

論文 軌道の動的応答を考慮した cyclic densification モデルに基づく バラスト道床沈下解析法

紅露一寛¹・佐藤江美²・阿部和久³

¹ 正会員 博士（工学） 新潟大学准教授 大学院自然科学研究科（〒 950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050 番地）
E-mail: kouro@eng.niigata-u.ac.jp

² 非会員 修士（工学） 新潟大学大学院自然科学研究科 博士前期課程（研究当時）

³ 正会員 工博 新潟大学教授 工学部建設学科（〒 950-2181 新潟市西区五十嵐二の町 8050 番地）
E-mail: abe@eng.niigata-u.ac.jp

バラスト道床沈下の発生・進展に影響を及ぼす軌道の動的応答を考慮するために、車輪・軌道系の連成振動解析と cyclic densification モデルを用いた道床沈下解析とを弱い連成条件下で実行する有限要素解析法を提案した。提案手法を用いて、コンクリートとバラストからなる軌道剛性急変箇所における道床沈下の発生・進展挙動について検討した。その結果、道床沈下解析の作用外力であるレール圧力は、道床の構造境界に最近接するまくらぎ位置で比較的大きく低減し、構造境界から離れるに従って増加しながら概ね一定値に近づく挙動を示すことがわかった。そのため、道床沈下量は構造境界近傍では他のまくらぎ位置よりも小さくなるが、構造境界からの距離が大きくなるにつれて沈下量も増大する。解析結果は 1/5 スケール模型による実験結果と概ね整合するものであることが確認できた。

Key Words : railway ballast, ballast settlement, cyclic densification model, FEM, wheel-track vibration

1. はじめに

列車の繰り返し走行に起因して発生するバラスト道床沈下量の定量予測に当たっては、できるだけ少ない計算負荷の下、できるだけ信頼性の高い沈下量予測値を得ることが強く望まれる。この要請に対しては、バラスト道床の繰り返し変形挙動を弾塑性連続体でモデル化することを前提に、バラスト道床への一度の载荷・除荷において生じる不可逆変形の総量を直接評価する cyclic densification モデルを用いた有限要素解析^{1),2),3)}を行なうことが有効である。

ただし、レール継目や軌道剛性急変箇所のように、軌道系の動的作用によってバラスト道床への作用力が変動し不同沈下が発生してしまう場合においては、軌道系の動的作用とバラストの変形状態を随時適切に評価しなければ、より現実的な道床沈下量の定量予測を行なうことができない。しかしながら、cyclic densification モデルを用いた解析法では、応力変動は時刻ではなく载荷・除荷サイクル数に関して考慮されるため、通常の弾塑性有限要素解析モデルのように、慣性力の影響を考慮した動的解析を実行するのは不可能である。そのため、軌道の動的作用を考慮した上で、cyclic densification モデルに基づく繰り返し道床沈下解析を行なうことは、今

日においても困難であり、未だ試みられていない。

そこで本研究では、バラスト道床の繰り返し変形挙動を cyclic densification モデルで表現する場合を対象に、軌道系の動的応答、特にバラスト道床沈下の発生源である作用外力を車輪・軌道系の連成振動解析によって評価し、その作用力評価値の最大値を作用外力として与えたバラスト道床繰り返し沈下解析を行なう軌道振動・道床沈下の（弱い意味での）連成解析手法の構成を試みる。軌道振動・道床沈下連成解析手法の詳細と解析アルゴリズムを示した上で、提案手法を用いて軌道剛性急変箇所の道床沈下解析を行ない、当該箇所での道床沈下の発生・進展挙動について考察する。

2. バラスト道床の繰り返し変形挙動を表現するための cyclic densification モデル

本研究では、道床の構成材料であるバラスト材を弾塑性連続体としてモデル化した上で、その繰り返し変形挙動を cyclic densification モデル¹⁾で表現する。

当該のモデルでは、载荷・除荷を一つのサイクルとした上で、サイクル数を制御変数としてその進展とともに生じる塑性変形を評価する。载荷・除荷単位サイクルあたりの応力やひずみの変化量を直接評価するこ

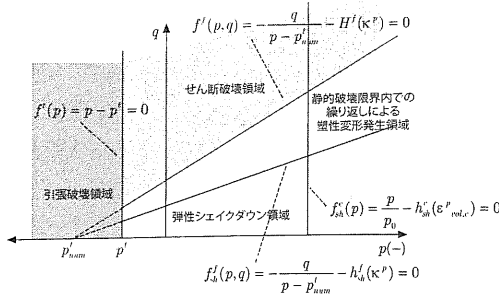


図-1 繰返し载荷過程の破壊面形状

とにより、高サイクル負荷下でのつり合い・変形状態を効率よく評価することが可能となる。この点は、応力履歴を追跡する制御パラメータ（時刻）の下で塑性変形を評価する一般的な弾塑性モデルと大きく異なる。

繰返し载荷過程においては、応力は繰返し回数 N についての履歴依存性を有するものとし、次式の垂弾性構成式で与える。

$$\frac{d\sigma_{ij}}{dN} = D_{ijkl} \left(\frac{d\varepsilon_{kl}}{dN} - \frac{d\varepsilon_{kl}^p}{dN} \right) \quad (1)$$

ここで、 D_{ijkl} は弾性定数テンソルであり、 $d\varepsilon_{kl}/dN$ は全ひずみ速度、 $d\varepsilon_{kl}^p/dN$ は塑性ひずみ速度である。

塑性ひずみの発現メカニズムは、摩擦すべり、体積収縮、引張破壊の3つを考えることとし、各々の破壊基準は図-1に示すような破壊基準面形状を有する関数で与える。以下にその詳細を示す。

まず、塑性ひずみ速度 $d\varepsilon_{kl}^p/dN$ は、次式の非関連流動則で与える。

$$\frac{d\varepsilon_{ij}^p}{dN} = \frac{d\kappa^p}{dN} m_{ij}^f + \frac{d\varepsilon_{vol,c}^p}{dN} m_{ij}^c + \frac{d\varepsilon_{vol,t}^p}{dN} m_{ij}^t \quad (2)$$

ここで、 $d\kappa^p/dN$ は摩擦滑り、 $d\varepsilon_{vol,c}^p/dN$ は体積圧縮、 $d\varepsilon_{vol,t}^p/dN$ は引張破壊に関する塑性乗数速度である。また、 m_{ij}^f 、 m_{ij}^c 、 m_{ij}^t はそれぞれ摩擦滑り、体積圧縮、引張破壊に関する流動方向規定テンソルであり、次式に示す。

$$m_{ij}^f = \frac{\partial g^f(q, p, \kappa_0^p)}{\partial \sigma_{ij}} \quad (3)$$

$$m_{ij}^c = \frac{\partial g^c(p, \varepsilon_{vol,c,0}^p)}{\partial \sigma_{ij}}, m_{ij}^t = \frac{\partial g^t(p)}{\partial \sigma_{ij}}$$

なお、塑性ポテンシャル g^f 、 g^c 、 g^t は、次式で与える。

$$g^f = g^f(q, p, \kappa^p) = q + p \cdot d^f(\kappa^p)$$

$$g^c = g^c(p, \varepsilon_{vol,c}^p) = -p + p_0 \cdot h^c(\varepsilon_{vol,c}^p) \quad (4)$$

$$g^t = g^t(p) = p - p^t$$

$$d^f(\kappa^p) = d_0 + (d_m - d_0)[1 - \exp\{-\eta^f(\kappa^p - \kappa_0^p)\}] \quad (5)$$

$$h^c(\varepsilon_{vol,c}^p) = 1 + \eta^c(\varepsilon_{vol,c}^p - \varepsilon_{vol,c,0}^p)$$

また、 $p = \sigma_{mm}/3$ は平均応力、 $s_{ij} = \sigma_{ij} - p\delta_{ij}$ は偏差応力であり、 $q = \sqrt{(3/2)s_{ij}s_{ij}}$ は相当応力である。

摩擦滑りと体積圧縮に関する塑性乗数の発現速度は、超過応力量に基づき次式で与えるものとする。

$$\frac{d\kappa^p}{dN} = \alpha^f \left\langle -\frac{q}{p - p_{num}^t} - h_{sh}^f(\kappa^p) \right\rangle^{\gamma^f}$$

$$\frac{d\varepsilon_{vol,c}^p}{dN} = \alpha^c \left\langle \frac{p}{p_0} - h_{sh}^c(\varepsilon_{vol,c}^p) \right\rangle^{\gamma^c} \quad (6)$$

ここで、 α^f 、 α^c 、 γ^f 、 γ^c は材料定数、 $\langle \cdot \rangle$ は Macaulay bracket である。また、材料関数 h_{sh}^f 、 h_{sh}^c は次式で与える。

$$h_{sh}^f(\kappa^p) = h_0 + (h_m - h_0) \cdot \{1 - \exp(-\eta^f \cdot (\kappa^p - \kappa_0^p))\} \quad (7)$$

$$h_{sh}^c(\varepsilon_{vol,c}^p) = 1 + \eta^c(\varepsilon_{vol,c}^p - \varepsilon_{vol,c,0}^p)$$

ただし、 h_0 、 h_m は材料定数である。なお、引張破壊に関する塑性ひずみ速度（増分）は、当該メカニズムに関する降伏条件 $f^t = p - p^t = 0$ を満たすように定められる。

本研究においては、バラスト道床沈下量を上述の弾塑性構成モデルを用いて評価するが、沈下量解析自体では慣性力の影響を考慮できないため、準静的条件下におけるつり合い問題を有限要素法によって離散化して解く。バラスト道床沈下の促進に寄与すると考えられる軌道の動的作用の影響は、バラスト道床に作用する作用力を評価する際に、車輪・軌道系の連成振動解析を行なうことで考慮する。

道床沈下解析においては、仮想仕事式をサイクル数 N を制御パラメータとし、刻み幅 ΔN に設定して離散化した後、応力積分を後退 Euler 法により処理することとする。その際、式中に含まれる応力を線形化して得られる次式を、有限要素法で離散化して繰返し解く。

$$\int_{\Omega} C_{ijkl(N+\Delta N)}^{ep(m)} d\varepsilon_{kl(N+\Delta N)}^{(m)} \delta \varepsilon_{ij} d\Omega$$

$$= \int_{\Omega} b_{i(N+\Delta N)}^{(cyc)} \delta u_i d\Omega + \int_{\Gamma_t} t_{i(N+\Delta N)}^{(cyc)} \delta u_i d\Gamma_t \quad (8)$$

$$- \int_{\Omega} \sigma_{ij(N+\Delta N)}^{(m)} \delta \varepsilon_{ij} d\Omega$$

ここで、 $b_i^{(cyc)}$ 、 $t_i^{(cyc)}$ はそれぞれ1回の载荷・除荷サイクルにおける体積力、表面力の最大値であり、 δu_i 、 $\delta \varepsilon_{ij}$ はそれぞれ仮想変位、仮想ひずみである。また、 Ω は領域、 Γ_t は表面力規定境界であり、部分境界 Γ_u では変位は $u_i = \bar{u}_i(N+\Delta N)$ で既知であるものとする。式(8)中の接線弾塑性係数 $C_{ijkl(N+\Delta N)}^{ep(m)}$ は、コンシステント接線係数で与えるものとする^{1),2)}。

なお、当該のモデルでは、バラスト道床沈下量は载荷・除荷の繰返し最大荷重値を作用外力として与え

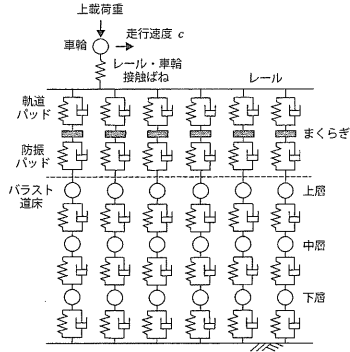


図-2 軌道振動解析モデル

て解析することになるため、この繰り返し最大荷重が作用する場合の釣り合い状態を、当該モデルによる有限要素解析に先立って作り出しておく必要がある。本研究では、無荷重状態または自重のみが作用する状態から繰り返し最大荷重が作用するまでのバラスト材の弾塑性応答を表現するモデルを単調載荷モデルと呼ぶ。単調載荷モデルでは、Drucker-Pragerモデルと引張破壊と体積圧縮破壊を表現する2平面のキャップからなる、多曲面の古典的弾塑性モデルを採用する。構成モデルの詳細は、文献¹⁾を参照されたい。

3. 軌道系の動的応答を評価するための軌道振動解析モデル

本研究では、バラスト道床沈下の発生源である、バラスト道床への作用外力の評価において軌道の動的応答を考慮することを考える。具体的には、動的な作用を考慮した上でレール圧力を評価し、それを作用外力としてバラスト道床沈下解析を行なう。そこで以下では、レール圧力を評価するために用いる車輪・軌道系の連成振動解析手法について説明する。

本研究では、著者らが既往の研究で用いた、有限要素モデルとバネ・質点系モデルを併用した連成振動解析手法⁴⁾を用いる。まず、車両の動的応答は、車輪を質点でモデル化し、車両重量は静的な上乗荷重として考慮することでモデル化する。車両の走行は、この質点と上乗荷重とが一体となって一定速度 c で移動することで表現する。このとき、車輪の運動方程式は次式で与えられる。

$$m_{b,i}\ddot{u}_{b,i} = P_{b,i} - P_{c,i} + m_{b,i}g \quad (9)$$

ここで、 g は重力加速度、 $m_{b,i}$ は i 番目の車輪の質量、 $u_{b,i}$ はその鉛直変位である。 $P_{b,i}$ は i 番車輪の上乗荷重、 $P_{c,i}$ は i 番目の車輪とレールとの接触力であり、

$$P_{c,i} = k_c(u_{b,i} - u_{c,i}) \quad (10)$$

で与える。なお、 k_c は接触ばね定数、 $u_{c,i}$ は接触点でのレール変位である。

レールは、Euler ばりでモデル化し、有限要素法 (FEM) で離散化する。なお、文献⁴⁾で示した解析法では、解析対象がレール継目部の衝撃応答であることもあり、レールは 2,000Hz までの高周波応答の再現性能に優れた Timoshenko ばりでモデル化している。しかし、今回の解析ではレール応答自体ではなくレール・まくらぎ間作用力であるレール圧力を動的解析により評価することから、Euler ばりでモデル化することとした。このとき、レールの運動方程式の弱形式は、Hamilton の原理から次式のようになる。

$$\begin{aligned} & \int_0^L EI \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \delta u}{\partial x^2} dx + \int_0^L \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \delta u dx \\ & = \sum_{j=1}^n \delta u(x_j + ct) P_{c,j}(t) - \sum_{j=1}^{n_s} \delta u(a_j) F_{rp,j}(t) \end{aligned} \quad (11)$$

ここで、 u , δu はそれぞれレールたわみとその仮想たわみ、 EI は曲げ剛性、 ρ は質量密度、 A は断面積であり、 t は時間変数である。また、 n は車輪の総数であり、 n_s はまくらぎの総数、 $F_{rp,j}$ は $x = a_j$ なる位置におかれた j 番まくらぎにおける反力であり、レール圧力のことを指す。レール圧力 $F_{rp,j}$ は次式で与えられる。

$$F_{rp,j} = k_{rp,j}(u_{s,j} - u_{slp,j}) + \eta_{rp,j}(\dot{u}_{s,j} - \dot{u}_{slp,j}) \quad (12)$$

なお、 $u_{s,j}$ は j 番まくらぎ位置でのレール変位、 $u_{slp,j}$ は質点でモデル化した j 番まくらぎの鉛直変位であり、 $k_{rp,j}$, $\eta_{rp,j}$ はそれぞれレール・まくらぎ間に挿入される軌道パッドのばね定数と減衰係数である。

質点でモデル化した j 番まくらぎの運動方程式は、次式で与えられる。

$$m_{slp,j}\ddot{u}_{slp,j} = F_{rp,j} - F_{vip,j} + m_{slp,j}g \quad (13)$$

ここで、 $m_{slp,j}$ は j 番まくらぎの鉛直方向変位、 $F_{vip,j}$ は j 番まくらぎ下に配置した防振パッドの作用力であり、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} F_{vip,j} &= k_{vip,j}(u_{slp,j} - u_{b(1),j} - \tilde{u}_{b,j}) \\ &+ \eta_{vip,j}(\dot{u}_{slp,j} - \dot{u}_{b(1),j}) \end{aligned} \quad (14)$$

ここで、 $k_{vip,j}$, $\eta_{vip,j}$ はそれぞれ防振パッドのばね定数、減衰係数であり、 $\tilde{u}_{b,j}$ は道床上面の沈下量である。また、本研究ではバラスト道床の動的応答を3個（上層・中層・下層）の集中質量によりモデル化することとし、 $u_{b(1),j}$ を上層バラストの鉛直変位で与える。

上層・中層・下層バラスト（質点）の運動方程式は、次式で与えられる。

$$m_{b(k),j}\ddot{u}_{b(k),j} = F_{b(k-1),j} + m_{b(k),j}g - F_{b(k),j} \quad (15)$$

なお、 $k = 1, 2, 3$ とする。 $m_{b(1),j}$, $m_{b(2),j}$, $m_{b(3),j}$ はそれぞれ、 j 番まくらぎ下の上層・中層・下層バラスト

(質点)の質量であり、 $u_{b(1),j}$, $u_{b(2),j}$, $u_{b(3),j}$ はそれらの鉛直変位である。また、 $F_{b(0),j} = F_{vip,j}$ とし、質点間の相互作用力 $F_{b(1),j}$, $F_{b(2),j}$, $F_{b(3),j}$ は次式で与える。

$$F_{b(1),j} = k_{b(1),j}(u_{b(1),j} - u_{b(2),j}) + \eta_{b(1),j}(\dot{u}_{b(1),j} - \dot{u}_{b(2),j}) \quad (16)$$

$$F_{b(2),j} = k_{b(2),j}(u_{b(2),j} - u_{b(3),j}) + \eta_{b(2),j}(\dot{u}_{b(2),j} - \dot{u}_{b(3),j}) \quad (17)$$

$$F_{b(3),j} = k_{b(3),j}u_{b(3),j} + \eta_{b(3),j}\dot{u}_{b(3),j} \quad (18)$$

ここで、 $k_{b(k),j}$, $\eta_{b(k),j}$ は、それぞれ当該の作用力を表現するための Voigt ユニットのばね定数、減衰係数である。

式 (9), (10), (12)-(18), および式 (11) を有限要素法で離散化して得られた式に対し、文献⁵⁾の無条件安定な陰的・直接時間積分法を適用し、得られた連立一次方程式を各時刻 $t_{\alpha+1} = (\alpha + 1)\Delta t$ ($\alpha = 0, 1, \dots$) で逐次解くことにより、車輪・軌道系の非定常な振動応答を評価することができる。

4. 軌道振動解析と道床沈下解析との連成解析法の構成

本研究では、レール圧力（レール・まくらぎ間作用力）を cyclic densification モデルを用いた道床沈下有限要素解析の作用外力として考えた上で、その最大作用力を車輪・軌道系の連成振動解析結果により評価することにより、道床沈下の発生・進展に及ぼす車輪・軌道系の連成振動応答の影響を考慮した、効率的なバラスト道床の繰返し弾塑性有限要素解析法を提案する。以下に、その詳細な解析アルゴリズムを示す。

(Step 1) まず、まくらぎとバラストからなる道床沈下解析モデルを作成し、まくらぎ・バラストの自重の作用による（単調载荷条件下での）有限要素解析を行ない、この状態を道床の初期形状とする。すなわち、道床沈下量を 0 に初期化する。

(Step 2) 次に、0 または所定の道床沈下量を与えた上で、車輪・軌道系の連成振動解析を行なう。解析結果より、レール圧力の最大値を抽出し、道床沈下解析における作用表面力の最大値 t_i^{cyc} として与える。

(Step 3) Step 2 で求めた最大レール圧力が作用した状態でのバラスト道床のつり合い解を求めるために、自重作用時を出発点として各まくらぎ上面での作用表面力 t_i^{cyc} が 0 から所定値（最大レール圧力値）となるまで、単調载荷条件下でバラスト道床を対象とした弾塑性有限要素解析を荷重制御により行なう。

(Step 4) 各まくらぎ上面での最大レール圧力を作用させた条件下で、cyclic densification モデルを用い、バラスト道床の繰返し沈下解析を所定の载荷・除荷サイクル数に到達するまで行なう。解析は荷重制御により、サイクル数 N の刻み幅は ΔN に設定して行なう。

(Step 5) 所定のサイクル数に到達したら、まくらぎ上面に作用させるレール圧力を最大値から 0 になるまで、バラスト材の単調载荷モデルを用いて、単調除荷条件下でバラスト道床弾塑性有限要素解析を実行する。解析結果から、レール圧力の除荷が終了した時点における、各まくらぎ上面の鉛直方向残留変位を道床沈下量として抽出する。

(Step 6) Step 5 で得られた道床沈下量の下で、Step 2 に戻って軌道振動解析を実行する。

なお、解析手法を構成するに当たり、最大レール圧力作用下でのバラスト道床のつりあい状態は、自重のみ作用した状態を出発点として準静的条件下で釣り合い式を解くことで評価できるものと仮定している。また、前節までに示したバラスト道床沈下解析モデルにおいては、ひずみ軟化を考慮していないことから、最大レール圧力作用時から自重のみ作用時までの単調除荷条件下では、塑性変形は生じることなく弾性変形のみが発現することは明らかである。

5. 軌道剛性急変箇所における道床沈下解析

(1) 解析条件

本節では、前節までに示した連成解析法を用いて、軌道剛性が急変する箇所近傍を対象とした道床沈下・弾塑性有限要素解析を試みる。今回は、車輪（車両）の進行方向に対して軌道上手側はコンクリート、下手側はバラスト道床が敷設されている場合を考える。

軌道振動解析においては、今回は軌道剛性急変箇所の道床沈下解析手法の構成に主眼をおいていることもあり、具体的な軌道構造を精緻にモデル化するものとはなっていない。ただし、前節図-2 に示した解析モデルを勘案すると、概ねコンクリート道床への直結軌道（弾性材あり）とみなせる解析モデルでのシミュレーションを試みる。レールは 50N レールを解析対象とし、レールの自重は無視し頭頂面の凹凸はないものとする。レールは 0.6m 間隔で 21 箇所 PC まくらぎが配置され、その下部にコンクリート道床またはバラスト道床が敷設されているものとする。今回の解析では、レール左端から 3.9m(レール締結位置 7 箇所分) までの範囲をコンクリート、それよりも軌道下手側の範囲はバラスト領域とする。車輪の走行速度は低速時 (10m/s) と高速時 (36m/s) の 2 ケースを考える。

表-1 軌道上部・車輪の物性値（軌道振動解析）

(a) レール	
弾性係数 (GPa)	206
ポアソン比	0.3
質量密度 (kg/m ³)	7880
断面積 (m ²)	64.05 × 10 ⁻⁴
断面二次モーメント (m ⁴)	1960 × 10 ⁻⁸
(b) まくらぎ	
質量 (kg)	100
まくらぎ幅 (m)	0.24
まくらぎ間隔 (m)	0.6
まくらぎ本数 (本)	21
(c) 車輪	
質量 (kg)	350
上載荷重 (N)	65,170
(d) その他	
レール・車輪接触ばね定数 (MN/m)	2000
軌道パッド ばね定数 (MN/m)	47.3
減衰係数 (kNsec/m)	65.3
防振パッド ばね定数 (MN/m)	133.3
減衰係数 (kNsec/m)	65.3

レール、車輪、まくらぎ、車輪、およびレール・車輪接触ばね、軌道パッド・防振パッドの各種物性値は表-1に示す通りである。なお、実際の軌道では、バラスト軌道とコンクリート直結軌道とでは、軌道パッドと防振パッドはともに異なるばね定数のものを使用するのが一般的であるが、今回は解析条件の単純化を図る目的で、表-1(d)のように直結部・バラスト部で同一値を与えることとした。また、バラスト道床およびコンクリート部の各種物性値は表-2に示す通りである。バラスト部、コンクリート部ともに文献⁴⁾で示したように、荷重の主たる伝達領域（鉛直方向に変断面の領域）を3層に分け、それぞれに質量とばね定数を計算して与えることとした。

一方、バラスト道床沈下解析は、文献²⁾での検討結果を参考に、図-3に示すようにコンクリート、まくらぎ、バラスト道床からなる平面ひずみ領域を対象に行なった。そのため、道床沈下解析において作用外力として与える各まくらぎの最大レール圧力は、前述の軌道振動解析におけるレール左端から3.9m離れた7本目から11本目のまくらぎまでの各位置において抽出することとなる。道床沈下解析においては、各まくらぎ上面の表面力は等分布を仮定し、その合力は最大レール圧力を単位奥行長さあたりの大きさに換算した上で与えている。また、コンクリートとまくらぎは線形弾性体でモデル化し、物性値は文献⁶⁾を参考に、表-3のように与えた。なお、バラスト材の弾塑性挙動は前述の cyclic

表-2 バラスト道床・コンクリートの物性値（軌道振動解析）

(a) バラスト道床		
上層-中層	ばね定数 (MN/m)	211
	減衰係数 (kNsec/m)	980
	質量 (kg)	24.3
中層-下層	ばね定数 (MN/m)	211
	減衰係数 (kNsec/m)	980
	質量 (kg)	24.3
下層-基礎	ばね定数 (MN/m)	322
	減衰係数 (kNsec/m)	980
	質量 (kg)	58.1
(b) コンクリート		
上層-中層	ばね定数 (GN/m)	182
	減衰係数 (kNsec/m)	980
	質量 (kg)	50.7
中層-下層	ばね定数 (GN/m)	215
	減衰係数 (kNsec/m)	980
	質量 (kg)	69.3
下層-基礎	ばね定数 (GN/m)	193
	減衰係数 (kNsec/m)	980
	質量 (kg)	121.4

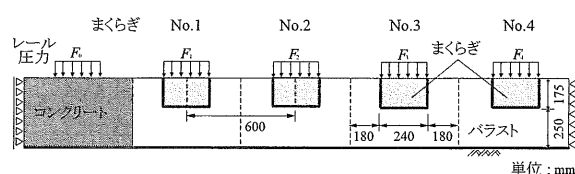
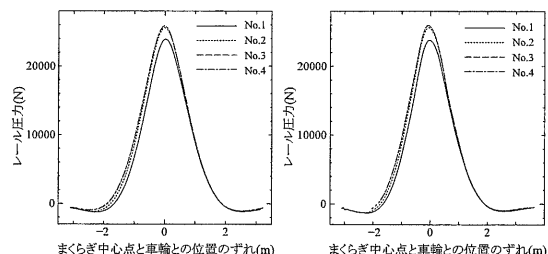


図-3 道床沈下解析における解析領域と境界条件



(a) 低速走行 (10m/s). (b) 高速走行 (36m/s).

図-4 各まくらぎのレール圧力 (N=51 サイクル).

densification モデルで表現するものとし、材料パラメータは、表-3に示す通りに設定した。

(2) レール圧力に及ぼす道床沈下の進展の影響

まず、道床沈下の発生・進展に大きな影響を及ぼすレール圧力の大きさとその空間分布に対する道床沈下の影響について検討する。まず、まくらぎ中心点と車輪との水平位置のずれとレール圧力の関係を図-4に示す。また、各レール締結位置（まくらぎ位置）での最大レール圧力値を表-4に示す。なお、まくらぎは軌道上手側から順に No1, No2, No3, No4 としている。図-4、

表-3 道床沈下解析における材料物性値

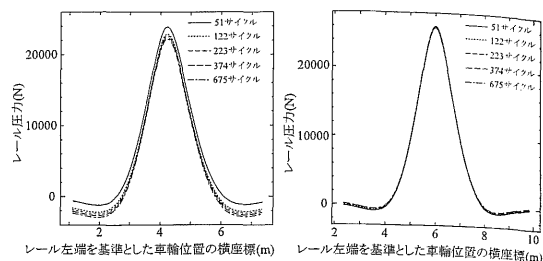
バラスト			
K_{ref}	110 MPa	η^f	120
n^e	0.35	η^c	200
p_{ref}	-100 kPa	ζ^f	80
p_{num}^t	10 kPa	ζ^c	240
ν	0.09	p_0	-20 kPa
α^f	1.0×10^{-5}	$p_0^{(init)}$	-25 kPa
α^c	0.2×10^{-5}	H_0	1.0
γ^f	2.5	H_m	2.08
γ^c	2.0	$d_0 (= d_m)$	-0.50
ρ	$1.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$	$d_0^{(init)}$	0.20
h_0	0.70	$d_m^{(init)}$	1.10
h_m	2.08		
まくらぎ・コンクリート			
E	78 GPa	ν	0.17
ρ	$2.677 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$		

表-4 載荷・除荷 51 サイクル終了後に行なった軌道振動解析で得られた各レール締結位置での最大レール圧力値.

レール締結位置	最大レール圧力 (N)	
	$c = 10(\text{m/s})$	$c = 36(\text{m/s})$
コンクリート部	30,129	29,701
まくらぎ No.1	23,890	23,829
No.2	25,550	25,639
No.3	25,817	25,962
No.4	25,824	25,976

表-4 より、今回のようにレール凹凸を考えない条件では、レール圧力はコンクリート部の方がバラスト道床部よりも2割ほど大きくなっており、車輪がコンクリートとバラスト道床の境界を通過した後、最初のまくらぎ位置（まくらぎ No.1）においてコンクリート部のレール圧力の75%程度まで低減する。その後、構造境界から車輪が離れるにつれてレール圧力が回復し、徐々に一定の値に近づいていく。まくらぎ No.1 と No.4 とでレール圧力値を比較すると、ピーク値で8%程度の違いが認められる。また、走行速度を変化させても各まくらぎ位置に作用するレール圧力の大きさは最大でも1%未満の変化にとどまっている。このことから、レール凹凸がなく、ここで想定したパラメータの範囲においては、道床沈下量の発現・進展を左右するレール圧力への影響は、車輪の走行速度よりも道床の支持剛性の方が大きいことがわかる。

次に、レール圧力値に及ぼす道床沈下量の影響を検討するために、本解析法において車輪・軌道系の連成振動解析を行なった載荷・除荷サイクル（51, 122, 223, 374, 675 サイクル）におけるまくらぎ No.1 と No.4 の



(a) No.1 まくらぎ位置. (b) No.4 まくらぎ位置.

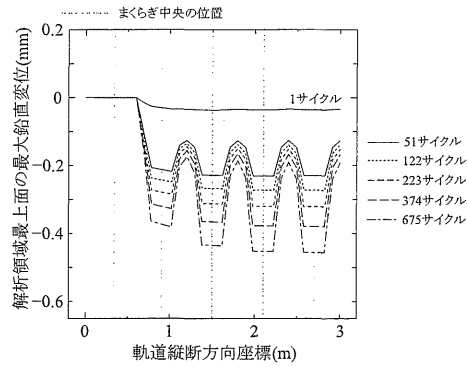
図-5 載荷・除荷サイクル数の進展によるレール圧力の変化（低速時（10m/s））

位置でのレール圧力値の推移を図-5に示す。なお、走行速度は10(m/s)に設定し、図の横軸はレール左端点を原点とした車輪位置の横座標を示している。解析結果より、まくらぎ No.1 の地点でのレール圧力が道床の不同沈下の影響を受け、沈下の進展とともに徐々に低下するのに対し、まくらぎ No.4 の地点では道床沈下が進展してもレール圧力値はほとんど変化しない。これは、道床部の構造境界から離れた地点ではレール圧力値が概ね一定となり、その力の作用により生じる道床沈下量も概ね一定となるためである。

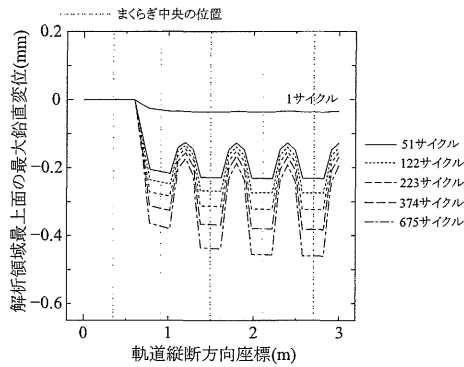
(3) 道床沈下量の進展挙動

次に、道床の構造境界近傍における道床沈下量の発現・進展について検討する。図-6は、低速および高速走行時のまくらぎ・道床の上面での最大鉛直変位（上向きを正）を、軌道振動解析を行なった載荷・除荷サイクルで評価した結果を示したものである。

まくらぎ・道床上面の形状を見ると、図示したのが最大鉛直変位であることもあって、バラスト道床全体にわたり体積収縮の結果として下方に変位し、まくらぎ直下ではまくらぎとまくらぎの間のバラスト上面よりも大きく変位していることがわかる。なお、鉛直最大変位は、道床の構造境界部から離れるにつれて次第に大きくなり、ある程度離れたところで概ね一定値を示す傾向を示している。今回の解析では、軌道振動解析においてまくらぎの浮きが考慮されていないため、1/5スケール模型の実験⁷⁾とはモデル化する上での条件が完全に整合するものとはなっていない。しかし、文献⁷⁾で示されている、軌道剛性急変箇所において移動荷重が作用した際のバラスト道床沈下量の縦断方向分布は、浮きまくらぎを考慮しなかった今回の解析で得られた、まくらぎ位置での最大鉛直変位の縦断方向分布と概ね同様の変化傾向を示している。ただし、文献⁷⁾では、20万回載荷によりまくらぎの浮きが観測されていることから、道床沈下量の縦断方向分布は、浮きまくらぎの存在によって繰り返し載荷中に変化していることが予想される。そのため、今後は浮きまくらぎの影響を考慮



(a) 低速走行 (10m/s) 時.



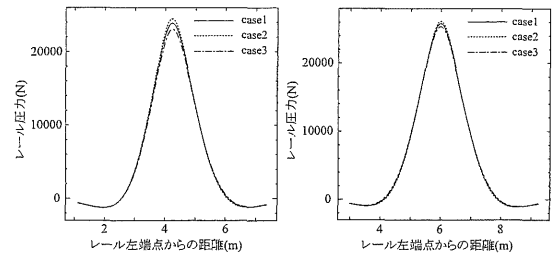
(b) 高速走行 (36m/s) 時.

図-6 解析領域の最上面における最大鉛直変位.
した解析に取り組むたい.

なお、作用外力であるレール圧力が大きく低減する構造境界最近傍のまくらぎは、下方変位が他の箇所と比べて小さく、まくらぎ上面が時計回りに回転する運動となる結果を得た。しかし、実際の軌道では、まくらぎとバラストとの間には引張抵抗がほとんど存在しないため、まくらぎは回転することなくレールに締結された状態で浮き上がることとなり、当該の解析結果は実現象とは整合しないものとする。この原因は、道床沈下解析における外荷重をまくらぎ上面に作用させ、まくらぎとバラストからなる解析領域を設定したことに起因すると思われる。そのため、まくらぎの浮きを考慮した解析を行なうためには、道床沈下解析の解析領域形状と外荷重の設定方法についても、その影響を詳細に検討することが求められる。

(4) 道床沈下の進展に及ぼすバラスト剛性の影響

文献^{8),9)}では、バラストの割線弾性率は道床沈下の初期段階では低く、沈下が進展すると徐々に高くなるということが指摘されている。そのため、バラスト道床の充填状態が道床沈下の発生・進展に及ぼす影響を検討するために、本解析法を構成する2つの数値解析法のうち、車輪・軌道系の連成振動解析において用いるバラスト道床の集中質量と質点間を連結する Voigt ユニットのばね定数を増加、または減少させた解析を行なう。その結果得られたレール圧力値を用いて道床沈下解析を行



(a) No.1 まくらぎ位置. (b) No.4 まくらぎ位置.

図-7 低速時 (10m/s) のレール圧力に及ぼすバラスト剛性の影響 ($N = 51$ サイクル)

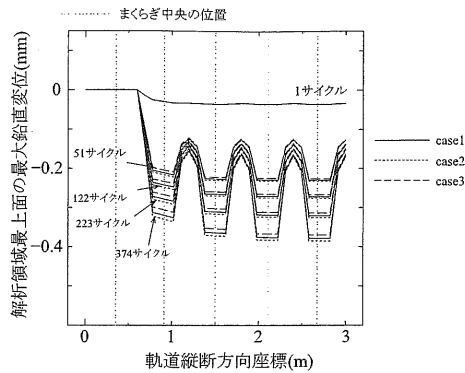
ない、バラスト剛性が道床沈下挙動に及ぼす影響を検討する。なお、解析においては、表-2(a)に示したバラスト道床部の3つの質点質量およびばね定数の値 (case 1) からそれぞれ2割増加 (case 2)、または減少 (case 3) させた値を用いた。

まず、case 1~case 3のそれぞれの場合におけるNo.1, No.4のまくらぎ位置でのレール圧力の変動を図-7 (低速走行 (10m/s) 時) に示す。レール圧力の最大値は、低速の場合の方がバラスト剛性の変化の影響を受けやすくなり、バラスト粒子の密な充填を模擬した case2 は、case1 の場合よりも最大値が増加し、case 3 の場合は減少する。しかし、その変化量は低速の場合でも5%以下となっており、高速の場合はほとんど変化しなかった。

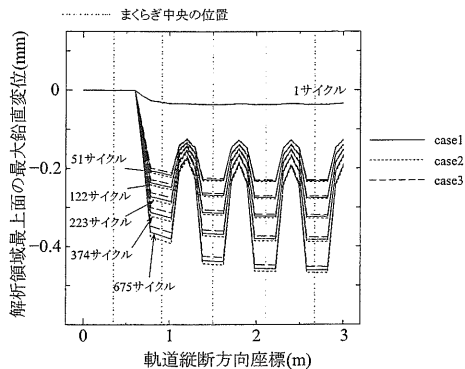
最後に、3つの解析例を対象に、軌道振動解析で得られたレール圧力を用いて道床沈下解析を繰り返し行なった際のまくらぎ・道床最上面での最大鉛直変位の推移を図-8に示す。解析結果では、道床沈下の発生・進展に関する作用外力であるレール圧力が大きいほど上面の最大変位は増加し、低下すると最大鉛直変位も減少している。しかし、バラスト充填の疎密の変化を模擬した case2, case3 のいずれにおいても、今回の解析で設定した荷重繰り返しサイクル数までの段階では、バラスト部の物性値を変化させてもまくらぎ・道床上面の最大変位の変化は非常に小さい。なお、今回の検討では、バラスト材の弾性挙動が静水圧応力 (平均応力) 依存性を有していることから、解析条件の単純化を図る目的で、バラスト剛性の変化は軌道振動解析においてのみ考慮することとして解析を行なった。そのため、道床沈下解析においてもバラスト剛性の変化を考慮した解析については、今後の検討課題としたい。

6. おわりに

本研究では、列車の繰り返し走行によって生じる道床沈下量を比較的小さな計算負荷で解析・評価できる cyclic densification モデルを用いた弾塑性有限要素解析において、道床沈下の発生・進展に小さくない影響を及ぼす軌道の動的応答の影響を考慮するために、車輪・



(a) 低速走行 (10m/s) 時.



(b) 高速走行 (36m/s) 時.

図-8 解析領域の最上面における鉛直変位に及ぼすバラスト剛性の影響

軌道系の連成振動解析と cyclic densification モデルに基づく繰り返し弾塑性有限要素解析とを弱い連成条件下で実行する解析法を提案した。提案手法を用いて、コンクリートとバラストからなる道床の構造境界部における道床沈下の発生・進展挙動について考察した。解析結果から、道床沈下解析の作用外力であるレール圧力は、道床の構造境界に最近接するまくらぎ位置で比較的大きく低減し、構造境界から離れるに従って概ね一定値に落ち着く挙動を示すことがわかった。そのため、道床沈下量は構造境界近傍では他のまくらぎ位置よりも小さくなる。また、構造境界最近接まくらぎは、バラストの不可逆変形の発生により車輪進行方向側に転がり出るように剛体的に運動することがわかった。

さらに、道床沈下の発生・進展に及ぼすバラスト剛性の影響を検討するために、軌道振動解析におけるバラスト道床部の物性値を変化させて提案法により道床沈下解析を行なった。その結果、バラスト剛性が大きくなると、レール圧力が上昇するために道床沈下の進展が早くなるものの、剛性の変化に対して道床沈下量の変動はさほど大きくないことがわかった。

なお、今回の解析では、道床沈下の発生によるまくらぎの浮きが軌道振動解析において考慮されていない。そのため今後は、まくらぎの浮きを考慮した場合の検討を行なう必要がある。また、レール継目部などレール圧力に衝撃応答が混入する場合における道床の繰り返し沈下解析についても、今後の検討課題としたい。

参考文献

- 1) Suiker, A. S. J. & de Borst, R.: A numerical model for the cyclic deterioration of railway tracks. *Int. J. Numer. Meth. Engrg.*, Vol.57, pp.441-470, 2003.
- 2) 佐藤江美, 紅露一寛, 阿部和久: Cyclic densification モデルを用いた有限要素法に基づくバラスト道床沈下解析法の適用可能性に関する検討。土木学会鉄道工学シンポジウム論文集, Vol.17, pp.143-150, 2013.
- 3) François, S., Karg, C., Haegeman, Degrande, G.: A numerical model for foundation settlements due to deformation accumulation in granular soils under repeated small amplitude dynamic loading. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, Vol.34, pp.273-296, 2010.
- 4) 紅露一寛, 阿部和久, 石田 誠, 鈴木貴洋: レール継目部の衝撃応答解析における道床・路盤部のモデル化の影響。土木学会応用力学論文集, Vol.7, pp.1313-1323, 2004.
- 5) 阿部和久: 積分方程式に基づく時間積分法の動弾性有限要素・境界要素結合法への適用。境界要素法論文集, Vol.14, pp.93-98, 1997.
- 6) 紅露一寛, 阿部和久: 有道床バラスト軌道を対象とした繰り返し鉛直・水平載荷試験の弾塑性有限要素解析。第17回鉄道技術連合シンポジウム (J-RAIL) 講演論文集, pp.565-568, 2010.
- 7) 村本勝巳, 中村貴久: 自動沈下補正まくらぎによる軌道変位抑制効果のメカニズム。土木学会第65回年次学術講演会講演概要集, pp.461-462, 2010.
- 8) 石川達也, 名村明: 実物大試験による道床バラスト部繰り返し変形特性の検討。土木学会論文集, No.512/IV-27, pp.47-59, 1995.
- 9) 石川達也, 須長 誠, 董 軍, 名村 明: 大型繰り返し三軸試験による道床バラストの変形特性の検討。土木学会論文集, No.575/III-40, pp.169-178, 1997.

(2014.4.11 受付)

FE-BASED METHOD WITH CYCLIC DENSIFICATION ELASTOPLASTIC MODEL FOR BALLAST SETTLEMENT ANALYSIS CONSIDERING WHEEL-TRACK DYNAMIC RESPONSE

Kazuhiro KORO, Emi SATO and Kazuhisa ABE

The FE-based coupling method of track vibration analysis and elastoplastic analysis with the cyclic densification elastoplastic model is developed to achieve the ballast settlement analysis considering the wheel-track dynamic responses. The present method is used to investigate the evolution of the ballast settlement in the railway track supported with a concrete slab and a ballast layer. The simulated profiles on the upper faces of sleepers and a ballast layer is similar to the those observed in the laboratory tests using the 1/5 scale model of real ballasted track.