

球圧子による反発硬さ理論*

(反発硬さ数に及ぼす圧子・試料条件の影響)

石橋 達 弥**, 下田 茂**
古川 徹**, 吉田 秀 敏***

A Simple Theory of Rebound Hardness by a Spherical Indenter

(The Influence of the Conditions of a Spherical Indenter and a Specimen on Rebound Hardness)

Tatsuya ISHIBASHI, Shigeru SHIMODA,
Tooru FURUKAWA, and Hidetoshi YOSHIDA

Because the theories of rebound hardness suggested until now are based on Meyer's Law which expresses the fully plastic deformation of a specimen under a spherical indenter, the experimental results of impact carried out over a wide range conditions of specimens and indenters can't be explained by it fully and quantitatively. To solve the above points, first the simple theory of rebound hardness is obtained on the basis of three points; (1) The relative equations of a specimen and a spherical indenter in the elastic-plastic transient indenting process (at the 1st report) are used. (2) To correspond to the various profile of indenters (D type Shore hammer, etc.), the relative equations of rebound energy including the elastic effect of the holding shaft of an indenting sphere (at the 3rd report) are used. (3) The dynamic work necessary to produce a unit volume of the permanent indentation is different quantitatively from the dynamic mean contact pressure. Secondly, the impact experiments are given by the two tip ball type indenters for several specimens, and the necessary expressions are formulated to calculate the concrete values of rebound hardness number. Finally, the experimental results by IIZUKA regarding the influence of the wide conditions of D type Shore hammer on rebound hardness number are quoted and compared with the calculated values using this theory and a good coincidence is obtained between them quantitatively in all points.

Key Words: Material Testing, Theory of Rebound Hardness, Impact, Spherical Indenter, Dynamic Mean Plastic Flow Pressure, Dynamic Mean Contact Pressure, Dynamic Mean Pressure Ratio, D Type Shore Hardness Number

1. 緒 言

球圧子による反発硬さ数と試料の機械的性質との具体的な結びつきを、Hertzの弾性接触論の導入により体系づけたのはTabor⁽¹⁾であり、彼の理論やその後の研究者による理論⁽²⁾⁽³⁾は工業的に規格化〔JIS Z 2246〕されているショア硬さ試験⁽⁴⁾⁽⁵⁾の理論的根拠を与えている。

本来、反発硬さ理論は衝突および反発という二つの現象から構成されていると考えられるが、その内の反発現象を支配する反発エネルギー関係式に及ぼす圧子球保持軸部の影響については前報⁽⁶⁾で報告した。一方、これまでに提案されている反発硬さ理論は、現象の前半部を支配する衝突過程において、圧子球下での試料が完全塑性変形状態に達した以後の諸量関係を定めるMeyerの法則⁽⁷⁾あるいはその考え方を基本としているため、広範囲な試料や圧子条件による実験結果などを十分かつ定量的に説明することはできないでいる。

本報はこれらの点を考察することに主眼をおいたもので、①Meyerの法則によらず、弾～塑性遷移過程で

の圧子球と試料との物理的諸量の関係式⁽⁸⁾を、衝突の場合に適用する。②D形ショア圧子などを含む多様な圧子形状に対応させるため、反発エネルギー関係式としては先端球保持軸部の弾性効果を含む式⁽⁹⁾を用いる。③永久くぼみの単位体積を動的に生ずるに必要な仕事量と動的な平均接触圧力とは異なるものとして扱う。以上の3点に基づいてまず式の導出を行い、簡潔な反発硬さ理論式を得た。

次に先端球圧子による実験で必要な諸量の関係を求めることで、圧子(球単体の圧子⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾も含む)・試料条件に応じて具体的・定量的に反発硬さ数を算出し得るように定式化を行った。

最後に圧子・試料および実験条件などが明らかな飯塚⁽⁹⁾による反発硬さ数に関するD形ショアハンマを用いた実験結果を引用し、これらの式による計算値との比較を行ったところ、両者はすべての面で定量的により一致をみせ、導出した反発硬さ理論式の妥当性を確認した。

したがって本報における反発硬さ理論式と諸量との関係式とは、今後の反発硬さ試験や方法などの検討あるいは試験機の設計⁽¹¹⁾などに際して幅広い利用が期待できる。

* 昭和61年10月25日 山梨地方講演会において講演、原稿受付 昭和61年5月10日。

** 正員、新潟大学工学部(〒950-21 新潟市五十嵐2の町8050)。

*** 学生員、新潟大学大学院。

2. 衝突時における平均接触圧力、
平均塑性変形圧力および平均圧力比

2・1 先端球圧子の衝突と動的平均接触圧力〔動的硬さ〕
重さが W で先端球部の直径が D [半径 R , ヤング率 E_i , ポアソン比 μ_i] の先端球圧子〔保持軸部のヤング率 E_o , 弾性効果係数 C_k] が, 高さ H_o より落下し, 試料〔ヤング率 E_s , ポアソン比 μ_s] 面上に永久くぼみ〔直径 d , 試料面を基準とした時の直径 d_s , 深さ δ_s , 凹球面直径 D_p , 半径 R_p] を生じたのち H_r の高さまで反発したとする〔図 1〕.

このとき最大衝突力を F_m として動的平均接触圧力〔動的硬さ〕 P_{md} を次式のように定義する.

$$P_{md} = 0.102 \times 4 F_m / \{\pi d^2\} \dots\dots\dots (1)$$

また圧子(球)と試料との接触に関する弾性パラメータ⁽³⁾⁽⁶⁾を式(2)のように与えると

$$f(E) = (1 - \mu_i^2) / E_i + (1 - \mu_s^2) / E_s \\ = I(E) + S(E) \dots\dots\dots (2)$$

永久くぼみの形状量 d , D_p と圧子球直径 D および最大衝突力 F_m との関係は, Hertz の弾性接触論により式(3)として与えられる.

$$d = [3f(E)F_m / \{(1/D) - (1/D_p)\}]^{1/3} \dots\dots\dots (3)$$

一方, 式(4)で定義する H_k を保持軸部の弾性効果による相当反発高さとすれば

$$H_k = C_k F_m^2 / W \dots\dots\dots (4)$$

前報⁽⁶⁾で報告したように先端球圧子の反発エネルギー関係式は式(5)のようになるから,

$$WH_r = (3/5)f(E)F_m^2/d + WH_k \dots\dots\dots (5)$$

式(1)の動的平均接触圧力〔動的硬さ〕 P_{md} は式(6)のように与えられる.

$$P_{md} = 0.102 [80 / (3\pi^2)] W \\ \times (H_r - H_k) / \{f(E)d^3\}^{1/2} \dots\dots\dots (6)$$

2・2 永久くぼみの体積と動的平均塑性変形圧力

永久くぼみを単位体積だけで生ずるのに必要な仕事量を考える上で, 永久くぼみの形状を若干詳細にモデル化して示したのが図 1 (b)である.

いま V_{pi} , V_{p1} を永久くぼみの真の体積およびその第一次近似値とし, かつ $f(d_s/D_p)$ は V_{p1} を V_{pi} に変換する補正関数とすれば, V_{p1} と V_{pi} は式(7), (8)のように表される.

$$V_{p1} = \pi d_s^3 / (32 D_p) \dots\dots\dots (7)$$

$$V_{pi} = V_{p1} f(d_s/D_p) \dots\dots\dots (8)$$

したがって永久くぼみを真の単位体積〔図 1 (b)の断面 ABC の部分〕だけ生ずるに必要な仕事量を動的平均塑性変形圧力 P_{vd} とすれば, 次式のように定義される.

$$P_{vd} = 0.102 W(H_o - H_r) / V_{pi} \dots\dots\dots (9)$$

2・3 動的平均圧力比 これまでに行われた衝突実験において, 例えば Tabor による球の衝突実験結果⁽¹⁾の示唆するところを参考にすると, 式(1)の動的平均接触圧力〔動的硬さ〕 P_{md} と式(9)の動的平均塑性変形圧力 P_{vd} とは本来異なるものとして扱うほうが妥当と考えられる. したがって本論文では両者の比を動的平均圧力比 C_{pd} として次式のように定義する.

$$C_{pd} = P_{vd} / P_{md} \dots\dots\dots (10)$$

3. 衝突関係基本第 1 式 ;
動的平均接触圧力〔動的硬さ〕と
圧子・試料条件との関係式

3・1 先端球圧子の場合 まず永久くぼみにおける d と d_s との比を直径比 $f(d)$ として式(11)のように, また永久くぼみの見かけの体積の第一次近似値を V_{a1} として式(12)のように与えると,

$$f(d) = d/d_s \dots\dots\dots (11)$$

$$V_{a1} = \pi d^4 / (32 D) \dots\dots\dots (12)$$

式(5), (8), (3)を用い, 次にまた式(5)および式(11), (12)により式(13)が得られる.

$$V_{p1} \frac{f^4(d)}{f(d_s/D_p)} = \frac{\pi d^4}{32 D} - \frac{(5/8)}{(P_{md}/0.102)} \\ \times \left\{ \frac{3}{5} \frac{f(E)}{d} F_m^2 \right\} = V_{a1} \\ - \{(5/8)W(H_r - H_k) / (P_{md}/0.102)\} \\ \dots\dots\dots (13)$$

これを式(9)に代入し, 式(10)を参照して整理すると式(14)を得る.

$$\frac{P_{vd}}{0.102} \\ = \frac{W(H_o - H_r) f^4(d) / \{f(d_s/D_p)\}}{V_{a1} - \{(5/8)W(H_r - H_k) / (P_{md}/0.102)\}} \\ \therefore \frac{P_{md}}{P_{vd}} = \frac{f(d_s/D_p)}{f^4(d)} \left[\frac{(P_{md}/0.102)}{W(H_o - H_r)} V_{a1} \right. \\ \left. - \frac{5}{8} \frac{H_r - H_k}{H_o - H_r} \right] = \frac{1}{C_{pd}} \dots\dots\dots (14)$$

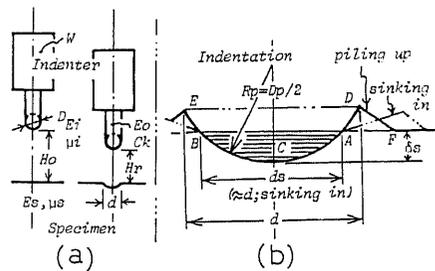


図 1 先端球圧子の衝突と永久くぼみ形状

ここで、新たに圧子球と試料との接触面間反発率として式(15)に定義する H_c を考え、

$$H_c = (H_r - H_k) / (H_o - H_k) \dots\dots\dots (15)$$

式(3), (6)~(8), (12)などを用いれば、永久くぼみ直径 d が見掛上消去された形での動的平均接触圧力(動的硬さ) P_{md} の式(16)を得る。

$$\left(\frac{P_{md}}{0.102}\right)^5 = \frac{2^{10}5}{3^4\pi^5} \frac{W(H_r - H_k)}{D^3 f^4(E)} \times \left[1 + \frac{8}{5} \frac{f^4(d)\{(1/H_c) - 1\}}{C_{pd}f(d_s/D_p)}\right]^{-3} \dots\dots\dots (16)$$

一方、先の報告⁽⁸⁾における球による試料への弾~塑性遷移押込み過程での諸量の関係が、基本的に同じ形で衝突の場合にも成り立つと考えると、 P_{upa} および x_{pd} をそれぞれ球の動的押込みによる最終塑性硬さ、塑性効果指数として式(17)~(19)を得る。

$$P_{md} = P_{upa}(d/D_p)^{x_{pd}} = P_{upa}\{(d/D)\} - 3f(E)F_m/d^{2x_{pd}} \dots\dots\dots (17)$$

$$f(P_{md}) = (3\pi/4)f(E)(P_{md}/0.102) + (P_{md}P_{upa})^{1/x_{pd}} \dots\dots\dots (18)$$

$$d = Df(P_{md}) \dots\dots\dots (19)$$

そこで式(6), (18), (19)より次式(20)を得る。

$$W(H_r - H_k) = (3\pi^2/80)f(E) \times (P_{md}/0.102)^2 D^3 f^3(P_{md}) \dots\dots\dots (20)$$

以上の諸式を式(16)に代入して H_c の項で整理して示すと

$$H_c = \left[1 + \frac{5}{8} \frac{4}{3\pi f(E)} \times \frac{C_{pd}f(d_s/D_p)(P_{md}P_{upa})^{1/x_{pd}}}{f^4(d)(P_{md}/0.102)}\right]^{-1} \dots\dots\dots (21)$$

さらに式(1), (19)より F_m に関する次式を得、

$$F_m = (\pi/4)D^2 f^2(P_{md})(P_{md}/0.102) \dots\dots\dots (22)$$

かつ H_o は式(15), (4), (5)より次式で与えられる。

$$H_o = \frac{H_r - H_k}{H_c} + H_k = \left\{\frac{3}{5} \frac{f(E)}{dH_c} + C_k\right\} \frac{F_m^2}{W} \dots\dots\dots (23)$$

以上より、この式に式(19), (21), (22)を代入して左辺に (WH_o/D^3) をもってくる形で整理すれば、動的平均接触圧力(動的硬さ) P_{md} と圧子・試料条件 $\{W, H_o, D, C_k, f(E), P_{upa}, x_{pd}\}$ との関係を与える直視的な形の衝突関係基本第1式: 式(24)を得る。

$$\frac{WH_o}{D^3} = \frac{\pi^2}{16} \left(\frac{P_{md}}{0.102}\right)^2 f^4(P_{md}) \times \left[C_k D + \frac{(3/5)f(E)}{f(P_{md})H_c(\text{eq. (21)})}\right] \dots\dots\dots (24)$$

すなわち、そのとき用いられる圧子・試料条件に対して式(24)を満足する P_{md} を求めれば、永久くぼみ直径 d は式(19)より、最大衝突力 F_m は式(22)より、反発高さ H_r は式(4), (5)から求まる次式より算出でき、

$$H_r = \{(3/5)f(E)/d + C_k\} F_m^2/W \dots\dots\dots (25)$$

したがって反発率 H は式(26)で与えられるので、諸量の関係はすべて定まることになる。

$$H = H_r/H_o \dots\dots\dots (26)$$

3・2 球単体圧子の場合 保持軸部の弾性効果係数 $C_k=0$ の圧子と考えればよいから、 $H_c=H$ となり、衝突関係基本第1式はより簡潔な次の形となる。

$$\frac{WH_o}{D^3} = \frac{3\pi^2}{80} f(E) \left(\frac{P_{md}}{0.102}\right)^2 \frac{f^3(P_{md})}{H_c(\text{eq. (21)})} \dots\dots\dots (27)$$

4. 衝突関係基本第2式: 接触面間反発率と圧子・試料条件との関係式

4・1 先端球圧子の場合 式(24)の右辺をすべて H_c の項で書き表すようにすればよいから、まず

$$f(H_c) = \frac{3\pi f(E)}{4} \frac{8}{5} \frac{f^4(d)\{(1/H_c) - 1\}}{C_{pd}f(d_s/D_p)} \dots\dots\dots (28)$$

とおくと式(21)より次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} (P_{md}/0.102) &= \{f(H_c)(P_{upa}/0.102)^{1/x_{pd}}\}^{x_{pd}/(1-x_{pd})} \\ P_{md}/P_{upa} &= \{f(H_c)(P_{upa}/0.102)\}^{x_{pd}/(1-x_{pd})} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (29)$$

よって式(18)の $f(P_{md})$ は次式となる。

$$f(P_{md}) = \{(3\pi/4)f(E) + f(H_c)\} \times \{f(H_c)(P_{upa}/0.102)^{1/x_{pd}}\}^{x_{pd}/(1-x_{pd})} \dots\dots\dots (30)$$

したがって式(28)~(30)より接触面間反発率 H_c と圧子・試料条件との関係を表す直視的な形の衝突関係基本第2式: 式(31)を得る。

$$\begin{aligned} WH_o/D^3 &= (\pi^2/16)\{(3\pi/4)f(E) + f(H_c)\}^4 \\ &\times \{f(H_c)(P_{upa}/0.102)^{1/x_{pd}}\}^{5x_{pd}/(1-x_{pd})} \\ &\times \{C_k D + (3/5)f(E)/[H_c f(P_{md})\{\text{eq. (30)}\}]\} \end{aligned} \dots\dots\dots (31)$$

前章と同様な手順で式を満足する H_c を求めれば、衝突関係諸量は全て定まる。

4・2 球単体圧子の場合 $C_k=0$ と考えれば ($H_c=H$) 式(31)はいつそう簡潔な次の形となる。

$$\begin{aligned} \frac{WH_o}{D^3} &= \frac{3^4\pi^5}{2^{10}5} \frac{f^4(E)}{H} \left[1 + \frac{8}{5} \frac{f^4(d)\{(1/H) - 1\}}{C_{pd}f(d_s/D_p)}\right]^3 \\ &\times \left[\frac{3\pi}{4} f(E) \frac{8}{5} \frac{f^4(d)\{(1/H) - 1\}}{C_{pd}f(d_s/D_p)}\right] \\ &\times (P_{upa}/0.102)^{5x_{pd}/(1-x_{pd})} \end{aligned} \dots\dots\dots (32)$$

なお、式(24), (27), (31), (32)の導出に用いた式(17)は $d/D_p > 0$ の条件で与えてあるので、 $H_c, H=1$ の弾性接触の場合は含まれない。

5. 実験方法

5・1 圧子 実験に用いた圧子は図1(a)に概略

形状〔詳細は前報⁽⁶⁾図2参照〕を示すもので、鋼(SS41)製かつその保持軸部は中空であり先端に直径2mmの超硬合金球〔 $E_i=608\text{ GPa}$, $\mu_i=0.21$, $I(E)=1.57(10^3\text{ GPa})^{-1}$, $1\text{ GPa}=102\text{ kgf/mm}^2$ 〕を用いたS-W2-H圧子と、黄銅(C3604)製かつその保持軸部は中空であり先端に直径 $D=5\text{ mm}$ の超硬合金球を用いたB-W5圧子の2種類である。諸元を表1に示す。

5・2 試料 均質性、標準性、他の研究者との共通性という観点から、ショア用硬さ基準片9種類を用いた。表2に諸元⁽¹³⁾を示す〔 $\mu_s=0.29$ とする〕。

5・3 実験装置および落下高さの条件 実験に用いた単振り形衝突試験機および計測装置、方法などは前報と同じである。また落下高さとしては前報と同じ範囲の約1.25~20mmを用いているが、衝突により圧子球に永久変形が生じないように H_o の小さいところからまず実験を行い、式(33)で示す動的最大荷重率 C_{tra} の値が、静的な場合における値程度までの実験を行った。

$$C_{tra}=0.102F_m/D^2 \dots\dots\dots (33)$$

5・4 永久くぼみ形状の測定 試料面上の永久くぼみ形状に関する諸寸法の測定には、工具顕微鏡〔X, Y, Z方向とも $1 \times 10^{-3}\text{ mm}$ の読み〕と輪郭測定器〔最大倍率2000倍まで使用〕を併用した。

6. 実験結果と考察

6・1 直径比 $f(d)$ と接触面間反発率 H_c の関係

用いた試料の永久くぼみ形状はすべて盛上がり形を呈

表1 圧子諸元

Indenter	Holding Shaft Material	E_o GPa	D_o mm	D_i mm	L_o mm	L_i mm	W N
S-W2-H	Steel	206	9.30	7.90	26.5	23.5	6.39
B-W5	Brass	96	8.17	-	24.5	-	6.28

$1\text{ N} = 0.102\text{ Kgf}$ $1\text{ GPa} = 102\text{ Kgf/mm}^2$

表2 試料諸元

Standard Blocks for Hardness	Hardness		E_s GPa	$f(E)$ $1/\{10^3\text{ GPa}\}$	
	HS	(HV)		Tungsten C. Ball	Steel Ball
Steel	SK2	100 (985)	188	6.36	9.38
		92 (847)			
	SK5	81 (703)	191	6.28	9.30
		69 (550)			
		61 (458)			
S20C	53 (382)	196	6.16	9.18	
	39 (272)				
	31 (206)				
		21 (132)	211	5.84	8.86

$1\text{ GPa} = 102\text{ Kgf/mm}^2$

するものである。衝突が穏やかになるにつれ、〔 $H_o \rightarrow$ 小; $H_c, H \rightarrow$ 大〕、永久くぼみの縁における盛り上り〔図1(b)の piling up〕量が減少し縁端部がなだらかになり、次第に沈降〔図1(b)の sinking in〕型に近い形状へと変化してゆき、 d は d_s に近づく様子は静的な場合⁽⁶⁾⁽¹⁴⁾と同じである。そこで直径比 $f(d)=d/d_s$ を反発率の関数と考え、かつ反発率の中でも接触面間反発率 H_c 〔式(15)〕は保持軸部の弾性効果の影響を除いた反発率という考え方もできるから、いまこの H_c の値を用いて $f(d)$ の値を整理して示すと図2のような関係が得られる。そこで直径比 $f(d)$ を次のように定式化する。

$$f(d)=1+0.13(1-H_c)^3 \dots\dots\dots (34)$$

6・2 動的平均圧力比 C_{pd} と接触面間反発率 H_c の関係 動的平均圧力比 C_{pd} 〔式(10)〕は、式(1), (9), (8), (6)および永久くぼみの凹球面直径 D_p を幾何学的関係より与える式(35)から、式(36)のような形で表される。

$$D_p=d_s^2/(4\delta_s)+\delta_s \dots\dots\dots (35)$$

$$C_{pd}=\frac{8W(H_o-H_r)}{F_m f(d_s/D_p)} f^2(d) \left(\frac{1}{4\delta_s} + \frac{\delta_s}{d_s^2} \right) \dots\dots (36)$$

また、くぼみ深さ δ_s が精度よく測定し得ないような小さくてごく浅いくぼみ(ごく高い反発率)に関しては、図2の $f(d) \sim H_c$ の関係からもわかるように、 $d \approx d_s, f(d), f(d_s/D_p) \approx 1, \delta_s/d_s^2 \approx 0, D_p \approx d^2/4\delta_s$ と考えてもよいから、式(3)を用いて δ_s を消去すると式(37)が得られ、 d の測定から C_{pd} を求めることができるようになる。

$$C_{pd} \approx 8WD(H_o-H_r)/[F_m\{d^2 - 3Df(E)F_m/d\}] \dots\dots\dots (37)$$

さて、以上の諸式を用いて、 C_{pd} の値を算出する場合、その前提となる永久くぼみ形状量の測定に際しては、次のような考え方で用いた測定器具のそれぞれの特徴を生かすことにした。

まず、くぼみ深さ δ_s が $10\text{ }\mu\text{m}$ ぐらいまでの範囲の

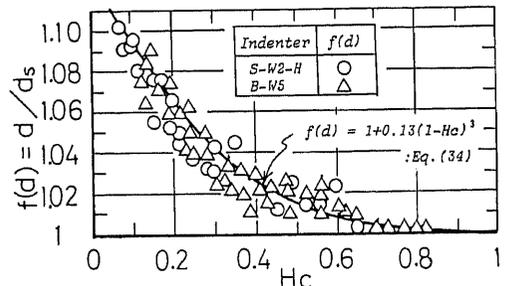


図2 直径比 $f(d)$ と接触面間反発率 H_c の関係

くぼみについては顕微鏡による測定値 d [倍率 50], d_s, δ_s [倍率 400] の値を用い, 次に δ_s が $10 \mu\text{m}$ ぐらいから $3 \mu\text{m}$ ぐらいまでの範囲のくぼみについては顕微鏡による d の値と輪郭測定器による d の値とがほぼ同じ値を示すことを前提として, 輪郭測定器による測定値 d, d_s, δ_s の値を用いることにし, それぞれ式 (36) から C_{pd} を算出した。さらに δ_s が $3 \mu\text{m}$ 程度より浅くて小さいくぼみの範囲については, 顕微鏡測定による d の値から式 (37) を用いて C_{pd} を求めた。

以上のような測定値を用いて算出した C_{pd} の値を H_c の値で整理して示したのが図 3 である。 C_{pd} は H_c が 0.1 付近では 1.4~1.5 程度の値をとるが, それから H_c が高くなるにつれ若干低めの値へと移行し, その後また上昇に転じ放物線の形状を示す。そこで C_{pd} を H_c の関数として考えることにし, 動的平均圧力比 C_{pd} を次式のように定式化する。

$$C_{pd} = 2H_c^2 - 1.4H_c + 1.55 \dots\dots\dots (38)$$

6.3 動的平均接触圧力 [動的硬さ] P_{md} と永久くぼみの形状係数 (d/D) , (d/D_p) との関係 永久くぼみの真の形状係数 (d/D_p) は前節と同じように δ_s の測定可能な範囲までは式 (35) から D_p を求めることで (d/D_p) の値を得, それ以下の δ_s については工具顕微鏡による d の測定から先の報告⁽⁸⁾でも用いたと同じ形の次式により (d/D_p) を算出した。

$$(d/D_p) = (d/D) - 3f(E)F_m/d^2 \dots\dots\dots (39)$$

各試料の P_{md} の値を (d/D) の項 (○, △印; 例として HS 92 と HS 81 の試料を示す) と (d/D_p) の項 (●,

▲印) で整理し両対数グラフ上に示したのが図 4 であり, 3 章での式 (17) が成り立っていることがわかる。

6.4 球の動的押込みによる試料の最終塑性硬さ P_{upd} , 塑性硬化指数 x_{pd} とピッカース硬さ HV との関係 実験により得られた $P_{md} \sim (d/D_p)$ の関係より, $(d/D_p) = 1$ における P_{md} の値である P_{upd} と, 両対数グラフ上における傾きを意味する x_{pd} とを, それぞれの HS とに対応させた表を図 4 中に示す。

この表と表 2 の対応から, P_{upd} と HV との関係を次式のように与えることができる。

$$HV = P_{upd}^{0.93} \dots\dots\dots (40)$$

7. 反発硬さに及ぼす 圧子・試料条件の影響

7.1 Tabor による衝突関係式 これまでに提案

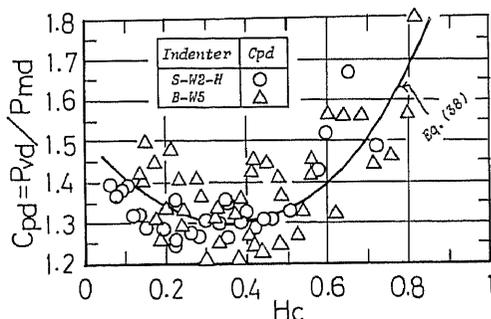


図 3 動的平均圧力比 C_{pd} と接触面間反発率 H_c の関係

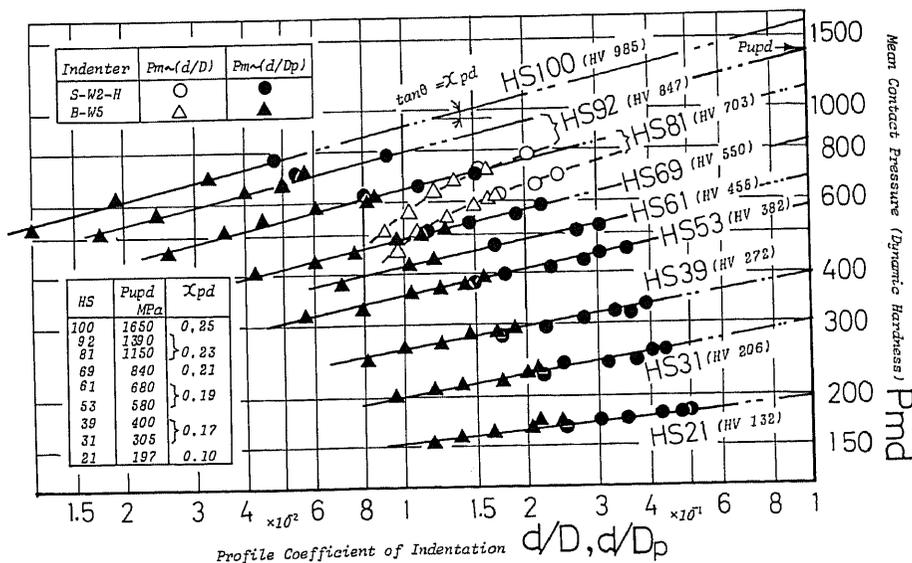


図 4 動的平均接触圧力 [動的硬さ] と永久くぼみの形状係数 (d/D) , (d/D_p) の関係

されている反発硬さ理論式の内、代表として Tabor による衝突関係式⁽¹⁶⁾を要約して示すと次のようになる。まず Meyer の法則

$$P_{md} = P_{ud}(d/D)^{m-2} \dots\dots\dots (41)$$

〔式(41), m = マイヤー指数, なお P_{md} や P_{ud} の書き方は本論文にあわせた表現にしている〕が成立するとすれば、永久くぼみの体積 [このときは $V_{pl} \approx V_{p1}$] を塑性的に生ずるに必要な仕事量: $W(H_o - H_r)$ は

$$W(H_o - H_r) = (4/(m+2))(P_{md}/0.102) V_{p1} \dots\dots\dots (42)$$

で与えられるから、結局、式(41), (42)より次の関係式が得られる。

$$\frac{P_{md}}{0.102} = \frac{m+2}{4} \frac{WH_o}{V_{a1}} \left\{ 1 - \frac{2m-1}{2m+4} H \right\} \dots\dots\dots (43)$$

$$\left(\frac{P_{md}}{0.102} \right)^5 = \left(\frac{10}{3} \right)^4 \frac{8}{\pi^5} \frac{WH_o}{D^3} \left\{ \frac{H}{f(E)} \right\}^4 \times \left\{ (m+2) \left(1 - \frac{2m-1}{2m+4} H \right) \right\}^{-3} \dots\dots\dots (44)$$

したがって、押込み中の P_{md} が一定: $m=2$ の場合を考えると、 $P_{md} = P_{ud}$ より次式となり、

$$\left(\frac{P_{ud}}{0.102} \right)^5 = \frac{2}{\pi^5} \left\{ \frac{5}{3} \frac{H}{f(E)} \right\}^4 \frac{WH_o}{D^3} \left(1 - \frac{3}{8} H \right)^{-3} \dots\dots\dots (45)$$

この式は著者らの衝突関係基本第2式: 式(32)と同じように、反発硬さ数 $[H$ に比例するものと考えれば] に及ぼす圧子・試料条件の影響を表わす式を意味している。以上が Tabor の与えた関係式の要約である。

しかしながら、緒言でも述べたように、本来 Meyer の法則は圧子球下での試料が完全塑性変形状態に達した以後の諸量の関係を定める式であるから、例えば図4の高硬度試料 (HS 92 や HS 81 の試料) における $P_{md}-(d/D)$ の関係を見てもわかるように、押込みの各段階で Meyer の式(41)中の P_{ud} や $(m-2)$ の値は (たとえ同一圧子球を使用した場合でも) 変化する。すなわち、Tabor の式で、 $m=2$ が仮定できるような狭い条件以外では、妥当な数値計算ができないことを意味している。

7・2 衝突関係基本式による計算方法 具体的な反発硬さ数を衝突関係基本第1式から求める方法を述べる。永久くぼみの真の体積 V_{pl} と第一次近似値 V_{p1} との差は (d_s/D_p) の大きさに依存し、例えば $(d_s/D_p) = 0.2, 0.35, 0.5$ でそれぞれ 1.9%, 4.2%, 8.9% の違いを生じる。したがって $(d_s/D_p) < 0.2$ ぐらいであれば $V_{pl} \approx V_{p1}$ と考えて、各式で $f(d_s/D_p) = 1$ とおいて計算すればよい。一方、補正の必要性が高まる (d/D) の値が大きなくぼみについては $(d_s/D_p) \approx (d/D)$ とおくことができるようになるから、補正関数 $f(d_s/D_p)$ は

次式のように表される。

$$f(d_s/D_p) \approx f(d/D) = (4/3) \{ 1 / (d/D) \} \times [2 + \{ 1 - (d/D)^2 \}^{3/2} - 3 \{ 1 - (d/D)^2 \}^{1/2}] \dots\dots\dots (46)$$

したがって本論文における必要な諸式で (d_s/D_p) 項を (d/D) 項に置き換えると、直径比 $f(d)$: 式(34)、動的平均圧力比 C_{pd} : 式(38)および式(18)と式(46)より式(21)は次式となる [c. f. $(d/D) = f(P_{md})$].

$$\begin{aligned} & \{ (1/H_c) - 1 \} \\ & \times \{ 1 + 0.13(1 - H_c)^3 \}^4 / (2H_c^2 - 1.4H_c + 1.55) \\ & = (5/8) [4 / \{ 3\pi f(E) \}] \\ & \times \{ (P_{md}/P_{upd})^{1/x_{pd}} / (P_{md}/0.102) \} f(d/D) \dots (47) \end{aligned}$$

そこでまず適当な P_{md} を与えた時にこの式を満足する H_c を求め、次に両者を衝突関係基本第1式: 式(24)に代入して式を満足するかを確かめる。満足しなければ再度 P_{md} を変化させる手順を繰返し、最終的に基本第1式を満足する P_{md}, H_c を求めれば、以下すべての関係量を求め得ることになる。

次に、この計算法によって算出した反発硬さ数と圧子・試料条件との関係について述べる [($d/D) < 0.2$ のような場合には $f(d_s/D_p) \approx f(d/D) = 1$ とおくことで、むしろ衝突関係基本第2式を用いると計算は簡単かつ諸量の関係が直視的である]。

7・3 先端球直径 D を変化させたときの反発硬さ数の変化 本報で導出した反発硬さ理論式の計算値に対応する実測値としては、次のような実験条件・圧子条件 [$H_o = 19$ mm, $W = 0.372$ N, $D_o = 5$ mm (推定), $L_o = 12.5$ mm⁽¹⁵⁾ (推定), $E_o = 206$ GPa, $C_k = 1.53 \times 10^{-6}$ mm/N (推定)] および試料条件 [ショア用硬さ基準片] が明示されている飯塚によるもの⁽³⁾を引用する。

表3に飯塚の用いた実験試料⁽³⁾ [ショア用硬さ基準片] を示す。このとき P_{upd} は式(40)より、また x_{pd} は図4中の表から推定して与えてあり、先端球がダイヤモンド球 [$E_t = 880$ GPa, $\mu_t = 0.2$, $E(I) \approx 1.1 \{ 10^3$

表3 飯塚の用いた実験試料諸元

Standard Blocks for Hardness	Hardness		Pupd MPa	x _{pd}	f(E) 1/(10 ³ GPa) Diamond Ball
	HS	(HV)			
Steel	SK2	101 (997)	1677	0.25	5.92
		91 (831)	1379		
	SK5	81 (688)	1125	0.23	5.81
		70 (554)	891		
		61 (460)	730		
		50 (360)	561		
	S20C	42 (289)	443	0.19	5.61
		32 (214)	321		
		21 (135)	195		
			0.10	5.34	

1 MPa = 0.102 Kgf/mm² 1 GPa = 102 Kgf/mm²

GPa⁻¹) の場合の $f(E)$ 値も示してある。

さて、先端球直径を変化させた時の反発硬さ数としては、D形ショア硬さ数⁽¹⁷⁾ H_sD の表示式に基づき次式(48)から算出する。

$$H_sD = 140H \dots\dots\dots(48)$$

前節で述べた手順に従って求めた反発率 H から H_sD を算出した結果を図5(a)に示す。

H_sD-D の実測値⁽³⁾ と計算値とは低硬度試料から高硬度試料に至る広い範囲においてよく一致している。なお、図示されている実験値(回帰式による)は市販のD形試験機に対応させるため2%程度低めに補正してあると飯塚は述べている⁽³⁾。

7.4 超硬合金球および鋼球ハンマによる反発硬さ数 直径 $D=1/8$ inch ≈ 3.2 mm の超硬合金球と鋼球 ($E_t=201$ GPa, $\mu_t=0.29$, $I(E)=4.56(10^3 \text{ GPa})^{-1}$) をそれぞれD形ショアハンマの先端球として用いた時の飯塚の実測値⁽³⁾ およびそれに対する計算値を図5(b)に示す [νHS は換算ショア硬さ]。

まず、衝突に際してこれらの圧子先端球に永久変形が生ずるかどうかの点を考えてみる。例えば HS 96 (HV910) の試料に対して鋼球圧子を使用した場合でも、式(22)による最大衝突力 F_m の算出値は約 657 N (≈ 67 kgf) にすぎない。そこで吉沢による鋼球および超硬合金球の永久変形に関する研究⁽¹⁸⁾ の示すところを参考にしてみると、 $D=3.2$ mm の場合には HV 900 ぐらいの試料で荷重が 700 N (≈ 70 kgf) 程度

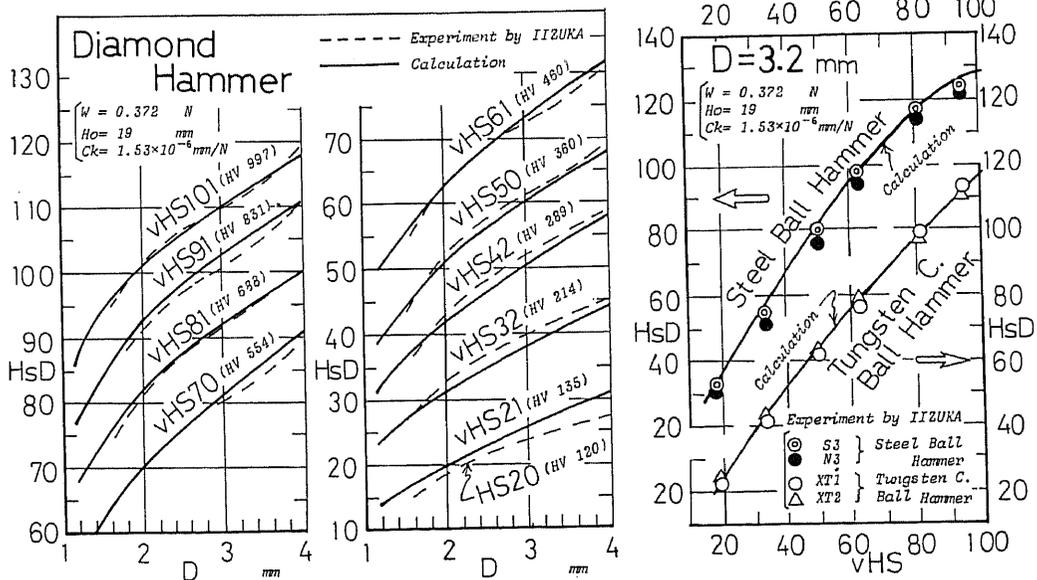
までは、圧子球に永久変形が生じないと考えられる。実際、飯塚はこれらの実験の前後に圧子の先端球径を測定し、鋼球圧子の場合でも最大0.8%程度の測定差しかないと報告⁽³⁾しているから、本節では圧子先端球の永久変形は考慮しなくてよいことになる。以上の点をもとにして実測値と計算値とを比較してみると、まず鋼球の実測値が高硬度試料では飽和する現象がみられるが、これは先端球の永久変形によるものではなく、むしろ圧子球と試料との特性によるものと考えられることになる。すなわちこのような飽和現象は衝突関係基本第1式:式(24)による計算結果からも明りように示されている。またその他の点でも引用した実測値と計算値とは定量的によく一致している。

8. 結 論

以上の結果をまとめると次のようになる。

(1) ① Meyer の法則によらず弾~塑性遷移過程における圧子球と試料との物理的諸量の関係式を用いる。②より多様な圧子形状に対応させるため、反発エネルギー関係式は先端球保持軸部の弾性効果を含む式とする。③動的平均塑性変形圧力と動的平均接触圧力(動的硬さ)とは異なる。以上の3点を基本にして反発硬さ理論式を得ることとした。

(2) この考えに基づき、圧子・試料条件と動的平均接触圧力との関係を与える衝突関係基本第1式および接触面間反発率との関係を与える衝突関係基本第2



(a) D形ショア硬さ数 H_sD と先端球直径 D との関係

(b) 超硬合金球および鋼球ハンマによる反発硬さ数

式という直視的な反発硬さ理論式を導出した。

(3) 具体的な反発硬さ数を算出するにあたり、理論式における直径比や動的平均圧力比の関係および試料の動的特性値 (P_{upa} , x_{pa}) は実験から定められる必要があるため、先端球圧子による実験を行い、以上の諸量の関係を定めた。

(4) 導出した反発硬さ理論式と実験により定められた関係式による具体的な反発硬さ数の数値計算を、飯塚が行った D 形ショアハンマによる広範な実験条件に対して行って比較・検討したところ、すべての面で定量的によい一致が得られた。

(5) したがってこのような広範囲に渡る実験結果を十分かつ定量的に説明できることがわかったので、本報で導出した反発硬さ理論式と諸量との関係式は、今後の反発硬さ試験や方法の検討あるいは反発硬さ試験機的设计などに際して幅広い利用が期待できる。

なお実測値を引用させていただいた参考文献(3)の計量研究所報告は、飯塚氏から寄贈いただいたものであり、本研究遂行上不可欠なものであったことを記し深く感謝申し上げます。

また、本研究を遂行するにあたり、終始変わらぬご

指導・ご激励をいただいた東京工業大学 神馬敬教授に心から感謝申し上げます。

文 献

- (1) Tabor, D., *Proc. R. Soc., Ser. A*, **192** (1948), 247/274.
- (2) 築添・久門, 機論, **30-212** (昭39), 531/538.
- (3) 飯塚, 計量研報告, **20-4** (昭46), 196, 226, 228, 234, 239, 240.
- (4) Shore, A. F., *Am. Mach.*, **30-11** (1907), 747.
- (5) Shore, A. F., *J. Iron Steel Inst.*, **2-59** (1918), 59.
- (6) 石橋・下田, 機論, **52-483, A** (昭61), 2538.
- (7) Meyer, E., *VDI-Z*, (1908), 645.
- (8) 石橋・下田, 機論, **52-480, A** (昭61), 1958.
- (9) Edwards, C. A. and Austin, C. R., *J. Iron Steel Inst.*, **107** (1923), 323/340.
- (10) 中村・ほか2名, 塑性加工連合講演会前刷, (昭60-10), 523.
- (11) 寺沢, 硬さのおはなし, (昭56), 204, 日本規格協会.
- (12) 財満, 材料試験, **5-37** (昭31), 584/586.
- (13) 本多・田中, 東北理科報告, **15** (昭1), 6.
- (14) 黒木, 機論, **26-170** (昭35), 1435.
- (15) 吉沢編, 硬さ試験法とその応用, (昭42), 122, 裳華房.
- (16) Tabor, D., *Hardness of Metals*, (1951), 115, OXFORD.
- (17) ショアかたき試験機 B 7727-1969 (昭58-7.1 確認).
- (18) 吉沢, 機論, **24-143** (昭33), 503.

討 論

〔質問〕 中村 稚 勇 [豊橋技術科学大学]

広範な実験結果に合う本理論式は物理的意味の不明確な反発硬さ試験の発展に貢献することが期待される。

そこで、二、三の質問をしたい。

(1) d/D によって庄子下のひずみは増加するが、 $d/D=1$ でも $\varepsilon=0.2$ 程度である。 P_{upa} を最終塑性硬さと呼ぶ理由はなにか。また d/D による P_{ma} の変化には材料の塑性硬化 (n 値) のほか、形状による材料流れの変化の影響が大きい。図4のこう配 x_{pa} を塑性硬化指数と呼ぶ理由はなにか。

(2) 図2, 図3の $f(d)$, C_{pa} から、 H_c には圧痕形状の影響が大きいと思える。圧痕形状は材料の性質 (n 値, E 値) のほか、 d/D によっても異なるが、これらは H_c に同様に影響すると考えてよいのか (図2, 図3では分離していないように思える)。

(3) 理論式と実験結果の一致は、 $f(d)$ や C_{pa} などを実験結果から求めていることにあると思えるが、理論的に求める可能性はあるのか。

〔回答〕 貴重なご意見とご質問に感謝する。

(1) 「最終」という語は、O'Neill が ($d/D=1$) にお

ける P_m の値: P_u [式(41)参照] を、「ultimate ball number」と呼んでいる点にならったものであって、くぼみの平均ひずみ ε の値によるものではない。「塑性」という語は、 P_{ma} を (d/D) ではなしに、(d/D_p) すなわち塑性変形により形成されたくぼみの凹球面直径 D_p を用いたことによる。以上のような点から $P_{upa}[(d/D_p)=1]$ の P_{ma} の値] を球の動的押し込みによる最終塑性硬さと呼んだ。

また、著者らは先の報告 [文献(8)や機論, 52-482 (昭61)] で、硬さ $P_m \sim$ 永久くぼみの真の形状係数 (d/D_p) と単軸応力状態下の応力 σ -塑性ひずみ ε_p との関係 [$P_m = P_{up}(d/D_p)x_p \sim \sigma = C\varepsilon_p^n$] が、対応して考えられるべき点を指摘した。そのような点から、 n 値に対応して考えられるべきものとして、 x_p を球の押し込みによる塑性硬化指数と呼んだ。 n 値と x_p 値とが同じであるという意味ではない。

(2) ご指摘のとおり、図2, 図3においては n 値や E 値を分離してはならず、それらの影響を含んだ形で実測値は示されている。そのため、本論文での試料 [表2, 硬さ標準片 (鋼製)] とは異なる試料、例えば非鉄金属などのような場合には、 $f(d)$, C_{pa} - H_c の

関係は影響を受け、変わる場合もあると考えてよい。
 なお、 H_c と (d/D) との関係は、式(23)および式(1)より

$$\begin{aligned}
 WH_0 &= \left\{ \frac{3}{5} \frac{f(E)}{H_c D (d/D)} + C_k \right\} \\
 &\times \left(\frac{4F_m}{\pi d^2} \right)^2 \left\{ \frac{\pi}{4} D^2 \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right\}^2 \\
 \therefore P_{ma} &= \left[WH_0 / \left\{ \frac{3}{5} \frac{f(E)}{H_c D (d/D)} + C_k \right\} \right]^{1/2} \\
 &\times \left(\frac{\pi}{4} \right) D^2 \left(\frac{d}{D} \right)^2 \dots\dots\dots (i)
 \end{aligned}$$

一方、式(18)、(19)より

$$\begin{aligned}
 (d/D) &= (3/4)\pi f(E)(P_{ma}/0.102) + (P_{ma}/P_{upa})^{1/x_{pa}} \\
 &\dots\dots\dots (ii)
 \end{aligned}$$

以上から、式(i)の右辺を式(ii)の P_{ma} に代入すると、 H_c と (d/D) との関係式が得られるから、 H_c は (d/D) によって影響を受けるというよりは、むしろ明確な関係により結ばれていることがわかる。

(3) $f(d)$, $C_{pa} \sim H_c$ の関係を理論的に求めようとする点については検討していない。そのためはつきりとはお答えしかねるが、質問(1)で指摘されたような圧子球下での材料流れ [ご質問者が詳しく研究されている(付1)] の複雑さからして、純理論的に求め得る可能性は少ないと思われる。

(付1) 塑性と加工, 23-260 (昭57), 840.; 18-193 (昭52), 77. ほか.