

希薄高分子溶液の伸張応力の算定と構成方程式の検討*

長谷川 富市^{*1}, 福富 清^{*2}, 鳴海 敬倫^{*1}

Assessment of Elongational Stresses of Dilute Polymer Solutions and a Related Examination of Some Constitutive Equations

Tomiichi HASEGAWA, Kiyoshi FUKUTOMI, and Takatsune NARUMI

Elongational stresses of dilute polymer solutions have been assessed by utilizing the flow through small orifices under the condition of no vortex upstream of the orifice plane. The flow was approximated with a linearly converging flow toward an apex of a cone, its propriety being confirmed by the measured velocities, and the elongational stresses were determined from the measured thrusts of dilute polymer solutions. On the other hand, elongational stresses were theoretically obtained with the modified Maxwell model and the second order fluid. A comparison was made between the experimental and the theoretical results and the following points were clarified; below the elongational rate $2 \times 10^4 (\text{s}^{-1})$ the modified Maxwell model gives elongational stresses close to the experimentally determined ones, but above the elongational rate it deviates from the experimental results.

The second order fluid is not sufficient to describe the stresses in this kind of elongational flow and an acceleration term such as $\delta^2 e^{ij}/\delta t^2$ may be necessary in this case.

Key Words: Elongational Flow, Dilute Polymer Solution, Viscoelastic Fluid, Constitutive Equation

1. 緒 言

高分子溶液の伸張流は、管入口流れ、多孔質体を通過する流れ、紡糸、合成樹脂膜の製造等の実際上の問題に関連して重要である。また、希薄高分子溶液の乱流においてみられる抵抗減少効果の原因としても壁近くの伸張流の性質が注目されている⁽¹⁾。さらに、構成方程式の検討という点からみると、せん断流のほかに伸張流について、現在数多く提出されている構成方程式の特性を調べる必要がある。

このように、多方面で伸張流の重要性が指摘されているにもかかわらず、この分野の研究は十分進展しておらず、とくに希薄高分子溶液では伸張応力の測定方法が確立されていない現状である。この理由として、伸張流は、せん断流や振動流と異なり流れの場の明確な規定が難しいこと、伸張応力の値が希薄溶液では小さいため、測定困難なことがあげられる。Metzner-Metznerはオリフィスを通る流れを利用して伸張応力を求めた⁽²⁾。しかしこの場合の溶液は 0.01~0.5 %

の濃度であり希薄溶液（通常は 100 ppm 程度をいう）とはいえない。また、応力の測定には小オリフィスを使用しているにもかかわらず、流れの場は 10 倍ほど大きいオリフィスから決定していることも問題と考えられる。著者の一人は、以前に、希薄高分子溶液の小オリフィスを通る流れについて、オリフィス上流側に渦の生成した領域を中心とした反力、圧力を測定し、中心流速の測定も行い各種の検討を加えている⁽³⁾⁽⁴⁾。

本論文では、希薄高分子溶液のオリフィスを通る流れでオリフィス上流側に渦が生じない場合を取り上げ、伸張速度と伸張応力を算定する方法を提案し、反力の実験値から伸張応力を求め、その結果をもとに工学上よく使用される構成方程式の検討を行う。

2. 流れの場と伸張応力の算定

オリフィスを通る実際の流れは、オリフィス壁近くまで考えるとかなり複雑であると思われる所以、ここでは、伸張流としての性質をできるだけ損わないよう速度場を簡単化して考えることにする。Metzner らはオリフィス上流側の速度場を、円すいの頂点に向かう半径流として考えた⁽²⁾。ただし、この場合は渦が生じているので円すい頂角は小さく 30° 程度である。本研究においては、この考えをオリフィス上流側に渦が

* 昭和 62 年 4 月 3 日 第 64 期通常総会講演会において講演
原稿受付 昭和 61 年 10 月 6 日

^{*1} 正員、新潟大学工学部(950-21 新潟市五十嵐 2 の町 8050).

^{*2} 学生員、新潟大学大学院。

生じない場合に拡張し、オリフィス壁近傍を除いた上流領域では図1(a)に示すように円すいの頂点に向かう一様な半径流であり、オリフィス下流側では縮流を起こした後に一定速度のジェットになる流れと仮定する。この仮定の妥当性を見るために水および希薄高分子溶液に関するオリフィス上流側中心速度の実測値⁽⁴⁾を図2に斜線で示す。また、図中には円すい頂角 θ_0 を 140° としたときの曲線が示されている。これによれば、オリフィスから離れた上流側の一部を除いて水と希薄高分子溶液の実測値はほとんど一致しており、また、 $\theta_0=70^\circ$ の円すいの頂点に向かう半径流もこれら実験値とよく一致していることがわかる。したがって、図1に示した速度場のモデルにおいて、今後 $\theta_0=70^\circ$ とする。ここで円すい頂点を原点とする球座標系を採用すると、 $x^1=r$, $x^2=\theta$, $x^3=\phi$ である。いま、流れは半径流であるので r 方向速度 v_r のみが零ではなく、 θ , ϕ 方向速度 v_θ , v_ϕ については $v_\theta=v_\phi=0$ である。流量を Q とすると、連続の式から、

$$v_r = \frac{-Q}{2\pi r^2(1-\cos\theta_0)} \quad \dots \dots \dots (1)$$

を得る。このときひずみ速度テンソル (e^{ij}) の物理成分 $(e^{ij})_p$ は次のようになる。

$$(e^{ij})_p = \begin{bmatrix} \gamma & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\gamma}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\gamma}{2} \end{bmatrix} \quad \dots \dots \dots (2)$$

ただし、

$$\gamma = \frac{Q}{\pi r^3(1-\cos\theta_0)} \quad \dots \dots \dots (3)$$

以上で流れの場が決定されたので、実験から得られるオリフィス反力を応力と結びつける。図1(b)に示したように、オリフィス上流側流路を包み込み、オリフィス出口近傍で $r_0=$ 一定($r_0 < c_0/\sin\theta_0$, c_0 はオリフィス半径)の球面をなすような検査面(図中破線)をとる。ここに流れはオリフィス通過後も r_0 までは半径流をなすと仮定する(この仮定は、流出ジェット外縁付近では成立しないであろうが、 r_0 が $c_0/\sin\theta_0$ より極端に小さくない限りでは、これによる誤差は小さいものと考えられる)。このとき、検査面から流出する運動量のオリフィス面に直角な方向(- x 方向)の成分 T は、

$$T = \rho \frac{Q^2}{\pi r_0^2} \frac{1}{4} \left(\frac{\sin\theta_0}{1-\cos\theta_0} \right)^2 \quad \dots \dots \dots (4)$$

で与えられる(図1参照)。または、 V をオリフィス平均流速とすると、 $V = Q/(\pi c_0^2)$ であるので、上式は

$$\frac{T}{\rho Q V} = \frac{1}{4} \left(\frac{r_0}{c_0} \right)^2 \left(\frac{\sin\theta_0}{1-\cos\theta_0} \right)^2 \quad \dots \dots \dots (5)$$

となる。

また、半径 r_0 の球面上中心角 θ における微小面積 ds に作用する応力による $-x$ 方向の力 dF は

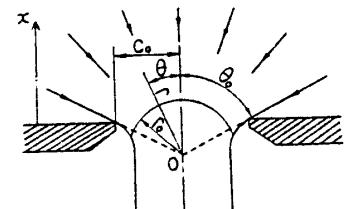
$$dF = (T_{rr} \cos\theta + T_{\theta\theta} \sin\theta) ds \quad \dots \dots \dots (6)$$

となる。ただし、 T_{rr} , $T_{\theta\theta}$ は r , θ 方向の垂直応力、 $ds = 2\pi r_0^2 \sin\theta d\theta$ である(図3参照)。

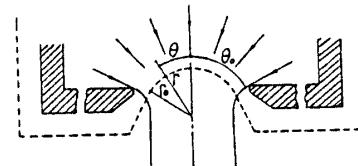
ここで、 r_0 の球面上で θ 方向の応力が零になると仮定する(付録1参照)。すなわち

$$(T_{\theta\theta})_{r=r_0} = 0 \quad \dots \dots \dots (7)$$

とする。さらに、垂直応力 T_{ii} を等方成分 $-p$ と偏差成分 τ_{ii} にわけると



(a) 流れのモデル化



(b) 検査面(破線)

図 1

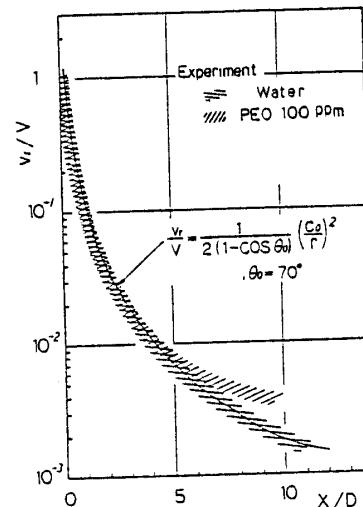


図 2 仮定された速度分布と流速測定値(中心軸上)の比較

であるので式(7), (8)から $(T_{rr})_{r_0} = (\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta})_{r_0}$ となり、これを式(6)に代入して積分を行えば

$$F = \pi(r_0 \sin \theta_0)^2 (\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta})_{r_0} \quad \dots \dots \dots \quad (9)$$

となる。一方、運動量の法則によって、 T_M を測定される反力とすると

式(4), (9)を式(10)に代入して整理すると

$$(\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta})_{r_0} = \frac{1}{\pi(r_0 \sin \theta_0)^2} \left[\frac{1}{4} \left(\frac{c_0}{r_0} \right)^2 \left(\frac{\sin \theta_0}{1 - \cos \theta_0} \right)^2 \rho Q V - T_M \right] \dots \dots \dots \quad (11)$$

となる。ここで θ_0 は前述のように 70° とする。また、 r_0 は次のようにして決定する。すなわち、水の場合の伸張応力 $(\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta})r_0$ は粘性のみによるため、レイノルズ数の大きい場合に無視できると考えられる。そこで水について $(\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta})r_0 = 0$ として式(11)から

$$\left(\frac{T_M}{\rho Q V} \right)_{\text{water}} = \frac{1}{4} \left(\frac{C_0}{r_0} \right)^2 \left(\frac{\sin \theta_0}{1 - \cos \theta_0} \right)^2 \dots \dots \dots (12)$$

となり、この式において $(T_M/\rho Q V)_{\text{water}}$ を与えて r_0

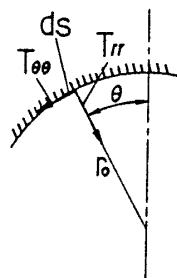


図 3 微小面積 ds に作用する応力

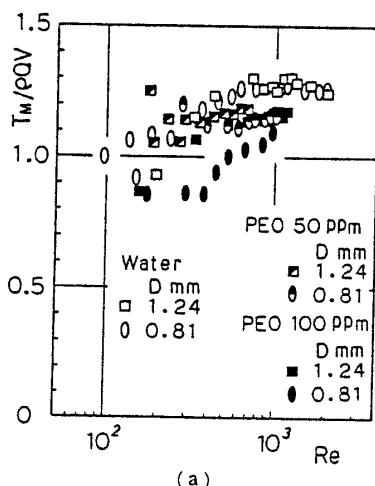


図 4 水と希薄高分子溶液の無次元反力 ($T_w/\rho_0 V$) 対レイノルズ数 (R_d)

を決定する。

水に関する $T_M/\rho QV$ の値を図 4 に示す⁽³⁾。ここから得られる Re の高い範囲における $T_M/\rho QV$ の平均値と、その値をもとに式(12)によって決定した r_0/c_0 の値を表 1 に示す。ただし、オリフィス径 $D=0.33, 0.41$ mm の場合には $T_M/\rho QV$ の値は Re の高い場合についての平均値をとっている。

この表によれば、オリフィス径の大きいほうが r_0/c_0 が小さくなっている。オリフィス径の大きいほうが流出ジェットがオリフィス流出後も半径流としての性質を長い距離保ちつづけることを示している。

以上の結果から、 T_M を測定すれば式(11)によって伸張応力 ($\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta}$)_{ro} が求まることになる。

3. 実験および実験結果

反力測定に用いた実験装置は既報⁽³⁾と同じであるのでここでは省略する。低流量域で渦が生じない希薄高分子溶液として、Polyethylene oxide (PEO 18, 製鉄化学社製) の 50 ppm, 100 ppm 水溶液を用いた。この場合でも各オリフィス径についてある流量以上で渦は生成されるが、本研究では渦生成前の領域を対象とした。図 4 に水, PEO 50 ppm, 100 ppm について得られた反力を平均流出運動量で無次元化した $T_M/\rho QV$ を、横軸にレイノルズ数 $Re (= VD/\nu, \nu$ は動粘性係数) をとって示す。水についてはオリフィス径の大きいほう

表 1 $T_M/\rho QV$, r_0/c_0

$2c_o$ (mm)	1.24	0.81	0.515	0.41	0.33
$T_m / \rho QV$	1.25	1.25	1.12	1.05	1.0
r_o / c_o	0.634	0.639	0.675	0.698	0.715

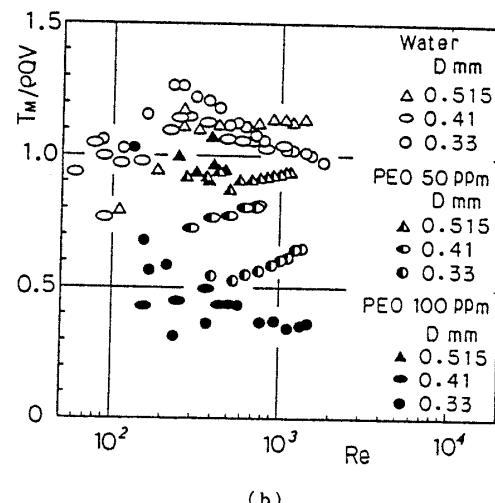


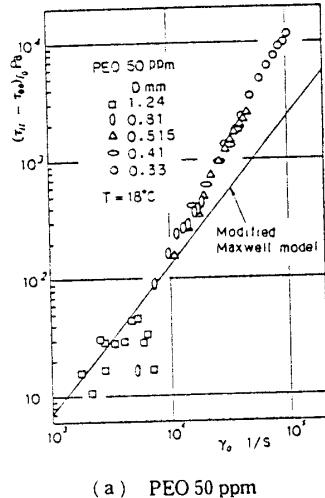
図 4 水と希薄高分子溶液の無次元反力 ($T_w/\rho_0 V$) 対レイノルズ数 (R_d)

が概略大きい $T_M/\rho QV$ を示している。また、高分子溶液についてはいずれも水よりも低い値を示している。

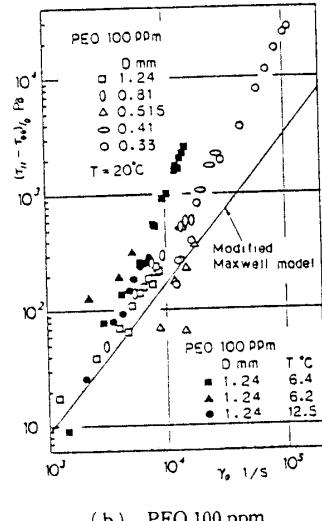
以上のデータから、式(3)、(11)により伸張応力を求めた。その結果を図5に示す。各オリフィス径について得られた実験値は伸張速度 γ_0 でよく整理され、本解析法の妥当性を示しているように考えられる。また、伸張応力については、100 ppm 水溶液の方が50 ppm 水溶液よりも高い値を示した。また100 ppm 水溶液については、液温の低い方が液温の高い場合より大きい伸張応力値を示している。

4. 構成方程式の検討

4・1 構成方程式による応力解析 本節では、伸張応力の実験値をもとに構成方程式の検討を行う。対象とする構成方程式は、工学上よく使用される、修正された Maxwell model とセカンドオーダ流体であ



(a) PEO 50 ppm

図 5 伸張応力 $(\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta})_{r_0}$ 対伸張速度 γ_0

る。

修正 Maxwell model このモデルは次のように書ける⁽⁵⁾.

$$\tau^{ij} + \lambda \{4|\Pi_e|\}^{(s-n-1)/2} \frac{\partial \tau^{ij}}{\partial t} = 2\eta \{4|\Pi_e|\}^{(n-1)/2} e^{ij} \quad \dots \dots \dots (13)$$

ここで、 τ^{ij} は偏差応力テンソルの反変成分、 $|\Pi_e| = (1/2)e_{ijs}e^{ij}$ は非圧縮性流体のひずみ速度テンソルの第2不变量、 $\delta/\delta t$ は対流微分（オルドロイド微分）、 λ 、 η 、 s 、 n は物質定数である。本論文で取扱っている希薄高分子溶液では、 $n=1.0$ であり、したがって、 κ は粘性係数となる。上式は単純せん断流（せん断速度を γ とする）において次の結果を与える。

$$\tau_{11} - \tau_{22} = 2\lambda\eta\gamma^s, \quad \tau_{22} - \tau_{33} = 0, \quad \tau_{12} = \eta\gamma \quad \dots \dots \dots (14)$$

ただし、希薄高分子溶液であるので $n=1$ とした。

図6にPEO 50 ppm、100 ppm 水溶液について、直徑 d mm の細管から流出するジェット反力を利用して求めた⁽⁶⁾ 第1法線応力差を示すが、これから λ と s を求めることができる。また、粘性係数 η は細管粘度計により求めた。各濃度に関する λ と s の値を表2に示す。

次に、図1、式(2)に示した速度場より式(13)から $(\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta})_{r_0}$ を求める。まず、ひずみ速度テンソルの第2不变量 $|\Pi_e|$ については

$$4|\Pi_e| = 3\gamma^2 \quad \dots \dots \dots (15)$$

となる。オルドロイド微分 $\delta/\delta t$ は

$$\frac{\delta \tau^{ij}}{\delta t} = \frac{\partial \tau^{ij}}{\partial t} + v^k \tau_{ik}^{ij} - v_{ik}^i \tau^{kj} - v_{jk}^j \tau^{ik} \quad \dots \dots \dots (16)$$

である。ただし、 τ_{ik}^{ij} は τ^{ij} の x^k に関する共変微分を示す。従って、 $(\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta})_{r_0}$ 、 $(\tau_{\theta\theta})_{r_0}$ は各々次のようになる（付録2 参照）。

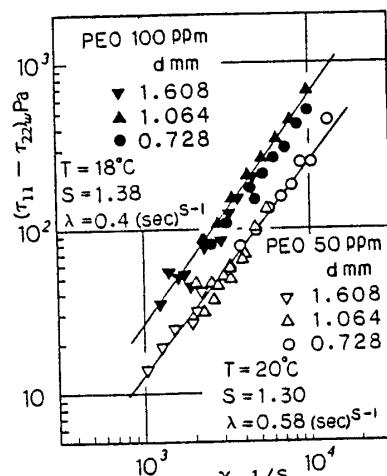


図 6 PEO 水溶液の第1法線応力差

$$\begin{aligned}(\tau_{rr})_{r_0} &= \exp\left(\frac{2}{\lambda''}\frac{\gamma_0^{1-s}}{s-1}\right) \gamma_0^{4/3} 2\eta \left\{ \frac{\lambda''(s-1)}{2} \right\}^{1/(3(s-1))} \\ &\quad \times I'(a, x) \\ (\tau_{\theta\theta})_{r_0} &= -\exp\left(\frac{2}{\lambda''}\frac{\gamma_0^{1-s}}{s-1}\right) \gamma_0^{-2/3} \eta \left\{ \frac{\lambda''(s-1)}{2} \right\}^{5/(3(1-s))} \\ &\quad \times I'(a', x)\end{aligned}\right\} \dots \quad (17)$$

ただし、

$$I'(a, x) = \int_x^{\infty} e^{-t} t^{a-1} dt = \Gamma(a) - f(a, x)$$

$$x = \frac{2}{\lambda''} \frac{\gamma_0^{1-s}}{s-1}, \quad a = \frac{3s-2}{3(s-1)}, \quad \lambda'' = 3^{s/2} \lambda$$

$$a' = \frac{8-3s}{3(1-s)}, \quad \gamma_0 = (\gamma)_{r=r_0}$$

である⁽⁷⁾。本研究のように伸張速度の大きい場合には、 $I' \approx \Gamma(a)$ としても大差ない。また、 τ_{rr} と $\tau_{\theta\theta}$ の大きさを比較すると、例えば PEO 100 ppm について、

$$10^3 < \gamma_0(\text{s}^{-1}) < 10^5 : \begin{cases} 9 < \tau_{rr} < 3.5 \times 10^3 (\text{Pa}) \\ 0.21 > \tau_{\theta\theta} > -5.8 (\text{Pa}) \end{cases}$$

となるので、

としてもよいことがわかる。

セカンドオーダ流体の構成方程式は次式で与えられる⁽⁸⁾.

$$\tau^{ij} = 2\eta e^{ij} - 2\lambda' \eta \frac{\delta e^{ij}}{\delta t} + 4\beta' e^i_k e^{kj} \dots \dots \dots \quad (19)$$

上式は単純せん断流について

$$\tau_{11} - \tau_{22} = 2\lambda' \eta \gamma^2, \quad \tau_{22} - \tau_{33} = \beta' \gamma^2, \quad \tau_{12} = \eta \gamma \quad \dots \quad (20)$$

となる。ただし、このままでは単純せん断流における法線応力のデータを説明できない。したがって、Maxwell model を修正した場合と同様に、

とおけば、式(20)は

$$\tau_{11} - \tau_{22} = 2\lambda\eta\gamma^s, \quad \tau_{22} - \tau_{33} = \beta\gamma^m, \quad \tau_{12} = \eta\gamma \quad \dots \quad (22)$$

となる。 η と λ, s については粘度測定と第1法線応力差の測定から決定され、修正 Maxwell model における値と同じになる。 β, m は第2法線応力差の測定値から決定すべきであるが、希薄溶液においては第2法線応力差の測定は困難で、今のところ未定である。

表 2 物質定数 λ , s , η

	PEO 100ppm	PEO 50ppm
\bar{s}	1.38	1.30
λ (sec $^{s-1}$)	0.4	0.58
n_{CP}	1.7	1.4

式(19), (21)を図1に示した速度場により付録2と同様の手順で解けば

$$\left. \begin{aligned} (\tau_{rr})_{r_0} &= 2\eta\gamma_0 + \lambda\eta^{3(s-2)/2}\gamma_0^s + 4\beta 3^{(m-2)/2}\gamma_0^m \\ (\tau_{\theta\theta})_{r_0} &= -\eta\gamma_0 + \lambda\eta 3^{(s-2)/2}\frac{5}{2}\gamma_0^s + 4\beta 3^{(m-2)/2}\frac{1}{4}\gamma_0^m \\ \gamma_0 &= (\gamma)_{r=r_0} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (23)$$

となり、上式で特徴的なことは τ_{rr} と $\tau_{\theta\theta}$ が同程度であることである。これは修正 Maxwell modelにおいて $r=r_0$ で $\tau_{rr} \gg \tau_{\theta\theta}$ であったことに比べると大きな違いである。また、この 2 式から

$$(\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta})_{r_0} = 3\eta\gamma_0 - \frac{\lambda\eta}{2}3^{s/2}\gamma_0^s + \beta 3^{m/2}\gamma_0^m \quad \dots (24)$$

を得る。ここで、Denn によって提案されたモデルは $\beta = 0$ の場合を示しており⁽⁹⁾、上式によれば $(\tau_{rr} - \tau_{ss})_0 < 0$ となり、実験結果と正反対の結果を与える。

4・2 実験結果との比較ならびに考察 図5に実験値と修正された Maxwell model による $(\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta})_r$ を示す。これらから修正 Maxwell model は、概略 $\gamma_0 < 2 \times 10^4(s^{-1})$ の範囲で実験値に近い値を示しており、この範囲で有用性があるものと思われる。しかし、 $\gamma_0 > 2 \times 10^4(s^{-1})$ においては実験値とモデルによる値の違いは大きくなり、この範囲では修正 Maxwell model は大きな誤差を伴うことになる。

一方、セカンドオーダ流体は、前述のように定数 β , m がこのような希薄溶液では未定であるため、伸張流における実験値との比較はできない。ただ、高濃度の溶液について今まで得られた第2法線応力差のデータによれば $\beta < 0$ であり、第2法線応力差は第1法線応力差の $1/10$ 程度となっている⁽¹⁰⁾。しかしながら、いま本実験結果と合わせるように β と m を決定すると

$$(50 \text{ ppm}) \quad \beta = 6.53 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}^m, \quad m = 1.55$$

$$(100 \text{ ppm}) \quad \beta = 1.27 \times 10^{-4} \text{ Pa} \cdot \text{s}^m, \quad m = 1.56$$

であり、これらの値から式(22)に従って第2法線応力差を求めるとき、その値は第1法線応力差の5割程度にもなり、正の値であるうえに、決して小さい値ではない。式(24)で示したように、 $\delta e^U/\delta t$ の項は $(\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta})r_0$ に対し、負の寄与をするので、それを補う形 $e_1 e^U$ の項からの寄与が大きくなるのであるが、それをこのように第2法線応力差から決まる係数で説明するのは無理があるようと考えられる。したがって、セカンドオーダー流体を構成している e^U 、 $\delta e^U/\delta t$ 、 $e_1 e^U$ の項のほかに伸張流では $\delta^2 e^U/\delta t^2$ や $\delta^3 e^U/\delta t^3$ などの加速度項を加える必要があるようと考えられる。

実際、単純せん断流では $\delta^{(n)} e^{ij} / \partial t^{(n)} = 0$ ($n \geq 2$) であるが伸張流ではこれらの項は零にならない。本論文に

となる。さらに $n=1$ とした修正 Maxwell model から、

$$\left. \begin{aligned} \tau^{11} + \lambda(3\gamma^2)^{(s-2)/2} \left(v^1 \frac{\partial \tau^{11}}{\partial x^1} - 2 \frac{\partial v^1}{\partial x^1} \tau^{11} \right) &= 2\eta e^{11} \\ \tau^{22} + \lambda(3\gamma^2)^{(s-2)/2} v^1 \frac{\partial \tau^{22}}{\partial x^1} &= 2\eta e^{22} \end{aligned} \right\}$$

.....(30)

を得る。ここで、球座標系 $x^1=r$, $x^2=\theta$, $x^3=\varphi$, ($g_{11}=1$, $g_{22}=r^2$, $g_{33}=r^2 \sin^2 \theta$, g_{ii} は計量テンソルの ii 成分) では $v^1=v_r$, $\tau^{11}=\tau_{rr}$, $e^{11}=e_{rr}$, $\tau^{22}=\tau_{\theta\theta}/r^2$, $e^{22}=e_{\theta\theta}/r^2$ と与えられるので、

$$\left. \begin{aligned} \tau_{rr} + \lambda(3\gamma^2)^{(s-2)/2} \left(v_r \frac{\partial \tau_{rr}}{\partial r} - 2 \frac{\partial v_r}{\partial r} \tau_{rr} \right) &= 2\eta e_{rr} \\ \frac{\tau_{\theta\theta}}{r^2} + \lambda(3\gamma^2)^{(s-2)/2} v_r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\tau_{\theta\theta}}{r^2} \right) &= 2\eta \frac{e_{\theta\theta}}{r^2} \end{aligned} \right\}$$

.....(31)

となり、さらに、 $v_r=-r\gamma/2$, $\partial/\partial r=(-3\gamma/r)\partial/\partial\gamma$ の関係式を用いて上式を整理すると、以下のような τ_{rr} と $\tau_{\theta\theta}$ の γ に関する一階の微分方程式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\tau_{rr}}{d\gamma} + \left(\frac{2}{\lambda 3^{s/2}} \gamma^{-s} - \frac{4}{3} \gamma^{-1} \right) \tau_{rr} &= \frac{4\eta}{\lambda 3^{s/2}} \gamma^{1-s} \\ \frac{d\tau_{\theta\theta}}{d\gamma} + \left(\frac{2}{\lambda 3^{s/2}} \gamma^{-s} + \frac{2}{3} \gamma^{-1} \right) \tau_{\theta\theta} &= -\frac{2\eta}{\lambda 3^{s/2}} \gamma^{1-s} \end{aligned} \right\}$$

.....(32)

上式を $r=\infty(\gamma=0)$ で $\tau_{rr}=\tau_{\theta\theta}=0$ の条件で解くと、本文中の式(17)が導かれる。

文 献

- (1) Tiederman, W. G., Luchik, T. S. and Bogard, D. G., *J. Fluid Mech.*, 156 (1985), 419.
- (2) Metzner, A. B. and Metzner, A. P., *Reologica Acta*, 9-2 (1970), 174.
- (3) Hasegawa, T. and Iwaida, T., *J. non-Newtonian Fluid Mech.*, 15 (1984), 257.
- (4) Hasegawa, T. and Iwaida, T., *J. non-Newtonian Fluid Mech.*, 15 (1984), 297.
- (5) 富田, レオロジー, (昭 50), 177, コロナ社.
- (6) 長谷川, 機論, 44-385 (昭 53), 1606.
- (7) Abramowitz, M. and Segun, I. A., *Handbook of Mathematical Functions*, Dover, (1968), 261.
- (8) 文献(5)の 186 ページ.
- (9) 文献(5)の 178 ページ.
- (10) Zahorski, S., *Mechanics of viscoelastic fluids*, (1982), 122, Nijhoff Publishers.

討 論

[質問] 加藤 宏 [東京都立大学工学部]

貴研究の発展を期待して貴論文の目的に関連しつぎの点についてのご意見をお伺いする。

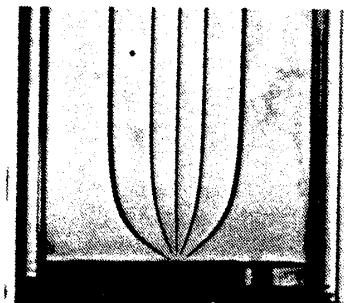
(1) 緒論で述べられている管入口流れなど「実際上の問題」を貴論文で与えられた伸張流に関する成果によって解析されると貴論がさらに発展すると思う。

(2) 伸張応力について実験値と構成方程式とを比較検討されているが、これは採用された構成方程式が広いずり速度範囲、各種流体に対してよく適用し得ることが前提であるので、ずり流動下における詳細な検討が必要と思う。

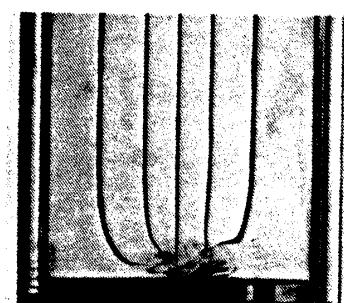
[回答] (1) 「実際上の問題」ではオリフィス上流側に渦が生じている場合が多く流れの場が複雑になり解析も容易ではないと思われるが、今後本研究の結果をもとにご指摘の方向に進みたいと思っている。

(2) 希薄高分子溶液は、せん断流下において、粘性については比較的広いずり速度範囲で実験が可能だが、法線応力については広いずり速度範囲でデータを求めることが現段階では装置上困難と考えられる。ご指摘のように、この方面的研究を進展させる必要があると思われる。

[質問] 白樺 正高 [長岡技術科学大学]



(a) 渦がない場合, $V=200$ cm/s



(b) 渦がある場合, $V=154$ cm/s

付図 1 オリフィス流入状態, PEO100 ppm, オリフィス径=1.24 mm, 流路径=30 mm

(1) オリフィス上流に渦が生じない場合の流れを対象としている、とされているが、図1(a)においてオリフィスの縁を通る流線($\theta = \theta_0$)と壁面(容器底面)間には渦が生じている、と考えるほうが現象として自然ではないか。

(2) r_0, θ_0 を一定としてニュートン流体についての実験から決定しておられるが、これらに対しても(求めようとしている)伸張粘度あるいは上流容器直径が大きな影響を与えると思われる。これらの仮定の適用範囲についてのご意見をお聞かせ願いたい。

(3) 水についての n/n_0 の値が Re のみで決まるず c_0 に依存する(表1)のはなぜか。

[回答] (1) 本論文で述べている渦が生じない場合の流れとは、オリフィス上流側に付図1(b)のような渦塊がなく流体がなめらかにオリフィスに流入する場合[付図1(a)]を示す。この場合に $\theta = \theta_0$ の面とオリフィス板との間の領域に渦が存在するか否かは今のところ不明である。しかし、従来の数値解析や実験の結果を併せ考えると渦が生じている可能性は小さく、むしろ境界層の影響が大きいと考えられる。した

がって、本論文では排除厚さと類似の考え方で $\theta < \theta_0$ の範囲で主流が半径流であると仮定したものである。

(2) 高分子溶液の伸張粘度は水の伸張粘度と異なるので、それが流れの場に影響を与えることはご指摘のように当然のことであると考えられる。しかしながら、現実に、渦が生じていない場合の中心流速を水と希薄高分子溶液について測定すると本文中に示したように両者はほとんど一致する。また、この場合の流線も水と希薄高分子溶液についてほとんど一致することが確認されている(付1)。したがって、本論文で取扱っているオリフィス上流側に渦が生じない場合については、伸張粘度の違いは流れの場に大きな変化をもたらさないものと考えられる。また、上流容器の直径の影響については今後検討したいと考えている。

(3) この原因は今のところ不明である。オリフィス板の厚さとオリフィス径の比も影響することが考えられるので今後検討したいと考えている。

(付1) 長谷川・高野、機論、45-399(昭54), 1659.