

小孔を通過する流れに関する研究*

(第1報, 余剰圧力損失に関する実験)

長谷川 富市^{*1}, 福富 清^{*2}, 鳴海 敬倫^{*1}

A Study of A Flow through Small Apertures (1st Report, Experiments on The Excess Pressure Drop)

Tomiichi HASEGAWA, Kiyoshi FUKUTOMI, and Takatsune NARUMI

Excess pressure drops in a flow through small apertures are experimentally investigated for various kinds of liquid and the following three types are found according to the kind of liquid: non-dimensionalized excess pressure drops at Reynolds numbers of magnitudes about 10 have

- (1) nearly the same values as the theoretical ones of Stokes flow (liquid paraffin and butanol),
- (2) higher values than the theoretical ones of Stokes flow, but they are correlated with Reynolds numbers regardless of the dimension of orifices used (ethanol and carbon tetrachloride), and
- (3) higher values than the theoretical ones of Stoke flow, and they do not correlate with Reynolds numbers (water), increasing with increase in orifice diameter at the same Reynolds number.

It is shown that the non-dimensionalized excess pressure drops of water have some correlation with a dimensionless number $V(\lambda/\nu)^{1/2}$, where V is the mean velocity through an aperture, λ is the relaxation time of water and ν is the kinematic viscosity.

Key Words: Flow through Small Apertures, Low Reynolds Number, Excess pressure Drop, Extensional Flow, Viscoelastic Fluid, Relaxation Time

1. 緒論

流体が小孔に流入流出する問題は工業上多くの場合に見られるが、この流れは小孔流入側で狭まり流れ(流体要素について見れば伸張流れ), 流出側で広がり流れ(流体要素については圧縮流れ)の性質を有しており、流動特性を調べる観点から学術的にも重要視されている⁽¹⁾。

流体が通過する小孔は、流れ方向の距離が短い場合はオリフィスに、その距離が長い場合は細管となる。この際の余剰圧力損失 ΔP は、従来慣習的に式(1)のように表されている。ただし、余剰圧力損失というのは、流体の小孔流入前方の圧力と流出後方の圧力との差(全圧力差)から小孔の流れ方向の距離のボアズイユ流れによる圧力損失分を差引いたものである。

$$\Delta P = (K + K'/Re) \rho V^2 / 2 \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

ここに、 ρ は流体密度、 V は平均流速、 Re はレイノルズ数($= \rho V D / \mu$, μ は粘度、 D は孔径)を示し、 K と K' は各々ハーゲンバッハ、クエットの補正係数と

呼ばれている。従来、小孔に流入流出する流れの余剰圧力損失として、(a)流入部(小孔流入前の領域と流入後の助走区間を含む)における圧力損失をとる場合と、(b)流入部流出部の合計された圧力損失をとる場合がある。この各々について過去の研究をまとめて表1に示す。表1中、遅い流れの厳密解は数名の研究者によって求められている^{(2)~(4)}。また、これに対する実験は Bond⁽⁵⁾、Johansen⁽⁶⁾によって行われ理論値に近い結果がえられている。さらに細管に流入する流れの圧力損失は助走区間の関連で入口部流れについて理論的実験的に調べられ^{(7)~(11)}、最近は出口損失の問題も含めて研究されている^{(12)~(18)}。表1からわかるように、特に K' については研究結果の間に大きな差異があることがわかるが、現在までこの原因は明らかにされていない。本研究では、種々の液体を用いて小オリフィスと細管を通る流れについて余剰圧力損失と流入流出時の中心速度を実験的に求め、また、流れを可視化し写真観察を行い、小孔を通過する流れを総合的に明らかにすることを目的とした。本報は余剰圧力損失について述べる。

2. 実験装置と使用液体

2.1 圧力損失測定 実験装置の概略を図1に示

* 昭和62年10月2日 北陸信越支部信越地方新潟講演会において講演、原稿受付 昭和61年12月23日。

*¹ 正員、新潟大学工学部(950-21 新潟市五十嵐2の町8050)。

*² 准員、新潟大学大学院。

表 1 従来の研究

(a) ΔP として流入側における余剰圧力損失のみをとったもの

Reference	Type of Study	K	K'	Note
Kim-E. et al (7)	Num. Sol.	2.54	18.6	Re=0-100
Duda et al (8)	Num. Sol.	2.8	16.6	Re=1-100
Durst and Loy (9)	Num. Sol.	1.73	186	Re=20
Astarita et al (10)	Exp.	5.48	795	Pipe flow, Re=10-2000, Water Solution of Glycerin
Sylvester et al (11)	Exp.	2.4	295	Pipe flow, Re=6-2000, Water Solution of Glycerin

(b) ΔP として流入側流出側の合計された余剰圧力損失をとったもの

Reference	Type of Study	K	K'	Note
Roscoe (2)	Theory	-	37.7	Creeping orifice flow
Happel et al (3)	Theory	-	37.7	ibid.
Weissberg (4)	Theory	-	37.7-43.6	Creeping pipe flow
Casswell et al (12)	Num. Sol.	-	25.6	ibid.
Nickell et al (13)	Num. Sol.	-	27.3	ibid.
Boger et al (14)	Num. Sol.	-	26.7	ibid.
Bond et al (5)	Exp.	-	40.3±0.6	Orifice flow, Water Solution of Glycerin
Johansen (6)	Exp.	-	37.6	Orifice flow, Caster oil
La Nieve et al (15)	Exp.	-	36.8	Pipe flow, Oil
Hasegawa et al (16)	Exp.	1.7-2.3	200	Orifice flow, Water, Re=10-2000
Choplin et al (17)	Exp.	-	25.6-38.4	Slot flow, Corn syrup
Boger et al (18)	Exp.	-	23.7	Pipe flow, Maltose syrup

す。く形流路内に小オリフィスあるいは細管(以後これらを総称して小孔と呼ぶ)を設置し、その前後の圧力差をマノメータで測定した。液体供給は固定あるいは可動ヘッドタンクで行い、測定流路を通過した液体はバルブを通して流出させた。その際流量調節はヘッドタンクの上下とバルブの開度調整により行い重量法により流量を求めた。供試液体がエタノールや四塩化炭素のように揮発性の高い液体では大気に解放することを避け、ヘッドタンクを含めた装置全体を閉回路として流量測定は容積法によった。この閉回路による測定法は大気開放による場合と測定誤差の範囲で一致することを水を用いた実験で確認している。

図2に流路形状、小孔取付状況、静圧孔の位置などを示す。流路はアクリル製で一辺が40 mm の正方形断面を有し、静圧孔位置は小孔から前後200 mm の距離にある。静圧孔位置を流れ方向に変化させても差圧測定値に変化がないことを確認している。マノメータは表面張力の影響を除く目的で内径20 mm のアクリルパイプにより作製し、水柱差は読み取り顕微鏡により測定した。オリフィスおよび細管形状を図3(a), (b)に、その寸法を表2(a), (b)に記す。オリフィスはステンレスはくに穴加工をした後、エメリーペーパーでばり取りをして仕上げた。オリフィス径測定は万能投影機で行ったが、各径についてその真円度は99%以上である。このオリフィス板を流路内に設置するために、中央にφ10 mm の穴のあいたアクリル樹脂製台座上にはり付け、台座と前後の流路をボトル締めして測定流路を組み立てた。細管は市販のステンレス製チ

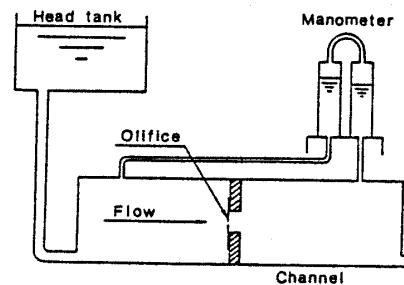


図1 圧力損失測定装置概要

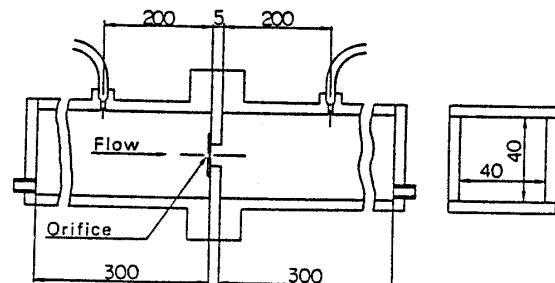


図2 圧力損失測定用流路

ュープを切断し端面を直角にエメリーペーパーで仕上げたものである。オリフィス同様アクリル台座に埋め込んで流入流出側突出し(図3(b)A), 流入側突出し(図3(b)B), 流出側突出し(図3(b)C)の3種類を作製した。また、流入流出側ともフラットな小孔としてアクリル板に直角な孔を開けたもの(図3(b)D)も実験に用いた。

2・2 使用液体

使用液体は次の3種類である。

- (1) 流動パラフィン
- (2) 蒸留水
- (3) 有機溶媒(エタノール、四塩化炭素、ブタノール)

粘度については流動パラフィンは水のおよそ30倍、ブタノールは水のおよそ3倍、エタノールと四塩化炭素は水と同程度である。これらの物性値($T=20^{\circ}\text{C}$)を表3に示す。

3. 実験結果

3.1 マノメータの検定 圧力損失の測定は先に述べたマノメータにより行ったが、このマノメータに微小空気圧を掛け既存のチャトック式微圧計を基準として検定を行った。その結果を図4に示す。マノメータによる測定値はチャトック式微圧計による測定値と0.01 mm·Aqまでほぼ満足できる一致を示している。

3.2 圧力損失測定結果 図5に流動パラフィンによるオリフィス通過時の余剰圧力損失を示す。縦軸には余剰圧力損失 ΔP をオリフィス平均流速 V による動圧で無次元化した値を、横軸にはレイノルズ数($Re = DV/\nu$: ν は液体の動粘度)をとった。また、図5中実線はストークス流による理論値 $2\Delta P/\rho V^2 = 37.7/Re$ を示す⁽²⁾⁽³⁾。図5から、実験値はオリフィス径の別なくレイノルズ数でよく整理され、かつ、レイノルズ数1~7の範囲で理論値と良く一致していることがわかる。 $Re \geq 7$ では実験値は理論値よりも大きな値を示す。

表2
(a) オリフィス寸法

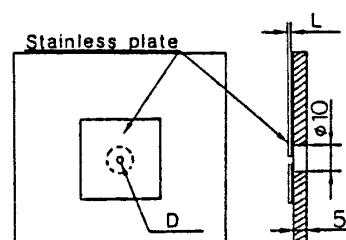
Orifice				
D _{mm}	0.306	0.544	1.201	1.761
L/D	0.186	0.105	0.048	0.034
D _{mm}	2.026	2.388	3.045	5.003
L/D	0.029	0.024	0.018	0.011

(b) 細管寸法

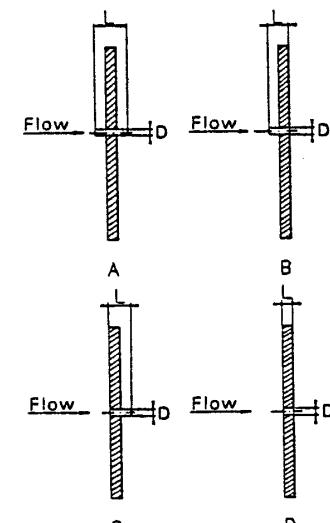
Capillary				
	A	B	C	D
D _{mm}	1.147	1.158	1.158	0.958
L _{mm}	15.40	10.10	10.10	4.80

表3 供試液体物性値($T=20^{\circ}\text{C}$)

	Density (g/cm ³)	Viscosity (g/cm·sec)	Kinematic viscosity (cm ² /sec)	Surface tension (dyn/cm)
Distilled water	0.998	0.010	0.0110	72.8
Ethanol	0.789	0.0120	0.0152	22.3
Carbon tetrachloride	1.595	0.00972	0.00609	27.6
1-Butanol	0.806	0.0295	0.0365	28.2
Liquid paraffin	0.847	0.290	0.343	26.4



(a) オリフィス



(b) 細管

図3 取付状態

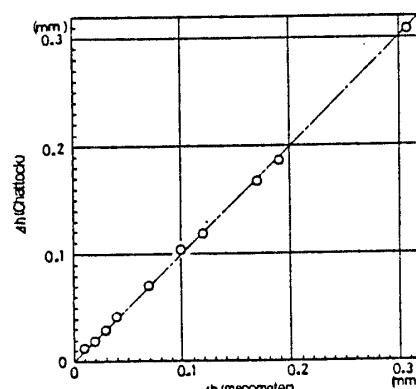


図4 マノメータの検定結果

し、慣性力が無視しえなくなったことを表している。なお、図5に関してのみ厚さ約0.2mmの真ちゅう板に図5中表示の孔を開けたオリフィスを使用した。図6にはブタノールの実験結果を示すが、流動パラフィンと同様に、低レイノルズ数域($Re=1\sim20$)ではストークス流の理論値と良く一致している。ただし、慣性力の影響が生じ始めるレイノルズ数の値はほぼ20であり、流動パラフィンよりやや大きい値となっている。図7と図8にそれぞれエタノールと四塩化炭素の実験結果を示す。無次元圧力損失は全測定領域においてオリフィス径によらず Re で整理されるが、ストークス流の理論値とは一致せず、高い値を示している。

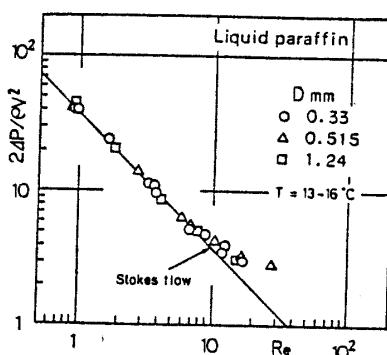


図5 流動パラフィンの圧力損失、無次元余剰圧力損失($2\Delta P/\rho V^2$)対レイノルズ数(Re)

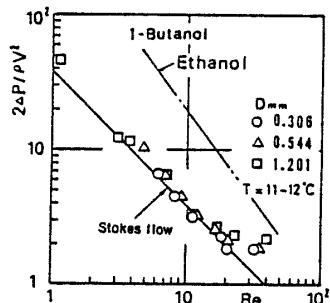


図6 ブタノールの圧力損失

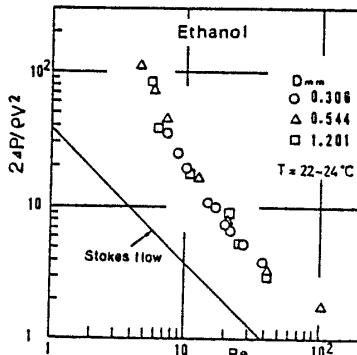


図7 エタノールの圧力損失

さらに四塩化炭素については、レイノルズ数の高い領域($Re \geq 50$)でペルヌーイの式から予想される $2\Delta P/\rho V^2 = 2.0$ より低い値を示すことが特徴的である。図9に蒸留水の実験結果を示す。水の無次元圧力損失は、上記3種の液体と異なり、比較的低レイノルズ数域($Re=2\sim20$)でもストークス流の理論値より高い値をとり、しかもそれはレイノルズ数で整理されていないことがわかる。この場合、 $D=0.306$ mm から $D=2.388$ mm のオリフィスでは、 Re を同一とすると径が大きくなるほど大きな無次元圧力損失を示し、オリフィス径ごとにほぼ系統的に変化している。また、上記より径の大きなオリフィスではレイノルズ数の低い領域($Re \leq 100$)の圧力損失は本装置の測定限界以下の小さな値になっている。図9中には Sylvester⁽¹¹⁾ と Astarita⁽¹⁰⁾ の実験値ならびに数値解析結果も付記した。ただし、これらは管入口流れについて得られたものである。本実験結果はこれらの結果とオリフィス径によっては同程度である。次に、細管およびアクリル板を用い、流入条件流出条件を変えた実験の結果を図

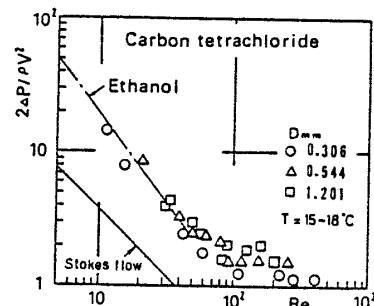


図8 四塩化炭素の圧力損失

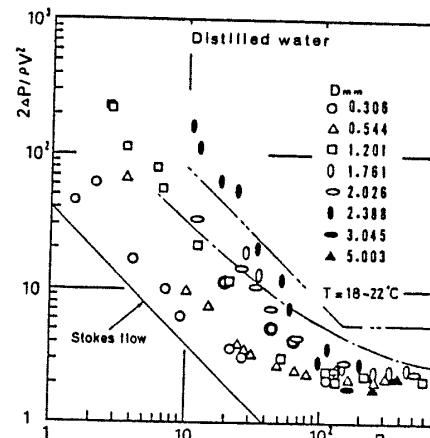


図9 蒸留水の圧力損失ならびにストークス流による理論値⁽²⁾⁽³⁾ (実線), Sylvesterの実験値⁽¹¹⁾ (一点鎖線), Astaritaの実験値⁽¹⁰⁾ (二点鎖線), 数値解析結果⁽⁹⁾ (◎印)

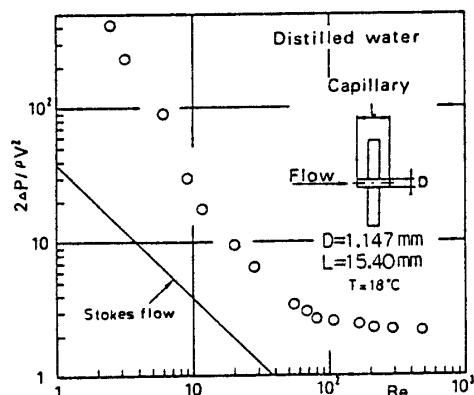
10(a), (b)に示す[図3(b), B, Cについても同様な結果が得られたがここでは省略する]。細部にわたつて違いはあるが、いずれもオリフィスの場合と本質的な差異はないことがわかる。したがって、水の無次元圧力損失がレイノルズ数で整理できないことが流入側流出側の幾何学的条件の違いによるものではないことがわかる。また、ここには示していないが、水道水、純水についても上記と同様の結果が得られた。

4. 考 察

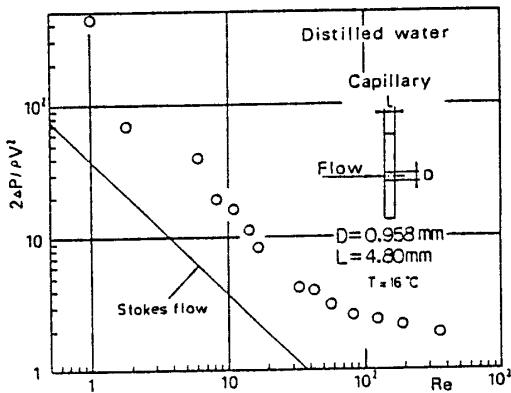
小孔を通過する液体の余剰圧力損失 ΔP は、平均流速 V 、小孔直径 D 、液体密度 ρ 、液体粘度 μ 、小孔長さ L 、流路幅 W によって決まると考えられる。3章の実験結果から L の違いは ΔP にほとんど影響を与えないことがわかった。そこで L を除いた上記の量で無次元量を作り無次元圧力損失について関数形で表せば、

$$2\Delta P/\rho V^2 = f(Re, D/W)$$

となる。



(a) 細管 A (流入流出側突出し)



(b) 細管 D (アクリル平板)

図 10 蒸留水の圧力損失

3章の実験結果から、本実験において取扱った水以外の液体について $2\Delta P/\rho V^2$ は Re のみではなく決定され D/W による影響は無視でき、水については D/W による影響があることがわかった。前記実験は流路断面を $40 \text{ mm} \times 40 \text{ mm}$ と固定しオリフィス径 D を変化させて行ったが、新たに流路断面の寸法を変えた付加実験を行った。すなわち、 $D = 0.306 \text{ mm}$ において流出側流路断面を $20 \text{ mm} \times 40 \text{ mm}$ とした場合と、 $D = 1.097 \text{ mm}$ において流入流出側流路断面を $160 \text{ mm} \times 160 \text{ mm}$ とした場合である。その結果を図11に示した。図11から、流路幅 W の違いは、この範囲で、ほとんど実験結果に影響しないことがわかる。したがって、 ΔP に関する物理量は、 D 、 V 、 ρ 、 μ で、次元解析により無次元量の数は二つとなる。すなわち

$$2\Delta P/\rho V^2 = f(Re)$$

となる。

しかしながら、これは水の研究結果と矛盾する。そ

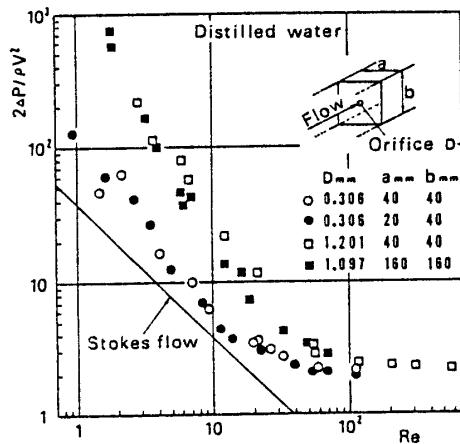


図 11 水の圧力損失に対する流路幅の影響

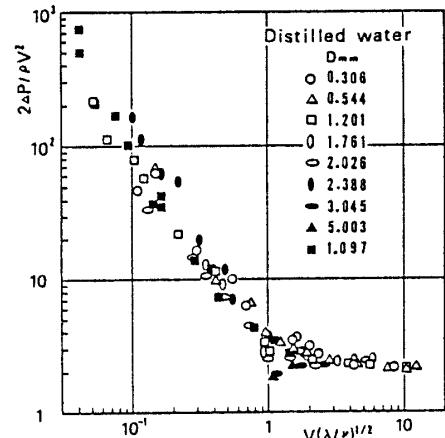


図 12 水の無次元余剰圧力損失($2\Delta P/\rho V^2$)の無次元数 $V(\lambda/V)^{1/2}$ による整理

のため実験結果を説明するためにはもう一つのパラメータが必要となる。これについてはいくつかの可能性をあげることができる。その一つとして、水に固有なある時間 λ が現象に影響を及ぼすことが考えられ、これによって無次元数をつくると $V(\lambda/\nu)^{1/2}$ となる。 $(\nu/\lambda)^{1/2}$ は速度の次元をもち、水に固有な量である。いまここで、 λ として、著者の一人が以前に測定した⁽¹⁹⁾ 弾性力から算定される緩和時間をとると、概略値であるが、 $\lambda = 5 \times 10^{-4} \text{ (s)}$ となり、

$$(\nu/\lambda)^{1/2} = 4.5 \text{ (cm/s)} \quad (T = 20^\circ\text{C})$$

となる。これによって水の実験値を整理してみた。その結果を図 12 に示す。 $2\Delta P/\rho V^2$ は $V(\lambda/\nu)^{1/2}$ によってほぼ整理されており、水に固有なある時間が現象に影響を及ぼしている可能性が高いことを示唆している。なお、他の可能性についても検討を加えるべきであるが、現段階では流体の物性値について不明な点が多く、今後の課題であると思われる。

5. 結論

数種類の液体を用いて、小孔を通過するレイノルズ数 1~300 の流れについて圧力損失を測定し以下の結論を得た。

動圧によって無次元化された余剰圧力損失は、レイノルズ数 10 程度の範囲で液体種類により以下の 3 とおりに分類される。すなわち、無次元圧力損失が、

- (1) ストークス流の理論値とほぼ一致する(流動パラフィン、ブタノール),
- (2) ストークス流の理論値より高い値を示すが、孔径の大小によらずレイノルズ数で整理される(エタノール、四塩化炭素),
- (3) ストークス流の理論値より高い値を示し、かつ、レイノルズ数のみでは整理されない(蒸留水)。

(3)の場合、レイノルズ数を同一とすれば無次元圧力損失は孔径の大きいほうが大きい値をとる。

さらに、蒸留水の無次元余剰圧力損失は、平均流速と動粘度と水に固有なある時間の三つから形成される無次元数によって整理される。

文 献

- (1) Cogswell, F. N., *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 4 (1987), 23-38.
- (2) Roscoe, R., *Philos. Mag.*, 440 (1949), 338-351.
- (3) Happel, J. and Brenner, H., *Low Reynolds Numer. Hydrodynamics*, (1965), 153-154.
- (4) Weissberg, H. I., *Phys. Fluid*, 5-1 (1962), 1033-1036.
- (5) Bond, W. N., *Proc. Phys. Soc.*, 34 (1922), 139-144.
- (6) Johansen, F. C., *Proc. Phys. Soc.*, A 126 (1930), 231-245.
- (7) Kim-E, M. E., Brown, R. A. and Armstrong, R. C., *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 13 (1983), 341-363.
- (8) Duda, J. L. and Vrentas, J. S., *Can. J. Chem. Eng.*, 50 (1972), 671-674.
- (9) Durst, F. and Loy, T., *Comput. Fluids*, 13-1 (1985), 15-36.
- (10) Astarita, G. and Greco, G., *I&EC Foundam.*, 7-1 (1968), 27-31.
- (11) Sylvester, N. D. and Rosen, S. L., *AICHE J.*, 16-1 (1970), 964-966.
- (12) Caswell, B. and Viriyayuthakorn, M., *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 12 (1983), 13-29.
- (13) Nickel, R. E., Tanner, R. I. and Caswell, B., *J. Fluid Mech.*, 65 (1974), 189-206.
- (14) Boger, D. V., Gupta, R. and Tanner, R. I., *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 4 (1978), 239-248.
- (15) La Nieve, H. L. III add Bogue, D. C., *J. Appl. Polym. Sci.*, 12 (1968), 353-372.
- (16) Hasegawa, T. and Iwaida, T., *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 15 (1984), 257-277.
- (17) Choplin, L. and Carreau, P. J., *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 9 (1981), 119-146.
- (18) Boger, D. V. and Binnington, R., *Trans. Soc. Rheol.*, 21-4 (1977), 515-534.
- (19) 長谷川, 機論, 44-381 (昭 53), 1610.