

吹雪浮遊層における雪粒子の乱流拡散係数

根本征樹*¹・西村浩一*²・小林俊一*¹・和泉 薫*¹

Particle eddy diffusivity for suspended drifting snow

by

Masaki NEMOTO *¹, Kouichi NISHIMURA *²,
Shun'ichi KOBAYASHI *¹ and Kaoru IZUMI *¹

Abstract

The eddy diffusivity for suspended snow particles in the turbulent boundary layer has been estimated from a numerical model of drifting snow. The model can calculate each particle trajectory over a flat and uniform snow, under a steady wind with turbulence, modeled by a random-flight model. Hence, unlike another numerical methods, the transition process between saltation and suspension can be strictly treated in the model. In the calculation of particle eddy diffusivity, the calculated effective settling velocity and concentration for particles has been fitted with the power law given by the standard turbulent diffusion theory. The estimated eddy diffusivity for the particles shows a significant decrease from the eddy viscosity, particularly at high positions (~ 10 m).

Keywords : Drifting snow, Suspension layer, Random-flight model, Turbulent diffusion theory,
Particle eddy diffusivity

キーワード : 吹雪, 浮遊層, ランダムフライトモデル, 乱流拡散理論, 粒子拡散係数

1. はじめに

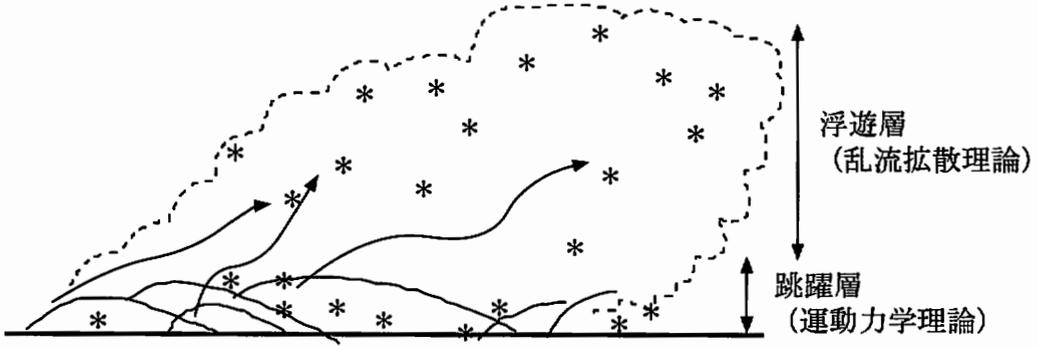
積雪地帯において, 吹雪により引き起こされる積雪粒子の輸送現象は, 視程障害や吹きだまり, 氷河・氷床上での質量収支などに密接に関わる重要な課題である。吹雪に関連するこれらの問題を考える際に最も重要なのは, 吹雪による雪粒子の輸送量を如何にして精度良く推定するかという問題である。

吹雪の輸送過程については, これまでの研究により二つの主要な理論が確立されている(前野ほか, 2000)。一つは運動力学理論で, 雪面近傍の跳躍層における吹雪粒子の動きを力学的に扱うものである。もう一つは跳躍層より上方の浮遊層を扱う乱流拡散理論であり, 雪粒子が風の乱流によって輸送されるとする(図1)。

吹雪における乱流拡散理論の適用は, 塩谷(1953), Loewe(1956)によるものが最初である。これは雪粒子の空間濃度に関する質量保存則から導かれる。具体的には, 定常状態を仮定すると, 浮遊層の空間要素について, 自由落下による下方への雪粒子の輸送量と, 乱流拡散による上方への粒子輸送量とのつり合いから, 以下の方程式で表現される。

*¹新潟大学積雪地域災害研究センター

*²独立行政法人防災科学技術研究所長岡雪氷防災研究所



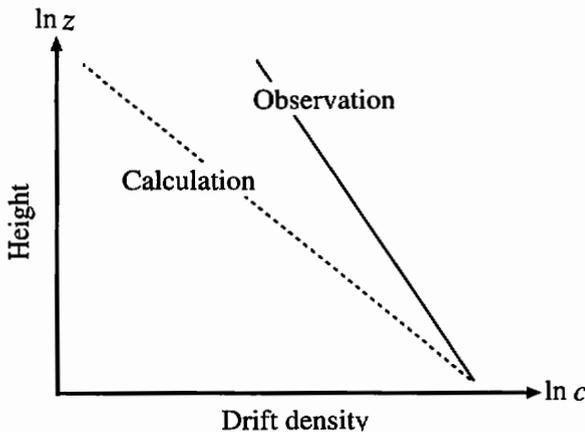
図一 吹雪の運動形態を表す概念図。これまでの研究から、跳躍層（数cm～数10cm）では運動力学理論が、浮遊層（10～100m）では乱流拡散理論がそれぞれ確立されている。

$$-\frac{d(wc)}{dz} = \frac{d}{dz} \left(K_s \frac{dc}{dz} \right) \quad (1)$$

ここで、 w は粒子の落下速度、 c は雪粒子の空間濃度、 z は鉛直方向の高さ、 K_s は雪粒子の拡散係数である。

式(1)より、浮遊層の濃度分布に関するべき乗の関係 $\ln c \propto \ln z$ が導かれる(小林, 1991)。これまでの野外観測により、吹雪浮遊層において空間濃度 c と高度 z とがべき状の関係にあることは広く知られていることから (e. g., Budd, 1966), 乱流拡散理論は浮遊層の濃度分布を良く表現できると考えられる。しかしながら、乱流拡散理論を適用する際に、雪粒子の拡散係数 K_s をどのように与えるかは議論の多い点である。従来、 K_s は風の運動量輸送の乱流拡散係数 K_m に等しいとすることが一般的である。ところが、 $K_s = K_m$ として得られる粒子濃度分布は実測から得られた濃度分布を過小評価することが知られており(図2)、吹雪において $K_s = K_m$ とすることの妥当性については検討が必要である (Xiao et al., 2000)。

以上をふまえて、本研究では吹雪の物理過程の詳細を厳密に扱ったランダムフライトモデルにより濃度分布 c 、落下速度 w を直接計算するとともに、計算結果を式(1)に適用して K_s を計算し K_m との比較を行なうなど、定常状態における浮遊粒子の乱流拡散係数に関して議論した。



図二 吹雪浮遊層における粒子濃度分布の比較。Xiao et al. (2000) の図を模式的に表したものの。実線は野外観測例、点線は乱流拡散理論に基づく数値計算の例を示す。近年開発された拡散モデル (WINDBLAST, PIEKTUK-T, PIEKTUK-B, SNOWSTORM) のいずれも、観測された濃度分布を過小評価する傾向がある (Xiao et al., 2000)。

2. 解析方法

2.1 吹雪のランダムフライトモデル

数値モデルの詳細については Nemoto and Nishimura (2004), Nemoto et al. (2004) を参照されたい。ここではモデルの概要のみ記述する。

本モデルの最大の特徴は、大気乱流、雪粒子の慣性効果、粒径分布、雪面でのスプラッシュ過程 (杉浦・前野, 2003) など吹雪の物理プロセスを厳密に組み込んだ点にある。特にランダムフライトモデルにより乱流の影響を組み込んだことにより、これまで分離されていた吹雪の跳躍・浮遊運動を統合して数値モデルとしてあつかうことがはじめて可能になった。南極における吹雪観測データとの比較により、本モデルは吹雪の質量フラックスや粒径分布を定量的に表現できることが検証されている (Nishimura and Nemoto, 2004)。

モデルの基礎方程式を以下に示す。平均風速については、レイノルズ平均されたナビエ・ストークス方程式を用いる。ブランドルの混合距離理論を適用、一様な定常流を考え、境界層近似を施すと、レイノルズ方程式は以下ようになる。

$$\frac{d}{dz} \left(\rho_f k z^2 \frac{dU}{dz} \left| \frac{dU}{dz} \right| \right) + \sum_{i=1}^n m_i \left(\frac{dup(z)}{dt} \right)_i = 0 \quad (2)$$

ここで、 ρ_f は空気の密度、 k はカルマン定数、 U は平均風速である。左辺第二項は、粒子の運動量の時間変化の割合であり、吹雪粒子が風に及ぼす抵抗力に相当する。 n は高度 z における単位体積当りの総粒子数、 m_i は i 番目の粒子の質量、 $(dup(z)/dt)_i$ は高度 z における i 番目の粒子の水平方向の加速度である。

大気乱流に関しては、鉛直風速の変動成分 w' のみ考慮する。 w' はランダムフライトモデルにより、

$$w'(t + \Delta t) = \left(1 - \frac{\Delta t}{T_L}\right) w'(t) + \sigma_w \sqrt{\frac{2\Delta t}{T_L}} W_i \quad (3)$$

と表される (Wilson and Sawford, 1996)。ここで Δt は計算の時間ステップ、 σ_w は鉛直風の乱流強度、 W_i は平均値が 0、標準偏差が 1 の正規乱数である。 T_L は乱流のラグランジュ的時間スケール T_L を表す。吹雪のような固体粒子の運動を考える場合、粒子に作用する重力や慣性効果により、個々の粒子に作用する鉛直風速は式(3)から計算される流体要素の鉛直速度からずれが生じる (crossing-trajectory effect)。したがって実際の計算では、式(3)の T_L を、Hunt and Nalpanis (1985) により導かれた固体粒子の慣性効果を考慮したラグランジュ時間スケール T_L^*

$$T_L^* = T_L \left[1 / \left(1 + A_1 \left(\frac{V_R}{\sigma_w} \right)^{2/3} \left(\frac{T_L}{\Delta t} \right)^{1/3} \right) \right] \quad (4)$$

に置き換える必要がある。式(4)において A_1 は $O(1)$ の定数である。

一方、粒子の運動については、粒子を球形と仮定し、風による抵抗力と重力を考慮した運動方程式で記述する。

$$\frac{dup}{dt} = - \frac{3}{4} \frac{\rho_f C_d}{\rho_p d} V_R (u_p - u) - g \quad (5)$$

ここで g は重力加速度、 u_p 、 u はそれぞれ粒子速度と風速である。 C_d は抵抗係数で、粒子周りのレイノルズ数 $Re_p (= d |u_p - u| / \nu)$ 、 ν は空気の動粘性係数) のみの関数である。 C_d については、Morsi and Alexander (1972) の実験式を用いた。 V_R は相対速度である。式(5)を上述の風速場に関する方程式とあわせて解くことで、個々の粒子の軌道を計算することが可能になる。

本モデルにより、一様な水平面上における吹雪の質量フラックス (風向に直交する単位面積を単位時間に通過する吹雪粒子の質量)、風速、吹雪粒子速度の鉛直分布など吹雪の内部構造に関連する諸量を計

算することが可能である。

2.2 吹雪粒子の拡散係数の導出

吹雪浮遊層における雪粒子の拡散係数の導出については、Taylor et al. (2002)と同様の手法を用いる。まず、拡散方程式において、粒子の鉛直方向の実質的な移流速度は、粒子速度 w_p から鉛直風速 w を引いたものになる。これは粒子の風に対する相対速度の形になっているので w_{rel} とすると、雪粒子の拡散方程式は式(1)より以下ようになる。

$$w_{rel} c(z) = K_s \frac{dc(z)}{dz} \quad (6)$$

式(6)を変形すると、 K_s は w_{rel} 、濃度 c 、高度 z を用いて以下のように表される。

$$K_s = w_{rel} z \frac{d \ln z}{d \ln c(z)} \quad (7)$$

したがって、はじめに数値モデルから w_{rel} と濃度分布の勾配 $d \ln z / d \ln c(z)$ を計算し、式(7)に代入することで、 K_s とその鉛直分布を算出することができる。

3. 結果と考察

本稿では、代表例として初期条件を $u_* = 0.32 \text{ms}^{-1}$ とした場合の計算結果について議論する。この場合高度 1 m での風速は 8.3ms^{-1} であり、吹雪時において発生頻度の多いケースに相当する。

式(7)により粒子拡散係数 K_s を求めるには、 w_{rel} と c の鉛直分布を求める必要がある。はじめに、モデルにより計算された w_{rel} の鉛直分布を図 3 に示す。 w_{rel} の値は高度 0.1 ~ 10 m の領域で $0.05 \sim 0.15 \text{ms}^{-1}$ 程度である。また、 w_{rel} の絶対値は高度に関して一様ではなく、高さの増加とともに減少することも理解できる。一般に浮遊粒子の粒径は高度が増すにしたがい減少する。そのため w_{rel} も高度の増加にともない減少すると考えられる。

次に、モデルの計算結果をもとに、吹雪粒子の空間濃度の鉛直分布 $c(z)$ を求める。 $c(z)$ は吹雪質量フラックス $q(z)$ と、同高度での平均風速 $U(z)$ により以下のように表される。

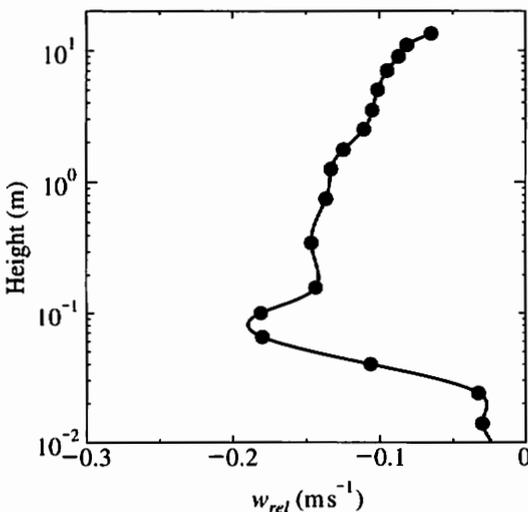


図-3 w_{rel} の鉛直分布。●はモデルによる計算値、曲線は3次スプライン曲線による計算値の補間を示す。

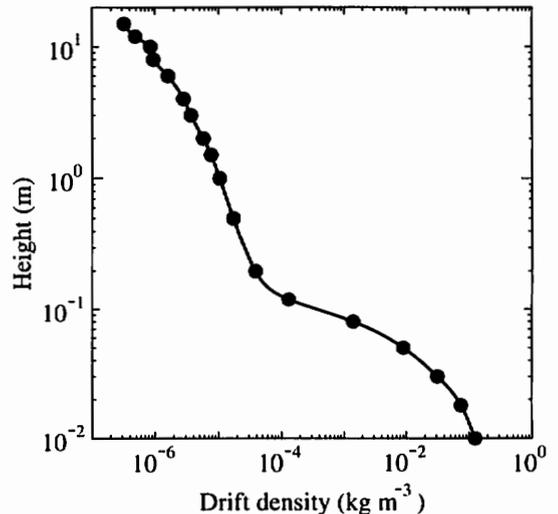


図-4 吹雪空間濃度 $c(z)$ の鉛直分布。●はモデルによる計算値、曲線は3次スプライン曲線による計算値の補間を示す。

$$c(z) = q(z)/U(z) \tag{8}$$

上式により、モデルから計算された $q(z)$ と $U(z)$ により吹雪空間濃度分布 $c(z)$ が求められる。このようにして求められた空間濃度の鉛直分布を図4に示す。図において、空間濃度分布の形状が高度0.1m付近で変化していることが理解できる。これは吹雪粒子の運動形態がこの高度の上下で異なっているためと考えられる。事実、 $z < 0.1\text{m}$ では質量フラックスについて跳躍層で成り立つ関係 $q \propto \exp(-z)$ が成立することが確認されており (Nemoto and Nishimura, 2004)、この高さが跳躍層の上限に相当すると考えられる。高度0.1mより上方では、空間濃度の分布は $\ln c \propto \ln z$ の関係がほぼ成立しており、粒子の運動形態は乱流拡散が卓越している、すなわち浮遊であると考えられる。本研究では吹雪浮遊層に着目するため、以後の解析では $z > 0.1\text{m}$ の領域に着目する。

図5は w_{rel} と濃度分布の勾配 $d\ln z/d\ln c$ を式(7)に代入して得られた K_s の鉛直分布である。 K_s の導出に際してはあらかじめ w_{rel} と c の計算結果を3次スプライン曲線で補間し、離散点を連続関数に近似して処理している。図では比較のため、風の運動量の乱流拡散係数 K_m の分布も点線で示してある。一般に、接地境界層においては、高度 z における K_m は摩擦速度 u_* 、カルマン定数 k により

$$K_m = k u_* z \tag{9}$$

と表される。図5において、 $z < 2\text{m}$ の場合、 $K_s = K_m$ の関係がほぼ成立している。しかしながら、それより上方では、 $K_s < K_m$ となっていることがわかる。ここで、 K_s と K_m の比を β とおく。すなわち、 $K_s = \beta K_m$ である。図6は β の鉛直分布を示したものである。高度2m以上では β は高さとともに減少し、高度5m付近で $\beta = 0.5$ 、つまり K_m の約半分となった。また、 $z \rightarrow 0.1\text{m}$ の場合も β が減少していることがわかる。これは図4において、 $z \rightarrow 0.1\text{m}$ で濃度分布 $c(z)$ が変化し、 $d\ln z/d\ln c$ が小さくなることに対応する。

$z > 2\text{m}$ において、 β が小さい、すなわち K_s が K_m よりも小さいのは、吹雪浮遊層において雪粒子が乱流により拡散される場合、粒子が慣性を持つために風の運動量に比べて乱流拡散が弱まるためと考えられる。なお $z \rightarrow 0.1\text{m}$ の場合における β の減少は、粒子の主要な運動形態が浮遊から跳躍に移ることによる $c(z)$ の分布の変化に起因しており、この高度がすでに乱流拡散理論の適用限界を超えていることを示唆する。乱流拡散理論を用いる場合、跳躍層上端付近での結果の解釈などは注意が必要である。

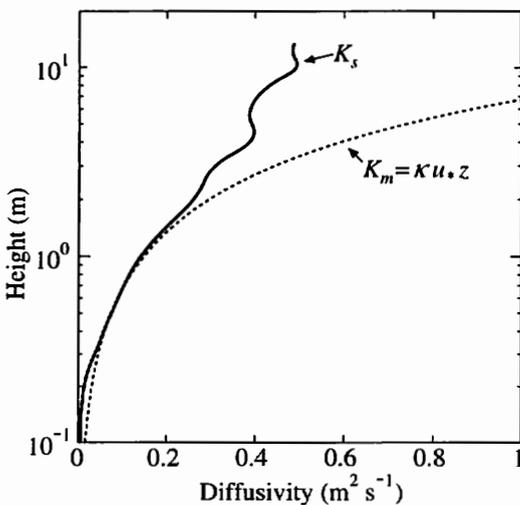


図-5 拡散係数の鉛直分布。実線は粒子拡散係数 K_s を、点線は運動量拡散係数 $K_m (= k u_* z)$ を示す。

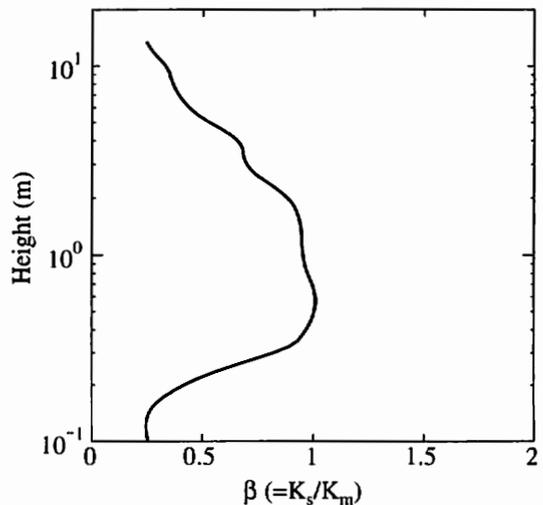


図-6 $\beta (= K_s / K_m)$ の鉛直分布。

Xiao et al. (2000)は、複数の吹雪拡散モデルを用いて各種パラメーターに対する感度実験をおこない、吹雪濃度分布に関しては $\beta = 5$ とするか、あるいは落下速度を静止流体中の落下速度 w_f の0.2倍とした際に実測と良く一致することを明らかにした。しかしながら図5、図6からも理解できるように、 $\beta = 5$ とするのは現実的ではない。これまで乱流拡散理論を浮遊層に適用する場合、粒子の落下速度(式(1)の w や式(6)の w_{rel})は静止流体中の落下速度 w_f に等しいと仮定されてきた。しかしながら吹雪をはじめとする乱流境界層内の現象に対して $w = w_f$ とすることの妥当性は検証されていない。事実、 $K_s = K_m$ の場合、すでに述べた通り $w < w_f$ としなければ拡散モデルは実測の結果を再現できない。ランダムフライトモデルから得られた結果においても、浮遊層における実質的な粒子の落下速度(w_{rel})は 0.10ms^{-1} 程度であった(図3)。浮遊層における代表的な粒子の粒径は本モデル、野外観測いづれの場合もおおよそ $100\mu\text{m}$ 程度である(Nishimura and Nemoto, 2004)。この場合粒子に作用する風の抵抗力と重力とのつりあいから導かれる静止流体中の落下速度 w_f は約 0.25ms^{-1} であり(e. g., Déry et al., 1998)、図3における w_{rel} の2倍以上である。また吹雪粒子のように粒子形状が複雑な場合、粒子に作用する風の抵抗力や粒子の密度は球形粒子に比べて小さいと考えられるので、粒子の落下速度は静止流体中の値より小さくなることも予想される。Xiao et al. (2000)により指摘された吹雪空間濃度分布に関する拡散モデルの問題点(図2)は、 $w = w_f$ とすることに原因があると考えられる。今後 w の値をどのように決定するべきかは、次章で述べる K_s の粒径依存性の問題もあり、今後の課題である。

4. おわりに

吹雪のランダムフライトモデルにより得られた吹雪の空間濃度、粒子落下速度の鉛直分布に乱流拡散理論の式を適用し、吹雪浮遊層の粒子拡散係数を導いた。得られた K_s の鉛直分布から、高度数10cmから2m程度までの範囲では、 $K_s = K_m$ とする従来の仮定はおおむね妥当であることが明らかとなった。しかしながら、 $z > 2\text{m}$ では $\beta (= K_s/K_m)$ は減少し、 $K_s < K_m$ となった。これは粒子の慣性効果によると考えられる。なお今回の解析では粒子の濃度、速度の分布を計算する際、全粒子の平均値を取っており、得られた拡散係数は様々な粒径分布を持つ吹雪粒子に対する平均的な値を表すものである。しかしながら慣性効果は粒径によって大きく変化するため、厳密には K_s を粒径別に評価する必要がある、これは今後の重要な課題である。また拡散モデルを適用する際、粒子の落下速度をどのように与えるかも重要である。乱流境界層内において、浮遊運動している固体粒子の落下速度は静止流体中の落下速度 w_f とは異なると思われる(Businger, 1965; Wang and Maxey, 1993)。また先に述べたとおり、吹雪粒子の形状が落下速度におよぼす問題もある。これまでの拡散モデルの多くは静止流体中における球形粒子に作用する空気抵抗力と重力とのつりあいの式から求めた w_f を落下速度として用いているが、今後はこれに変わる新たな経験式・理論式を構築する必要がある。

乱流拡散理論に基づく数値モデルは、運動力学的なモデルと異なり、個々の雪粒子の運動を解析する必要が無いことから、山岳など複雑地形上での吹雪による積雪再配分など、大規模スケールの現象を扱うのに適しており、応用面において主流となる方法である。しかしながら、本稿で着目した拡散係数をはじめとする各種パラメーターの取り扱いについては、さらなる発展が必要である。今後は、本研究で試みたような、物理過程を厳密に扱った運動力学モデルの成果にもとづく乱流拡散理論の検討・改良をおこなうことで、拡散モデルのさらなる発展が期待できる。

謝 辞

本研究を進めるにあたり、北海道大学低温科学研究所の大畑哲夫教授、前野紀一教授、山田知充博士の助言をいただいた。ここに記して感謝いたします。

参考文献

Budd, W. F., Dingle, R. and Radok, U. (1966): Byrd snow drift project: outline and basic results., in M. Rubin (ed.), *Studies in Antarctic Meteorology*, Amer. Geophys. Union, Antarctic Res. Ser., **9**, 71-134.

- Businger, J. A. (1965) : Eddy diffusion and settling speed in blowing snow. *Journal of Geophysical Research*, **70**, 3307–3313.
- Déry, S. J., Taylor, P. A. and Xiao, J. (1998) : The thermodynamic effects of sublimating, blowing snow in the atmospheric boundary layer. *Boundary-Layer Meteorology*, **89**, 251–283.
- Hunt, J. C. R. and Nalpanis, P. (1985) : Saltating and suspended particles over flat and sloping surfaces. I. Modelling concepts. in O. E. Barndorff-Nielsen, J. T. Møller, K. R. Rasmussen and B. B. Willetts (eds.), *Proc. Intl. Workshop on the Physics of Blown Sand*, Department of Theoretical Statistics, Institute of Mathematics, University of Aarhus, Denmark, Mem. 8, 9–35.
- 小林俊一 (1991) : 吹雪時における降雪量の推定法. 雪氷, 日本雪氷学会, **53** (1), 53–59.
- Loewe, F. (1956) : *Etudes de Glaciologie en Terre Adélie, 1951–1952*. Expéditions Polaires Françaises, Paris.
- 前野紀一・遠藤八十一・秋田谷英次・小林俊一・竹内政夫 (2000) : 雪崩と吹雪 (基礎雪氷学講座 第 III 巻), 古今書院, 236pp.
- Morsi, S. A. and Alexander, A. J. (1972) : An investigation of particle trajectories in two-phase flow systems. *Journal of Fluid Mechanics*, **55**, 193–208.
- Nemoto, M. and Nishimura, K. (2004) : Numerical simulation of snow saltation and suspension in turbulent boundary layer. (submitted to *Journal of Geophysical Research*).
- Nemoto, M., Nishimura, K., Kobayashi, S. and Izumi, K. (2004) : Numerical study of the time development of drifting snow and its relation to the spatial development. *Annals of Glaciology*, **38** (in printing).
- Nishimura, K. and Nemoto, M. (2004) : Blowing snow at Mizuho station, Antarctica. (submitted to *Journal of Geophysical Research*).
- 塩谷正雄 (1953) : 吹雪密度の垂直分布にたいする一考察. 雪氷, 日本雪氷学会, **15**(1), 6–9.
- 杉浦幸之助・前野紀一 (2003) : 吹雪における雪粒子の衝突・反発・射出. 雪氷, 日本雪氷学会, **65** (3), 241–247.
- Taylor, P. A., Li, P. Y. and Wilson, J. D. (2002) : Lagrangian simulation of suspended particles in the neutrally-stratified surface boundary layer. *Journal of Geophysical Research*, **107** (D24), 4762, doi:10.1029/2001JD002049.
- Wang, L. and Maxey, M. (1993) : Settling velocity and concentration distribution of heavy particles in homogeneous isotropic turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, **256**, 27–68.
- Wilson, J. D. and Sawford, B. L. (1996) : Review of lagrangian stochastic models for trajectories in the turbulent atmosphere. *Boundary-Layer Meteorology*, **78**, 191–210.
- Xiao, J., Bintanja, R., Déry, S. J., Mann, G. W. and Taylor, P. A. (2000) : An intercomparison among four models of blowing snow. *Boundary-Layer Meteorology*, **97**, 109–135.