

チューリング等価なニューラルネットワークの簡略化

田中 賢[†]

On Reduction of Turing Equivalent Neural Networks

Ken TANAKA[†]

あらまし 連続値出力ニューロンからなる再帰型ニューラルネットワークは、決定性チューリング機械をシミュレーションできる。従来のシミュレーションモデルでは、チューリング機械の動作をネットワークの状態更新に対応づける際、制御部の状態を、活性状態をとるニューロンの個数にそのまま対応づけていた。このため、シミュレータのニューロン数はチューリング機械の状態数により変化していた。本論文では、ニューロン数がチューリング機械の状態数に依存しないようなシミュレータを提案する。状態をニューロンの連続値出力と対応づけ、この値を更新することで制御部の状態遷移を実現する。遷移関数を結合重みの連続値に符号化する方法を組み合わせ、19個のニューロンにより任意の決定性チューリング機械をシミュレーションできることを示す。この結果の系として、19個以上のニューロンからなるある種の再帰型ニューラルネットワークについて、その可達問題が決定不能であることが示される。

キーワード 再帰型ニューラルネットワーク、チューリング機械、等価性、万能性、可達問題

1. まえがき

近年、再帰型ニューラルネットワークを、形式言語の受理系学習モデルに適用する試みが行われている [1]~[4], [8]。また、連続出力のニューロン素子を用いて、2値的情報処理を超える新たな計算モデルを構成する試みが提案されている [6], [7]。再帰型ニューラルネットワークを、計算論やオートマトン理論の立場からとらえることは、ニューラルネットワークの原理的な計算能力を明らかにした上で、その応用範囲を広げること

に寄与する [11]。連続値出力ニューロンからなる再帰型ニューラルネットワークは、任意の決定性チューリング機械をシミュレーションできる [7], [9]。シミュレータに要するニューロンや重みの数を削減するために、筆者らは、しきい値関数、線形関数、方形関数を入出力関数に用いる有限個のニューロンからなる再帰型高次結合ニューラルネットワーク RHON (Recurrent Higher-Order Neural Network) [8] を用い、状態数 n_s のチューリング機械のシミュレーションに要するニューロン数を

$n_s + 4$ 個まで削減する方法を示した [10]。また、読出しテープ記号に応じて、状態遷移、シフト操作、書換え操作を個別の入出力関数で実現することで、11個のニューロンからなる RHON が任意の決定性チューリング機械を実時間でシミュレーションできることを示した [10]。

個別の入出力関数は、読出しテープ記号に対応するチューリング機械の状態遷移、シフト操作、書換え操作の動作表であるから、[10]の方法ではシミュレートしようとするチューリング機械に応じて異なる入出力関数が必要となる。問題によって変化する特殊な形状の入出力関数を用いることは、一般的なニューラルネットワークの枠組みを外れるものであった。

本論文では、しきい値関数や線形関数といった一般的なニューラルネットワークの枠組みの中で、ネットワークのサイズを変更することなく任意のチューリング機械をシミュレーションする方法を考える。しきい値関数と線形関数だけを用いたシミュレータを構成するには、状態遷移、シフト操作、書換え操作の情報を、ニューロンの結合関係や入出力関数とは別の手段で与える必要がある。例えば、これらの情報を符号化して結合重みにあらかじめ記入し、これを逐次読み出すことで動作の決定をすればよい。ここでは、この考えに

[†] 新潟大学工学部, 新潟市
Faculty of Engineering, Niigata University, 8050 2-no-cho
Ikarashi, Niigata-shi, 950-2181 Japan

従ったシミュレータの構成法を示す。

2種類の入出力関数を、更に単一の入出力関数で置き換えることもできる。シミュレータを構成する際のしきい値関数と線形関数の機能を、区分線形関数によって代替する方法を示す。

2. 再帰型高次結合ニューラルネットワーク

RHON [8] は、入力ユニットと状態ユニットの出力の積を重み付きで計算することで状態の更新を行う、図1に示すような再帰型ニューラルネットワークモデルである。図中、 m 個の入力ユニットは外部からの入力を受け入れることに用いる。離散化された各時刻 t における第 k 入力ユニットの出力を $x_k^{(t)}$ で表す。第 i 状態ユニットの出力を $O_i^{(t)}$ で表し、 n 個の状態ユニットの出力により RHON の状態を表す。

高次結合は、 n 個の状態ユニットのある任意の部分集合と一つの入力ユニットとの間に存在し、状態の更新はこれら2次から $n+1$ 次までのすべての高次結合を計算することで進行する。 $2 \leq p \leq n+1$ とし、状態ユニット j_1, j_2, \dots, j_{p-1} と入力ユニット k から状態ユニット i への p 次の結合を $w_{ij_1j_2 \dots j_{p-1}k}$ と表す。図中の小さい黒丸で高次の結合構造を表す。このニューラルネットワークの状態ユニット i の時刻 $t+1$ における状態 $I_i^{(t+1)}$ を次のように定義する。

$$I_i^{(t+1)} = \sum_{j_1=0}^{n-1} \sum_{k=0}^{m-1} w_{ij_1k} O_{j_1}^{(t)} x_k^{(t)} + \sum_{j_1=0}^{n-1} \sum_{j_2=0}^{n-1} \sum_{k=0}^{m-1} w_{ij_1j_2k} O_{j_1}^{(t)} O_{j_2}^{(t)} x_k^{(t)} + \dots$$

$$+ \sum_{j_1=0}^{n-1} \sum_{j_2=0}^{n-1} \dots \sum_{j_n=0}^{n-1} \sum_{k=0}^{m-1} w_{ij_1j_2 \dots j_n k} O_{j_1}^{(t)} O_{j_2}^{(t)} \dots O_{j_n}^{(t)} x_k^{(t)}$$

g を状態ユニット i の入出力関数とし、時刻 $t+1$ における状態ユニット i の出力 $O_i^{(t+1)}$ を、次のように定義する。

$$O_i^{(t+1)} = g(I_i^{(t+1)}) \tag{1}$$

本論文の範囲では、RHON への入力の一部の状態ユニットの初期出力としてあらかじめ設定されるものとする。よって、各時刻における入力ユニットの出力は、RHON の動作を保持するためにのみ用い、常に1とする。入出力関数にはしきい値関数、線形関数、区分線形関数のいずれかを用いる。

3. サイズ一定のシミュレータの構成

文献[10]で提案したシミュレータでは、制御部の状態を局所的に表現しておりネットワークのサイズが制御部の状態数に依存していた。これは、高次の結合重みによって記号の書換えやシフトを実現する際に、重みの効果を排他的に利用するために、RHON の状態部の出力をスイッチとして用いているからである。

チューリング機械の制御部は有限状態機械であるから、テープ同様ニューロン出力の連続値として状態を符号化することが可能である。あらかじめ、遷移写像によって定義される動作を一つの列に符号化し、これを読み出す方法を採用することで、ネットワークのサイズを一定とする方法を提案する。任意のチューリング機械が与えられたとき、それをシミュレーションで

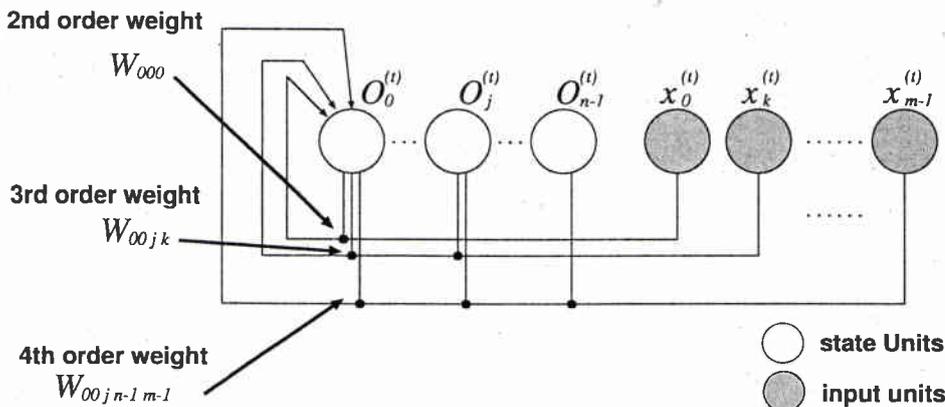


図1 RHONの構造
Fig.1 Structure of RHON.

きる 19 個のニューロンからなる RHON が存在することを構成的に示す。

3.1 無限長テープの構成法

チューリング機械 M は、状態集合 Q 、入力記号 Σ 、テープ記号 Γ 、初期状態 $q_0 \in Q$ 、空白記号 $Z \in \Gamma$ 、最終状態の集合 $F \subset Q$ 、遷移写像 $\delta: Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, R\}$ からなる 7 項組 $\{Q, \Gamma, \Sigma, \delta, q_0, Z, F\}$ で定義される [5]。任意のチューリング機械はテープ記号を $\{A, B, Z\}$ としたチューリング機械 M' によってシミュレーションできる。以下では M' をシミュレーションできる RHON が存在することを示す。

シミュレータの構成の前に、 M' のテープの内容をニューロン出力の連続値に符号化する方法を示す。

無限長テープの内容から左右に続く空白記号列を除いた記号列を、その長さを h として $\alpha_1\alpha_2 \cdots \alpha_h$ と表す。ヘッドの位置を α_i 上とし、これを境にテープ記号列を以下のような二つのスタック記号列 γ_l, γ_r に分割する。

$$\gamma_l : \alpha_{i-1}\alpha_{i-2} \cdots \alpha_1 \quad \gamma_r : \alpha_i\alpha_{i+1} \cdots \alpha_h$$

左スタック記号列 γ_l はヘッドより左側のテープの内容を表し、右スタック記号列 γ_r はヘッドから右側のテープを表す。 j を自然数とし、スタック記号列 $\gamma = \beta_1\beta_2 \cdots$ を以下の式で符号化する。

$$\tilde{\gamma} = \sum_{j=1} \frac{\zeta(\beta_j)}{10^j} \quad (2)$$

ζ は記号に対して 10 進符号を返す関数とし、ここでは次のように対応づけるものとする。

$$\zeta(\beta_j) = \begin{cases} 6 & \beta_j = A \\ 3 & \beta_j = B \\ 0 & \beta_j = Z \end{cases} \quad (3)$$

テープの内容は左スタックの符号列 $\tilde{\gamma}_l$ と右スタックの符号列 $\tilde{\gamma}_r$ により表される。ヘッドの位置は右スタックの先頭に対応し、符号列の中で右スタックの符号列 $\tilde{\gamma}_r$ の小数第 1 位が読み込み記号にあたる。

3.2 遷移写像の符号化

遷移写像を連続値の中に符号化する方法を示す。制御部の状態遷移、書き込みテープ記号、テープヘッド移動方向をそれぞれ一つの列に符号化する。ここでは、遷移写像 δ を次のように読み込み記号ごとに分けて表記する。

$$\delta(q_i, A) = (q_{i_A}, \nu_{i_A}, \xi_{i_A})$$

$$\delta(q_i, B) = (q_{i_B}, \nu_{i_B}, \xi_{i_B})$$

$$\delta(q_i, Z) = (q_{i_Z}, \nu_{i_Z}, \xi_{i_Z}) \quad (4)$$

ここで $q_i, q_{i_A}, q_{i_B}, q_{i_Z} \in Q, \nu_{i_A}, \nu_{i_B}, \nu_{i_Z} \in \{A, B, Z\}, \xi_{i_A}, \xi_{i_B}, \xi_{i_Z} \in \{L, R\}, i, i_A, i_B, i_Z$ は制御部の状態数を s として $0 \leq i, i_A, i_B, i_Z \leq s-1$ なる整数である。各チューリング機械においてこれらの値は一意に定まっている。

まず、制御部の状態 q_i を、その状態番号に相当する正の整数 i に符号化するものと考え、そして、各々の状態 i からの遷移先の状態を、連続値 \tilde{q} として以下のように符号化する。

$$\tilde{q} = \sum_{i=0}^{s-1} \left(\frac{i_A \frac{[\log_2 s]}{2}}{10^{(3i+1)[\log_2 s]}} + \frac{i_B \frac{[\log_2 s]}{2}}{10^{(3i+2)[\log_2 s]}} + \frac{i_Z \frac{[\log_2 s]}{2}}{10^{(3i+3)[\log_2 s]}} \right) \quad (5)$$

ここで、 $[x]$ は x 以上の最小の整数、 i_d^d は正の整数 i のけた数 d の 2 進表現とする。 $[\log_2 s]$ は、0 から $s-1$ までの状態に対応する整数を 2 進表現した際の符号の長さに対応する。以後、簡単のためにこれを d_s で表す。

状態 q_i からの遷移先は、 \tilde{q} の小数第 $3id_s + 1$ 位から第 $(3i+3)d_s$ 位にあたり、うち小数第 $3id_s + 1$ 位から第 $(3i+1)d_s$ 位が読み出し記号が A の遷移先、小数第 $(3i+1)d_s + 1$ 位から第 $(3i+2)d_s$ 位が読み出し記号 B の遷移先、小数第 $(3i+2)d_s + 1$ 位から第 $(3i+3)d_s$ 位が読み出し記号 Z の遷移先を表す。

次に、各々の状態においてテープ上の区画に書き込まれるテープ記号を、一つの連続値として以下の $\tilde{\nu}$ に符号化する。

$$\tilde{\nu} = \sum_{i=0}^{s-1} \left(\frac{\zeta(\nu_{i_A})}{10^{(3i+1)d_s}} + \frac{\zeta(\nu_{i_B})}{10^{(3i+2)d_s}} + \frac{\zeta(\nu_{i_Z})}{10^{(3i+3)d_s}} \right) \quad (6)$$

ここで、 ζ は以下に定義される関数である。

$$\zeta(\nu_{i_A}) = \begin{cases} 0 & \nu_{i_A} = A \\ 3 & \nu_{i_A} = B \\ 6 & \nu_{i_A} = Z \end{cases}$$

$$\zeta(\nu_{i_B}) = \begin{cases} 6 & \nu_{i_B} = A \\ 0 & \nu_{i_B} = B \\ 3 & \nu_{i_B} = Z \end{cases}$$

$$\zeta(\nu_{i-Z}) = \begin{cases} 6 & \nu_{i-Z} = A \\ 3 & \nu_{i-Z} = B \\ 0 & \nu_{i-Z} = Z \end{cases} \quad (7)$$

状態 q_i において読み込み記号が A のときの操作は $\bar{\nu}$ の小数第 $(3i+1)d_s$ 位に, B のときの操作は小数第 $(3i+2)d_s$ 位に, Z のときの操作は小数第 $(3i+3)d_s$ 位に対応する符号が置かれる。

記入される記号が同じ場合でも, 読み込み記号により符号が変化するのは, 符号に対する加減算により記号の記入を行うことを考慮しているからである。例えば, 記号 A を B に書き換える場合には 6 から 3 を減ずるために符号を 3 とするが, 記号 B を B に書き換える場合には加減算は不要なため符号を 0 としている。

ヘッドの移動方向も, 連続値 $\bar{\xi}$ として同様に符号化する。

$$\bar{\xi} = \sum_{i=0}^{s-1} \left(\frac{\psi(\xi_{i-A})}{10^{(3i+1)d_s}} + \frac{\psi(\xi_{i-B})}{10^{(3i+2)d_s}} + \frac{\psi(\xi_{i-Z})}{10^{(3i+3)d_s}} \right) \quad (8)$$

ψ は以下に定義される関数である。

$$\psi(\xi_{i-A}) = \begin{cases} 5 & \xi_{i-A} = R \\ 0 & \xi_{i-A} = L \end{cases}$$

$$\psi(\xi_{i-B}) = \begin{cases} 5 & \xi_{i-B} = R \\ 0 & \xi_{i-B} = L \end{cases}$$

$$\psi(\xi_{i-Z}) = \begin{cases} 5 & \xi_{i-Z} = R \\ 0 & \xi_{i-Z} = L \end{cases} \quad (9)$$

状態 q_i において読み込み記号が A のときにテープヘッドを右へ移動させるなら $\bar{\xi}$ の小数第 $(3i+1)d_s$ 位が 5 , 左移動であれば 0 となる。同様に読み込み記号が B のときに右移動であれば小数第 $(3i+2)d_s$ 位が 5 , 左移動なら 0 , 読み込み記号が Z のときに右移動であれば小数第 $(3i+3)d_s$ 位が 5 , 左移動なら 0 となる。

\bar{q} , $\bar{\nu}$, $\bar{\xi}$ の三つの符号列から各状態において対応するけたの符号を調べることで, 遷移動作を特定することができる。

3.3 シミュレータの構成

前節の符号化法に基づき, ここでは任意の 2 記号チューリング機械 M' をシミュレーションできる 19 個の状態ユニットからなる RHON が存在することを示す。

[定理 1] 任意の 2 記号チューリング機械 M' について, M' をシミュレーションできる 19 個の状態ユニットからなる RHON が存在する。

(証明) チューリング機械 M' を RHON によりシミュレーションするため, 状態ユニットの出力ベクトルと M' の時点表示を対応させる。時点表示のうち, 制御部の状態 q_i に相当する符号 i を, 状態ユニット 0 の出力に対応づける。時点表示のうち, テープ記号列とヘッドの位置は, 3.1 の符号列 \bar{q}_l と \bar{q}_r として, それぞれ状態ユニット $8, 11$ の出力に対応させる。以下, 19 個の状態ユニットに図 2 のような機能を割り当て, 状態ユニット $0, 8, 11$ が M' の各時点表示に対応する出力を順に与えるような RHON を構成する。

シミュレーションは, (i) 遷移先となる状態符号の位置の特定, (ii) 状態符号の復号, (iii) 状態と左右スタック記号列の更新の三つの動作を繰り返すことで行う。三つの動作の切換に, 状態ユニット $6, 7$ をスイッチとして用いる。状態ユニット $6, 7$ の出力が $(0,1), (1,0), (1,1)$ のとき, それぞれ対応する動作を行うものとする。

(i) 遷移先となる状態符号の位置の特定

\bar{q} では, 遷移先となる状態の符号の位置が遷移元の状態によって変化する。また読み込みテープ記号によっても符号の位置が変化する。そのため, 状態と読み出し記号から遷移先となる状態符号の位置を特定し, その位置まで読み飛ばしを行う必要がある。 d_s を状態符号の位置を特定する際の読み飛ばしの単位と考えれば, 状態 q_i で読み込み記号が A であれば $3i+1$ 回, B であれば $3i+2$ 回, Z であれば $3i+3$ 回状態ユニット 1 の出力値を左にシフトすると考えればよい。状態ユニット 0 は状態の符号 i を出力するためこれをそのま

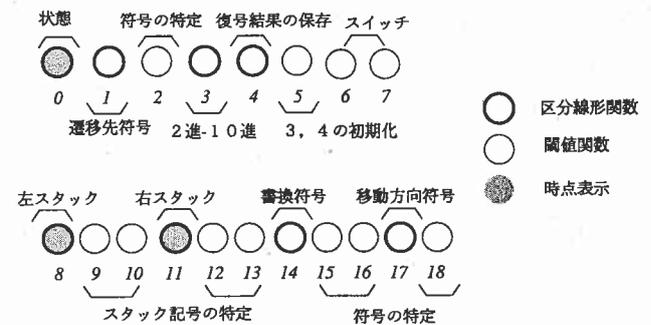


図 2 再帰型高次結合ニューラルネットワークによるシミュレーションモデル

Fig.2 The simulation model by recurrent higher-order neural network.

ま用いることができる^(注1)。状態ユニット0から状態ユニット0への結合重みを3, 状態ユニット7から0へ向かう結合重みを3, 状態ユニット12と13から0へ向かう結合重みを-1とし, $3O_0 + 3O_7 - O_{12} - O_{13}$ なる演算によりこの状態符号の位置を特定できる。この演算結果を状態ユニット0へ入力し, (ii) 以下の復号時にカウンタとして用い読み飛ばしを実現する。

(ii) 状態符号の復号

状態符号の復号は, (i) のカウンタ値をデクリメントしながら符号列 \bar{q} を読むことで行う。そのため, あらかじめ状態ユニット1の初期出力を符号列 \bar{q} としておく。1回の状態更新を行うごとに状態ユニット1の出力値を10倍して左にシフトし, \bar{q} に記述された符号を状態ユニット2で順に判定する。状態ユニット2に常に状態ユニット1と同じ値が入力されるようにし, 状態ユニット1のシフトと同時にしきい値関数により \bar{q} 上の符号を判定していく。

2進表現の復号には状態ユニット3と4を用いる。状態ユニット3の初期出力を 2^{d_3-1} とし, 状態ユニット1の出力値を左にシフトさせるのに合わせてこれを0.5倍する。状態ユニット2の出力値と状態ユニット3の出力値の積を求めて2進数から10進数への変換を行い, 状態の符号の最下けたを読むまで順に状態ユニット4に加算していく。

状態ユニット3と4の出力値は, 符号を d_3 けた復号するごとに初期化する必要がある。これに状態ユニット5を用いる。状態ユニット3で値1が出力されたことは符号の最下けたを読んだことを意味するので, 状態ユニット3の出力値が値1になったときに値1を出力するように状態ユニット5への結合重みを設定し, これをトリガとして状態ユニット3と4の初期化を行う。状態ユニット3については, 状態ユニット3, 5, 6の三次の結合重みと状態ユニット5, 6の二次の結合重みを用いて値を初期値に戻し, 状態ユニット4については状態ユニット2, 3, 5, 6の四次の結合重みと状態ユニット4, 5, 6の三次の結合重みを用いて値を0にする。この仕組みにより先に読み出した状態の符号の影響を受けずに続けて読出しを行える。

状態ユニット5が1を出力するごとに状態ユニット0のカウンタ値をデクリメントする。状態ユニット0の出力値が1になったとき, 符号の読出しが完了し遷移先の状態が決定する。このときの状態ユニット4の出力値が遷移先の状態番号であり, これを状態ユニッ

ト0の次の出力とすることで, 制御部の状態更新を行う。

(iii) スタック記号列の更新

テープ記号列とヘッドの位置を表す左右二つのスタックの符号列の更新は, 符号列 $\bar{\nu}$ と $\bar{\xi}$ から動作を読み出し, 対応する演算をスタック符号列に施すことで行う。

符号列 $\bar{\nu}$ を状態ユニット14の初期出力として, 符号列 $\bar{\xi}$ を状態ユニット17の初期出力としてあらかじめ設定する。符号列 $\bar{\nu}$ と符号列 $\bar{\xi}$ の小数第1位を, 状態ユニットの入出力関数にしきい値関数を用いた状態ユニット15, 16と18を用いてそれぞれ判定する。状態ユニット14の出力が0.3を超えたときには状態ユニット15, 16の出力が(0,1), 0.6を超えたときには(1,1)となるようしきい値を設定する。また, 状態ユニット17の出力が0.5を超えたとき状態ユニット18が1を出力するようしきい値を設定する。これらの判定結果と, 先にのべた読出し記号の組合せにより, 書換え操作を選択する。

符号の読出しは, 状態の符号の読出しと同様に左にシフトさせるごとに小数第1位を判定することで行える。 O_{14} と O_{17} を10倍しつつ, 1の位をそのつど消去するために, 状態ユニット15, 16から14へ向かう結合重みを-3, 状態ユニット18から17へ向かう結合重みを-5とする。そして制御部の状態の符号の更新と同時に状態ユニット8と11の出力の更新を行う。

時点表示の更新が終わったときに, 状態ユニット1の出力が再び \bar{q} となるよう, \bar{q} を状態ユニット1に向かう結合重みの値の一つとしてあらかじめ設定しておく。 $\bar{\nu}$ と $\bar{\xi}$ についても同様に設定しておく。

これらの三つの段階は他の段階と独立して行われる必要があるため, これを切り換えるためのスイッチとして状態ユニット6と7を用いる。状態ユニット6, 7が(0,1)であれば符号の位置の特定, (1,0)であれば符号列の読出し, (1,1)であれば更新を行う。(0,1)と(1,0)の際に機能する結合重みが(1,1)の際に同時に機能するのを抑制するには, 状態ユニット6, 7からの高次結合を用いて重みの効果を相殺すればよい。

以上により M' の各時点表示に対応する出力を順に

(注1): 読込み記号の特定法については, 状態ユニット9, 10, 12, 13に対して文献[10]の方法をそのまま用いることとする。スタックに対応する状態ユニット8と11の出力の小数第1位から, スタックの先頭記号を特定するために, 状態ユニット9と10, 12と13は, 先頭記号がZであれば出力が(0,0)に, Bなら(0,1)に, Aなら(1,1)となるよう各々のしきい値を設定しておく。

与える, 19 個の状態ユニットからなる RHON が構成できる。 □

証明の理解を容易にするために, シミュレータの構成例を付録に示す。

4. 入出力関数の統一法

前章の構成法の中で, 状態ユニット 0, 1, 3, 4, 8, 11, 14, 17 では線形入出力関数が用いられている。0, 3, 4 を除くユニットでは, 区間 $[0, 1]$ の定義域だけを用いているため区別線形関数でそのまま置き換えることが可能である。状態ユニット 0, 4 は, 状態を正の整数で表しており, その出力値は s を超えることはない。したがって, 出力に正の整数を用いず, $\chi = 10^{-(\lceil \log_{10} s \rceil + 1)}$ を単位としてその倍数によって状態を表し, 出力を $[0, 1]$ の範囲に抑えれば, 同様に区別線形関数で置き換えることができる。この際, 出力をデクリメントする代わりに, χ だけ減算するように重みを与える必要がある。状態ユニット 3 についても, これらの状態表現に合わせた符号化法をとればよい。

構成法の中で, 残りの状態ユニット 2, 5, 6, 7, 9, 10, 12, 13, 15, 16, 18 ではしきい値関数を用いている。前章の状態ユニット 2 を例に, 状態ユニットへの入力を実際に取り得る値の範囲を考慮してしきい値関数を区別線形関数に置き換える方法を考える。状態ユニット 2 は状態ユニット 1 の出力の小数第 1 位が 1 であるか否かを判定している。例えば, 入力が 0.0101011 であれば 1 を, 0.1101011 であれば 0 を出力することが求められる。区別線形関数でこれを実現するためには, 十分大きな結合重みを掛け合わせることで 0.0101011 と 0.1101011 の差が 1 を超えるように入力を拡大し, 更に入力が 0.0101011 の場合には 0 を出力するように区別線形関数の立上り点を調整すればよい。他の状態ユニットについても同様の考え方でしきい値関数を区別線形関数に置き換えることができる。

5. 状態可達問題の決定不能性

有理ニューラルネットワークはチューリング機械と等価な計算能力をもつ [7]。万能チューリング機械と等価な有理ニューラルネットワークを考えれば, それは同様に万能性を備えるといえる。本論文で示した一定サイズニューラルネットワークは, 任意のチューリング機械をシミュレーションできるという意味で再帰型ニューラルネットワークの万能性を別の観点より示し

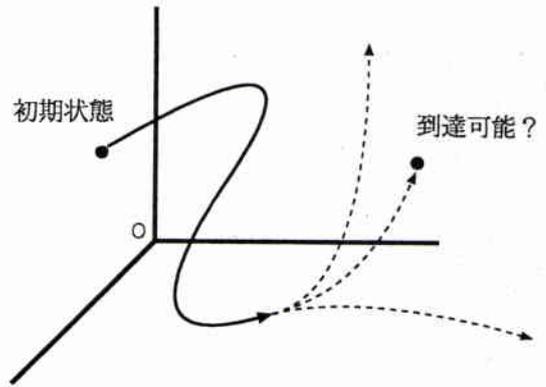


図 3 状態可達問題

Fig. 3 State reachability problem.

ている。本章では, これらの万能性から再帰型ニューラルネットワークの特性に関して得られる知見について議論する。

ニューラルネットワークの状態可達問題

再帰型ニューラルネットワークに関し, 以下のような状態可達問題 (図 3) を考える。

[問題 1] 状態可達問題

時刻 t における再帰型ニューラルネットワークの i ニューロンの出力を $O_i^{(t)}$ とする。任意の有理数 r が与えられたとき, $O_i^{(t)} = r$ となるような t は存在するか。

停止問題の決定不能性より, チューリング等価なニューラルネットワークの状態可達問題も決定不能となる。定理 1 から, 以下の系が得られる。

[系 1] ニューロン数 19 個の RHON に対し状態可達問題は決定不能である。

状態可達問題の決定不能性は, この問題から帰着可能な再帰型ニューラルネットワークに関する他の決定問題の決定不能性を含意する。一定サイズのシミュレータの存在は, 動作を解析可能な再帰型ニューラルネットワークのサイズについて, 一つの境界を示唆するものといえる。

6. むすび

本論文では, 19 個の状態ユニットからなる RHON により任意の決定性チューリング機械をシミュレーションできることを示した。これをもとに, サイズ 19 以上の RHON について状態可達問題が決定不能となることを示した。同期的状態更新を行う再帰型ニューラルネットワークは万能性をもつ反面, その動作を解析する際にあたっては小規模なネットワークに限っても原理的な困難を伴うといえる。

本論文の結果は、チューリング等価なニューラルネットワークのサイズに関する上限の一つであるが、これをより低く抑えるシミュレータの構成法について今後検討を続ける必要がある。シミュレータのサイズの下界に関する検討も必要だが、その際には構成的方法とは異なる手法が必要である。

提案した手法で、時点表示を1回更新する際のRHONの状態更新回数は M' の制御部の状態数によって変化したかだか $(3s+3)d_s$ となる。より少ない状態更新回数のシミュレータの構成も課題となる。

再帰型ニューラルネットワークの空間的資源の尺度としては、ニューロン数とともにニューロンや結合重みの精度を考慮することができる。本論文では、これらに十分な精度が確保されていることを前提としているが、今後ネットワークのサイズと合わせて上限を検討する必要がある。

文 献

- [1] A. Cleeremans, D. Servan-Schreiber, and J. McClelland, "Finite state automata and simple recurrent networks," *Neural Comput.*, vol.1, no.3, pp.372-381, 1989.
- [2] G. Sun, H. Chen, C. Giles, and Y. Lee, "Connectionist pushdown automata that learn context-free grammars," *Proc. IJCNN'90*, vol.1, pp.577-580, 1990.
- [3] C. Giles, C. Miller, D. Chen, H. Chen, G. Sun, and Y. Lee, "Learning and extracting finite state automata with second-order recurrent neural networks," *Neural Comput.*, vol.4, no.4, pp.393-405, 1992.
- [4] C.L.P. Chen, "Neural computation for planning AND/OR precedence-constraint robot assembly sequences," *Proc. IJCNN'90*, vol.1, pp.127-142, 1990.
- [5] J.E. Hopcroft and J.D. Ullman, オートマトン言語理論計算論 I, サイエンス社, 1984.
- [6] H.T. Siegelmann and E.D. Sontag, "On the computational power of neural nets," *J. Comput. Syst. Sci.*, vol.50, pp.132-150, 1995.
- [7] H.T. Siegelmann, *Neural networks & analog computation: Beyond the turing limit*, Birkhäuser, 1998, ISBN 3764339497.
- [8] 田中 賢, 熊沢逸夫, 小川英光, "再帰型高次結合ニューラルネットワークによる正規言語の学習," *信学論 (D-II)*, vol.J79-D-II, no.5, pp.899-907, May 1996.
- [9] 田中 賢, 長谷川大剛, "再帰型高次結合ニューラルネットワークの計算能力について," *信学論 (D-II)*, vol.J83-D-II, no.2, pp.703-710, Feb. 2000.
- [10] 田中 賢, 市川将隆, "RHONによるチューリング機械シミュレータの構成とその簡略化について," *信学論 (D-II)*, vol.J83-D-II, no.12, pp.2767-2776, Dec. 2000.
- [11] J. Moriya and T. Nishino, "Relationships between the computational capabilities of simple recurrent networks and finite automata," *IEICE Trans. Fundamentals*, vol.E84-A, no.5, pp.1184-1194, May 2001.

mentals, vol.E84-A, no.5, pp.1184-1194, May 2001.

付 録

RHONの構成例

再帰型高次結合ニューラルネットワークの動作を、以下のチューリング機械 M' のシミュレータを構成することで確認する。

$$M' = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{A, B\}, \{A, B, Z\}, \delta, q_0, Z, \{q_2\})$$

$$\delta(q_0, A) = (q_1, B, L) \quad \delta(q_0, B) = (q_1, A, R)$$

$$\delta(q_0, Z) = (q_1, Z, L) \quad \delta(q_1, A) = (q_2, A, L)$$

$$\delta(q_1, B) = (q_0, B, L) \quad \delta(q_1, Z) = (q_0, Z, L)$$

δ から求められた符号列は以下のようになる。

$$\tilde{q} = 0.010101100000$$

$$\tilde{v} = 0.030600000000$$

$$\tilde{\xi} = 0.000500000000 \quad (\text{A.1})$$

テープ上に与える入力記号列を BAA とすると、 $\tilde{\gamma}_l, \tilde{\gamma}_r$ は以下のようになる。

$$\tilde{\gamma}_l = 0.0 \quad \tilde{\gamma}_r = 0.366 \quad (\text{A.2})$$

このとき、 M' は以下のような動作で受理状態に到達する。

$$q_0 BAA \rightarrow Aq_1 AA \rightarrow q_2 AAA$$

M' の1ステップの動作に対応する状態ユニットの出力値の時間的推移と、結合重みを次ページ図A.1、図A.2に示す。図中、白丸は同様の結合重みを複数のユニットに向かって設定することを表す。煩雑さを避けるために、出力の変化に寄与する結合重みのみを示し、出力を一定値に保つための重みや、他の重みの効果を相殺するための重みは示していない。

(平成16年4月15日受付)



田中 賢 (正員)

平元早大・理工・電気卒。平3東工大・総合理工・システム科学修士課程了。平7東工大・理工・情報工学博士課程単位取得。平14新潟大学大工学部情報工学科講師。ニューラルネットワークの研究に従事。博士(情報科学)。情報処理学会会員。

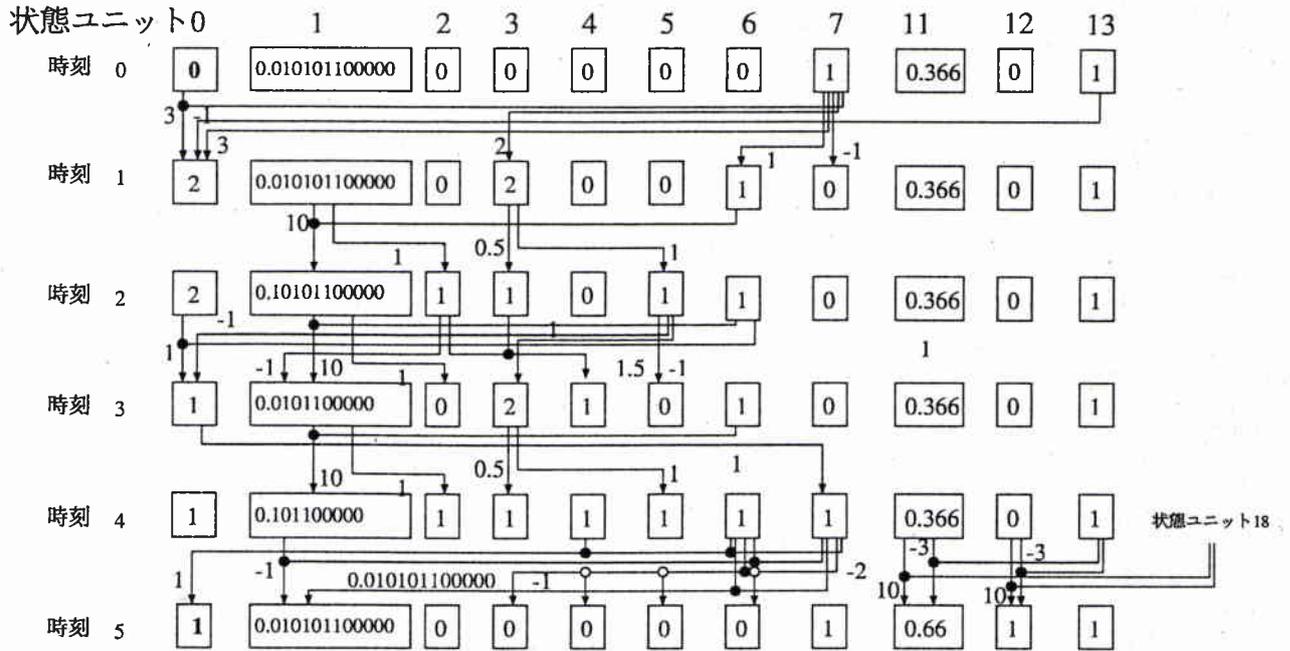


図 A.1 遷移先の読出し
Fig. A.1 Reading state transition table.

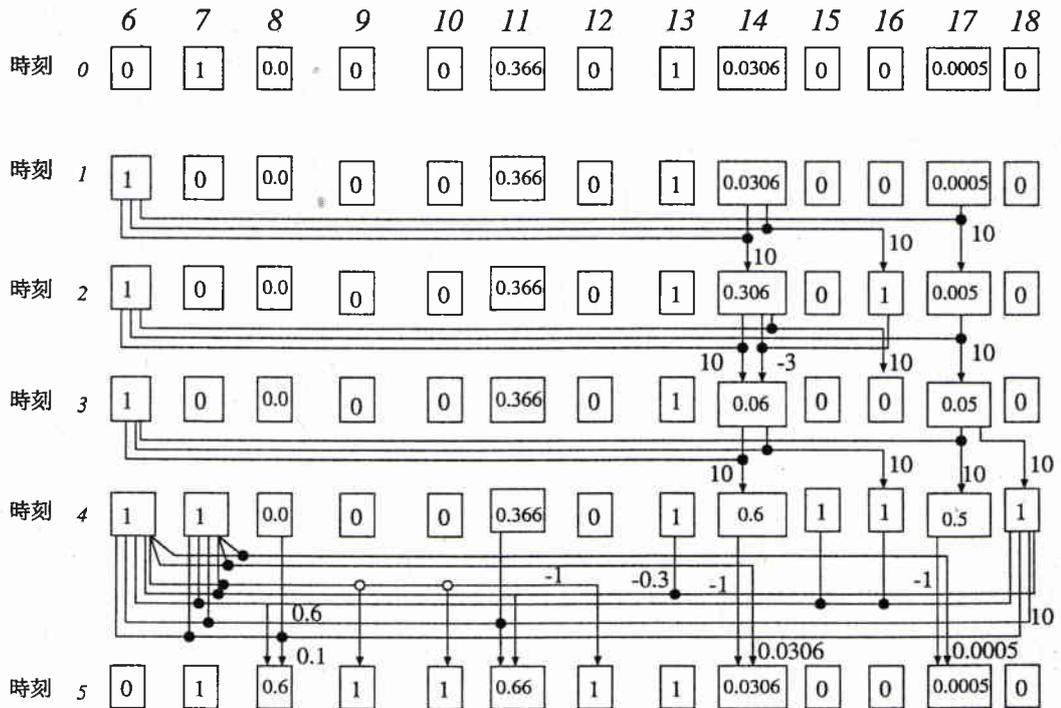


図 A.2 書換え記号とヘッドの移動方向の読出し
Fig. A.2 Reading rewrite symbol and moving direction.