミルトニアンはそれぞれの超伝導体中で、界面を除いて z に依存しないので準粒子は平面波で表される。準粒子のエネルギー E が両方のペアポテンシャルの最大値よりも大きい場合、図 C.1 に示される 4 つの独立な固有関数が存在する。それらは、

- type1; 電子的準粒子が左側の超伝導体から入射する。
- type2; ホールの準粒子が左側の超伝導体から入射する。
- type3; 電子的準粒子が右側の超伝導体から入射する。
- type4; ホールの準粒子が右側の超伝導体から入射する。

という 4 つの準粒子の入射パターンによって生じる、反射・透過過程を表す。例えば、type1 について波動関数を書き下すと、

$$\begin{aligned}\Psi_1(z < 0) &= \begin{pmatrix} u_L \\ v_L \end{pmatrix} e^{ik_L^+ z} + a_1 \begin{pmatrix} v_L^* \\ u_L^* \end{pmatrix} e^{ik_L^- z} + b_1 \begin{pmatrix} u_L \\ v_L \end{pmatrix} e^{-ik_L^+ z} \\ \Psi_1(0 < z) &= c_1 \begin{pmatrix} u_R \\ v_R \end{pmatrix} e^{ik_R^+ z} + d_1 \begin{pmatrix} v_R^* \\ u_R^* \end{pmatrix} e^{-ik_R^- z}\end{aligned}\tag{C.1}$$

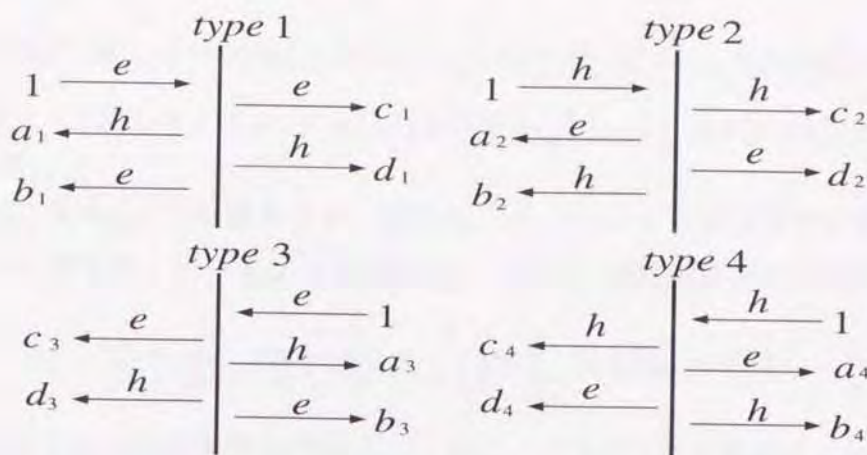


図 C.1: s -波超伝導体- s -波超伝導体ジョセフソン接合における準粒子の反射・透過過程。 e 、 h はそれぞれ電子的、ホールの準粒子を、それぞれの中央の線は界面の絶縁体部分を表す。

ここで、

$$u_{L(R)} = e^{i\frac{\varphi_{L(R)}}{2}} \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 + \frac{\Omega_{L(R)}}{E} \right)}, \quad v_{L(R)} = e^{-i\frac{\varphi_{L(R)}}{2}} \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 - \frac{\Omega_{L(R)}}{E} \right)}$$

$$\Omega_{L(R)} = \sqrt{E^2 - \Delta_{L(R)}^2(T)}, \quad k_{L(R)}^{\pm} = \sqrt{2m(E_F \pm \Omega_{L(R)})}$$

である。 m は電子の有効質量、 $E_F = k_F^2 \cos^2 \theta / 2m$ である。波動関数中で、複素共役は位相 $e^{\pm i\varphi_{L(R)}/2}$ についてのみ取る。それぞれの係数 a_j 、 b_j 、 c_j 及び d_j ($j = 1 \sim 4$) は準粒子のエネルギー E と超伝導体間の位相差 $\varphi = \varphi_L - \varphi_R$ 及び入射角 θ の関数である。それぞれの型の係数の間には、次の詳細つり合いの条件から決まる関係がある [78]。

$$\begin{aligned} k_L^- a_1(\varphi, \theta) &= k_L^+ a_2(-\varphi, \theta), & k_R^- a_3(\varphi, \theta) &= k_R^+ a_4(-\varphi, \theta) \\ b_j(\varphi, \theta) &= b_j(-\varphi, \theta) \\ k_R^+ \Omega_R c_1(\varphi, \theta) &= k_L^+ \Omega_L c_3(-\varphi, \theta), & k_R^- \Omega_R c_2(\varphi, \theta) &= k_L^- \Omega_L c_4(-\varphi, \theta) \\ k_R^- \Omega_R d_1(\varphi, \theta) &= k_L^+ \Omega_L d_4(-\varphi, \theta), & k_R^+ \Omega_R d_2(\varphi, \theta) &= k_L^- \Omega_L d_3(-\varphi, \theta) \end{aligned} \quad (C.2)$$

但し、エネルギー E 依存性を省略した。ここで、それぞれの係数に $-\varphi$ を含む場合の波動関数を $\tilde{\Psi}_j(z)$ と書くことにする。この $\tilde{\Psi}_j(z)$ 及び $\Psi_j(z)$ を用いて、この系のグリーン関数が次のようにかかる [78]。

$$G(z, z'; E) =$$

$$\begin{cases} \alpha_1 \Psi_3(z) \tilde{\Psi}_1^T(z') + \alpha_2 \Psi_3(z) \tilde{\Psi}_2^T(z') + \alpha_3 \Psi_4(z) \tilde{\Psi}_1^T(z') + \alpha_4 \Psi_4(z) \tilde{\Psi}_2^T(z'), & z \leq z' \\ \beta_1 \Psi_1(z) \tilde{\Psi}_3^T(z') + \beta_2 \Psi_2(z) \tilde{\Psi}_3^T(z') + \beta_3 \Psi_1(z) \tilde{\Psi}_4^T(z') + \beta_4 \Psi_2(z) \tilde{\Psi}_4^T(z'), & z \geq z' \end{cases} \quad (C.3)$$

ここで、 $\tilde{\Psi}_j^T(z)$ は $\tilde{\Psi}_j(z)$ の転置を表す。係数 α_j, β_j については原論文 [78] 参照。 $z, z' < 0$ の時のグリーン関数で、 $E \rightarrow i\omega_m$ と解析接続した後で、電流は以下の式で表される。

$$I_e = \frac{e}{2im} \lim_{z' \rightarrow z} \left(\frac{\partial}{\partial z'} - \frac{\partial}{\partial z} \right) T \sum_{\omega_m} \text{Tr} \{ G_{\omega_m}(z, z') \} \quad (C.4)$$

$\omega_m = 2\pi T(m + 1/2)$ は松原振動数である。しかし、ジョセフソン電流はこれだけでは表されず、 I_e にクーパ対の流れによる寄与を加えねばならない。その結果ジョセフソン電流は

$$I = \frac{e\Delta_L(T)T}{2} \sum_{\omega_m} \frac{1}{\Omega_{mL}} (k_{mL}^+ + k_{mL}^-) \left(\frac{\bar{a}_1(\varphi, \theta)}{k_{mL}^+} - \frac{\bar{a}_2(\varphi, \theta)}{k_{mL}^-} \right) \quad (C.5)$$

という形に得られる [78]。ここで、 $\bar{a}_j(\varphi, \theta)$ はエネルギー依存性について解析接続した後であることを意味する。更に、

$$k_{mL}^{\pm} = \sqrt{2m(E_F \pm i\Omega_{mL})}, \quad \Omega_{mL} = \sqrt{\omega_m^2 + \Delta_L^2(T)}$$

である。式 (C.5) で、 $\bar{a}_1(\varphi, \theta)$ は左側の超伝導体から電子的準粒子が界面へ入射してきて、アンドレーフ反射をしてホールの準粒子が戻っていく、つまり右側の超伝導体へクーパ対が抜けていくという過程の確率振幅で、 $\bar{a}_2(\varphi, \theta)$ は左側からホールの準粒子が入射してきて、電子的準粒子が戻っていく、つまり右側の超伝導体からクーパ対が界面へ流れてくるという過程の確率振幅である。つまり、式 (C.5) は左右の超伝導体間でのクーパ対の移動を表している。この様にしてジョセフソン電流がアンドレーフ反射の係数のみを用いて表される。式 (C.2) の条件から $\bar{a}_2(\varphi, \theta)/k_{mL}^- = \bar{a}_1(-\varphi, \theta)/k_{mL}^+$ であるから、式 (C.5) はジョセフソン電流が超伝導体間の位相差 φ の奇関数であるという、一般的関係も満たしている。この条件を用い、 $k_{mL}^+ \simeq k_{mL}^-$ の場合を考えると、ジョセフソン電流は

$$I = e\Delta_L(T)T \sum_{\omega_m} \frac{\bar{a}_1(\varphi, \theta) - \bar{a}_1(-\varphi, \theta)}{\Omega_{mL}} \quad (C.6)$$

となる。これが第3章の式 (3.1) である。

参考文献

- [1] J. Bardeen, L. N. Cooper, and J. R. Schrieffer, *Phys. Rev.* **108**, 1175 (1957).
- [2] L. N. Cooper, *Phys. Rev.* **104**, 1189 (1956).
- [3] A. F. Andreev, *Sov. Phys.-JETP* **19**, 1228 (1964).
- [4] G. E. Blonder, M. Tinkham, and T. M. Klapwijk, *Phys. Rev. B* **25**, 4515 (1982).
- [5] J. G. Bednorz and K. A. Müller, *Z. Phys. B* **64**, 189 (1986).
- [6] T. Moriya, Y. Takahashi, and K. Ueda, *J. Phys. Soc. Jpn.* **59**, 2905 (1990).
- [7] P. Monthoux, A. V. Balatsky, and D. Pines, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 3448 (1991).
- [8] P. Monthoux and D. Pines, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 961 (1992).
- [9] Y. Ohashi and H. Shiba, *J. Phys. Soc. Jpn.* **62**, 2783 (1993).
- [10] M. Sigrist and T. M. Rice, *J. Phys. Soc. Jpn.* **61**, 4283 (1992); *Rev. Mod. Phys.* **67**, 503 (1995).
- [11] D. A. Wollman, D. J. Van Harlingen, W. C. Lee, D. M. Ginsberg, and A. J. Legget, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 2134 (1993); D. A. Wollman, D. J. Van Harlingen, J. Giapintzakis, and D. M. Ginsberg, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 797 (1995); D. J. Van Harlingen, *Rev. Mod. Phys.* **67**, 515 (1995).
- [12] C. C. Tsuei, J. R. Kirtley, C. C. Chi, L. S. Yu-Jahnes, A Gupta, T. Shaw, J. Z. Sun, and M. B. Ketchen, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 593 (1994).
- [13] A. Mathai, Y. Gim, R. C. Black, A. Amar, and F. C. Wellstood, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 4523 (1995).

- [14] I. Iguchi and Z. Wen, Phys. Rev. **B 49**, 12388 (1994).
- [15] C. Bruder, Phys. Rev. **B 41**, 4017 (1990).
- [16] C. R. Hu, Phys. Rev. Lett. **72**, 1526 (1994); J. Yang and C. R. Hu, Phys. Rev. **B 50**, 16766 (1994).
- [17] Y. Tanaka and S. Kashiwaya, Phys. Rev. Lett. **74**, 3451 (1995); Phys. Rev. **B 53**, 9371 (1996).
- [18] S. Kashiwaya, Y. Tanaka, H. Takashima, Y. Koyanagi, and K. Kajimura, Phys. Rev. **B 51**, 1350 (1995).
- [19] S. Kashiwaya, Y. Tanaka, M. Koyanagi, and K. Kajimura, Phys. Rev. **B 53**, 2667 (1996); Jap. J. Appl. Phys. **34**, 4555 (1995); J. Phys. Chem. Solids. **56**, 1721 (1995).
- [20] J. Geerk, X. X. Xi, and G. Linker, Z. Phys. **B 73**, 329 (1988).
- [21] J. Lesueur, J., L. H. Greene, W. L. Feldmann, and A. Inam, Physica **C 191**, 325 (1992).
- [22] L. Alff, H. Takashima, S. Kashiwaya, N. Terada, H. Ihara, Y. Tanaka, M. Koyanagi, and K. Kajimura, Phys. Rev. **B 55**, R14757 (1997).
- [23] S. Ueno, S. Kashiwaya, N. Terada, M. Koyanagi, Y. Tanaka, and K. Kajimura, J. of Phys. Chem. Solids **59**, 2081 (1998).
- [24] K. Yamada, Y. Nagato, S. Higashitani, and K. Nagai, J. Phys. Soc. Jpn. **65**, 1540 (1996).
- [25] Y. Nagato, M. Yamamoto, and K. Nagai, J. Low Temp. Phys. **110**, 1135 (1998).
- [26] Y. Tanuma, Y. Tanaka, M. Yamashiro, and S. Kashiwaya, Physica **C 293**, 234 (1997); Phys. Rev. **B 57**, 7997 (1998).
- [27] G. R. Stewart, Rev. Mod. Phys. **56**, 755 (1984).
- [28] M. Sigrist and K. Ueda, Rev. Mod. Phys. **63**, 231 (1991);
- [29] R. H. Heffner and M. R. Norman, Comments Cond. Mat. Phys. **17**, 361 (1996).

- [30] G. R. Stewart, Z. Fisk, J. O. Willis, and J. L. Smith, Phys. Rev. Lett. **52**, 679 (1984).
- [31] H.v. Löhneysen, Physica **B 218**, 148 (1996); Physica **B 197**, 551 (1994).
- [32] R. A. Fisher, S. Kim, B. F. Woodfield, and N. E. Phillips, Phys. Rev. Lett. **62**, 1411 (1989).
- [33] K. Hasselbach, L. Taillefer, and J. Flouquet, Phys. Rev. Lett. **63**, 93 (1989).
- [34] S. Adenwalla, S. W. Lin, Q. Z. Ran, Z. Zhao, J. B. Ketterson, J. A. Sauls, L. Taillefer, K. G. Hinks, M. Levy, and Bimal K. Sarma, Phys. Rev. Lett. **65**, 2298 (1990).
- [35] K. Machida and M. Ozaki, Phys. Rev. Lett. **66**, 3293 (1991); T. Ohmi and K. Machida, Phys. Rev. Lett. **71**, 625 (1993); K. Machida, T. Ohmi, and M. Ozaki, J. Phys. Soc. Jpn. **62**, 3216 (1993).
- [36] K. Machida and T. Ohmi, J. Phys. Soc. Jpn. **65**, 3456 (1996); T. Ohmi and K. Machida, J. Phys. Soc. Jpn. **65**, 4018 (1996).
- [37] K. Machida, T. Ohmi, and M. Ozaki, J. Phys. Soc. Jpn. **64**, 1067 (1995).
- [38] J. A. Sauls, J. Low Temp. Phys. **95**, 153 (1994); Adv. Phys. **43**, 143 (1994).
- [39] K. A. Park and Robert Joynt, Phys. Rev. Lett. **74**, 4734 (1995); Phys. Rev. **B 53**, 12346 (1996).
- [40] D.W. Hess, T.A. Tokuyasu, and J.A. Sauls, J. Phys. Condens. Matter **1**, 8135 (1989).
- [41] M. E. Zhitomirsky and Kazuo Ueda, Phys. Rev. **B 53**, 6591 (1996).
- [42] A. J. Legget, Rev. Mod. Phys. **47**, 331 (1975).
- [43] B. S. Shivaram, Y. H. Jeong, T. F. Rosenbaum, and D. G. Hinks, Phys. Rev. Lett. **56**, 1078 (1986).
- [44] B. Ellman, L. Taillefer, and M. Poirier, Phys. Rev. **B 54**, 9043 (1996).
- [45] L. Taillefer, B. Ellman, B. Lussier, and M. Poirier, Physica **B 230-232**, 327 (1997)

- [46] B. Lussier, B. Ellman, and L. Taillefer, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 3294 (1994); *Phys. Rev.* **53**, 5145 (1996).
- [47] H. Suderow, J. P. Brison, A. Huxley, and J. Flouquet, *J. Low Temp. Phys.* **108**, 11 (1997).
- [48] A. Fledderjohann and P. J. Hirschfeld, *Solid State Commun.* **94**, 163 (1995).
- [49] M. R. Norman and P. J. Hirschfeld, *Phys. Rev. B* **53**, 5706 (1996).
- [50] M. J. Graf, S.-K. Yip, and J. A. Sauls, *J. Low Temp. Phys.* **102**, 367 (1996).
- [51] H. Tou, Y. Kitaoka, K. Asayama, N. Kimura, Y. Ōnuki, E. Yamamoto, and K. Maezawa, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 1374 (1996); H. Tou, Y. Kitaoka, K. Ishida, K. Asayama, N. Kimura, Y. Ōnuki, E. Yamamoto, Y. Haga, and K. Maezawa, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 3129 (1998).
- [52] K. Machida and T. Ohmi, *J. Phys. Soc. Jpn.* **67**, 1122 (1998).
- [53] A. Nowack, A. Heinz, F. Oster, D. Wohlleben, G. Güntherodt, Z. Fisk, and A. Menovsky, *Phys. Rev. B* **36**, 2436 (1987).
- [54] G. Goll, H.v. Löhneysen, I.K. Yanson, and L. Taillefer, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 2008 (1993); G. Goll, C. Bruder, and H.v. Löhneysen, *Physica B* **206-207**, 609 (1995); G. Goll, C. Bruder, and H.v. Löhneysen, *Phys. Rev. B* **52**, 6801 (1995); C. Obermair, G. Goll, H. v. Löhneysen, and I. K. Yanson, *Phys. Rev. B* **57**, 7506 (1998).
- [55] Y. DeWilde, J. Heil, A. G. M. Jansen, P. Wyder, R. Deltour, W. Assmus, A. Menovsky, W. Sun, and L. Taillefer, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 2278 (1994).
- [56] Yu. G. Naidyuk, H.v. Löhneysen, G. Goll, C. Paschke, I. K. Yanson, and A. A. Menovsky, *Physica B* **218**, 161 (1996); Yu. G. Naidyuk and I. K. Yanson, *J. Phys.: Condens. Matter* **10**, 8905 (1998).
- [57] Y. Maeno, H. Hashimoto, K. Yoshida, S. Nishizaki, T. Fujita, J. G. Bednorz, and F. Lichtenberg, *Nature (London)* **372**, 532 (1994).

- [58] K. Yoshida, Y. Maeno, S. Nishizaki, and T. Fujita, *Physica C* **263**, 519 (1996); K. Yoshida, Y. Maeno, S. Nishizaki, S. Ikeda, and T. Fujita, *J. Low Temp. Phys.* **105**, 1593 (1996).
- [59] K. Ishida, Y. Kitaoka, K. Asayama, S. Ikeda, S. Nishizaki, Y. Maeno, K. Yoshida, and T. Fujita, *Phys. Rev. B* **56**, R505 (1997).
- [60] S. Nishizaki, Y. Maeno, S. Farner, S. Ikeda, and T. Fujita, *J. Phys. Soc. Jpn.* **67**, 560 (1998).
- [61] Y. Maeno, S. Nishizaki, K. Yoshida, S. Ikeda, and T. Fujita, *J. Low. Temp. Phys.* **105**, 1577 (1996).
- [62] Y. Maeno and K. Yoshida, *Czech. J. Phys.* **46**, 3097 (1996), Suppl. S6; Y. Maeno, K. Yoshida, H. Hashimoto, S. Nishizaki, S. Ikeda, M. Nohara, T. Fujita, A. P. Mackenzie, N. E. Hussey, J. G. Bednorz, and F. Lichtenberg, *J. Phys. Soc. Jpn.* **66**, 1405 (1997).
- [63] Y. Maeno, *Physica C* **282-287**, 206 (1997).
- [64] A. P. Mackenzie, R. K. W. Haselwimmer, A. W. Tyler, G. G. Lonzarich, Y. Mori, S. Nishizaki, and Y. Maeno, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 161 (1998).
- [65] I. I. Mazin and David J. Singh, *Phys. Rev. B* **56**, 2556 (1997); *Phys. Rev. Lett.* **79**, 733 (1997).
- [66] T. M. Rice and M. Sigrist, *J. Phys. Condens. Matter* **7**, 643 (1995).
- [67] M. Sigrist and M. E. Zhitomirsky, *J. Phys. Soc. Jpn.* **65**, 3452 (1996).
- [68] K. Machida, M. Ozaki, and T. Ohmi, *J. Phys. Soc. Jpn.* **65**, 3720 (1996).
- [69] G. Baskaran, *Physica B* **223&224**, 490 (1996).
- [70] G. M. Luke, Y. Fudamoto, K. M. Kojima, M. I. Larkin, J. Merrin, B. Nachumi, Y. J. Uemura, Y. Maeno, Z. Q. Mao, Y. Mori, H. Nakamura, M. Sigrist, *Nature* **394**, 558 (1998).
- [71] B. D. Josephson, *Phys. Lett.* **1**, 251 (1962); *Adv. Phys.* **14**, 419 (1965).

- [72] M. H. Cohen, L. M. Falicov, and J. C. Phillips, *Phys. Rev. Lett.* **8**, 316 (1962).
- [73] V. Ambegaokar and A. Baratoff, *Phys. Rev. Lett.* **10**, 486 (1963); *Phys. Rev. Lett.* **11**, 104 (1964).
- [74] K. K. Likharev, *Rev. Mod. Phys.* **51**, 101 (1979).
- [75] I. O. Kulik, *Sov. Phys.-JETP* **30**, 944 (1970).
- [76] I. O. Kulik and A. N. Omel'yanchuk, *JETP Lett.* **21**, 96 (1975); *Sov. J. Low Temp. Phys.* **4**, 142 (1978).
- [77] C. Ishii, *Prog. Theor. Phys.* **44**, 1525 (1970); *Prog. Theor. Phys.* **47**, 1464 (1972).
- [78] A. Furusaki and M. Tsukada, *Physica B* **165 & 166**, 967 (1990); *Solid State Commun.* **78**, 299 (1991); *Phys. Rev. B* **43**, 10164 (1991); A. Furusaki, Master thesis (University of Tokyo, 1990).
- [79] Y. Tanaka and S. Kashiwaya, *Phys. Rev. B* **53**, R11957 (1996); *Phys. Rev. B* **56**, 892 (1997); *Physica C* **293**, 101 (1997); *Phys. Rev. B* **58**, R2948 (1998).
- [80] Yu. S. Barash, H. Burkhardt, and D. Rainer *Phys. Rev. Lett.* **77**, 4070 (1996).
- [81] M. P. Samanta and S. Datta, *Phys. Rev. B* **55**, R8689 (1997).
- [82] M. Sigrist, D. B. Bailey, and R. B. Laughlin, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 3249 (1995); M. Sigrist, K. Kuboki, A. B. Kuklov, D. B. Bailey, and R. B. Laughlin, *Czech. J. Phys.* **46**, 3159 (1996), Suppl. S6.
- [83] M. Matsumoto and H. Shiba, *J. Phys. Soc. Jpn.* **64**, 3384 (1995); *J. Phys. Soc. Jpn.* **64**, 4867 (1995); *J. Phys. Soc. Jpn.* **65**, 2194 (1996); M. Matsumoto, Doctor thesis (Tokyo Institute of Technology, 1996).
- [84] K. Kuboki and M. Sigrist, *J. Phys. Soc. Jpn.* **65**, 361 (1996).
- [85] J. A. Pals, W. van Haeringen, and M. H. van Maaren, *Phys. Rev. B* **15**, 2592 (1977); J. A. Pals and W. van Haeringen, *Physica* **92B**, 360 (1977).
- [86] E. W. Fenton, *Solid State Commun.* **54**, 709 (1985); **60**, 347 (1986).

- [87] V. B. Geshkenbein and A. I. Larkin, JETP Lett. **43**, 395 (1986).
- [88] S. Yip, J. Low Temp. Phys. **91**, 203 (1993).
- [89] R. Jin, Yu. Zadorozhny, D. G. Schlom, Y. Mori, Y. Maeno, and Y. Liu, Phys. Rev. **B 59**, No.5 (1999).
- [90] M. Yamashiro, Y. Tanaka, and S. Kashiwaya, J. Phys. Soc. Jpn. **67**, 3364 (1998).
- [91] C. Honerkamp and M. Sigrist, Prog. Theor. Phys. **100**, 53 (1998).
- [92] M. Yamashiro, Y. Tanaka, and S. Kashiwaya, Phys. Rev. **B 56**, 7847 (1997); J. of Phys. Chem. Solids **59**, 2085 (1998). M. Yamashiro, Y. Tanaka, Y. Tanuma, and S. Kashiwaya, Physica **C 293**, 239 (1997); J. Phys. Soc. Jpn. **67**, 3224 (1998).
- [93] G. Eilenberger, Z. Phys. **214**, 195 (1968).
- [94] M. Ashida, S. Aoyama, J. Hara, and K. Nagai, Phys. Rev. **B 40**, 8673 (1989).
- [95] Y. Nagato, K. Nagai, and J. Hara, J. Low Temp. Phys. **93**, 33 (1993); Y. Nagato, Doctor thesis (Hiroshima Univ., 1994).
- [96] Y. Ohashi, J. Phys. Soc. Jpn. **65**, 823 (1996).
- [97] L. J. Buchholtz and G. Zwicknagl, Phys. Rev. **B 23**, 5788 (1981).
- [98] J. Hara and K. Nagai, Prog. Theor. Phys. **76**, 1237 (1986).
- [99] G. Deutscher and P. Nozières, Phys. Rev. **B 50**, 13557 (1994).
- [100] P. G. de Gennes, *Superconductivity of Metals and Alloys* (Benjamin, New York, 1966) Chap. 5.
- [101] Y. Ohashi, J. Phys. Soc. Jpn. **64**, 887 (1995).
- [102] J. Kurkijärvi and D. Rainer, in *Helium Three*, edited by W. P. Halperin and L. P. Pitaevskii (Elsevier, Amsterdam, 1990).
- [103] P. W. Anderson and P. Morel, Phys. Rev. **123**, 1911 (1961).
- [104] R. Balian and N. R. Werthamer, Phys. Rev. **131**, 1553 (1963).

- [105] A. V. Zaitsev, Sov. Phys.-JETP **59**, 1015 (1984).
- [106] A. Mills, D. Rainer, and J. A. Sauls, Phys. Rev. **B 38**, 4504 (1988).
- [107] M. Hurd and G. Wendin, Phys. Rev. **B 51**, 3754 (1995).
- [108] Y. Tanaka and S. Kashiwaya, Physica **C 274**, 357 (1997).
- [109] M. Yamashiro, N. Yoshida, Y. Tanaka, and S. Kashiwaya, Advances in Superconductivity **X**, 249 (1998).
- [110] I. O. Kulik, Sov. Phys.-JETP **22**, 841 (1966).
- [111] H. Shiba and T. Soda, Prog. Theor. Phys. **41**, 25 (1969).
- [112] N. Yoshida, Y. Tanaka, M. Yamashiro, and S. Kashiwaya, Advances in Superconductivity **XI**, 掲載予定.

論文リスト

1. Theory of tunneling conductance for normal-metal/insulator/triplet superconductor junction.
Masashi Yamashiro, Yukio Tanaka, Yasunari Tanuma, and Satoshi Kashiwaya,
Physica C **293**, 239 (1997).
2. Theory of tunneling spectroscopy in superconducting Sr_2RuO_4 .
Masashi Yamashiro, Yukio Tanaka, and Satoshi Kashiwaya,
Physical Review B **56**, 7847 (1997).
3. Theory of tunneling conductance for normal-metal/insulator/triplet superconductor junction.
Masashi Yamashiro, Yukio Tanaka, Yasunari Tanuma, and Satoshi Kashiwaya,
Journal of the Physical Society of Japan **67**, 3224 (1998).
4. Theory of the d.c. Josephson effect in *s*-wave/*p*-wave/*s*-wave superconducting junction.
Masashi Yamashiro, Yukio Tanaka, and Satoshi Kashiwaya,
Journal of the Physical Society of Japan **67**, 3364 (1998).
5. Theoretical study of the Josephson current through a junction including ferromagnetic insulator.
Masashi Yamashiro, Nobukatsu Yoshida, Yukio Tanaka, and Satoshi Kashiwaya,
Advances in Superconductivity **X**, 249 (1998).
6. Tunneling conductance of normal-metal/insulator/ Sr_2RuO_4 junction.
Masashi Yamashiro, Yukio Tanaka, and Satoshi Kashiwaya,
Journal of Physics and Chemistry of Solids **59**, 2085 (1998).