

セミアクティブサスペンションのスライディングモード制御*

横山 誠^{*1}, J. K. Hedrick^{*2}, 外山 茂浩^{*3}

A Sliding Mode Controller for Semi-Active Suspension Systems

Makoto YOKOYAMA^{*4}, J. K. HEDRICK and Shigehiro TOYAMA^{*4} Department of Mechanical and Production Engineering, Faculty of Engineering, Niigata University,
8050 Ikarashi 2-nocho, Niigata-shi, Niigata, 950-2181 Japan

This paper presents a new sliding mode controller based on the theory of model following control for semi-active suspension systems with Magnetorheological (MR) dampers which have undesirable nonlinear properties. In the proposed controller, a desired semi-active suspension system is chosen as the reference model to be followed, and the control law is determined so that an asymptotically stable sliding mode will occur in the error dynamics between the plant and the reference model states. The advantages of the proposed controller are: (1) measurement of the damping force is not required, (2) the reference model specifies the desired performance considering the passivity constraint of the damper, (3) it is highly possible to maintain the sliding mode and achieve high robustness against the nonlinear properties of the damper. Numerical simulations illustrate the effectiveness of the controller.

Key Words: Automobile, Vibration Control, Nonlinear Control, Robust Control, Comfortability in Riding, Semi-Active Suspension, Sliding Mode Control, Magnetorheological Fluids, MR Damper

1. 緒 言

セミアクティブサスペンションに対して、電気粘性 (ER) 流体や磁性 (MR) 流体のような粘性・粘弾性流体を用いた種々の可変ダンパが開発されてきている⁽¹⁾⁻⁽⁴⁾。特に、Lord 社によって最近開発され商品化されている MR ダンパは、発生減衰力が大きく、幅広い温度帯でも安定した特性を示す等、様々な魅力的特徴を持っている^{(3),(4)}。

しかし、これらのダンパは、受動性の制約条件に加えてダンパ固有の非線形特性を有するため、これらの持つ利点を全て引き出すためには、ロバスト制御理論の適用が必要となる。これまで、スライディングモードを含め様々な制御法が提案されており^{(1),(2),(5)-(8)}、スライディングモード制御器に関しては、プラントのダイナミクスをスライディングモード状態に拘束する試みがなされている。しかし、受動的な制約条件やモデル化誤差によってプラントのダイナミクスをスライディ

ングモード状態に拘束し続けることが非常に困難であり、良好な性能が得られていないのが現状のようである^{(6),(7)}。理論的にも、持続的外乱のない初期状態応答に対してのみ、スライディングモードの存在を検討することに留まっている。スライディングモード制御器のもう一つの使い方としては、望ましい力が発生するようにマイナーループでカフィードバックをかけ、ここに適用する手法が考えられる^{(5),(9)}。しかし、この方法では、減衰力の測定が必要となることが問題である。

本論文では、モデル追従型制御理論に基づいた新しいスライディングモード制御器を提案する。基本的な考え方は、プラントのダイナミクスではなく、プラントと参照モデルの間の状態誤差ダイナミクスを、スライディングモード状態に拘束することである。直感的に言うならば、参照モデルがプラントと同じ制約条件下にある場合、プラントは物理的に参照モデルに追従可能となり、その誤差ダイナミクスはスライディングモードに拘束されることが期待できる。しかし、一般的にモデル追従型制御においては、参照モデルへの入力(参照入力)に関する情報が必要となるが、自動車のサスペンションではこの参照入力に対応する路面外乱は通常測定不可能である。そこで、本論文では、2

* 原稿受付 2000年9月25日。

^{*1} 正員, 新潟大学工学部(〒950-2181 新潟市五十嵐2の町8050)。^{*2} カリフォルニア大学バークレー校。^{*3} 正員, 新潟大学大学院。

E-mail: m.yoko@eng.niigata-u.ac.jp

自由度振動系を取って1自由度系として考えることによって、ばね下変位を参照入力として用いる。以下では、参照モデルとしてスカイフックダンパ系を取り上げ、提案する制御器の有効性を数値シミュレーションによって示す。

2. 問題の記述

図1の左部分は、セミアクティブサスペンションの1/4車体モデルを示している。本研究の目的は、高周波数帯域の応答をパッシブサスペンションと比べて劣化させることなく、乗り心地と密接に関係する低周波数帯域における車体の周波数応答を改善することである。したがって、 x_1 を車体絶対変位、 x_2 を車体絶対速度とした状態ベクトル $x = [x_1, x_2]^T$ を用いて、次の1自由度モデルを考える。

$$\dot{x} = Ax + bf_d + gz + bw \quad (1)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k_s}{m_s} & 0 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{m_s} \end{bmatrix}, \quad g = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k_s}{m_s} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$f_d = F(x_2 - \dot{z}, u) \quad (3)$$

ここで、 z はばね下要素の変位、 w は車体に加わる力外乱である。また、 f_d は、制御入力である電流 u とダンパのピストン速度 $x_2 - \dot{z}$ に関する非線形関数となる減衰力である。

図2は、典型的なMRダンパの特性を示している。図中の斜線部は、受動性に加えて、ダンパが発生することができない物理的な制約を示している。特に、ピストン速度軸に接する領域は、クーロン摩擦のように働くことに注意願いたい。さらに、減衰力は、制御入力である電流に関して厳密には線形ではなく、ヒステリシス特性などを含めて様々な非線形モデルが提案されている⁽⁴⁾。

スカイフックダンパを近似的に実現するために、次式のように望ましい減衰力 \bar{f}_d を考える⁽¹⁰⁾。

$$\bar{f}_d = \begin{cases} C_s x_2 & \text{for } x_2(x_2 - \dot{z}) > 0 \\ 0 & \text{for } x_2(x_2 - \dot{z}) < 0 \end{cases} \quad (4)$$

ここで、 C_s はスカイフックダンパの理想的粘性係数である。この方法は、現実のダンパが望ましい減衰力 \bar{f}_d を正確に発生できれば、実際に非常に効果的である⁽¹¹⁾。そこで、実際の制御入力である電流値を決定するために、ピストン速度を観測し、さらにダンパモデル $F(\cdot, \cdot)$ の逆関数 $F^{-1}(\cdot, \cdot)$ を用いる方法が提案されている。しかし、現実のダンパは様々な非線形特性を有するため、ダンパの逆モデルには大きな誤差が存在し、単純なこの方法では必ずしも良好な結果が得られない。

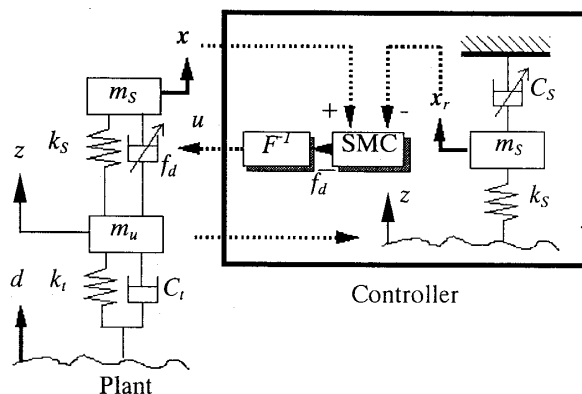


Fig. 1 Quarter car model and control scheme

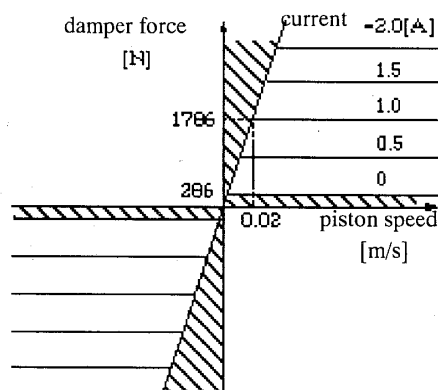


Fig. 2 Characteristic of MR damper

そこで次章では、このような減衰力誤差を含む外乱に対してロバストな制御器を設計する。

3. スライディングモード制御器

提案するモデル追従型制御の基本概念を、図1に示す。ここで、参照モデルは、理想的なスカイフックシステム（アクティブサスペンション）ではなく、理想的な減衰力可変ダンパを持つ近似スカイフックシステム（セミアクティブサスペンション）とする。したがって、この参照モデルは、図2の斜線部で示す物理的制約条件が無視できれば、プラントが物理的に追従可能なシステムであることに注意されたい。また、参照モデルへの入力には、ばね下質量の変位を用いている。

さて、参照モデルは、車体の絶対変位と絶対速度を状態変数にとると、次のように表される。

$$\dot{x}_r = A_r x_r + g z \quad (5)$$

ただし、

$$A_r = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k_s}{m_s} & -\frac{C_o(t)}{m_s} \end{bmatrix}, \quad x_r = \begin{bmatrix} x_{r1} \\ x_{r2} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$C_o(t) = \begin{cases} C_s & \text{for } x_{r2}(x_{r2} - \dot{z}) > 0 \\ 0 & \text{for } x_{r2}(x_{r2} - \dot{z}) < 0 \end{cases} \quad (7)$$

追従誤差ベクトルを $e \triangleq x - x_r$ で定義すると、誤差ダイナミクスは、式(1)~(7)から次のように表される。

$$\dot{e} = A_e(t)e + K(t)x + b(f_d + w) \quad (8)$$

ここで、

$$A_e(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k_s}{m_s} & -\frac{C_o(t)}{m_s} \end{bmatrix} \quad K(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{C_o(t)}{m_s} \end{bmatrix} \quad (9)$$

である。そこで次に、式(8)で表される誤差ダイナミクスを漸近安定にするための制御則を考える。ダイナミクスの漸近安定化問題（レギュレーターなど）に対するスライディングモード制御則は、これまでに種々提案されているが、本論文では、比較的単純でありながら非常に効果的な次の設計法を用いる。まず、追従誤差ベクトルに関する切関数（切換直線） σ を次のように定義する。

$$\sigma = [h_1 \quad 1] e = h e \quad (10)$$

ここで、 h_1 は正なる任意の定数であり、後述のようにスライディングモード状態で誤差ダイナミクスを決定する。

いま、誤差ダイナミクスがスライディングモード状態にあり、すなわち次式が成立し、

$$\sigma = \dot{\sigma} = 0 \quad (11)$$

かつ、外乱 $w = 0$ を仮定すると、いわゆる等価制御入力とは以下のように得られる。

$$f_{deq} = [-k_s \quad m_s h_1 - C_o(t)] e + C_o(t) x_2 \quad (12)$$

この等価制御入力とリレー入力の和を、指令減衰力として次のように用いる。

$$\bar{f}_d = \begin{cases} f_{deq} + \gamma \operatorname{sgn}(\sigma) & , \text{ for } (f_{deq} + \gamma \operatorname{sgn}(\sigma))(x_2 - \dot{z}) > 0 \\ 0 & \\ & , \text{ for } (f_{deq} + \gamma \operatorname{sgn}(\sigma))(x_2 - \dot{z}) < 0 \end{cases} \quad (13)$$

ここで、リレーゲイン γ は、後述のように外乱の大きさなどを考慮して決定される。また、この指令減衰力が、受動性によって制限されていることに注意されたい。最終的な制御入力（電流値）は、式(3)で与えられるダンパ特性の逆関数 $F^{-1}(\cdot, \cdot)$ を用いて、以下のように決定する。

$$u = F^{-1}(x_2 - \dot{z}, \bar{f}_d) \quad (14)$$

さて、スライディングモードの存在条件を検討するために、リアプノフ関数の候補を $V(\sigma) = \sigma^2/2$ とし、次の条件を考える。

$$\frac{d}{dt}V(\sigma) = \frac{1}{2} \frac{d}{dt}(\sigma^2) = \sigma \dot{\sigma} \leq -\eta |\sigma| \quad (15)$$

ここで、 η は正の定数であり、誤差軌道が有限時間内で切換直線へ到達することを保証するためのものである。減衰力誤差は、外乱 w に含めて考えることができるが、後の考察のために、減衰力の誤差を $\Delta f_d = f_d - \bar{f}_d$ とし、式(8)、(10)、(12)および(13)を用いると、スライディングモードの存在条件式(15)は次のように表される。

$$\gamma \geq -\eta(hb)^{-1} - (w + \Delta f_d) \operatorname{sgn}(\sigma) \quad (16)$$

さらに、 $(hb)^{-1} = -m_s$ であるので、以下の条件を得る。

$$\gamma \geq \eta m_s + |w + \Delta f_d| \quad (17)$$

したがって、事前に減衰力の誤差 Δf_d とその他の力外乱 w の値を予測し、上式を満足するように η およびリレーゲイン γ を決定する。

Δf_d および w は入力端外乱であるから、共にマッチング条件を満たしている。したがって、スライディングモードの存在を仮定すると、誤差ダイナミクスは、以下のように切関数のパラメータ h_1 だけで記述される。

$$\dot{e}_1 = -h_1 e_1 \quad (18)$$

すなわち、外乱の影響を受けずに誤差を漸近安定化できる。さらに、質量およびばね定数のパラメータ誤差（変動）を考えた場合、式(8)の誤差ダイナミクスには、あらたに外乱ベクトル $[0 \quad \xi]^T$ が加わることになるが、これも入力係数ベクトル b のレンジスペースにあるためマッチング条件を満たし、式(18)は再び成立する。

さて、受動性の制約によって減衰力が発生できない（図2の第2、4象現に指令減衰力がある）場合には、明らかにスライディングモードの存在を完全に保証することはできない。実際、切関数の時間微分は、

$$\dot{\sigma} = -\frac{k_s}{m_s} e_1 + h_1 e_2 + \frac{C_o(t)}{m_s} x_{r2} - \frac{1}{m_s} (w + \Delta f_d) \quad (19)$$

となり、式(15)の成立を保証することはできない。しかし実際には、減衰力を発生できるときに誤差軌道を切換直線近傍に引き戻すことで、近似的に切換直線に拘束できることを、考察を含めて次の数値シミュレーションによって示す。

4. 数値シミュレーションと考察

提案するスライディングモード制御器の有効性を検証するために、次に示すパラメータ値を用いた数値シミュレーションを行った。

$$m_s = 400[\text{kg}], \quad m_u = 40[\text{kg}], \quad k_s = 15,800[\text{N/m}]$$

$$k_t = 158,000[\text{N/m}], \quad C_t = 126[\text{Ns/m}]$$

$$C_s = 3,550[\text{Ns/m}], \quad h_1 = 10, \quad \gamma = 800[\text{N}]$$

これらのパラメータの値によって、ばね上およびばね下固有振動数は、それぞれ1 [Hz]、10 [Hz] 近傍になる。また、図2に示す特性を有する MR ダンパーを用いるものとし、路面外乱は、その速度分布を平均値零の白色ガウス性とした。さらに、式(13)に示した制御則には符号関数(リレー入力) $\text{sgn}(\sigma)$ を含むため、一般に激しいチャタリングが発生する。そこで、符号関数の代わりに飽和関数 $\text{sat}[\sigma/0.02]$ を用いた。制御器のサンプリングタイムは、1[ms]とした。

まず、基本的性能を評価するために、プラントパラメータをノミナル値、外乱 $w=0$ とした結果を図3～5に示す。すなわち、このシミュレーションで制振性能を劣化させる要因は、図2の斜線部に相当する力、すなわち Δf_d だけである。図3は、ダンパの逆モデルだけを用いてカーノップ近似則を実現する、従来のセミアクティブサスペンションの応答を示している。図4は提案する制御器を用いた場合、図5は乗り心地を評価するための加速度スペクトルを表している。従来の制御器では、減衰力誤差 Δf_d に対するフィードバック機構が存在しないため、制振性能が著しく劣化している。一方、図4(a)、(b)からわかるように、スライディングモード制御器では、参照モデルにほぼ完全に追従している。また図4(c)、(d)より、切換入力によって誤差ダイナミクスは予想通り近似的にスライディングモード状態となっていることがわかる。さらに、図5より、低周波数帯域での車体加速度が低く抑えられていることがわかるが、スライディングモード制御器の切換入力を原因とするチャタリングによって、ばね上固有振動数よ

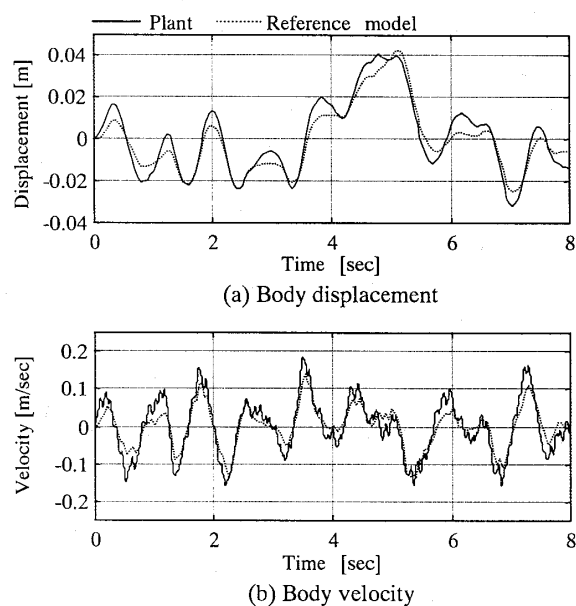


Fig. 3 Conventional controller

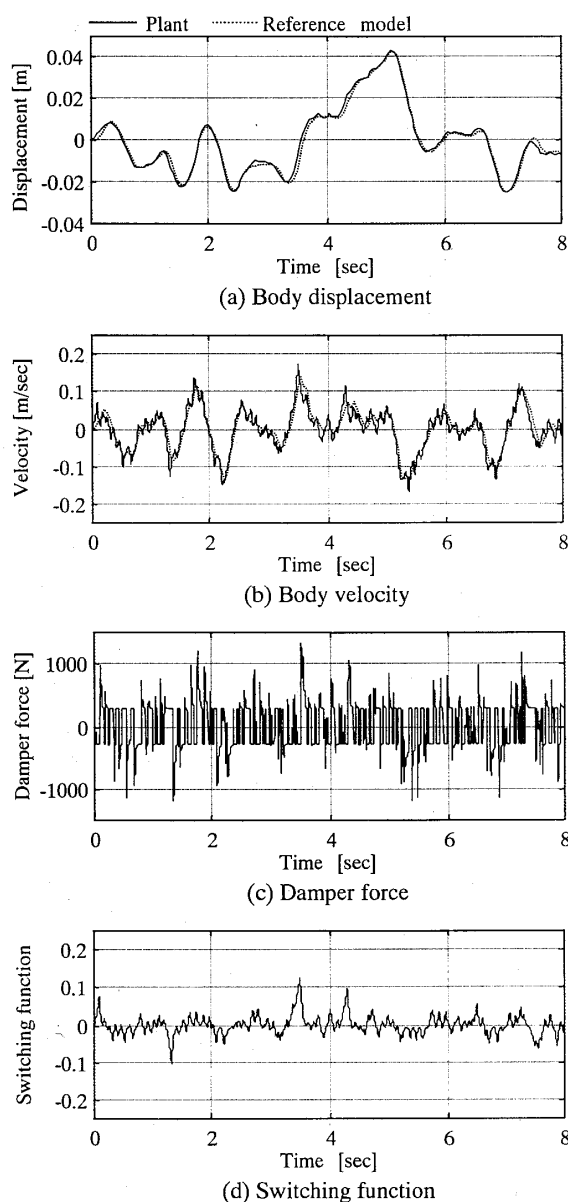


Fig. 4 Sliding mode controller

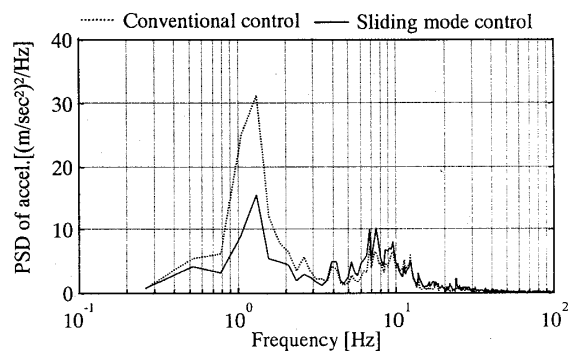


Fig. 5 PSD of body acceleration

り高い周波数帯域では、車体加速度が若干大きくなっている。

図 6 は、図 4 の一部を拡大したものであり、これを用いて誤差軌道が切換直線に近似的に拘束される状況を考察する。まず、式(19)を式(12)で定義した等価制御入力を用いて、次のように表しておく。

$$\dot{\sigma} = \frac{1}{m_s}(f_{deq} - \Delta f_d) \quad (20)$$

ただし、シミュレーション条件に合わせて、 $w = 0$ とした。さて、時間 0 秒から約 0.09 秒の間に注目すると、切換関数が零から始めて単調に増加しており、誤差軌道が切換直線から遠ざかっていることがわかる。これは、以下のように説明できる。この時間区間で理想的なアクティブフォース（受動性の制約のない力、 $f_{deq} + \gamma \text{sat}[\sigma/0.02]$ ）は正であるが、ピストン速度が負のため受動性によってこの力は発生できない。そこで、指令減衰力は零になり（電流値が零）、クーロン摩擦力相当の負の力 Δf_d だけが作用する。一方、等価制御入力 f_{deq} も小さいが正となっている。この結果、式(20)より、 $\dot{\sigma} > 0$ は正となり、切換関数が増大することになる。さて、等価制御入力は、式(12)に示すように、誤差の状態ベクトル、切換関数のパラメータ、参照モデルの状態などに依存するが、比較的小さな路面外乱速度の場合、切換直線近傍では摩擦力に比べて小さい。従って、この摩擦力を低減することで、より確実に誤差軌道を切換直線に拘束できることが容易に予想できる（これに関するシミュレーション結果は後に示す）。

次に、0.09 秒から 0.15 秒の区間に注目すると、ピストン速度が正に変わるため、アクティブフォースと同等の減衰力を発生できるようになり、式(17)を満たす γ を用いていることによって切換関数は零へと向かう。以上のように、望ましい減衰力が発生できない時には、誤差軌道は切換直線から一旦遠ざかるが、振動特性によって望ましい減衰力が発生できる状態へと遷移し、この減衰力によって誤差を切換直線へ引き戻すことになる。

次に、図 7 で、車体質量を 10% 減少、ばね剛性を 20% 増加させ、減衰力誤差として平均値 0、分散 18,000 のガウス性外乱を加えた時の応答を示す。図 4 (d) と比較すると、図 7 (c) では切換関数は零近傍で若干広がりが大きくなっているが、ほぼ零に拘束され、車体の変位および速度はパラメータ変動がないときとほぼ同等である。一方、従来の制御器では、明らかにばね上振動数の振幅が大きくなっている。実際、図 7(d) に示す車体加速度の PSD を見ると、従来の制御器では 1 [Hz] 近傍でさらにスペクトルが増大しており、一方、

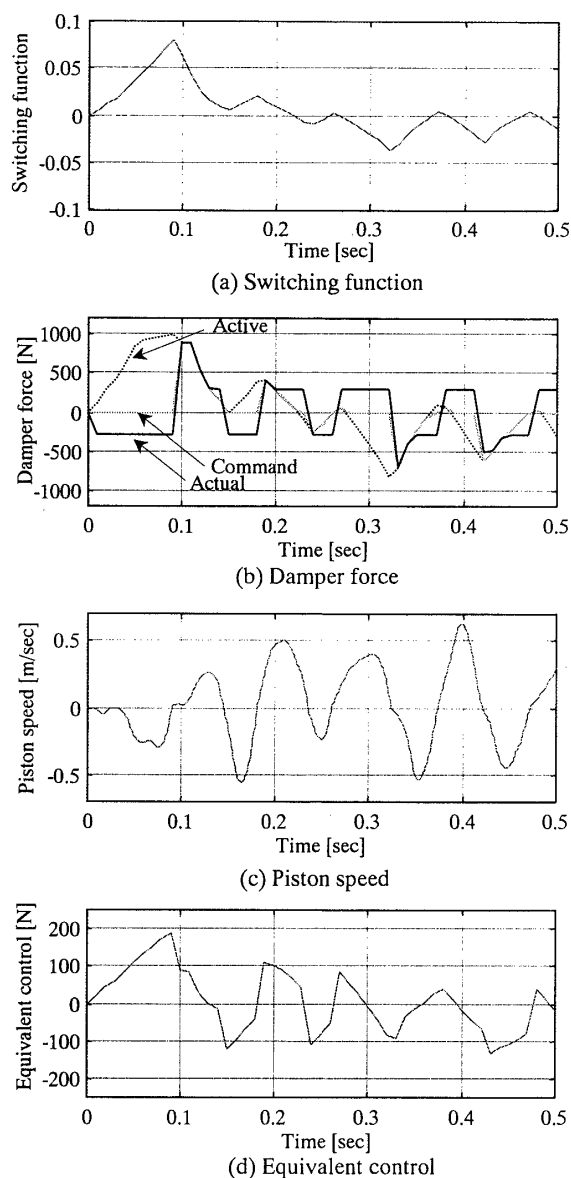


Fig. 6 Detailed responses with sliding mode controller

スライディングモード制御器では高周波数帯域で若干のスペクトルの増加は見られるものの、低周波数帯域ではパラメータ変動がないときとほぼ同等のスペクトルになっており、高いロバスト性が確認できる。

最後に、MR ダンパー内の摩擦がないと仮定し、図 7 と同様のパラメータ変動、減衰力誤差を与えた場合の加速度 PSD を図 8 に示す。前述の考察のように、摩擦がないとチャタリングが大幅に低減され、高周波数帯域でも理想的な参照モデルと同等の制振性能が得られることがわかる。

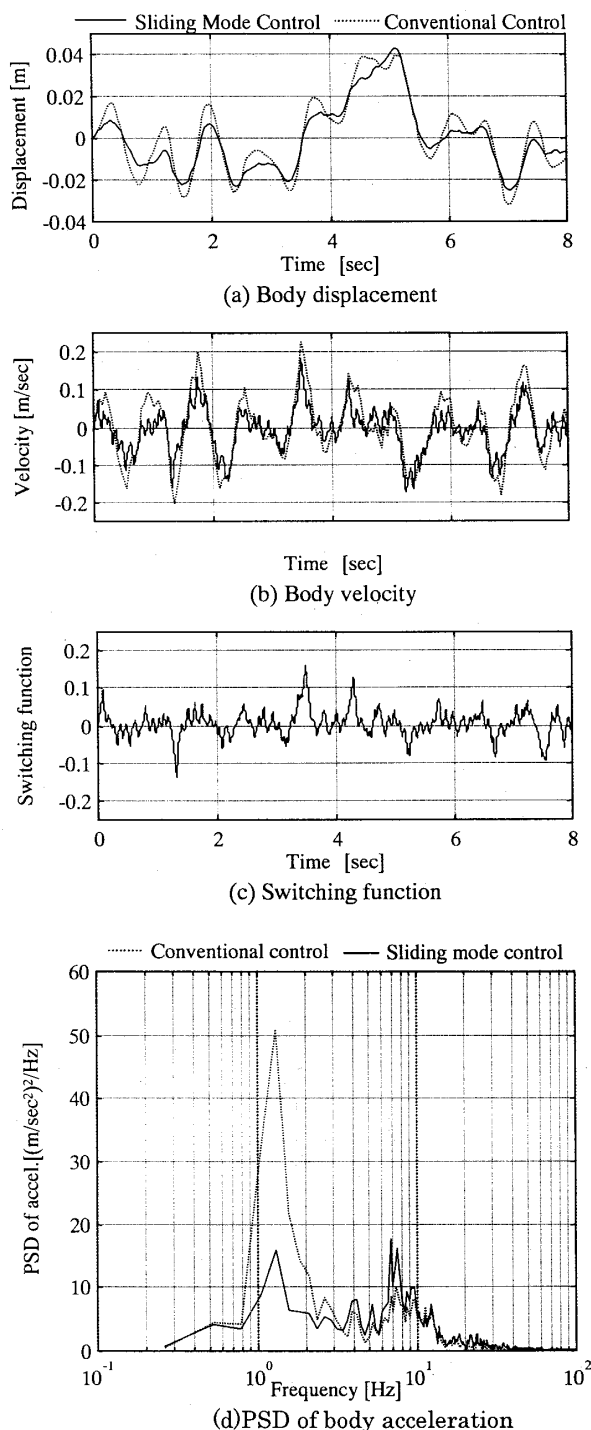


Fig. 7 Responses in the presence of plant parameter perturbations and disturbances

5. 結 言

本論文では、セミアクティブサスペンションに対して、モデル追従型スライディングモード制御器に基づいた新しい制御法を提案した。いかなるスライディングモード制御器であっても、受動性の制約があるため、

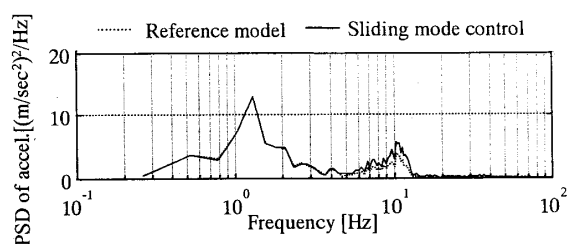


Fig. 8 PSD of body acceleration in the presence of plant perturbation and disturbances without friction in the damper

持続的外乱に対してスライディングモードの存在を保証することはできないと考えるが、提案する制御器では、この存在可能性が高く、ロバスト性に優れていることを示した。

また、市販の MR ダンパーの特性を仮定したシミュレーションおよび考察によって、ダンパの有する摩擦が制振性能を劣化させる大きな要因であることを示した。これは、磁性流体の持つ本質的な問題であり、流体のさらなる開発を期待するところである。提案した方法の基本的な考え方は、非線形特性を有する ER ダンパのような他の減衰力可変ダンパに対しても有効である。なぜなら、ダンパのモデル化誤差によって生じる指令減衰力と実際に発生する減衰力との違いが、受動性の制約のない状況下ではマッチング条件を満たしているからである。

参 考 文 献

- (1) 中野政身・米川琢哉, 機論, 62-593, C(1996), 33-40.
- (2) 吉田秀久・永井正夫, 機論, 64-625, C(1998), 1, 172-178
- (3) M.R. Jolly, J.W. Bender and J. D. Carlson, Proc. of SPIE 5th Annu. Symp. on Smart Structures and Materials, (1998), 32-38
- (4) B.F. Spencer Jr., S.J. Dyke, M.K. Sain and J.D. Carlson, J. of Engineering Mechanics, ASCE, 123(1996), 230-238,
- (5) S.J. Dyke, B.F. Spencer Jr., M.K. Sain and J.D. Carlson, Proc. of the IFAC World Congress, L(1996), 145-150
- (6) 川辺武俊・ほか4名, 第38回自動制御連合講演会(前刷), (1995), 247-248.
- (7) 久保康丸, シンポジウム第5回「運動と振動の制御」講演論文集, (1997), 345-348.
- (8) M. Yokoyama and S. Toyama, Proc. of the 3rd Int. Conference on Motion and Vibration Control, (1996), 333-338
- (9) A. Alleyne and J.K. Hedrick, IEEE Trans on Systems and Technology, 3-1(1995), 94-101
- (10) D. Karnopp, M.J. Crosby and R.A. Harwood, J. of Engineering for Industry, (1974), 619-626
- (11) H.E. Tsen and J.K. Hedrick, Vehicle System Dynamics, 23(1994), 545-569,