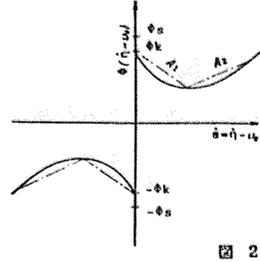
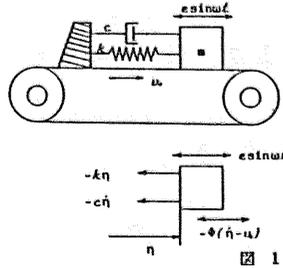


学 ※高橋 俊 司 (新潟大工) 学 大海 毅 (新潟大院)  
正 高野 英 資 (新潟大工) 正 原 利 昭 (新潟大工)

1. 結 言

移動する面上をすべりながら運動する物体の強制自励系の摩擦による振動についてはあまり報告がなされていないようである。著者らは運動摩擦力が一つの不連続点を持ち傾きのある直線で表される時、正弦波状強制外力を受けながらすべり運動する物体の運動を平均法を使って解析を試みた。更に断片線形近似による厳密解との比較、考察を行ったのでそれらの結果について報告する。



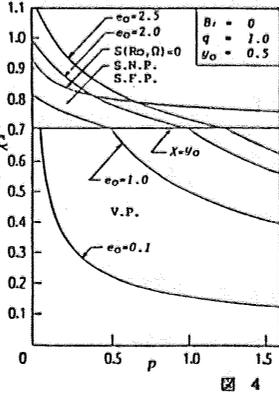
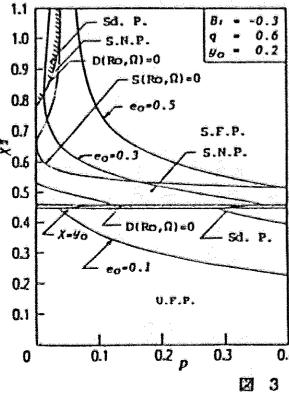
2. 運動摩擦速度特性曲線と運動方程式

図1のような振動系を考える。運動摩擦速度特性曲線は一般に図2で表されるが本報ではこれを非線形性が小さく、更に特性曲線が一本の傾きを持つ直線の場合を仮定する。従って、物体の運動方程式と摩擦力特性曲線は適当な変数変換を与えた後、以下のようを表す事ができる。

$$\eta'' + 2C\eta' + F(\eta' - Y_0) + \eta = E \sin \Omega t \quad (1)$$

$$F(s') = Xv s' / 2 |s'| + 2B_1 s' \quad (2)$$

ここで、 $\tau = t\omega/m$ ,  $s' = \eta' - Y_0$ ,  $Xv = 2\phi k/k$ ,  $Xs = 2\psi s/k$ ,  $E = c/k$ ,  $Y_0 = l\omega/m/k$ ,  $B_1 = A_1/2\sqrt{mk}$ ,  $C = c/2\sqrt{mk}$ ,  $\Omega = \omega/m/k$  であり、式中の記号は図1、2に示されている。摩擦特性については一本の直線であたえられるが  $\phi k$  は  $s' \rightarrow 0$  の時の運動摩擦力、 $\phi_s$  は最大静止摩擦力で、本報では  $Xk = Xs - Xv = 0$  とする。また  $A_1$  は直線の傾きを示す。



3. 平均方程式と解曲線

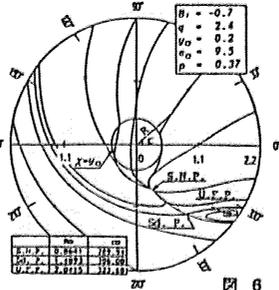
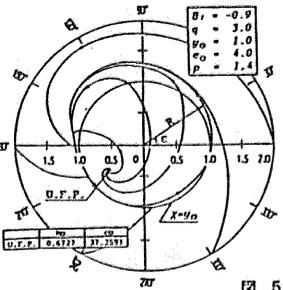
式(1)の調和振動形の解として、 $\eta = \alpha + A \sin(\Omega t + \epsilon)$  を仮定して求めた平均方程式ならびに  $R - \epsilon$  位相平面上の解曲線を定める式は各々  $R = A \Omega$  とおくと、次のように与えられる。

$$R' = -CR - B_1 R - \frac{1}{2} E \sin \epsilon \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} R\epsilon' &= R(1 - \Omega^2) / 2\Omega - \frac{1}{2} E \cos \epsilon & (0 < R \leq Y_0) \\ \alpha &= \frac{1}{2} Xv + 2B_1 Y_0, \quad \alpha' = 0 \\ R' &= -CR - B_1 R \{ 1 + Xv\sqrt{R^2 - Y_0^2} / \pi B_1 R^2 \} - \frac{1}{2} E \sin \epsilon \\ R\epsilon' &= R(1 - \Omega^2) / 2\Omega - \frac{1}{2} E \cos \epsilon & (R > Y_0) \\ \alpha &= \frac{1}{2} Xv \{ 1 - (2/\pi) \cos^{-1}(Y_0/R) \} + 2B_1 Y_0, \quad \alpha' = 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

また、(3)、(4)の第1、2式から各々次式が得られる。  
(dR/dε) = (-CR - B<sub>1</sub>R - ½E sin ε) / ((1 - Ω<sup>2</sup>)/2Ω - (E/2R) cos ε) (0 < R ≤ Y<sub>0</sub>) (5)

$$(dR/d\epsilon) = [-CR - B_1 R \{ 1 + Xv\sqrt{R^2 - Y_0^2} / \pi B_1 R^2 \} - \frac{1}{2} E \sin \epsilon] / \{ (1 - \Omega^2) / 2\Omega - (E/2R) \cos \epsilon \} \quad (R > Y_0) \quad (6)$$



ここで(5)、(6)式の分子、分母を同時に零とする  $R$ ,  $\epsilon$  の値は  $R - \epsilon$  位相平面上で特異点となり、(1)式の第1近似解を与える。この座標を  $(R_0, \epsilon_0)$  とおくと、 $R_0$  は以下のよう得られる。

$$(E/2B_1)^2 = R_0^2 \{ (1 - \Omega^2) / 2B_1 \Omega^2 + (C/B_1 + 1)^2 \} \quad (0 < R_0 \leq Y_0) \quad (7)$$

$$(E/2B_1)^2 = R_0^2 \{ (1 - \Omega^2) / 2B_1 \Omega^2 + [C/B_1 + \{ 1 + Xv\sqrt{R_0^2 - Y_0^2} / \pi B_1 R_0^2 \}]^2 \} \quad (R_0 > Y_0) \quad (8)$$

簡単のため  $C = 0$  とし、 $q = Xv/\pi$ ,  $u_0 = Y_0^2$ ,  $e_0 = E^2$ ,  $p = [(1 - \Omega^2) / 2\Omega]^2$ ,  $x = R_0^2$  とおいて  $p$  と  $x$  の関係を示したのが図3、4である。図3にはある  $p$  の

値に対して3実根の得られる場合の例が示してある。

#### 4. リミットサイクルの発生と結合振動

図3、4には解曲線が安定となるか、不安定となるかの領域が付記されている。ここに、S.N.P.は安定な結節点、V.P.は渦心点、U.F.P.は不安定な焦点を示しS.d.P.は鞍形点を示している。一方、式(5)、(6)に於てRが十分に大きい所では、

$$(1/R)(4R/\zeta c) = B_1 \Omega R^2 / 2(1 - \Omega^2) \quad (9)$$

となり、R-ε位相平面上的解曲線に引いた接線は半径方向に一致する。従って、図3に於てpが充表1

分大きい時のように、定常振動解がただ一つ存在し、かつ不安定となる場合にはR-ε位相

Symbol	The number of ...			Period (x 2π/Ω)
	Stick	Slip-1	Slip-2	
Δ	1	1	0	1
○	0	1	1	1
○, ⊙	0	1	0	α(Ω=α/m)

面上に於て(R<sub>0</sub>, ε<sub>0</sub>)を囲むリミットサイク

ルが発生して結合振動となり、ηはうなりを伴う概周期振動となる(図5)。また、図6は物体がベルト速度を越えて運動するとき、3実根が得られる場合のR-ε位相平面上的解曲線を示したものであり、リミットサイクルが発生していない場合の例である。

#### 5. 断片線形近似解と共振曲線

自由自励系では非線形性が小さい場合、平均法による結果が、付着すべりの両運動を考慮した精度の高い断片線形近似解と比較して、かなりのよい一致を示す事を確認している。本報告でもこれらのことについて概要を述べる。

図7、8に断片線形近似によるリミットサイクルの例を示す。リミットサイクルは、スリップのみの振動(図7)や、スティック運動を含むもの(図8)、更にベルト速度を越えて運動する部分を含むもの等、多くの種類に分類される。ベルト速度を越えないすべり運動をSlip-1、ベルト速度を越えるものをSlip-2として、定常振動解の分布状況をR-Ω平面に示したものが図9である。図中○及び⊙印を付した部分は前述の結合振動の発生領域をあらわし、●, Δ, △は強制外力周期振動の発生領域をあらわす。また、それぞれの領域における、1サイクルあたりのStick およびSlip-1、Slip-2の回数と周期を表1に示す。○は位相平面上的初期位置から直ちに定常振動を示す解曲線に入り、Slip-1領域のみで閉曲線となる結合振動である。また⊙は数回のStick, Slip運動を繰り返した後Slip-1領域のみで閉曲線を形成する結合振動であり、これらはいずれもベルト速度を越えない振動となる。強制外力周期振動はΩ=1を中心に、Eが大きい程その発生の幅も広がっていることが図からも明らかである。図10、11に共振曲線を示す。細い実線および一点鎖線で表したものが平均法による結果であり断片線形近似による結果については結合振動の場合最大振幅(○印)の他に平均振幅(⊙印)についても付記した。これによれば、スティック運動を含まない強制外力周期振動については両者の結果はおおむね一致し特にB<sub>1</sub>>0の場合にはΩの広い範囲にわたって、よい一致がみられることがわかる。また図12にベルト速度による定常振動解の変位振幅変化の様子を示す。

図7、8に断片線形近似によるリミットサイクルの例を示す。リミットサイクルは、スリップのみの振動(図7)や、スティック運動を含むもの(図8)、更にベルト速度を越えて運動する部分を含むもの等、多くの種類に分類される。ベルト速度を越えないすべり運動をSlip-1、ベルト速度を越えるものをSlip-2として、定常振動解の分布状況をR-Ω平面に示したものが図9である。図中○及び⊙印を付した部分は前述の結合振動の発生領域をあらわし、●, Δ, △は強制外力周期振動の発生領域をあらわす。また、それぞれの領域における、1サイクルあたりのStick およびSlip-1、Slip-2の回数と周期を表1に示す。○は位相平面上的初期位置から直ちに定常振動を示す解曲線に入り、Slip-1領域のみで閉曲線となる結合振動である。また⊙は数回のStick, Slip運動を繰り返した後Slip-1領域のみで閉曲線を形成する結合振動であり、これらはいずれもベルト速度を越えない振動となる。強制外力周期振動はΩ=1を中心に、Eが大きい程その発生の幅も広がっていることが図からも明らかである。図10、11に共振曲線を示す。細い実線および一点鎖線で表したものが平均法による結果であり断片線形近似による結果については結合振動の場合最大振幅(○印)の他に平均振幅(⊙印)についても付記した。これによれば、スティック運動を含まない強制外力周期振動については両者の結果はおおむね一致し特にB<sub>1</sub>>0の場合にはΩの広い範囲にわたって、よい一致がみられることがわかる。また図12にベルト速度による定常振動解の変位振幅変化の様子を示す。

参考文献：(1)高野ほか；機講論集, No750-14('75-10), 225. (2)高野；機講論集, No760-14('76-10), 27. ほか。

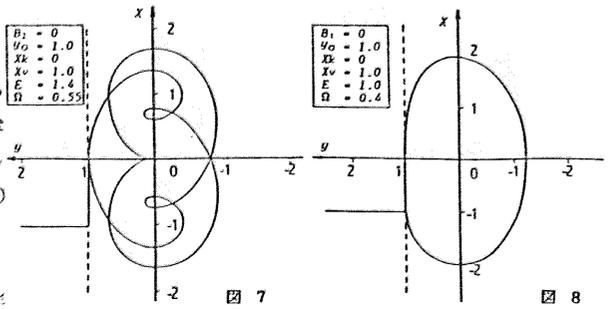


図7

図8

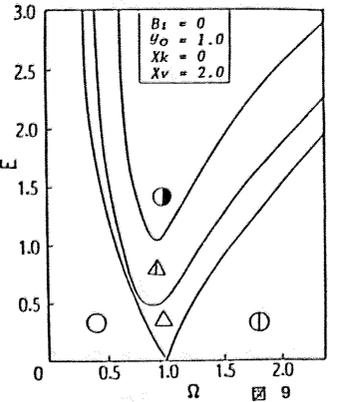


図9

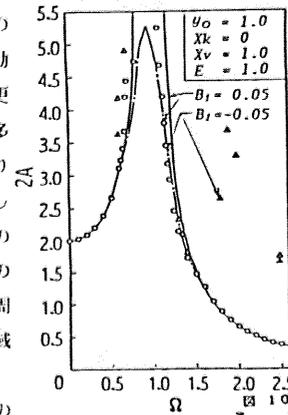


図10

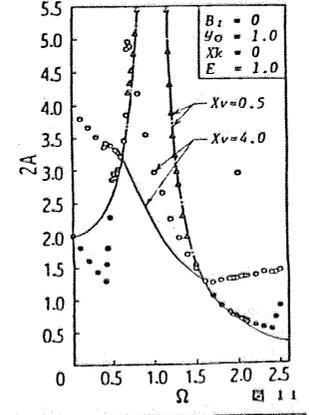


図11

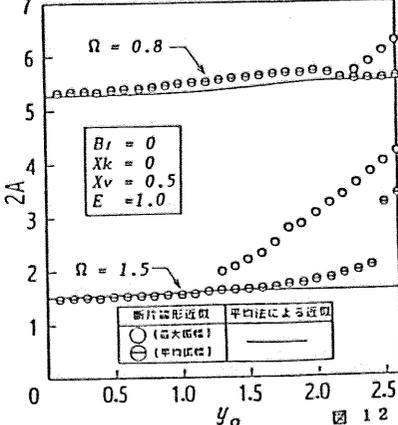


図12